

РАЗДЕЛ: ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

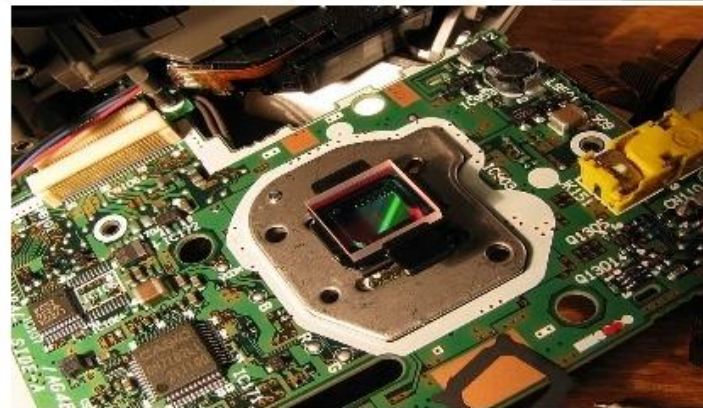
ТЕМА:

**МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ
НАД НИМИ**

О чём думают люди когда слышат слово матрица

Я	Математики
	$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 9 & -4 \\ 2 & -1 & 4 & 10 & -4 \\ 3 & -3 & 6 & 15 & -6 \end{pmatrix}.$

Фотографы



зачем нужны математические матрицы?

естественно кроме того, чтобы что-то решать на уроках/парах в дальнейшем, в профессии или может по жизни



Сергей Гаврилов, 8 лет назад
Искусственный Интеллект

Тому, кто будет торговать на рынке куриными окорочками, не понадобятся. Эффективному менеджеру тоже. А вот физику нужны.

4 нравится · Комментировать



Zosich, 5 лет назад
Гуру

В шейдерах

Те кто хорошо их знает умеет творить такие крутяцкие вещи: <http://glsandbox.com/>

там всё представляется в матрицах или векторах (те же но единичные матрицы) откройте любой красивый шейдер, там в коде они везде. И без них никак... (



Трудное детство, 8 лет назад
Оракул

1 / 3

они нужны не в дальнейшем, а сейчас для формирования и развития такого качества мозга как понимание. обладая этим качеством, вы в дальнейшем, добьетесь больших успехов на любом поприще, чем без него.

Применение матриц в электротехнике. Матрицы

- а) для ~~применения~~ записи систем уравнений;
- б) для некоторого упорядочения решения систем уравнений;
- в) при исследовании топологических свойств электрических цепей (см., например, Л.10) в теории графов и при синтезе цепей.

Сокращенные записи при помощи матриц проиллюстрируем на следующем примере. Положим, что для некоторой цепи записана система уравнений по методу контурных токов

$$\begin{aligned} Z_{11}j_1 + Z_{12}j_2 + Z_{13}j_3 &= \dot{E}_1, \\ Z_{21}j_1 + Z_{22}j_2 + Z_{23}j_3 &= \dot{E}_2, \\ Z_{31}j_1 + Z_{32}j_2 + Z_{33}j_3 &= \dot{E}_3. \end{aligned} \quad (a)$$

Линейная алгебра — раздел алгебры, изучающий объекты **линейной** природы: векторные (или **линейные**) пространства, **линейные** отображения, системы **линейных** уравнений. Среди основных инструментов используемых в линейной алгебре- матрицы и определители.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Матрицей размера **$m \times n$** называется прямоугольная таблица чисел, состоящая из **m строк** и **n столбцов**.
Числа, составляющие эту таблицу, называются **элементами** матрицы.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Матрица
размером
 2×2

(читается 2 на 2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & -9 \\ 2 & 0 & 4 \\ 12 & 2 & -2 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Матрица
размером
 4×3

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Матрица
размером
 4×1

$$(3 \quad \sqrt{2} \quad -9)$$

Матрица
размером
 1×3

(3)

Матрица
размером
 1×1

ОБОЗНАЧЕНИЕ МАТРИЦЫ

Матрицы обозначаются прописными буквами латинского алфавита: **A, B, C, ...**, а ее элементы обозначаются строчными буквами с двойными индексами: **a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} ...**, в которых индекс i указывает номер строки (он всегда стоит на первом месте), индекс j – номер столбца, в которых расположен этот элемент.

элемент матрицы

номер столбца

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

номер строки

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{pmatrix}$$

b_{23} - читается: элемент b два три

ОБЩИЙ ВИД МАТРИЦЫ

Общий вид произвольной матрицы размера $m \times n$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

, где a_{ij} – элементы матрицы A ;
 $i=1 \dots m$ – номер строки;
 $j=1 \dots n$ – номер столбца.

Краткая форма записи матрицы общего вида

$$A = (a_{ij}) \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}$$

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Элементы матрицы, стоящие на диагонали, идущей из верхнего левого угла, образуют **главную диагональ** (элементы с одинаковыми индексами).

Элементы матрицы, стоящие на диагонали, идущей из верхнего правого угла, образуют **побочную диагональ**.

Для матриц n -
порядка ($n \times n$)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ

Главная диагональ

Для матриц
размера $n \times m$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ

Главная диагональ

Пример:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 8 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Элементы $a_{11} = 4$, $a_{22} = 2$, $a_{33} = 0$ образуют главную диагональ, а элементы $a_{13} = 3$, $a_{22} = 2$, $a_{31} = 8$ побочную диагональ

ЗАДАНИЕ

1. Составьте общий вид матрицы $V=(b_{ij}), i = \overline{1,3} j = \overline{1,4}$

2. Дана матрица: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 6,1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \\ 7 & 8 & 1 & -3 \\ \sqrt{2} & 4 & 59 & 2 \\ 5 & 7 & 8 & 6 \\ 8 & -3 & 8 & 8 \end{pmatrix}$

- Какой размер имеет данная матрица?
- Назовите элемент: 3 строки 2 столбца; 5 строки 4 столбца
- Назовите позиции элементов: -3 и 5 в матрице
- Назовите элементы главной и побочной диагонали

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ МАТРИЦ

Если $m \neq n$, то матрица называется **прямоугольной**.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{pmatrix} \quad \text{Прямоугольная матрица размера } 4 \times 3$$

Если $m = n$, то матрица называется **квадратной** (**n**-ного порядка).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{Квадратная матрица 3-го порядка}$$

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ МАТРИЦ

Любое число (скаляр) можно представить как матрицу первого порядка, размерностью $[1 \times 1]$.

Матрица типа $[1 \times n]$ называется **матрица-строка**:

$$(a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ \dots \ a_{1n})$$

Матрица типа $[m \times 1]$ называется **матрица-столбец**:

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$$

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДЛЯ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

Квадратная матрица, у которой все элементы, кроме главной диагонали равны нулю, называется **диагональной**.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} - \text{диагональная матрица третьего порядка}$$

Диагональная матрица, все элементы которой, расположенные на главной диагонали, равны между собой, называется **скалярной**.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \text{скалярная матрица четвертого порядка}$$

Диагональная матрица, у которой все элементы главной диагонали равны единице, называется **единичной** и обозначается E .

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется **нулевой (нуль-матрицей)** и обозначается буквой O .

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В матричном исчислении матрицы O и E играют роль чисел 0 и 1 в арифметике

Квадратная матрица называется **треугольной**, если все элементы, расположенные по одну сторону главной диагонали, равны нулю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

верхняя треугольная матрица

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

нижняя треугольная матрица

Квадратная матрица, у которой все элементы, расположенные симметрично относительно главной диагонали, равны между собой, называют **симметричной** матрицей.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix} - \text{симметричная матрица}$$

ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ

Над матрицами, как и над числами, можно производить ряд операций, причем некоторые из них аналогичны операциям над числами, а некоторые специфические.

1. РАВЕНСТВО МАТРИЦ.

Две матрицы одинаковых размеров $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ называются **равными**, если равны их соответствующие элементы, т.е. $a_{ij} = b_{ij}$ где $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$.

Пример:

Матрицы A и B равны между собой ($A=B$)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 2 & 0,1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0,5 & 3 \\ \sqrt{4} & 1 \\ \frac{1}{10} & \end{pmatrix}$$

2. СЛОЖЕНИЕ МАТРИЦ.

Суммой двух **матриц** одинакового размера A и B называется матрица C того же размера, элементы которой равны суммам соответствующих элементов матриц A и B , т.е. $A+B=C$, если $a_{ij}+b_{ij}=c_{ij}$ (т.е. матрицы складываются поэлементно).

Пример:

$$\text{Если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\text{то } C = A + B = \begin{pmatrix} 1 + 0 & 2 + 1 & 3 + 2 \\ 4 + 7 & 5 + 2 & 6 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 11 & 7 & 12 \end{pmatrix}$$

3. ВЫЧИТАНИЕ МАТРИЦ.

Разностью двух матриц одинакового размера A и B называется матрица D того же размера, элементы которой равны разностям соответствующих элементов матриц A и B , т.е. $A-B=D$, если $a_{ij}-b_{ij} = d_{ij}$ (т.е. матрицы вычитаются поэлементно).

Пример:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 7 & 8 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 5 & -7 & -2 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$D = A - B = \begin{pmatrix} 2 - 4 & 4 + 2 & -5 - 3 \\ 7 - 5 & 8 + 7 & 1 + 2 \\ -3 - 5 & 4 - 3 & 2 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & -8 \\ 2 & 15 & 3 \\ -8 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Сумма и разность матриц существуют только для матриц одинакового размера!!!!

СВОЙСТВА ОПЕРАЦИИ СЛОЖЕНИЯ МАТРИЦ:

1. $A + B = B + A$ (переместительное свойство)

2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ (сочетательное свойство)

4. УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА ЧИСЛО.

Произведением матрицы A на число k ($k \in \mathbb{R}$) называется матрица $B = kA$, элементы которой $b_{ij} = ka_{ij}$ для всех i и j (т.е. матрицы умножаются на число k поэлементно).

Следствие. Общий множитель всех элементов матрицы можно выносить за знак матрицы.

Пример:

$$3 \cdot A = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 5 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 12 & -6 \\ 15 & -3 & 18 \\ 6 & 0 & 15 \end{pmatrix}$$

Матрица $(-1) \times A$ называется **противоположной** матрице A и обозначается $-A$. Очевидно, что $A + (-A) = O$ для любой матрицы A .

СВОЙСТВА ОПЕРАЦИИ УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА ЧИСЛО:

1. $(kr)A = k(rA)$ (сочетательное свойство относительно числового сомножителя)
2. $k(A + B) = kA + kB$ (распределительное свойство относительно суммы матриц)
3. $(k+r)A = kA + rA$ (распределительное свойство относительно суммы чисел)

Пример2:

Найти: $2A - B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

Решение:

Находим $2A = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & -8 & 10 \\ 6 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

$$2A - B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & -8 & 10 \\ 6 & 0 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -6 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 4 \\ 2 & -11 & 9 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$$

5. УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦ.

Запомнить!!!!

Умножение матрицы A на матрицу B определено только тогда, когда **число столбцов** первой матрицы равно **числу строк** второй матрицы.

Произведением матриц $A \cdot B$ называется такая матрица C , каждый элемент c_{ij} которой равен сумме произведений i -ой строки матрицы A на соответствующие элементы j -ого столбца матрицы B :

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{ik}b_{kj}.$$

Т.е. чтобы найти элемент матрицы c_{ij} нужно «приложить» i -ю строку матрицы A к j -му столбцу матрицы B , перемножить соответствующие элементы и полученные произведения сложить.

Пример:

Найти произведение $A \cdot B$ и $B \cdot A$ (если это возможно),

$$\text{если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Решение:

Число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B ($3 = 3$), следовательно $A \cdot B$ существует.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{l} 1 - \text{я строка } A \text{ прикладывается} \\ \text{к первому столбцу матрицы } B, \\ \text{соответствующие элементы} \\ \text{перемножаются, а произведения} \\ \text{складываются и т. д.} \end{array} \right] =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 & 1 \cdot 4 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 8 \\ 1 \cdot 3 + 0 \cdot 6 + (-1) \cdot 7 & 1 \cdot 4 + 0 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 & 1 \cdot 5 + 0 \cdot (-2) + (-1) \cdot 8 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 36 & 7 & 25 \\ -4 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Произведение $B \cdot A$ не существует, так как число столбцов матрицы B не совпадает с числом строк матрицы A ($3 \neq 2$)

СВОЙСТВА ОПЕРАЦИИ ПРОИЗВЕДЕНИЯ МАТРИЦ:

1. В общем случае для произведения матриц не действует переместительный закон: $A \cdot B \neq B \cdot A$
2. $(AB)C = A(BC)$ (сочетательное свойство)
3. $k(AB) = (kA)B = A(kB)$
4. $(A+B)C = AC + BC$ (распределительное свойство относительно суммы матриц)

Иногда AB существует, а BA не имеет смысла.

Матрица A и B называются **перестановочными**, если $AB = BA$, в противном случае A и B называются **неперестановочными**.

Единичная матрица перестановочна с любой квадратной матрицей того же порядка:

$$E \cdot A = A \cdot E = A$$

6. ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ.

Целой положительной степенью A^m квадратной матрицы A называется произведение m матриц равных A , т.е.

$$A^m = \underbrace{A \cdot A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{m \text{ раз}}.$$

Пример:

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти A^2 и A^3

Решение:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 + 10 \cdot 3 & 7 \cdot 2 + 10 \cdot 4 \\ 15 \cdot 1 + 22 \cdot 3 & 15 \cdot 2 + 22 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{pmatrix}$$

7. ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ.

Транспонирование матрицы – это переход от матрицы A к матрице A^T , в которой строки и столбцы поменялись местами с сохранением порядка. Матрица A^T называется **транспонированной** относительно матрицы A .

Пример:

$$\text{Если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \text{ то } A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Элементами матрицы могут быть не только числа, но и функция. Такая матрица называется **функциональной**.

ПРИМЕР. $T = \begin{pmatrix} \cos x & 0 \\ 0 & -\sin x \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ x^2 & 1 & x \\ x & x^2 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример: Найти $-2 A^2 + 5 A + 9$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Решение:

Найдем $-2 A^2 + 5 A + 9 E$, для этого выполним действия над матрицами:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 + 0 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix};$$

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 0 \end{pmatrix}; \quad \cdot 9 = 9 \cdot 1 = 9 \cdot E = 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}; =$$

$$\text{Тогда } -2 A^2 + 5 A + 9 = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -14 & -4 \\ -6 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}.$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

1) Теория (презентация)-учить

2) Найти значение выражения $C = A + 5 \cdot B$,

если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -5 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

3) Найти произведение матриц $B \cdot A$, если

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = (3 \quad -1 \quad 2)$$