

Теплопередача

# Целью освоения дисциплины является достижение следующих компетенций на уровнях:

## профессионально-специализированных:

- способен выполнять расчёты простых систем, деталей и узлов.

## Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

### **знания:**

#### на уровне представлений:

- основные законы теплопередачи в двигателях;

#### на уровне воспроизведения:

- методы анализа эффективности работы двигателей ЛА;
- расчет тепловых потоков

#### на уровне понимания:

- выполнения теплотехнических расчетов для эскизного проектирования оборудования;

### **умения:**

#### теоретические:

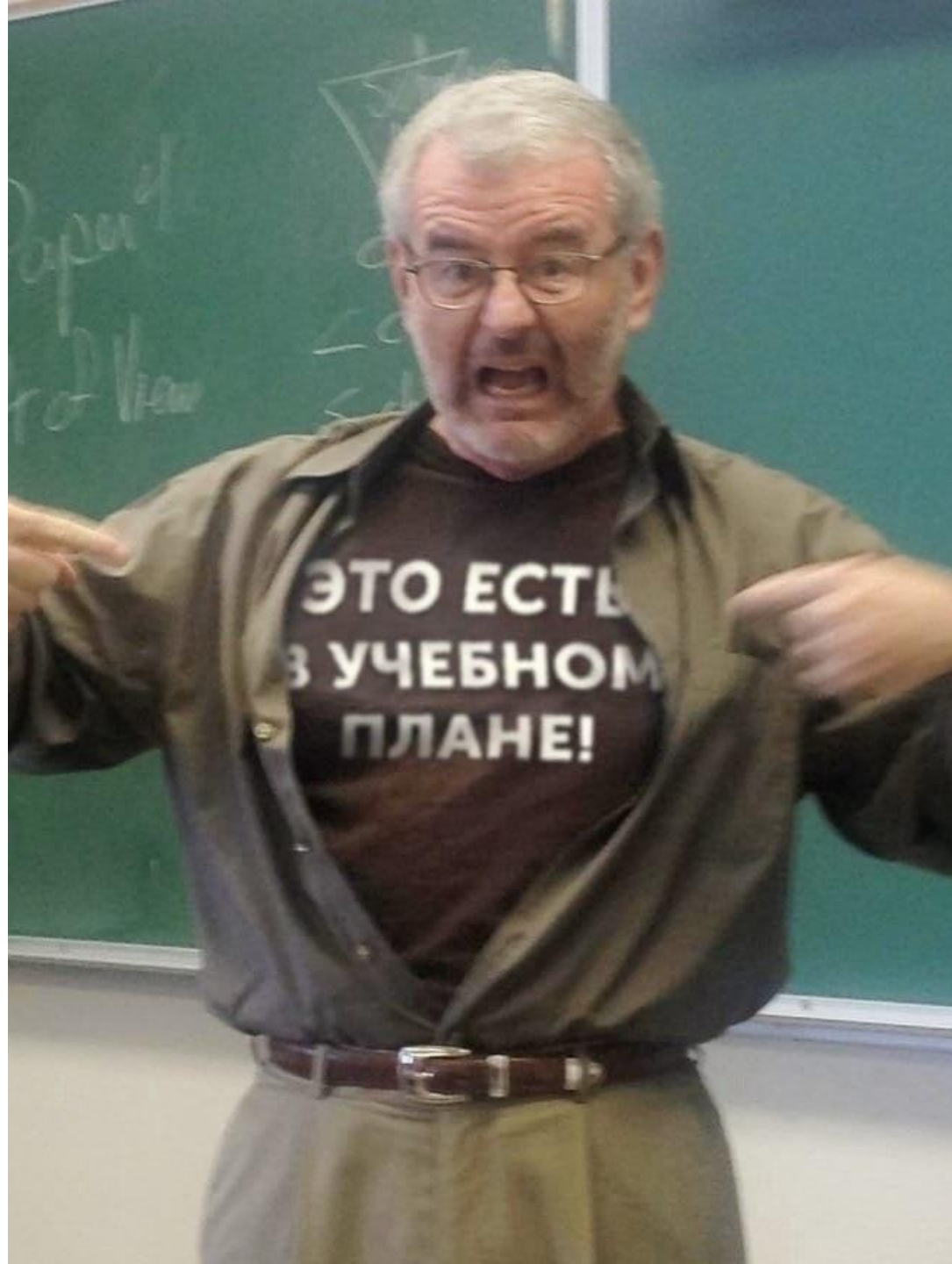
- методы и алгоритмы анализа теплового режима двигателей ЛА

#### практические:

- проводить анализ работы тепловых машин и установок;

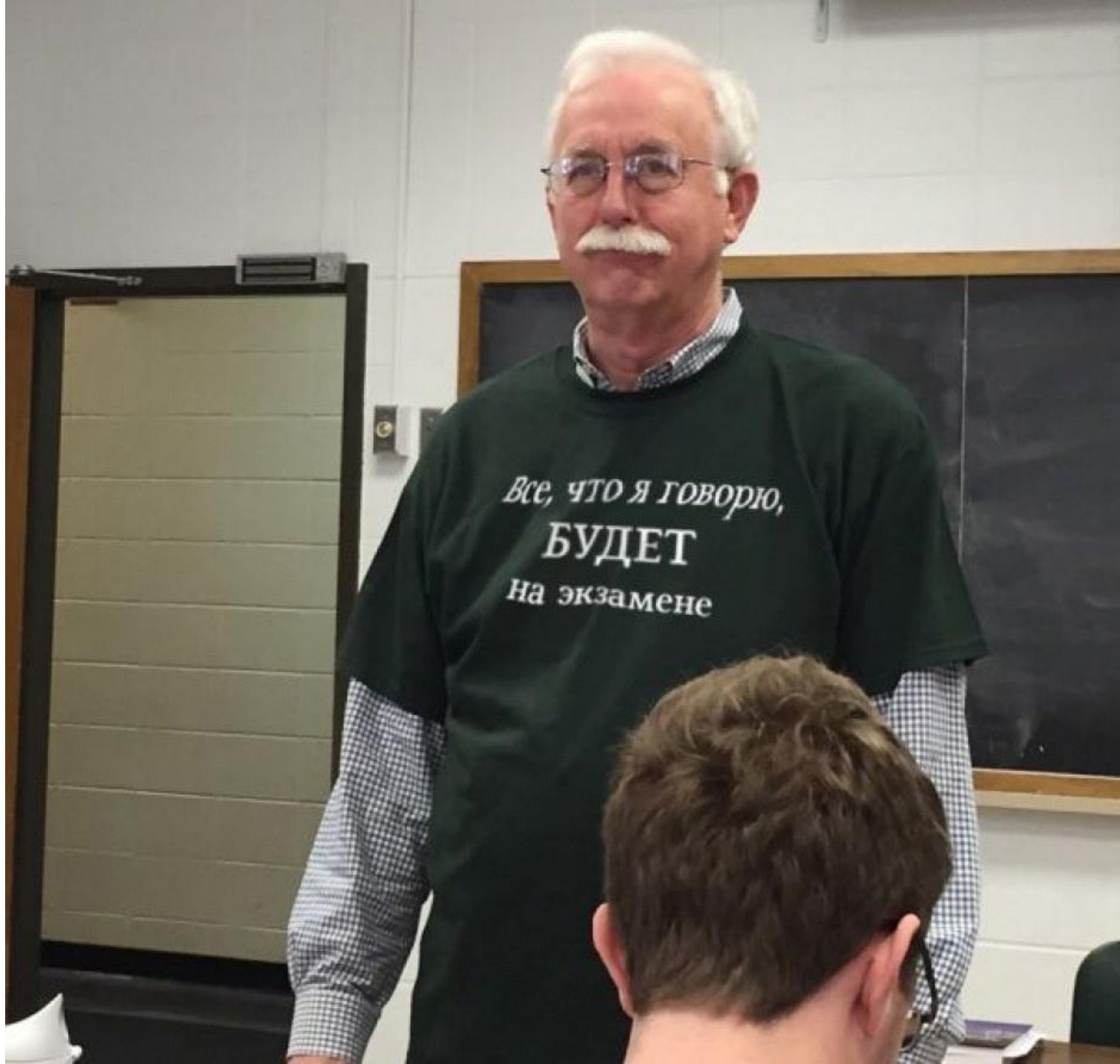
### **навыки:**

- решения задач при проектировании теплового оборудования и энергетических узлов;



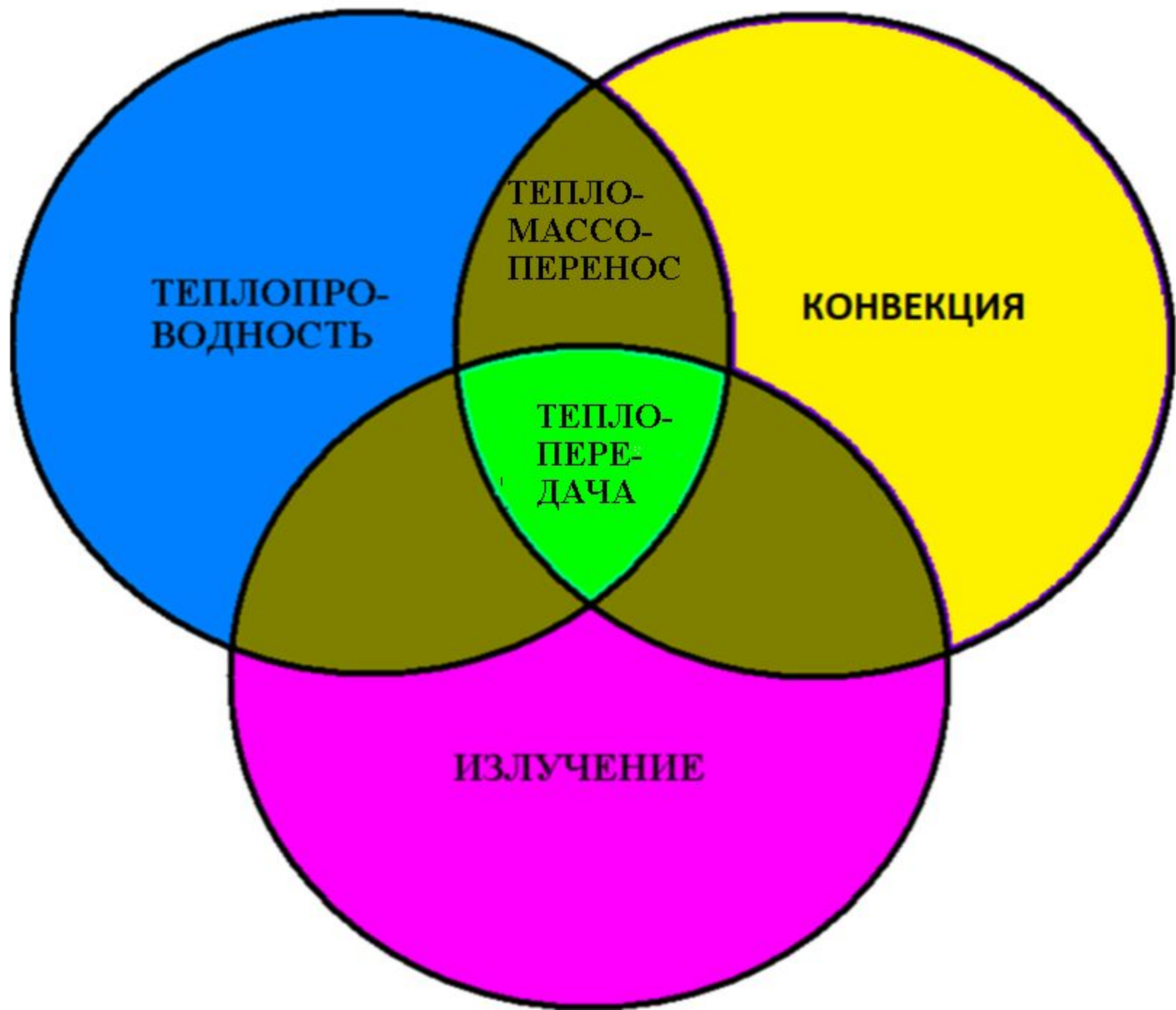
# Литература

- В. В. Нащокин. Техническая термодинамика и теплопередача. М.: Высшая школа, 1980, 74 экз.
- В. В. Сахин. Исследование процессов теплообмена. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2004, эл. рес.
- В. В. Сахин, В. Шалимов. Теплопередача. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2003, эл. рес.
- В. В. Сахин, Е. М. Герлиман, Н. А. Брыков. Теплопередача в примерах и задачах. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, 84 экз.
- В. В. Сахин, Е. М. Герлиман, Н. А. Брыков. Теплопередача в примерах и задачах. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, эл. рес.
- Ю. А. Душин. Термодинамика и тепло-массопередача. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.



*Все, что я говорю,*  
**БУДЕТ**  
*на экзамене*

# Понятия и определения



# Теплообмен (теплопередача)

Это самопроизвольный, необратимый процесс распространения теплоты в пространстве, обусловленный разностью температур.

Различают три элементарных вида теплообмена: теплопроводность, конвекцию и тепловые излучения.



# Теплопроводность

Это процесс переноса тепла,  
осуществляемый в  
результате  
непосредственного контакта  
микрочастиц, обладающих  
различной энергией.

# Конвекция

Это процесс переноса теплоты вследствие пространственного перемещения макрообъемов вещества с различной температурой.

Причем, внутри макрообъемов осуществляется теплообмен теплопроводностью.

# Тепловое излучение

Это процесс переноса теплоты посредством электромагнитного поля с двойным взаимным превращением – теплоты в энергию поля и энергии поля в теплоту при поглощении.

Т.е. Т.И. осуществляется посредством электромагнитных волн (облучения).

# Сложный теплообмен

Это теплообмен,  
осуществляемый в  
результате  
одновременного действия  
теплопроводности,  
конвекции и излучения.

# Температурное поле

Это совокупность мгновенных значений температуры во всех точках пространства. Поле температур является скалярным полем, его уравнение

$$T = T(x, y, z, t)$$

# стационарный тепловой режим

Режим теплообмена, при котором во всех точках пространства температура не изменяется во времени. В этом случае температурное поле называется стационарным (установившемся), ему соответствует уравнение

$$T=T(x, y, z)$$

Стационарное, двухмерное поле.

$$T = T(x, y)$$

Одномерное стационарное поле.

$$T = f(x)$$

Одномерное нестационарное  
поле

$$T = f(x, \tau)$$

Изотермическая  
поверхность

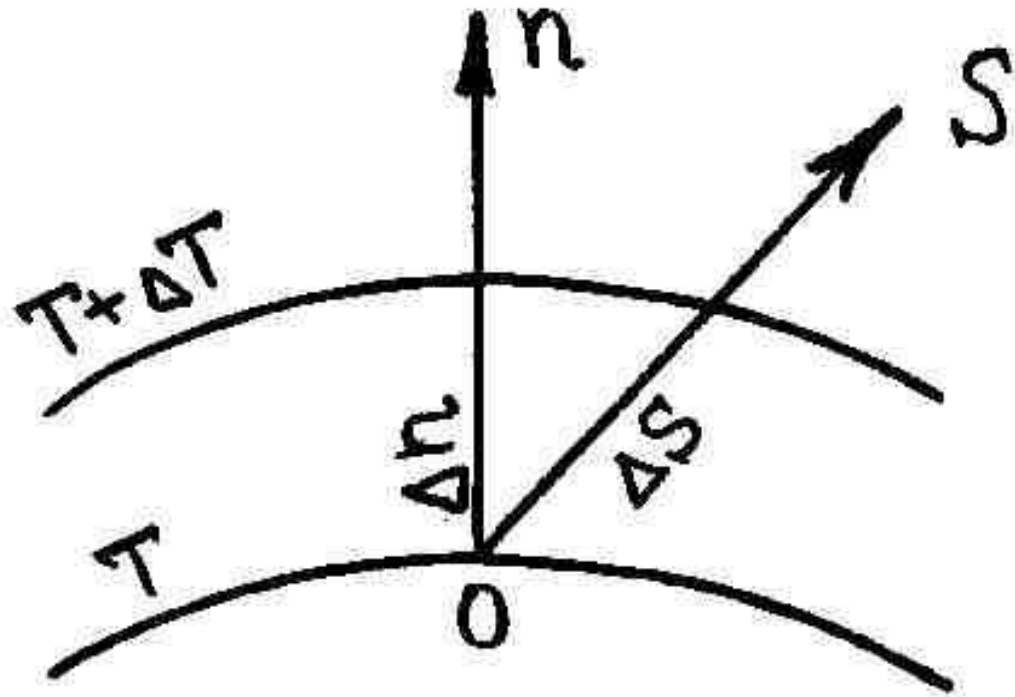
Это геометрическое  
место точек  
пространства, имеющих  
одинаковую  
температуру



# Температурный градиент

Это физическая величина, которая описывает, в каком направлении и с какой скоростью температура меняется наиболее интенсивно в определенном месте

Температурный градиент  
направлен перпендикулярно  
изотермической поверхности



# Температурный градиент

Это предел отношения разности температур на изотермических поверхностях  $\Delta T$  к расстоянию между ними по нормали  $\Delta n$ :

$$\text{grad}T = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta T}{\Delta n} \right) = \frac{\partial T}{\partial n}$$

# Температурный градиент

Это вектор, определенный в каждой точке температурного поля, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и имеющий длину, равную производной от температуры по направлению:

$$\overline{\text{grad}T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \bar{k}$$

# Температурный градиент

является мерой интенсивности изменения температуры.

Таким образом, скалярному полю температур соответствует векторное поле температурных градиентов

# Тепловой поток

Это количество теплоты, участвующее в теплообмене:  $Q$ ,

Плотность теплового потока

Это количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади:  $q$ ,

$$q = \frac{dQ}{dF}$$

Плотность теплового  
потока  $q$  и тепловой  
поток  $Q$  являются  
векторами,  
направленными в  
сторону уменьшения  
температуры.

Основной задачей расчета  
процессов теплообмена  
является в конечном итоге,  
выявление  
количественной  
зависимости между  
распределением  
температуры и тепловыми  
потоками



# Раздел 1

# СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОС ТЬ

# Закон Фурье (1822 г.)

дает связь поля температурных градиентов и поля тепловых Потоков.

Он устанавливает, что тепловой поток, переносимый теплопроводностью, пропорционален температурному градиенту.

# Закон Фурье

$$\bar{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T$$

$$Q = -\lambda \text{grad}T \cdot F$$

$$\overline{\text{grad}T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \bar{k}$$

# Коэффициент теплопроводности

$\lambda$  Вт/(м<sup>0</sup>К).

Коэффициент  $\lambda$  это физический параметр, характеризующий способность вещества проводить теплоту.

Он численно равен количеству тепла, проходящему через единицу изотермической поверхности в единицу времени по нормали к ней в сторону уменьшения температуры при условии, что градиент температуры в рассматриваемой точке равен 1 К/м.

# Зависимость $\lambda = \lambda(T)$

Для большинства веществ зависимость

$$\lambda = \lambda(T)$$

имеет линейный характер.

У газов, а также твердых теплоизоляторов и огнеупорных материалов при увеличении температуры  $\lambda$  возрастает, у других (большинства чистых металлов и жидкостей) убывает.

# Численные значения коэффициента теплопроводности

- Для газов  $\lambda = 0,05 \div 0,5 \text{ Вт}/(\text{м}^0\text{К})$ ;
- Для капельных жидкостей  $\lambda = 0,07 \div 0,7 \text{ Вт}/(\text{м}^0\text{К})$ ;
- Для диэлектриков  $\lambda = 0,02 \div 0,3 \text{ Вт}/(\text{м}^0\text{К})$ ;
- Для металлов  $\lambda = 2 \div 450 \text{ Вт}/(\text{м}^0\text{К})$ .
  
- Вещества, имеющие коэффициент теплопроводности  $\lambda \leq 0,25 \text{ Вт}/(\text{м}^0\text{К})$  используются в качестве теплоизоляторов для снижения тепловых потерь, для тепловой защиты.

## Механизм теплопроводности

**В газах** передача энергии осуществляется при столкновении частиц, совершающих поступательное движение.

Из молекулярно-кинетической теории

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho c_v L \bar{W}$$

$\rho$ - плотность;

$c_v$ - теплоемкость;

$L$ - средняя длина свободного пробега молекул;

$\bar{W} = \sqrt{3RT/M}$  - средняя скорость молекул

**$(L \sim 1/P), (\rho \sim P).$**

Поэтому  **$L \cdot \rho \sim const$**

**теплопроводность газов слабо зависит от давления.**

воздух  $\sim 0,03$  Вт/(м К)

## Механизм теплопроводности

**В жидкостях** энергия переносится в процессе упругих столкновений колеблющихся частиц.

Из молекулярно-кинетической теории для обычных жидкостей:

$$\lambda = A \frac{c_p \rho^{4/3}}{M^{1/3}}$$

$A$  - коэффициент, пропорциональный скорости упругих волн в жидкости;

$M$  - молекулярный вес.

Для обычных, слабо ассоциированных жидкостей

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} < 0 \quad \text{и поэтому} \quad \frac{\partial \lambda}{\partial t} < 0$$

вода ~0,6 Вт/(м К) при 20 °С, натрий ~75 Вт/(м К) при 300 °С



## Механизм теплопроводности

**В твердых телах** механизм переноса энергии связан с характером теплового движения атомов. Твердое тело - совокупность атомов, совершающих колебания. Эти колебания не зависят друг от друга и передаются (со скоростью звука) от одних атомов к другим.

$$\lambda = \lambda_{\phi} + \lambda_e$$

Фононная составляющая так же, как и для газов:

$$\lambda_{\phi} = \frac{1}{3} \rho C_v L c$$

$c$  - скорость звука;  $L \sim 1/T$ ,

$$\lambda_{\phi} \sim T^{-1}$$

Электронная составляющая

$$\lambda_e \approx \sigma \cdot L_0 \cdot T$$

$$L_0 = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k}{e} \right)^2 - \text{постоянная Лоренца;}$$

$k$  - постоянная Больцмана;

$e$  - заряд электрона

$\sigma$  - электропроводность

серебро  $\sim 430$  Вт/(м К), медь  $\sim 400$  Вт/(м К)

## Механизм теплопроводности

Теплопроводность твердых неметаллических материалов зависит от:

- структуры,
- пористости,
- влажности и т.д.

Пример: сухой кирпич  $\lambda = 0,35 \text{ Вт/(м.К)}$  ,  
влажный  $\lambda = 1,0 \text{ Вт/(м.К)}$

Этот эффект связан с конвективным переносом тепла и с капиллярным движением жидкости внутри пор.

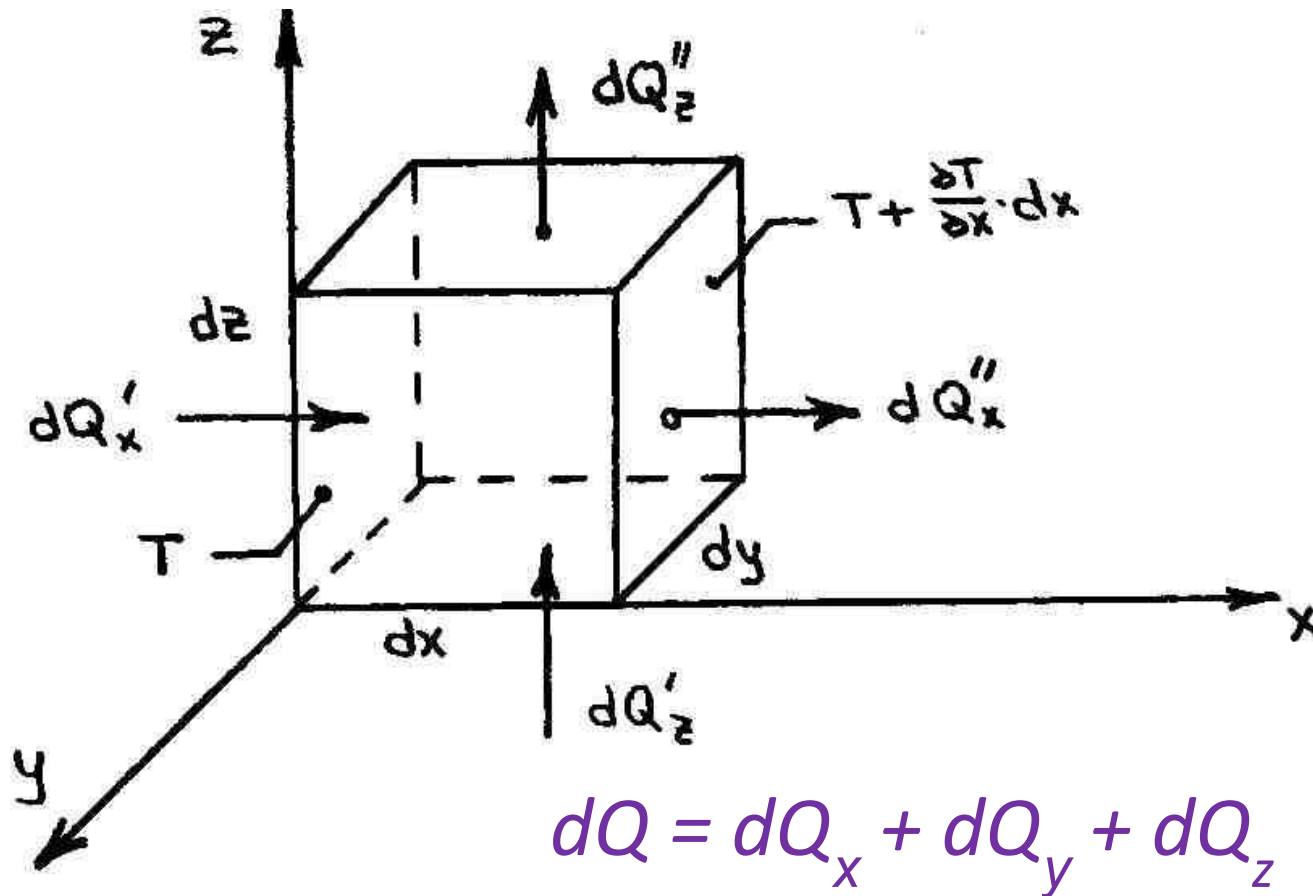
Теплоизоляционные материалы - коэффициент теплопроводности менее  $0,2 \text{ Вт/(м.К)}$

# Дифференциално уравнение теплопроводност и

# Допущения:

- 1) среда – однородная и изотропная;
- 2) внутренние источники тепла отсутствуют;
- 3) конвекция отсутствует (среда неподвижная);
- 4) физические параметры среды ( $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$ ) постоянны

# К выводу дифференциального уравнения теплопроводности



$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

$$dQ_i = dQ'_i - dQ''_i$$

# Внутренняя энергия выделенного объема

может изменяться только за счет теплообмена с окружающей средой

$$dU = dQ,$$

где  $dU$  – изменение внутренней энергии элемента за время  $dt$ , Дж;

$dQ$  – количество теплоты, которым элемент обменивается с окружающей средой за то же время, Дж.

Величина  $dQ$  является суммой трех слагаемых, которые выражают тепловые потоки, поступающие в элемент (или из него) по направлению осей координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

Каждое из слагаемых можно представить как разность между потоками, входящими в элемент и выходящими из него в соответствующем направлении.

$$dQ_x = dQ_x' - dQ_x'',$$

где  $dQ_x'$  – количество теплоты, вошедшего в элемент среды за время  $dt$  в направлении оси  $X$ ;

$dQ_x''$  – количество теплоты, вышедшее из элемента в том же направлении за тот же промежуток времени;

$dQ_x$  – количество теплоты, пошедшее на изменение внутренней энергии элемента за счет теплового потока, направленного вдоль оси  $X$ ;



$$dQ = q dF dt,$$

Температуры на гранях имеют  
значение

*на левой (вход):*

$$T$$

*на правой (выход):*

$$T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$$

# Исходя из закона

## Фурье

$$\bar{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T$$

$$Q = -\lambda \text{grad}T \cdot F$$

$$\overline{\text{grad}T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \bar{k}$$

получаем:

$$dQ'_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydzdt$$

$$dQ''_x = -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) dydzdt$$

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dVd\tau$$

Аналогично получаем  $dQ$   
по осям  $Y$  и  $Z$ .

Далее, суммируя их,  
получаем общее  
количество теплоты,  
затраченное на  
изменение температуры  
объема  $dV$ .

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

$$dU = c \cdot dM \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau$$

$$c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

$$\nabla^2 T = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Дифференциальное  
уравнение  
теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T$$

# Коэффициент температуропроводности

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a$$



коэффициент  
температуропроводности

$$\text{м}^2/\text{с}$$

Характеризует теплоинерционные свойства вещества, т.е. его способность с той или иной скоростью изменять свою температуру при подводе или отводе тепла, является физическим параметром вещества.

# Дифференциальное уравнение Фурье

относится к числу общих уравнений. Чтобы получить из бесконечного множества решений единственное, отвечающее конкретным условиям задачи, необходимы дополнительные условия – условия однозначности решения

# УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТ И

Условия однозначности  
(единственности) решения состоят из  
величин, учитывающих индивидуальные  
различия процессов, т.к. развитие  
процесса зависит от:

- физических характеристик рассматриваемой системы,
- состояния системы к моменту возникновения процесса,
- особенностей воздействия внешней среды.

# Условия однозначности

- геометрические, характеризующие форму и размеры системы, в которой протекает процесс;
- физические, учитывающие физические параметры среды ( $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$  и т.д.)
- начальные (временные), описывающие распределение температуры в начальный момент времени;
- граничные, отражающие влияние окружающей среды на процесс.

## Граничные условия

Граничные условия требуют сопряжения температурных полей и тепловых потоков на границах тела с окружающей средой:

*I рода* – задание на границе  
распределения температуры:  $t = f_1(x, y, z, \tau)$

в простейшем случае  $t_w = const$

---

*II рода* – задание на границе  
плотности теплового потока:  $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = f_2(x, y, z, \tau)$

т.е. задание распределения  
градиента температуры на границе

---

*III рода* – задание условий  
теплообмена  
коэффициента теплообмена):  $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = \alpha (t_w - \bar{t}_f)$

---

# Способы задания однозначности

I рода:

$$T = T(x, y, z, t);$$

II рода:

$$q = q(x, y, z, t);$$

III рода (твердая стенка – жидкость):

$$\alpha(T_c - T_{ж}) = -\lambda_{ТВ} \left( \frac{\partial T_c}{\partial n} \right)_c \quad \text{ил} \quad \left( \frac{\partial T_c}{\partial n} \right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda_{ТВ}} (T_c - T_{ж})$$

и

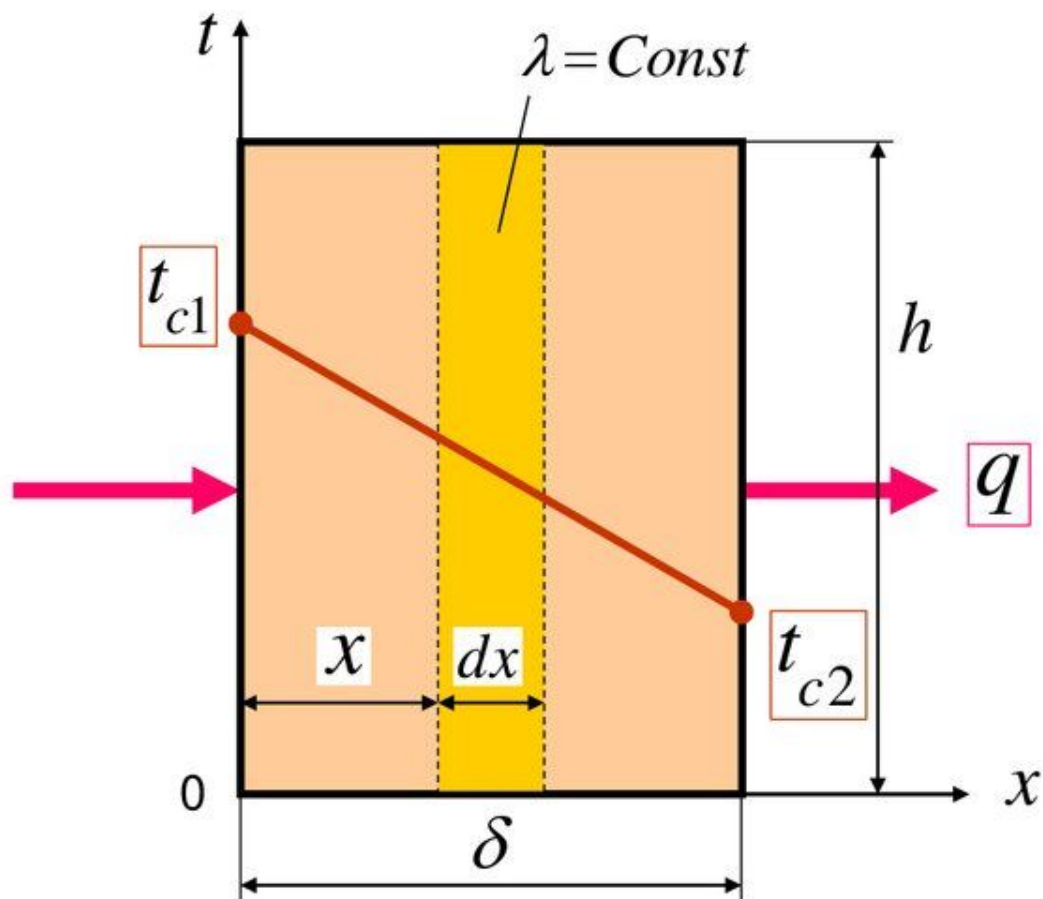
IV рода (твердая стенка – твердая стенка):

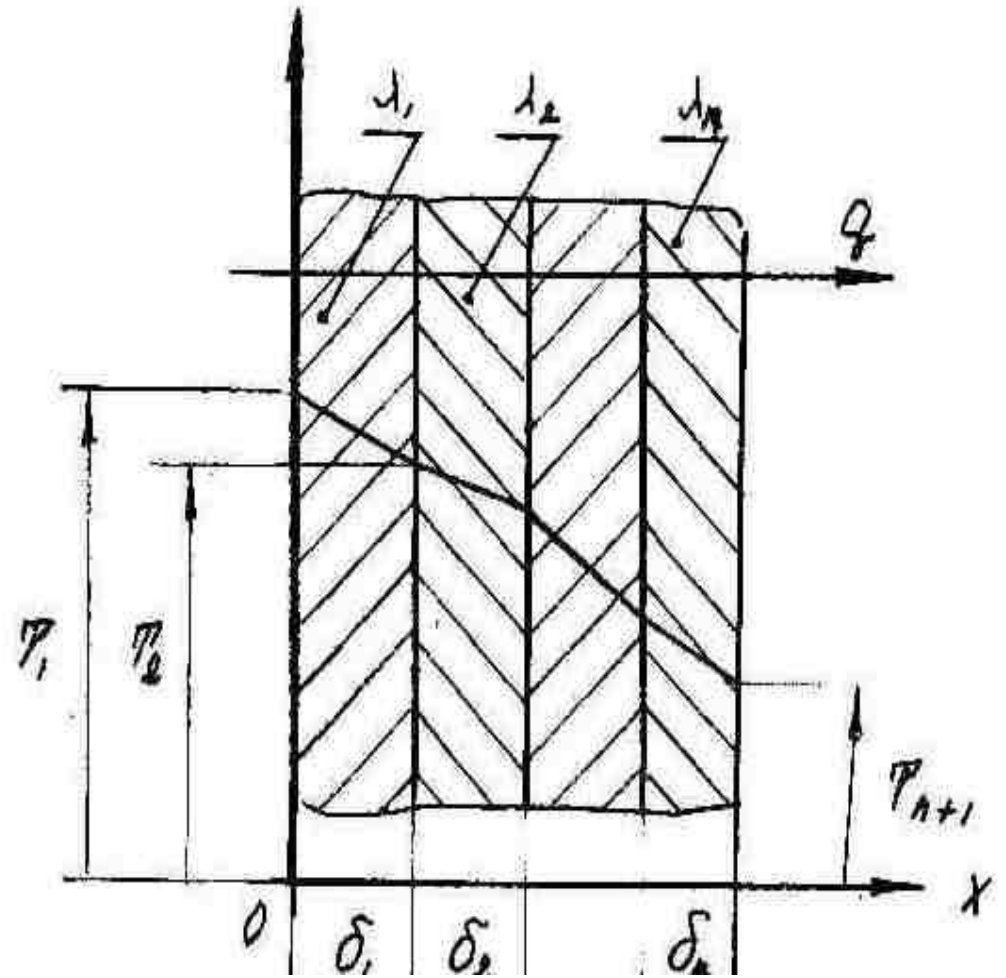
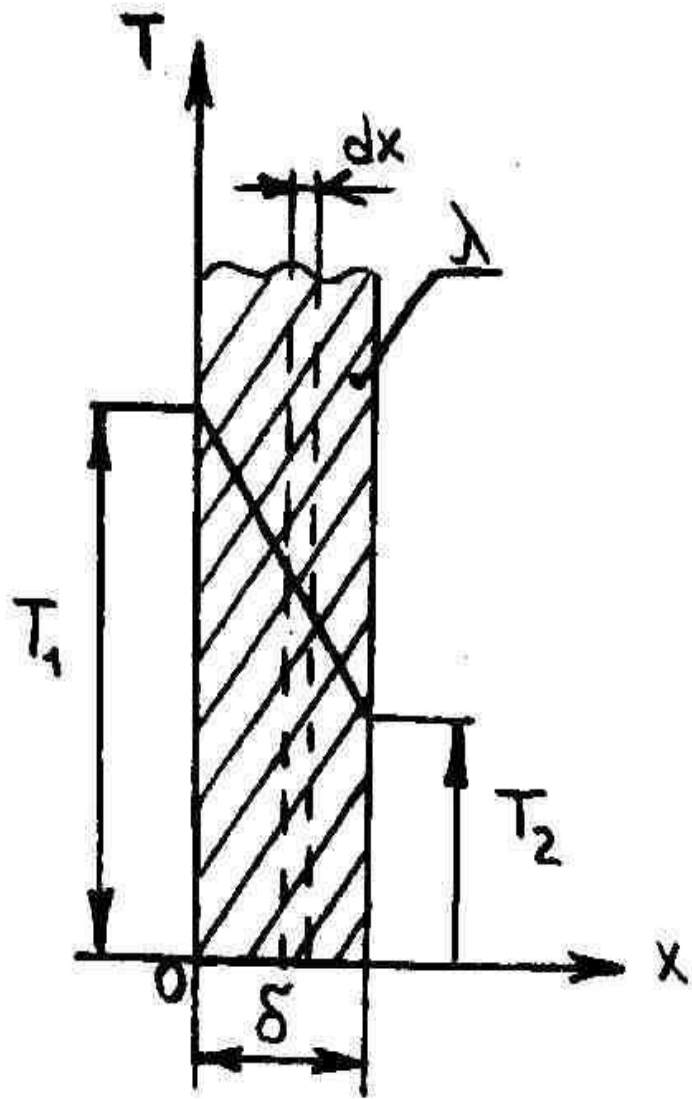
$$\lambda_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial n} \right)_c = \lambda_2 \left( \frac{\partial T_2}{\partial n} \right)_c$$

# Теплопроводнос ть плоской стенки



# Теплопроводность через однослойную плоскую стенку при граничных условиях первого рода





Дифференциальное уравнение теплопроводности (выведено ранее)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T$$

$$\nabla^2 T = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

# Теплопроводность плоской однослойной стенки

Температурное поле стационарное,  
одномерное:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

Первое интегрирование:  $\frac{dT}{dx} = C_1; \quad dT = C_1 dx$

Второе  
интегрирование:

$$T = C_1 x + C_2$$

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x$$

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda C_1 = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\delta}$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (T_1 - T_2)$$

# Теплопроводность многослойной плоской стенки

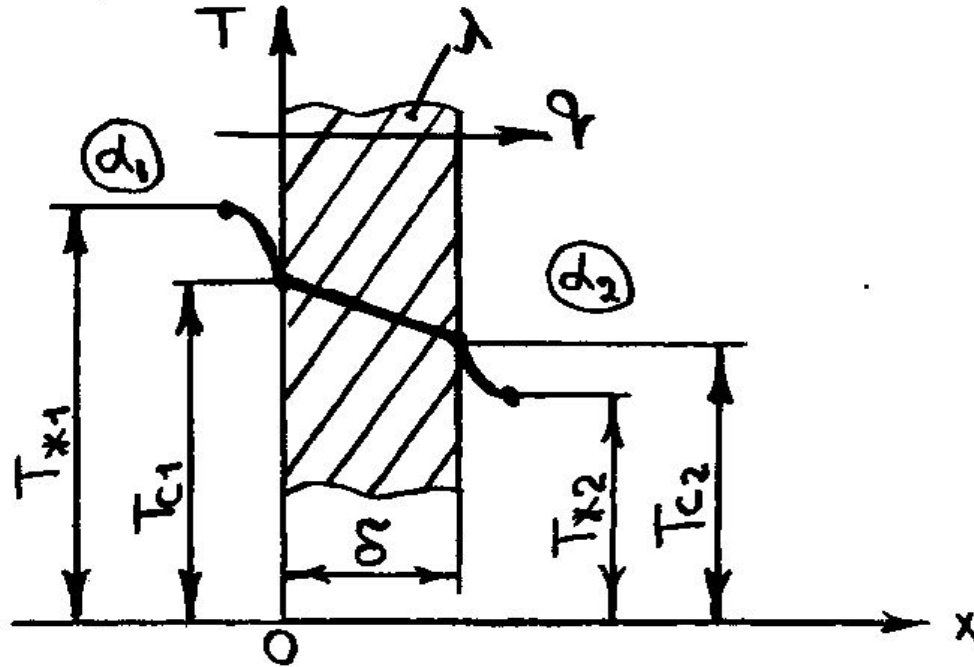
$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_2 - T_3) = \dots = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (T_n - T_{n+1})$$

$$T_1 - T_2 = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} \quad T_2 - T_3 = q \frac{\delta_2}{\lambda_2} \quad T_n - T_{n+1} = q \frac{\delta_n}{\lambda_n}$$

$$T_1 - T_{n+1} = q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right) = q \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

$$q = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad T_n = T_1 - q \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

# Теплопередача через плоскую стенку



$$q = \alpha_1 (T_{жс1} - T_{с1})$$

$$q = \alpha_2 (T_{с2} - T_{жс2})$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (T_{с1} - T_{с2})$$

частные температурные  
напоры

$$T_{ж1} - T_{c1} = q \frac{1}{\alpha_1}$$

$$T_{c2} - T_{ж2} = q \frac{1}{\alpha_2}$$

$$T_{c1} - T_{c2} = q \frac{\delta}{\lambda}$$

$$T_{ж1} - T_{ж2} = q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)$$



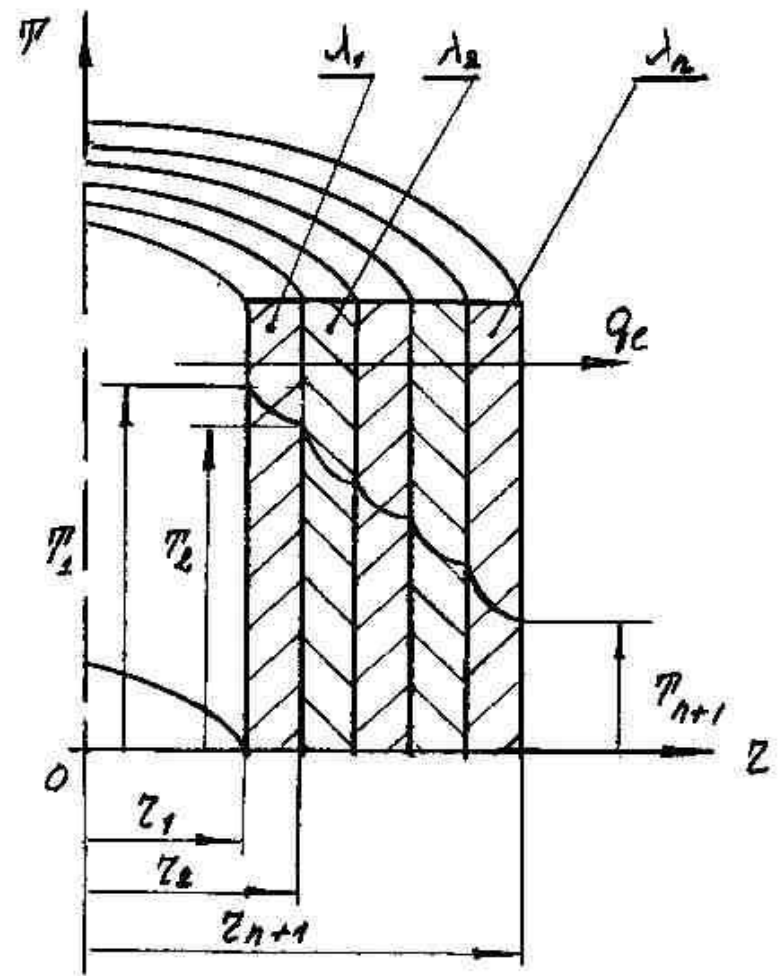
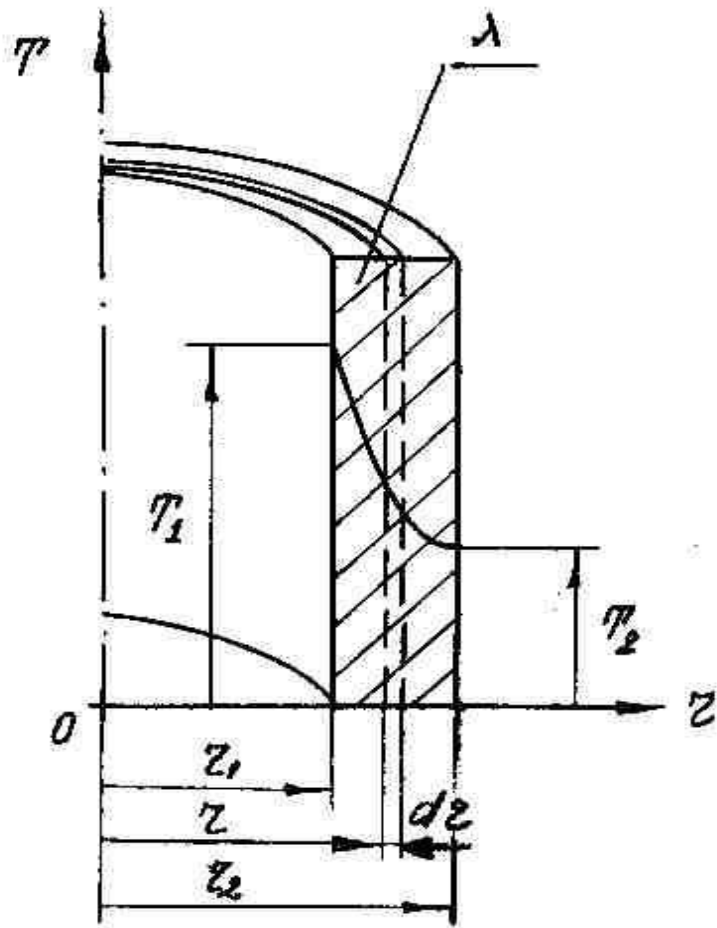
$$q = \frac{T_{\text{ж}1} - T_{\text{ж}2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = K(T_{\text{ж}1} - T_{\text{ж}2})$$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad R_T = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_{\lambda 1} + R_{T 2} + R_{\lambda 3}$$

$$T_{c1} = T_{\text{ж}1} - q \frac{1}{\alpha_1};$$

$$T_{c2} = T_{\text{ж}2} + q \frac{1}{\alpha_2} = T_{\text{ж}1} - q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right)$$

# Теплопроводность цилиндрической стенки



$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} F = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r l$$

**Для однослойной цилиндрической  
стенки:**

$$q_l = \frac{Q}{l} = -\lambda 2\pi r l \frac{dT}{dr}$$

$$dT = -\frac{q_l}{2\pi\lambda} \frac{dr}{r} \quad T = -\frac{q_l}{2\pi\lambda} \ln r + C$$

$$q_l = \frac{2\pi}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}} (T_1 - T_2)$$

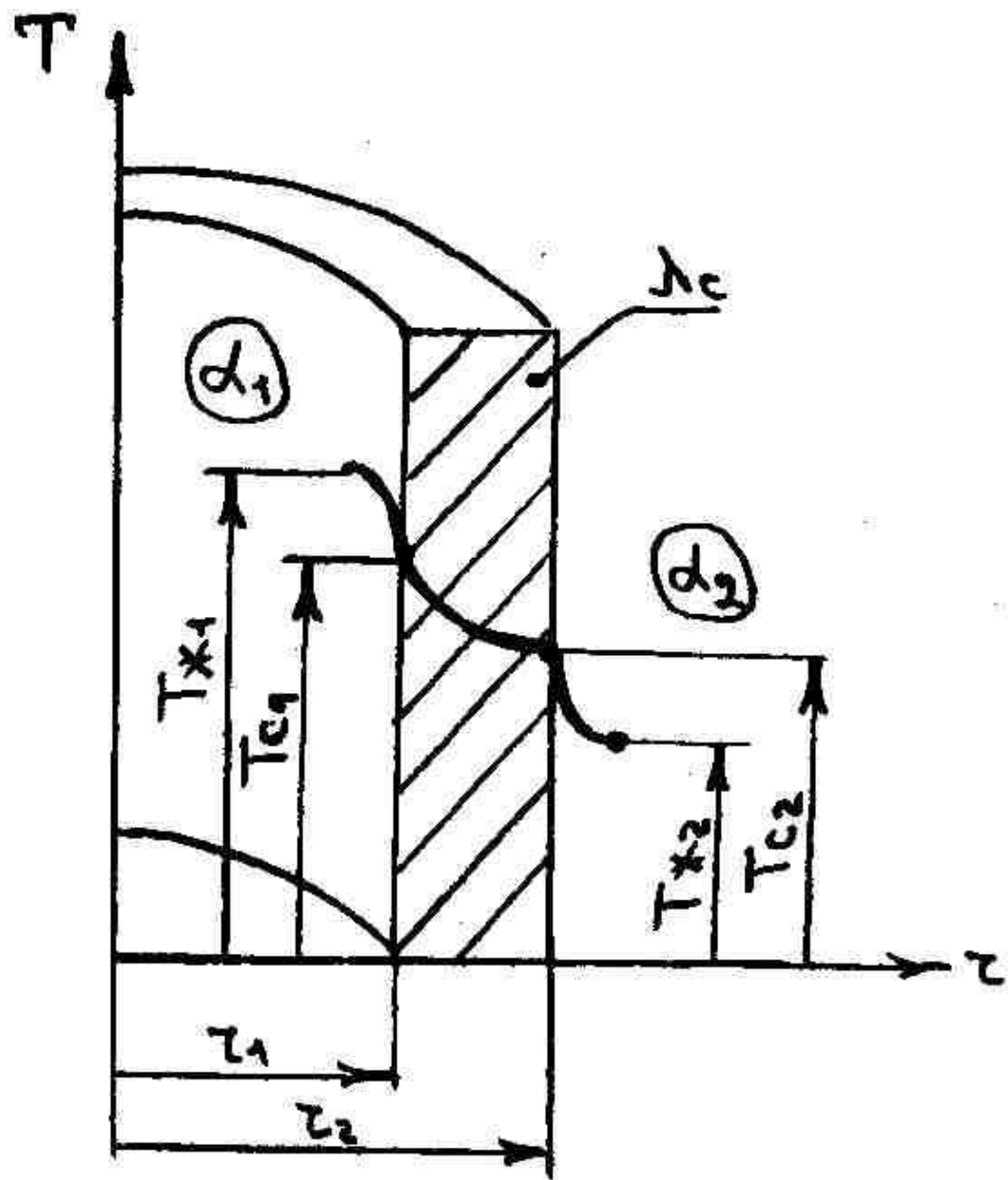
# Для многослойной цилиндрической стенки

$$T_1 - T_{n+1} = \frac{q_l}{2\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

$$q_l = \frac{2\pi(T_1 - T_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

$$T_n = T_1 - \frac{q_l}{2\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

Теплопередача  
через  
цилиндрическую  
стенку



$$q_l = \alpha_1 2\pi r_1 (T_{ж1} - T_{c1})$$

$$q_l = \frac{2\pi (T_{c1} - T_{c2})}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_1}{r_2}}$$

$$q_l = \alpha_2 2\pi r_2 (T_{c2} - T_{ж2})$$



$$T_{ж1} - T_{c1} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_1 r_1}$$

$$T_{c1} - T_{c2} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$T_{c1} - T_{ж2} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{ж1} - T_{ж2} = \frac{q_l}{2\pi} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2} \right)$$

$$K_l = \left( \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2} \right)^{-1}$$

$$q_l = K_l \cdot 2\pi (T_{ж1} - T_{ж2}) = \frac{2\pi (T_{ж1} - T_{ж2})}{R_l}$$

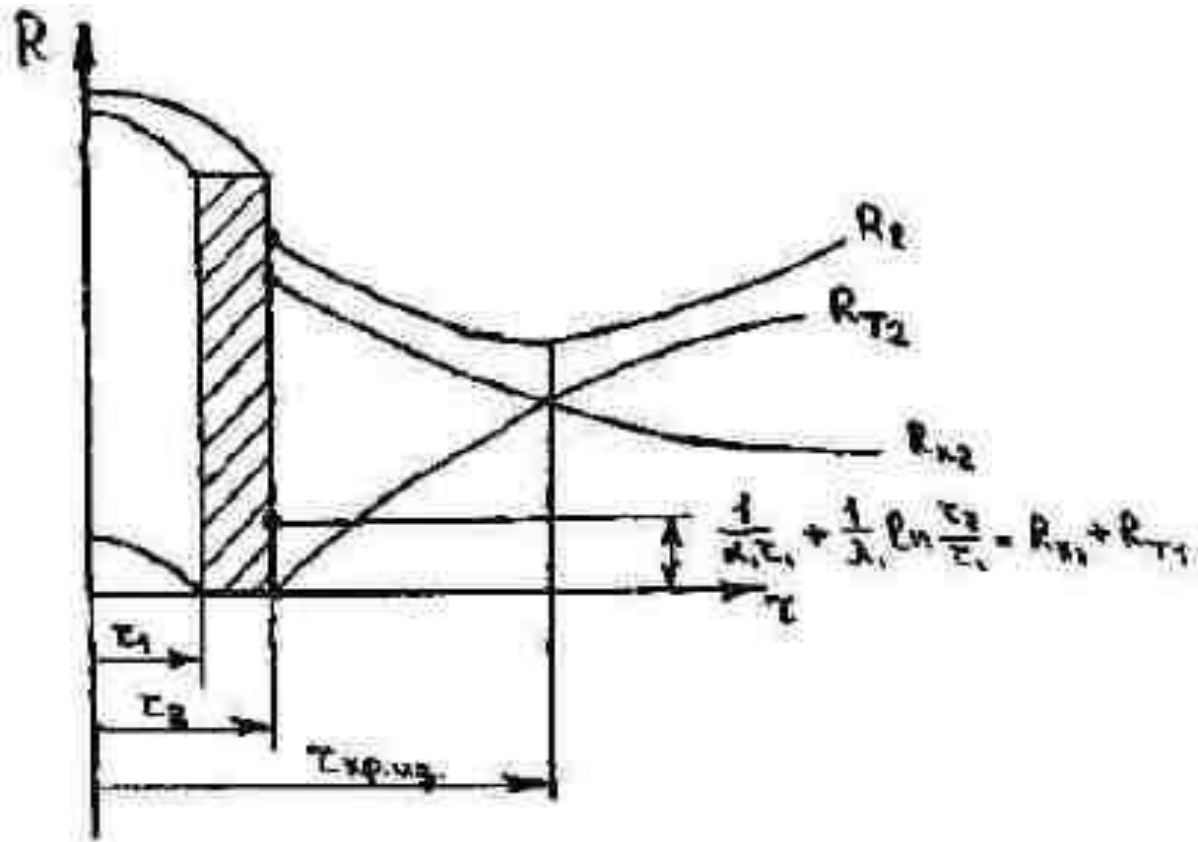
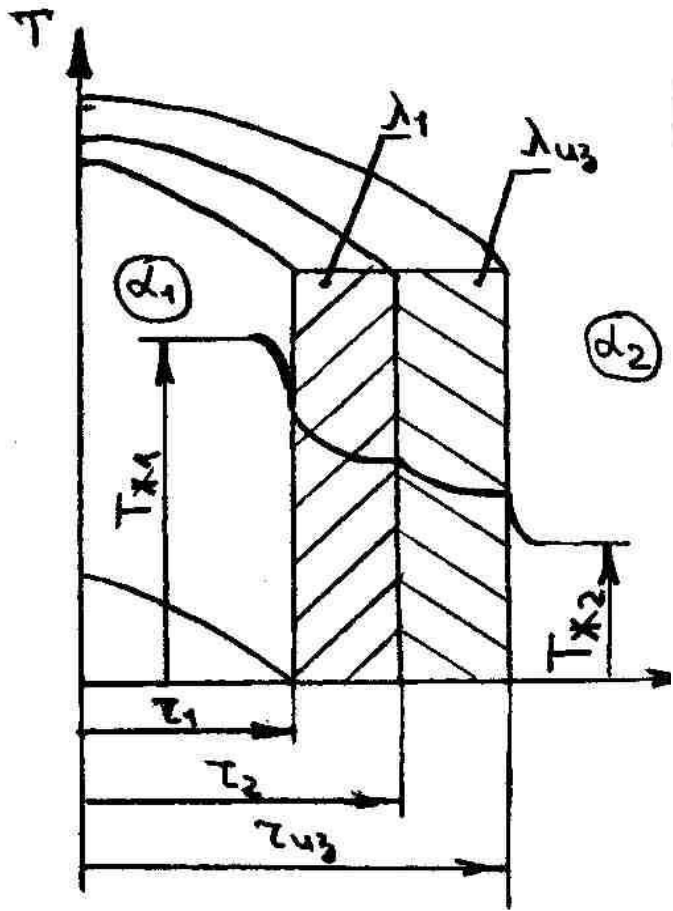
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{c1} = T_{\text{ж}1} - \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_1 r_1}$$

$$T_{c2} = T_1 - \frac{q_l}{2\pi} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} \right) = T_{\text{ж}2} + \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

**Тепловая  
ИЗОЛЯЦИЯ.  
Критический  
радиус  
ИЗОЛЯЦИИ.**



$$\frac{1}{\lambda_1 \tau_1} + \frac{1}{\lambda_2 \tau_2} + \frac{1}{\lambda_{u3} \tau_{u3}} = R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda u3}$$

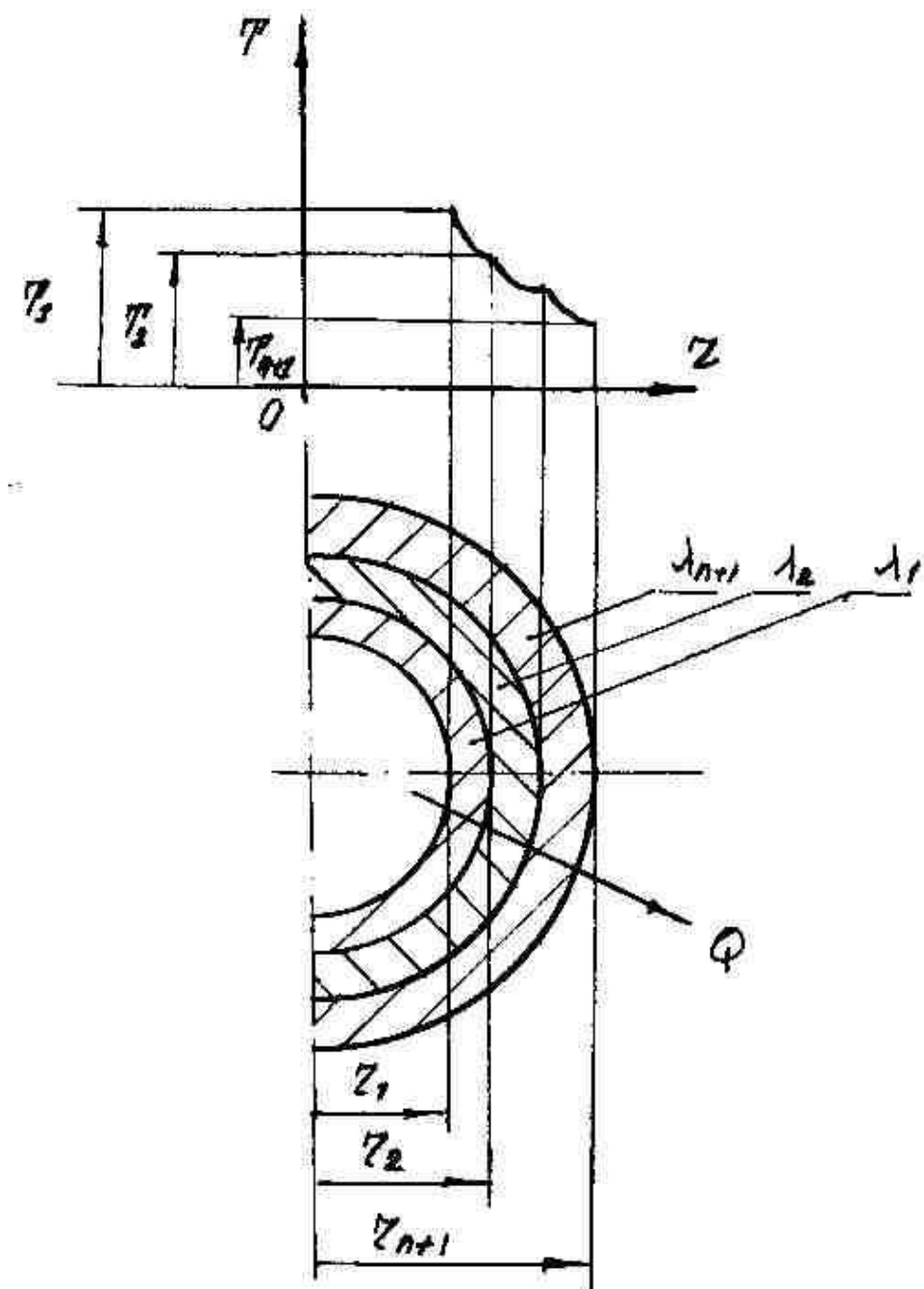
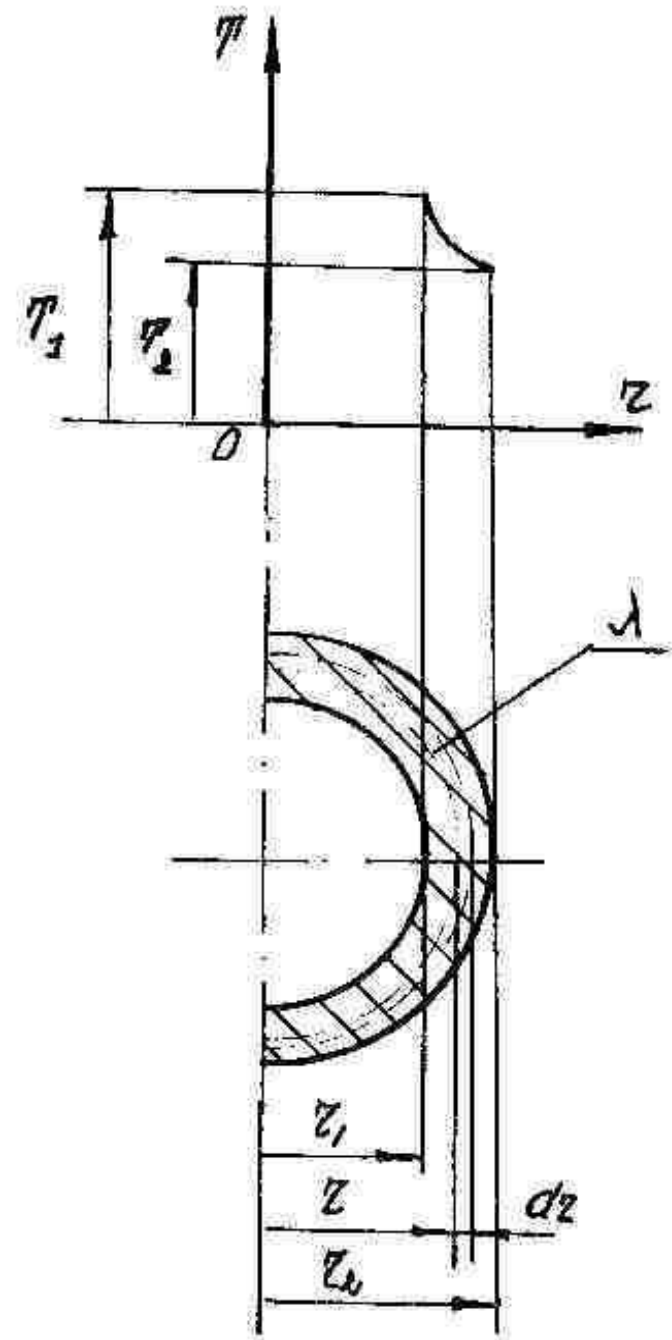
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_{u3}} \ln \frac{r_{u3}}{r_2} + \frac{1}{\alpha_2 r_{u3}} = R_{\kappa 1} + R_{T1} + R_{T2} + R_{\kappa 2}$$

$$r_{\kappa p. u3} = \frac{\lambda_{u3}}{\alpha_2}$$

$$\lambda_{u3} \leq \alpha_2 r_2$$

$$r_{\kappa p u3} \leq \alpha_2 r_2$$

# Теплопроводнос ть сферической СТЕНКИ





**Для однослойной  
стенки**

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} F = -\lambda \frac{dT}{dr} 4\pi \cdot r^2$$

$$dT = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{dr}{r^2}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$Q = \frac{4\pi(T_1 - T_2)}{\frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$$

$$T = T_2 - \frac{Q}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

## Для многослойной стенки

$$Q = \frac{4\pi(T_1 - T_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)}$$

$$T_n = T_1 - \frac{Q}{4\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_n} \right)$$

# Теплопередача через сферическую стенку

$$Q = \alpha_1 4\pi r_1^2 (T_{\text{ж}1} - T_{c1})$$

$$Q = \frac{4\pi(T_{c1} - T_{c2})}{\frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$$

$$Q = \alpha_2 4\pi r_2^2 (T_{c2} - T_{\text{ж}2})$$

$$Q_4 = \frac{4\pi(T_{\text{ж}1} - T_{\text{ж}2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}} = \frac{4\pi(T_{\text{ж}1} - T_{\text{ж}2})}{R_{cp}} = K_{cp} 4\pi(T_{\text{ж}1} - T_{\text{ж}2})$$

$$R_{cp} = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$R_{cp} = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{c1} = T_{жс1} - \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{\alpha_1 r_1^2}$$

$$T_{c2} = T_{жс2} + \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{\alpha_2 r_2^2}$$

Радиус критической изоляции шара

$$r_{\text{из}} = 2\lambda_{\text{ст}}/K_{\text{ш}}$$

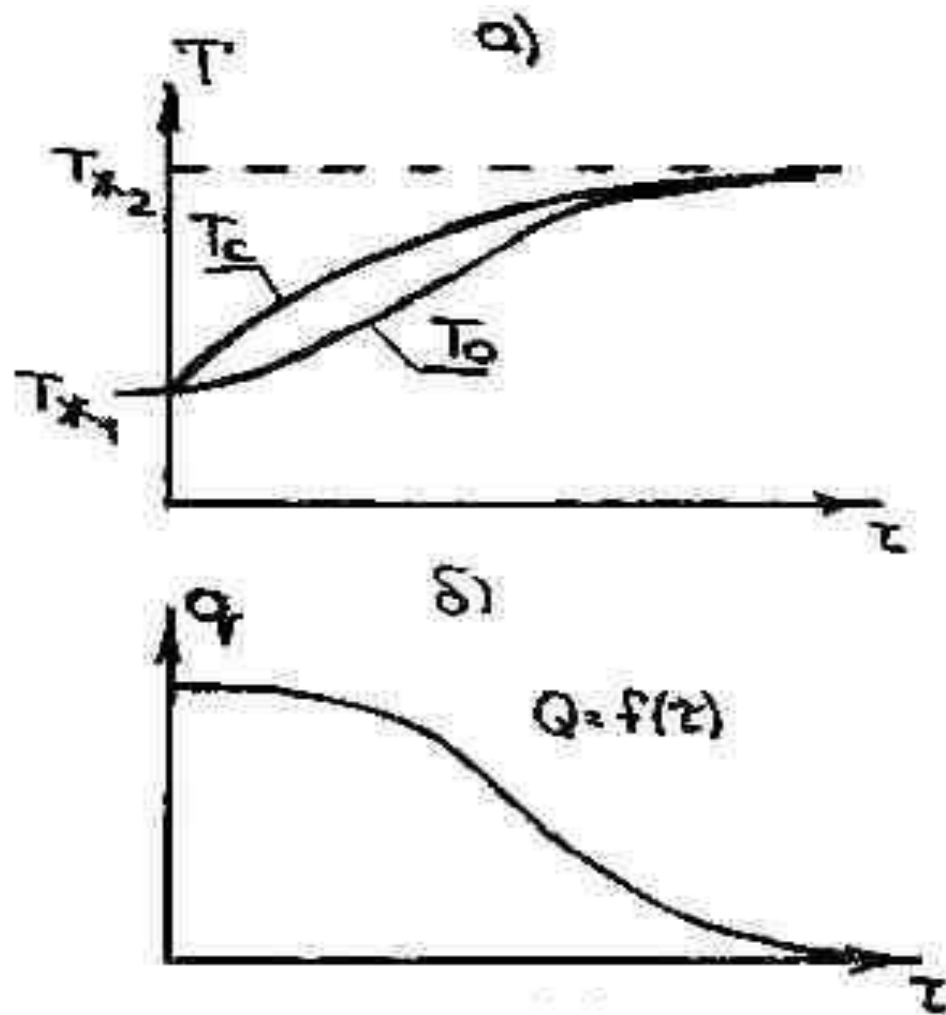
# Нестационарная теплопроводность ь



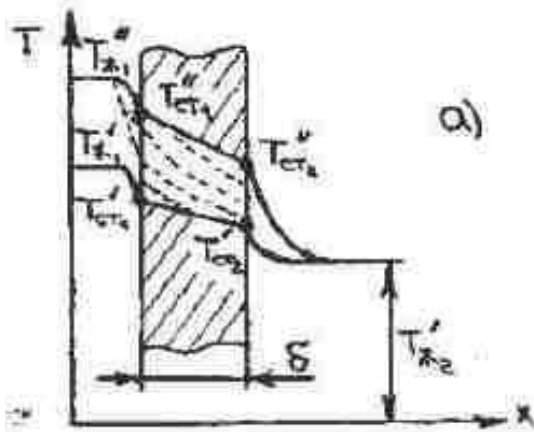
# Понятие «нестационарная теплопроводность»

При нестационарном тепловом режиме температурное поле изменяется во времени.

Нестационарность тепловых процессов обуславливается изменением внутренней энергии тела и всегда связана с явлением его прогрева или охлаждения.

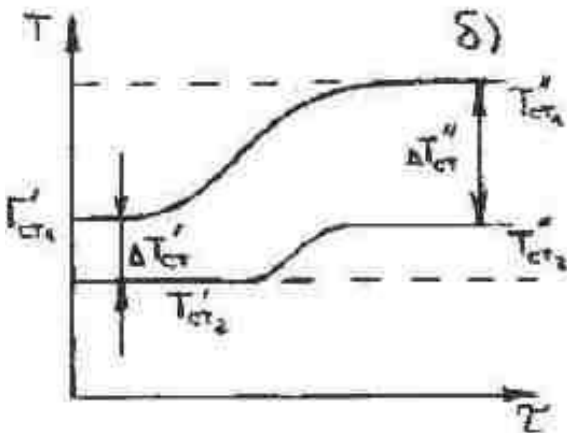


характер изменения температур и количества переданной теплоты во времени

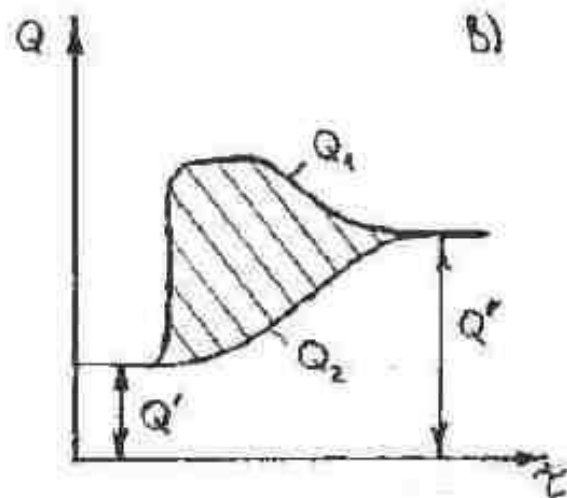


Рассмотрим процесс теплопередачи через стенку.

Пусть вначале процесс был стационарным, температура горячей жидкости  $T'_{ж1}$ , холодной  $T''_{ж2}$ , стенок  $T''_{с1}$  и  $T''_{с2}$  (рис. а). Если теперь изменить режим, например, сразу резко изменить (увеличить) температуру горячей среды  $T''_{ж1}$ , то на некоторое время процесс становится нестационарным. Температурная кривая  $T'_{ж1} - T''_{с1} - T'_{с2} - T''_{ж2}$  будет изменяться до тех пор, пока снова не установится стационарный режим  $T''_{ж1} - T''_{с1} - T''_{с2} - T''_{ж2}$ .



Изменение во времени  $T_{с1}$  и  $T_{с2}$  отдельно представлено на рис. б.



О характере изменения во времени количества передаваемой теплоты для рассматриваемого случая дают представление кривые на рис. б. Здесь  $Q'$  и  $Q''$  – тепловые потоки при стационарных режимах,  $Q_1$  и  $Q_2$  – тепловые потоки через горячую и холодную поверхности при нестационарном режиме.

Нестационарный тепловой процесс всегда связан с изменением внутренней энергии тела и им обуславливается.

Так как скорость изменения энергии прямо пропорциональна способности материала проводить теплоту (то есть коэффициенту теплопроводности  $\lambda$ ) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (то есть, объемной теплоемкости  $c\rho$ ), то в целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется коэффициентом температуропроводности :

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}$$

## В задачах нестационарной теплопроводности выделяют три характерных режима.

I режим. Начальный. Охватывает начало процесса, когда существенно влияние начальных условий, при этом характерной особенностью является распространение температурных возмущений в пространстве и захват все новых и новых слоев тела. Скорость изменения температуры в отдельных точках при этом различна, поле температур сильно зависит от начального состояния, которое, вообще говоря, может быть различным.

II режим. Регулярный. С течением времени влияние начальных неравномерностей (условий) сглаживается и относительная скорость изменения температуры во всех точках становится постоянной.

III режим. Стационарный. По прошествии длительного времени – аналитически по истечении бесконечного времени, наступает третий, стационарный режим, характерной особенностью которого является постоянство температур во времени. Если при этом температура во всех точках одинакова и равна температуре окружающей среды, то это состояние теплового равновесия.

Решить задачу нестационарной теплопроводности – значит найти зависимость изменения температуры и количества тепла для любой точки тела. Такие зависимости могут быть получены:

- аналитическим способом,
- экспериментальными способами
- методами численного моделирования (путем решения дифференциального уравнения теплопроводности).

**Расчет нагрева  
и остывания  
термически  
тонких тел**



Наиболее простым но достаточно часто распространенным является случай, когда удельное тепловое сопротивление теплоотдачи  $1/\alpha$  от греющей среды к телу значительно больше термического сопротивления переноса теплоты теплопроводностью внутри тела от его поверхности к середине  $\delta/\lambda$ , то есть

$$\alpha \ll \lambda/\delta$$

где  $\delta$  – половина толщины тела (пластины) или радиус (шара и цилиндра), а для тел сложной формы – половина наибольшего линейного размера.

При выполнении данного условия тело называют термически тонким.

В каждый момент времени температура  $T$  внутри такого тела успевает выровняться за счет интенсивного переноса теплоты теплопроводностью. Таким образом, величина  $T$  зависит только от времени и не зависит от координат.

Рассмотрим термически тонкое тело произвольной формы, объемом  $V$ , все точки которого охлаждаются за счет теплоотдачи с одинаковой скоростью  $dT/dt$ . За время  $d\tau$  тело отдает количество теплоты:

$$dQ = -c\rho V \left( \frac{dT}{d\tau} \right) d\tau \qquad dQ = \alpha F (T - T_{\text{жс}}) d\tau$$

$$-c\rho V dT = \alpha F (T - T_{\text{жс}}) d\tau$$

$$\vartheta = T - T_{жс}$$

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{\alpha F}{c\rho V} d\tau$$

$$\ln \vartheta = -\frac{\alpha F \tau}{c\rho V} + C$$

Согласно начальным условиям: при  $\tau = 0$

$$\vartheta = T_0 - T_{жс} = \vartheta_0$$

$$C = \ln \vartheta_0$$

$$\ln \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = -\frac{\alpha F}{c\rho V} \tau$$

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \exp\left(-\frac{\alpha F \tau}{c\rho V}\right)$$

Таким образом, избыточная температура термически тонкого тела с течением времени уменьшается экспоненциально от начальной температуры до нуля при  $\tau \rightarrow \infty$  и тем быстрее, чем больше комплекс

$$\left(\frac{\alpha F}{c\rho V}\right)$$

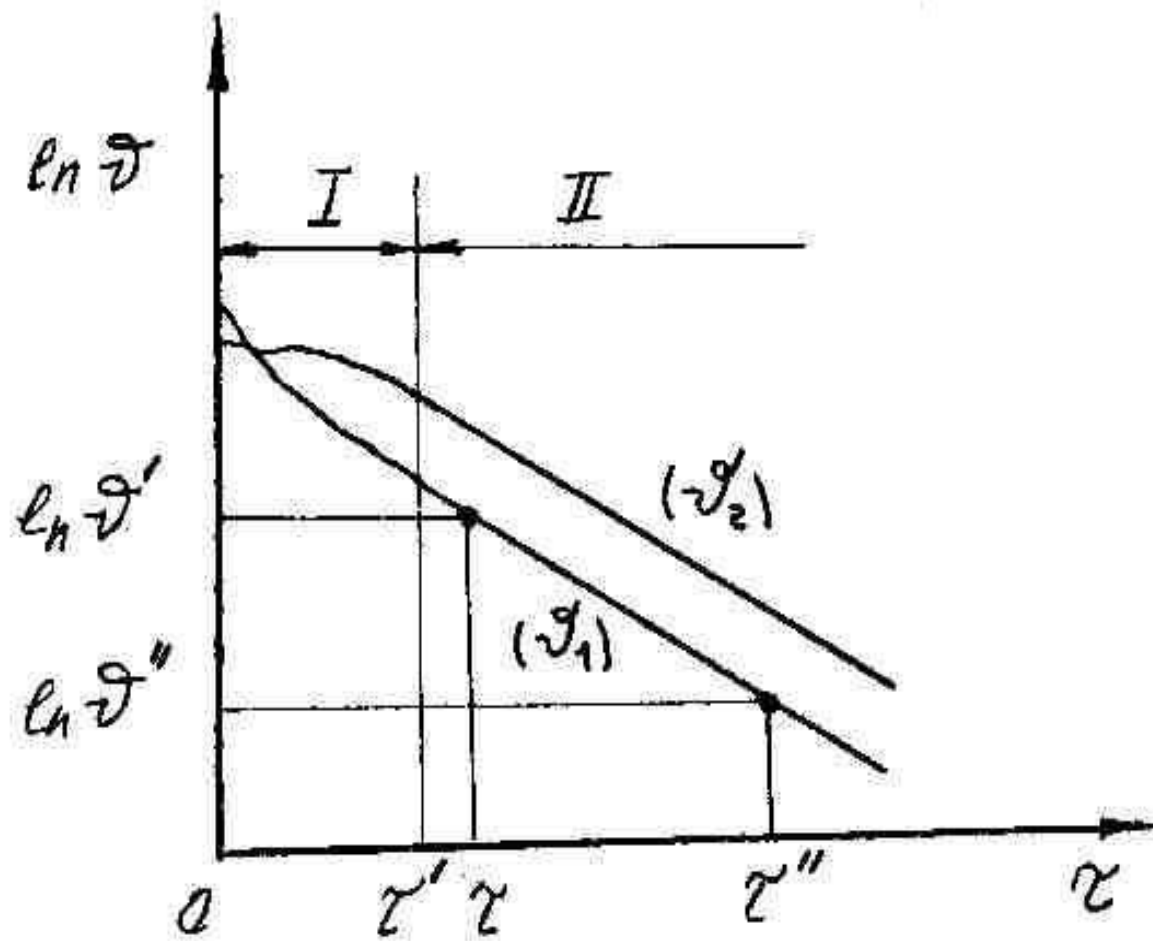
# **Регулярный тепловой режим**

$$\ln \vartheta = \ln(T - T_{\text{ж}}) = -T \tau + C$$

$$\vartheta = C \cdot e^{-T \tau} \quad **$$

$m$  [1/сек] – темп охлаждения  
(нагревания).

Характеризует интенсивность  
охлаждения (нагревания) тела. \*



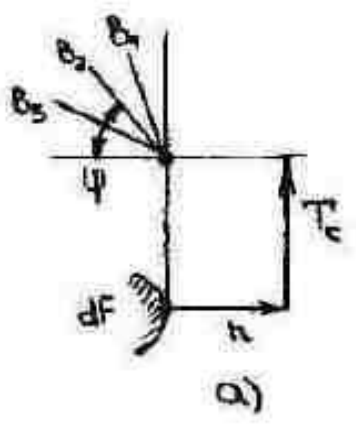
Изменение температуры как функция времени  
при охлаждении тела

Применим уравнение (\*\*) к двум произвольным моментам времени  $\tau'$  и  $\tau''$  и, исключив постоянную  $C$ , получим

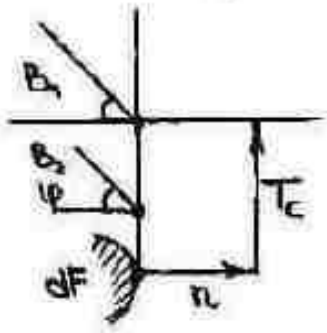
$$m = \frac{\ln \vartheta' - \ln \vartheta''}{\tau'' - \tau'}$$







2)



2)

