# Теплопередача

# Целью освоения дисциплины является достижение следующих компетенций на уровнях:

**профессионально-специализированных:**

- способен выполнять расчёты простых систем, деталей и узлов.

**Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:**

**знания:**

*на уровне представлений:*

- основные законы теплопередачи в двигателях;

*на уровне воспроизведения:*

- методы анализа эффективности работы двигателей ЛА;
- расчет тепловых потоков

*на уровне понимания:*

- выполнения теплотехнических расчетов для эскизного проектирования оборудования;

**умения:**

*теоретические:*

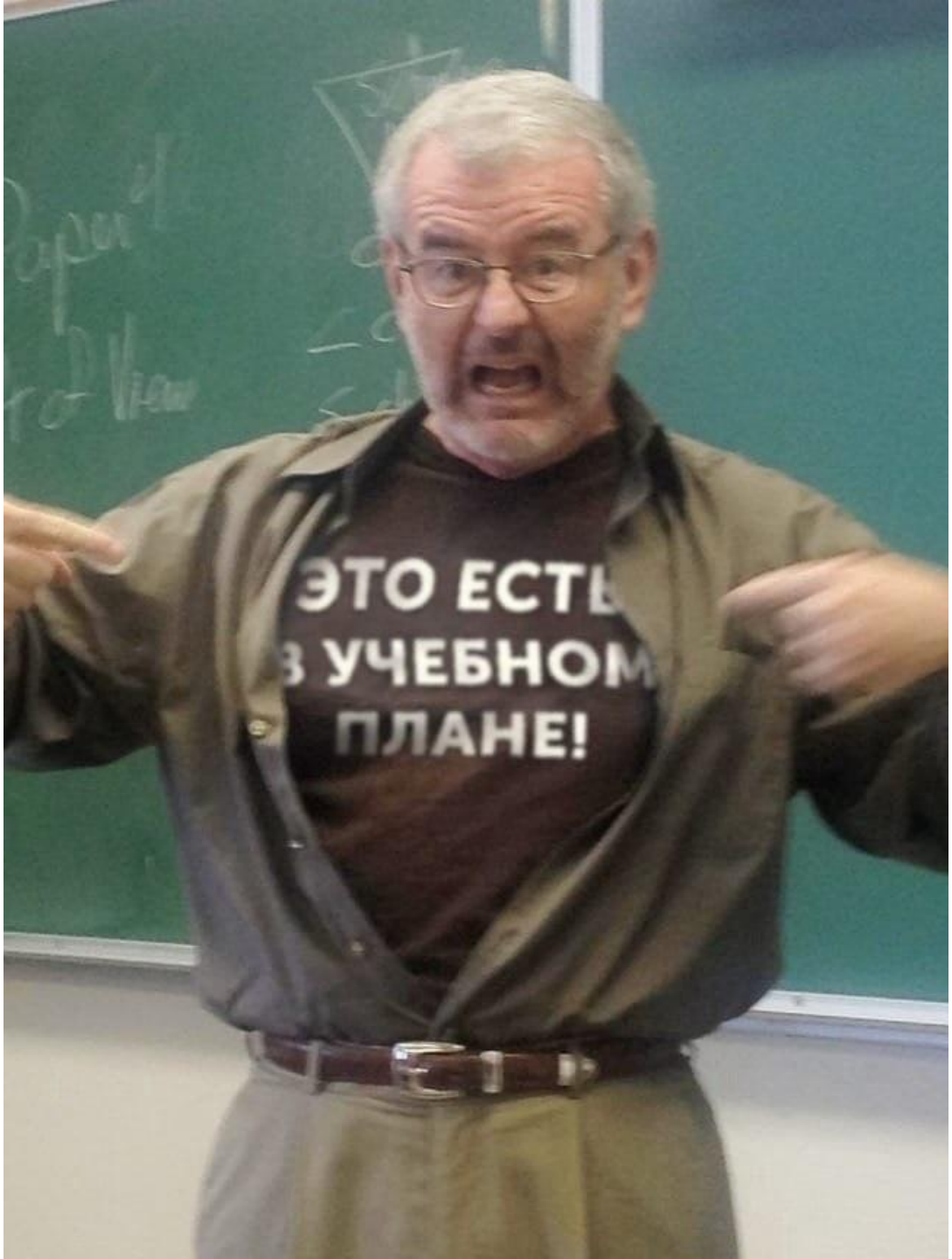
- методы и алгоритмы анализа теплового режима двигателей ЛА

*практические:*

- проводить анализ работы тепловых машин и установок;

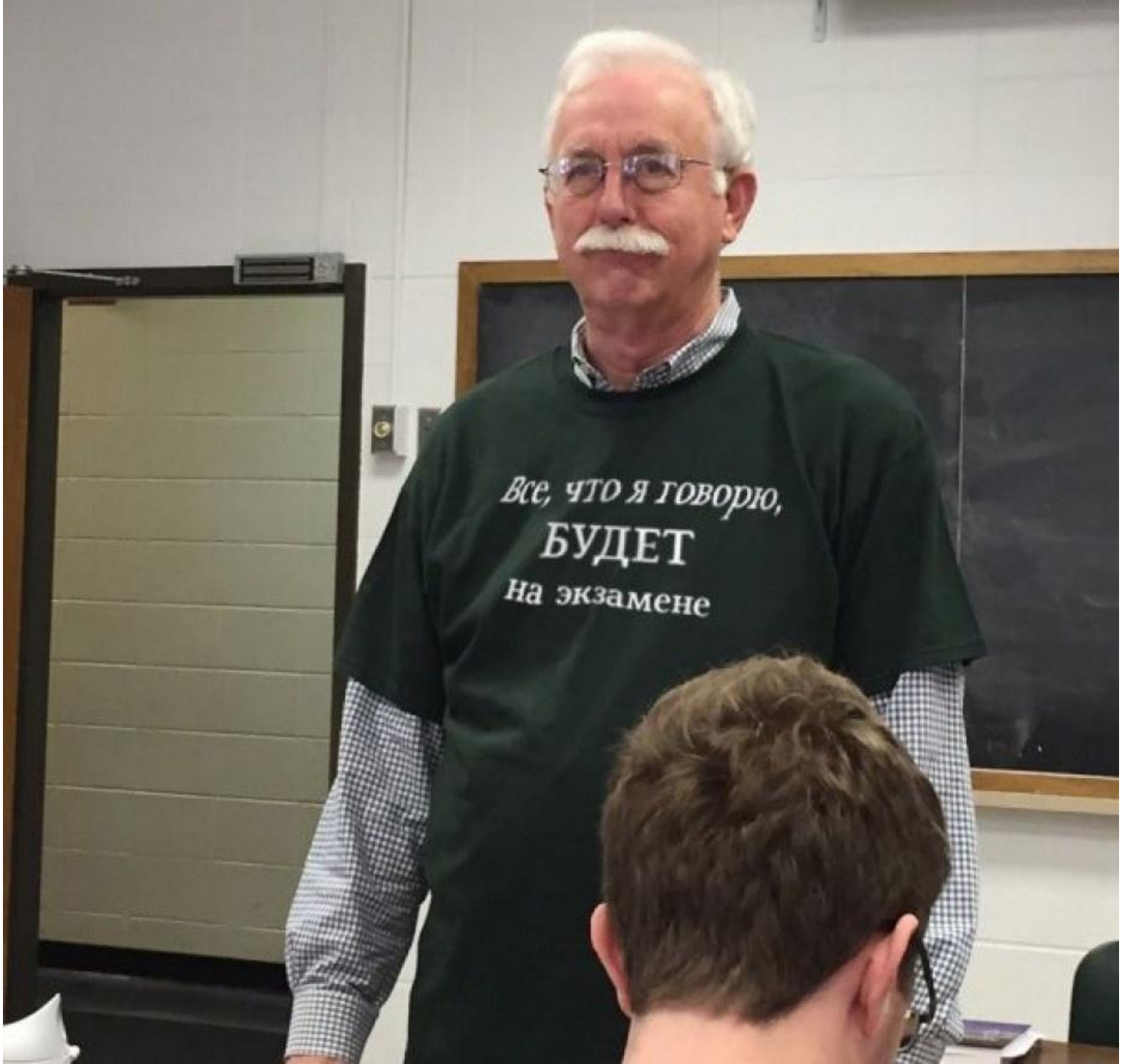
**навыки:**

- решения задач при проектировании теплового оборудования и энергетических узлов;

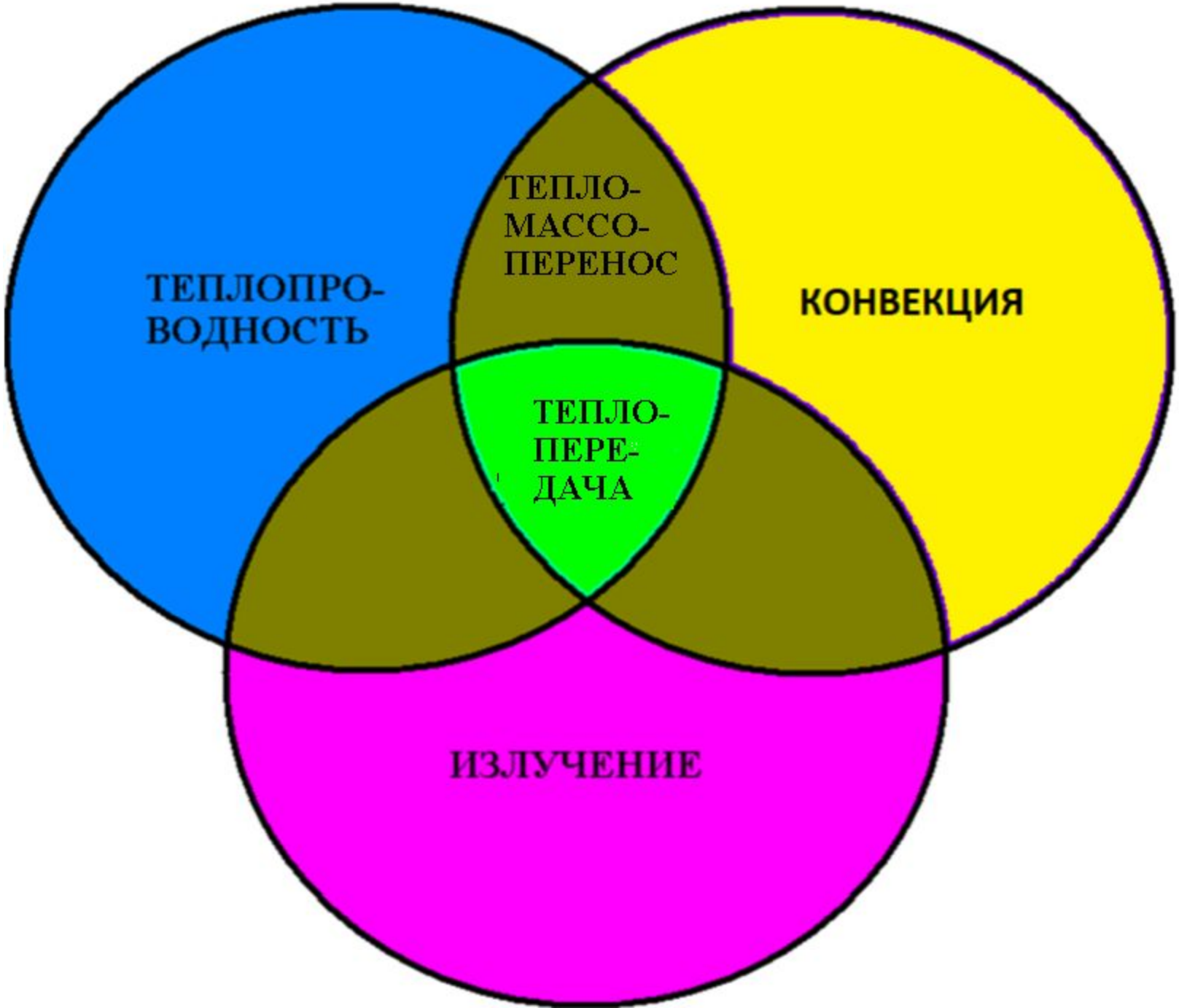

ЭТО ЕСТЬ
В УЧЕБНОМ
ПЛАНЕ!

# Литература


- В. В. Нащокин. Техническая термодинамика и теплопередача. М.: Высшая школа, 1980, 74 экз.
- В. В. Сахин. Исследование процессов теплообмена. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2004, эл. рес.
- В. В. Сахин, В. Шалимов. Теплопередача. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2003, эл. рес.
- В. В. Сахин, Е. М. Герлиман, Н. А. Брыков. Теплопередача в примерах и задачах. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, 84 экз.
- В. В. Сахин, Е. М. Герлиман, Н. А. Брыков. Теплопередача в примерах и задачах. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, эл. рес.
- Ю. А. Душин. . Термодинамика и тепло-массопередача. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.


Все, что я говорю,
БУДЕТ
на экзамене

# Понятия и определения


ТЕПЛОПРО-
ВОДНОСТЬ
ТЕПЛО-
МАССО-
ПЕРЕНОС
КОНВЕКЦИЯ
ТЕПЛО-
ПЕРЕ-
ДАЧА
ИЗЛУЧЕНИЕ

# Теплообмен (теплопередача)

Это самопроизвольный, необратимый процесс распространения теплоты в пространстве, обусловленный разностью температур.

Различают три элементарных вида теплообмена: теплопроводность, конвекцию и тепловые излучения.

# Теплопроводность

Это процесс переноса тепла, осуществляемый в результате непосредственного контакта микрочастиц, обладающих различной энергией.

# Конвекция

Это процесс переноса теплоты вследствие пространственного перемещения макрообъемов вещества с различной температурой.

Причем, внутри макрообъемов осуществляется теплообмен теплопроводностью.

# Тепловое излучение

Это процесс переноса теплоты посредством электромагнитного поля с двойным взаимным превращением – теплоты в энергию поля и энергии поля в теплоту при поглощении.

Т.е. Т.И. осуществляется посредством электромагнитных

# Сложный теплообмен

Это теплообмен, осуществляемый в результате одновременного действия теплопроводности, конвекции и излучения.

# Температурное поле

Это совокупность мгновенных значений температуры во всех точках пространства. Поле температур является скалярным полем, его уравнение

$$T = T(x, y, z, \tau)$$

# стационарный тепловой режим

Режим теплообмена, при котором во всех точках пространства температура не изменяется во времени. В этом случае температурное поле называется стационарным (установившемся), ему соответствует уравнение

$$T=T(x, y,z)$$

Стационарное, двухмерное поле.

$T = T(x, y)$

Одномерное стационарное поле.

$T = f(x)$

Одномерное нестационарное поле

$T = f(x, \tau)$

# Изотермическая поверхность

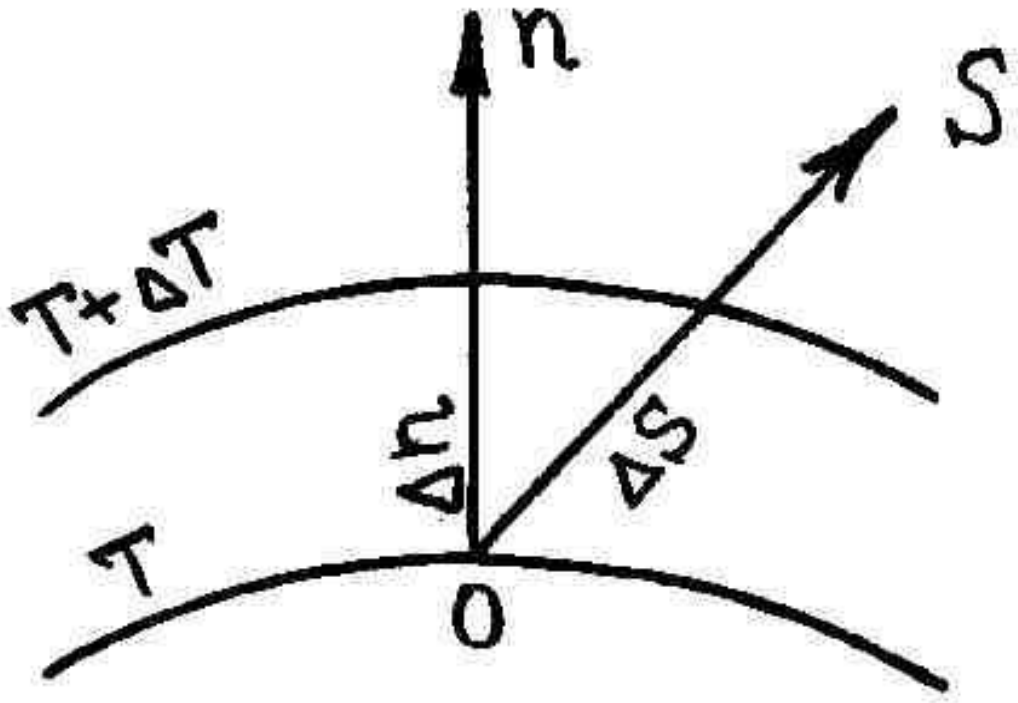
Это геометрическое место точек пространства, имеющих одинаковую температуру

# Температурный градиент

Это физическая величина, которая описывает, в каком направлении и с какой скоростью температура меняется наиболее интенсивно в определенном месте

# Температурный градиент

направлен перпендикулярно изотермической поверхности



# Температурный градиент

Это предел отношения разности температур на изотермических поверхностях $\Delta T$ к расстоянию между ними по нормали $\Delta n$:

$$\mathrm{grad}T = \lim\left(\frac{\Delta T}{\Delta n}\right)_{\Delta n \to 0} = \frac{\partial T}{\partial n}$$

# Температурный градиент

Это вектор, определенный в каждой точке температурного поля, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и имеющий длину, равную производной от температуры по направлению:

$$\overline{\operatorname{grad} T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\bar{k}$$

# Температурный градиент

является мерой интенсивности изменения температуры.

Таким образом, скалярному полю температур соответствует векторное поле температурных градиентов

# Тепловой поток

Это количество теплоты, участвующее в теплообмене: Q, вт

# Плотность теплового потока

Это количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади: q, вт/м2

$$q = \frac{dQ}{dF}$$

Плотность теплового потока $q$ и тепловой поток $Q$ являются векторами, направленными в сторону уменьшения температуры.

Основной задачей расчета процессов теплообмена является в конечном итоге, выявление количественной зависимости между распределением температуры и тепловыми потоками

# Раздел 1

# СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

# Закон Фурье (1822 г.)

дает связь поля температурных градиентов и поля тепловых потоков.

Он устанавливает, что тепловой поток, переносимый теплопроводностью, пропорционален температурному градиенту.

# Закон Фурье

$$\bar{q} = -\lambda \cdot gr\bar{a}dT$$

$$Q = -\lambda gradT \cdot F$$

$$\overline{\text{grad}}T = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\bar{k}$$

# Коэффициент теплопроводности

λ Вт/(м$^0$К).

Коэффициент λ это физический параметр, характеризующий способность вещества проводить теплоту.

Он численно равен количеству тепла, проходящему через единицу изотермической поверхности в единицу времени по нормали к ней в сторону уменьшения температуры при условии, что градиент температуры в рассматриваемой точке равен 1 К/м.

# Зависимость λ =λ(T)

Для большинства веществ зависимость

$$\lambda = \lambda(T)$$

имеет линейный характер.

У газов, а также твердых теплоизоляторов и огнеупорных материалов при увеличении температуры λ возрастает, у других (большинства чистых металлов и жидкостей) убывает.

# Численные значения коэффициента теплопроводности

- Для газов $\lambda = 0{,}05 \div 0{,}5$ Вт/(м$^0$К);
- Для капельных жидкостей $\lambda = 0{,}07 \div 0{,}7$ Вт/(м$^0$К);
- Для диэлектриков $\lambda = 0{,}02 \div 0{,}3$ Вт/(м$^0$К);
- Для металлов $\lambda = 2 \div 450$ Вт/(м$^0$К).

- Вещества, имеющие коэффициент теплопроводности $\lambda \leq 0{,}25$ Вт/(м$^0$К) используются в качестве теплоизоляторов для снижения тепловых потерь, для тепловой защиты.

## Механизм теплопроводности

**В газах** передача энергии осуществляется при столкновении частиц, совершающих поступательное движение.

Из молекулярно-кинетической теории

$$\lambda = \frac{1}{3}\rho\ c_v\ L\ \overline{W}$$

$\rho$- плотность;

$c_v$- теплоемкость;

$L$- средняя длина свободного пробега молекул;

$\overline{W} = \sqrt{3RT/M}$ - средняя скорость молекул

**(L ~ 1/P), (ρ ~ P).** Поэтому **L·ρ~*const***

**теплопроводность газов слабо зависит от давления.**

воздух ~0,03 Вт/(м К)

## Механизм теплопроводности

**В жидкостях** энергия переносится в процессе упругих столкновений колеблющихся частиц.

Из молекулярно-кинетической теории ля обычных жидкостей:

$$\lambda = A \frac{c_p \rho^{4/3}}{M^{1/3}}$$

$A$ - коэффициент, пропорциональный скорости упругих волн в жидкости;

$M$ - молекулярный вес.

Для обычных, слабо ассоциированных жидкостей

$$\partial \rho / \partial t < 0 \qquad \text{и поэтому} \qquad \partial \lambda / \partial t < 0$$

вода ~0,6 Вт/(м К) при 20 °С, натрий ~75 Вт/(м К) при 300 °С

## Механизм теплопроводности

**В твердых телах** механизм переноса энергии связан с характером теплового движения атомов. Твердое тело - совокупность атомов, совершающих колебания. Эти колебания не зависят друг от друга и передаются (со скоростью звука) от одних атомов к другим.

$$\lambda = \lambda_ф + \lambda_e$$

*Фононная составляющая* так же, как и для газов:

$$\lambda_ф = \frac{1}{3}\rho\, C_v L\, c$$

***c*** - скорость звука; L~1/T,

$$\lambda_ф \sim T^{-1}$$

*Электронная составляющая*

$$\lambda_e \approx \sigma \cdot Lo \cdot T$$

$$Lo = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k}{e}\right)^2$$ - постоянная Лоренца;

***k*** - постоянная Больцмана;

***e*** - заряд электрона

$\sigma$ - электропроводность

серебро ~430 Вт/(м К), медь ~400 Вт/(м К)

## Механизм теплопроводности

Теплопроводность твердых неметаллических материалов зависит от:

- структуры,
- пористости,
- влажности и т.д.

*Пример:* сухой кирпич $\lambda$ = 0,35 Вт/(м.К) ,
влажный $\lambda$ = 1,0 Вт/(м.К)

Этот эффект связан с конвективным переносом тепла и с капиллярным движением жидкости внутри пор.

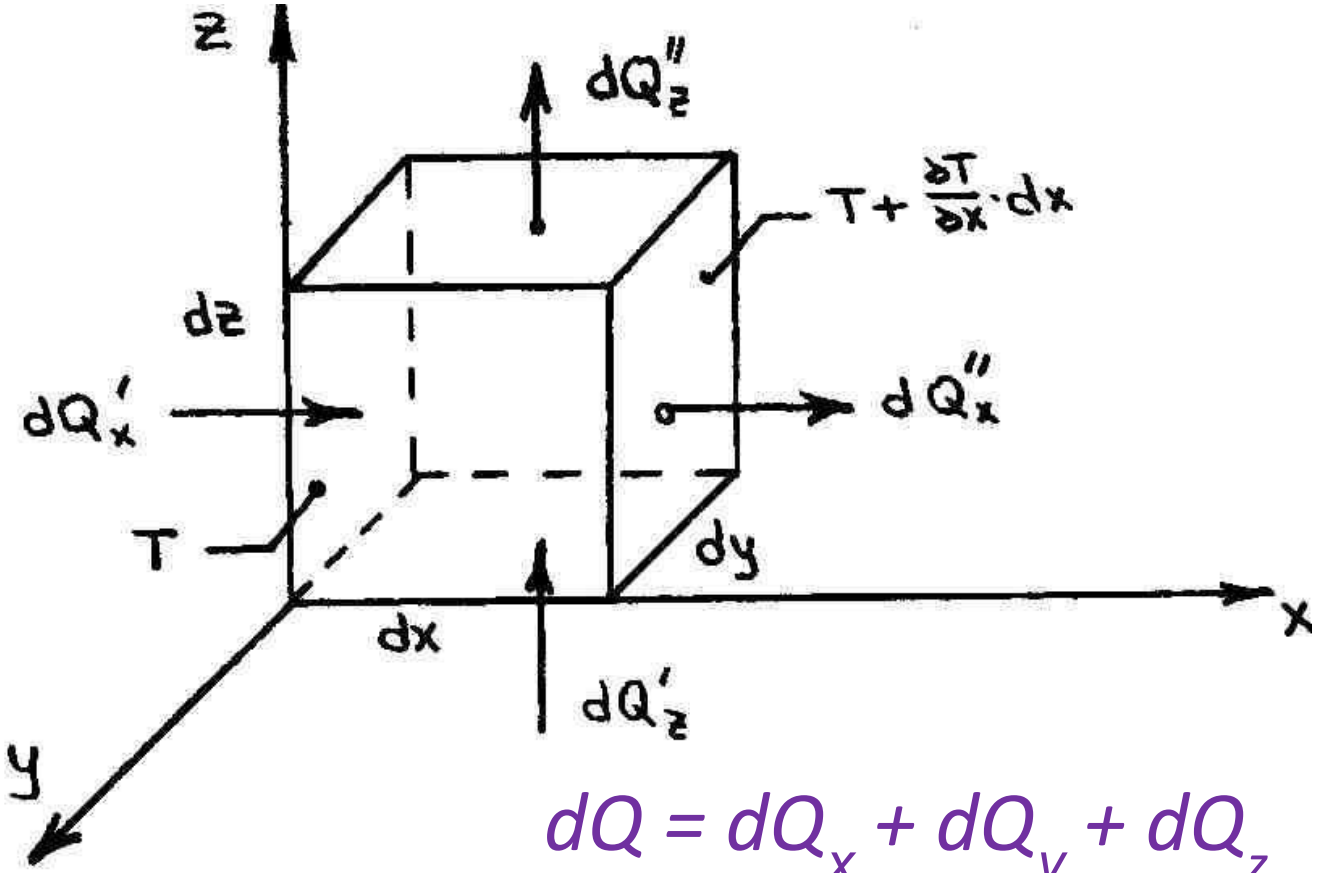
*Теплоизоляционные* материалы - коэффициент теплопроводности менее 0,2 Вт/(м.К)

# Дифференциальное уравнение теплопроводности

# Допущения:

- 1) среда – однородная и изотропная;
- 2) внутренние источники тепла отсутствуют;
- 3) конвекция отсутствует (среда неподвижная);
- 4) физические параметры среды (ρ, c, λ) постоянны

# К выводу дифференциального уравнения теплопроводности




$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

$$dQ_i = dQ_i' - dQ_i''$$

# Внутренняя энергия выделенного объема

может изменяться только за счет теплообмена с окружающей средой

$$dU = dQ,$$

где $dU$ – изменение внутренней энергии элемента за время $d\tau$, Дж;

$dQ$ – количество теплоты, которым элемент обменивается с окружающей средой за то же время, Дж.

Величина $dQ$ является суммой трех слагаемых, которые выражают тепловые потоки, поступающие в элемент (или из него) по направлению осей координат $X$, $Y$, $Z$

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

Каждое из слагаемых можно представить как разность между потоками, входящими в элемент и выходящими из него в соответствующем направлении.

$$dQ_x = dQ_x' - dQ_x'' ,$$

где $dQ_x'$ – количество теплоты, вошедшего в элемент среды за время $d\tau$ в направлении оси $X$;

$dQ_x''$ – количество теплоты, вышедшее из элемента в том же направлении за тот же промежуток времени;

$dQ_x$ – количество теплоты, пошедшее на изменение внутренней энергии элемента за счет теплового потока, направленного вдоль оси $X$;

$dQ = q\, dF\, d\tau$,

Температуры на гранях имеют значение

*на левой (вход):*

$T$

*на правой (выход):*

$$T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$$

# Исходя из закона Фурье

$$\bar{q} = -\lambda \cdot \overline{grad}\, dT$$

$$Q = -\lambda grad T \cdot F$$

$$\overline{grad}\, T = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\bar{k}$$

получаем:

$$dQ'_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydzd\tau$$

$$dQ''_x = -\lambda \frac{\partial}{\partial x}\left(T + \frac{\partial T}{\partial x} dx\right) dydzd\tau$$

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dVd\tau$$

Аналогично получаем dQ по осям Y и Z.
Далее, суммируя их, получаем общее количество теплоты, затраченное на изменение температуры объема dV.

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

$$dU = c \cdot dM \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau$$

$$c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

$$\nabla^2 T = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

# Дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T$$

# Коэффициент температуропроводности

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a$$

# коэффициент температуропроводности

$м^2/с$

Характеризует теплоинерционные свойства вещества, т.е. его способность с той или иной скоростью изменять свою температуру при подводе или отводе тепла, является физическим параметром вещества.

# Дифференциальное уравнение Фурье

относится к числу общих уравнений. Чтобы получить из бесконечного множества решений единственное, отвечающее конкретным условиям задачи, необходимы дополнительные условия – условия однозначности решения

# Условия однозначности

# Условия однозначности (единственности) решения состоят из величин, учитывающих индивидуальные различия процессов, т.к. развитие процесса зависит от:

- физических характеристик рассматриваемой системы,
- состояния системы к моменту возникновения процесса,
- особенностей воздействия внешней среды.

# Условия однозначности

- геометрические, характеризующие форму и размеры системы, в которой протекает процесс;
- физические, учитывающие физические параметры среды ($\lambda$, $\rho$, $c$ и т.д.)
- начальные (временные), описывающие распределение температуры в начальный момент времени;
- граничные, отражающие влияние окружающей среды на процесс.

## Граничные условия

Граничные условия требуют сопряжения температурных полей и тепловых потоков на границах тела с окружающей средой:

*I рода* – *задание на границе распределения температуры*: $t = f_1(x, y, z, \tau)$

в простейшем случае $t_w = const$

---

*II рода* – *задание на границе плотности теплового потока*: $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = f_2(x, y, z, \tau)$

т.е. задание распределения градиента температуры на границе

---

*III рода* – *задание условий теплообмена коэффициента теплообмена)*: $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = \alpha \left(t_w - \overline{t_f}\right)$

# Способы задания однозначности

I рода:

$T = T(x, y, z, \tau)$;

II рода:

$q = q(x, y, z, \tau)$;

III рода (твердая стенка – жидкость):

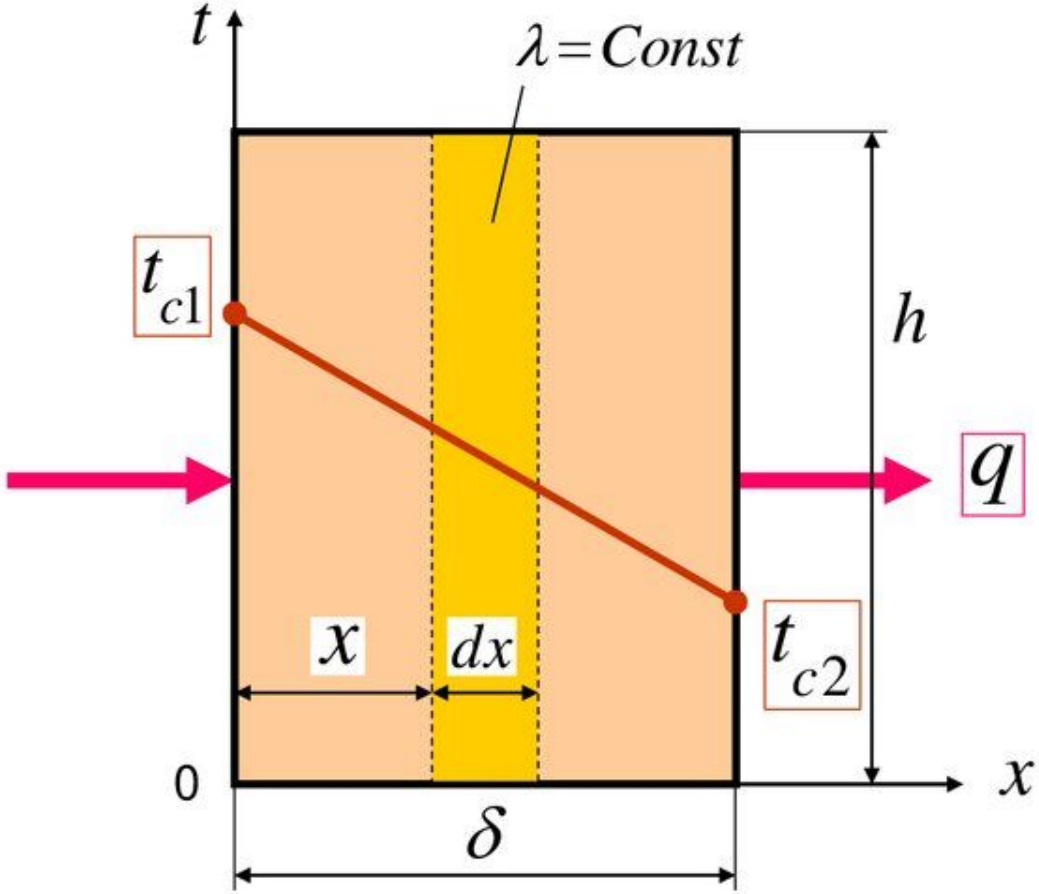
$$\alpha(T_c - T_{ж}) = -\lambda_{ТВ}\left(\frac{\partial T_c}{\partial n}\right)_c \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial T_c}{\partial n}\right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda_{ТВ}}(T_c - T_{ж})$$

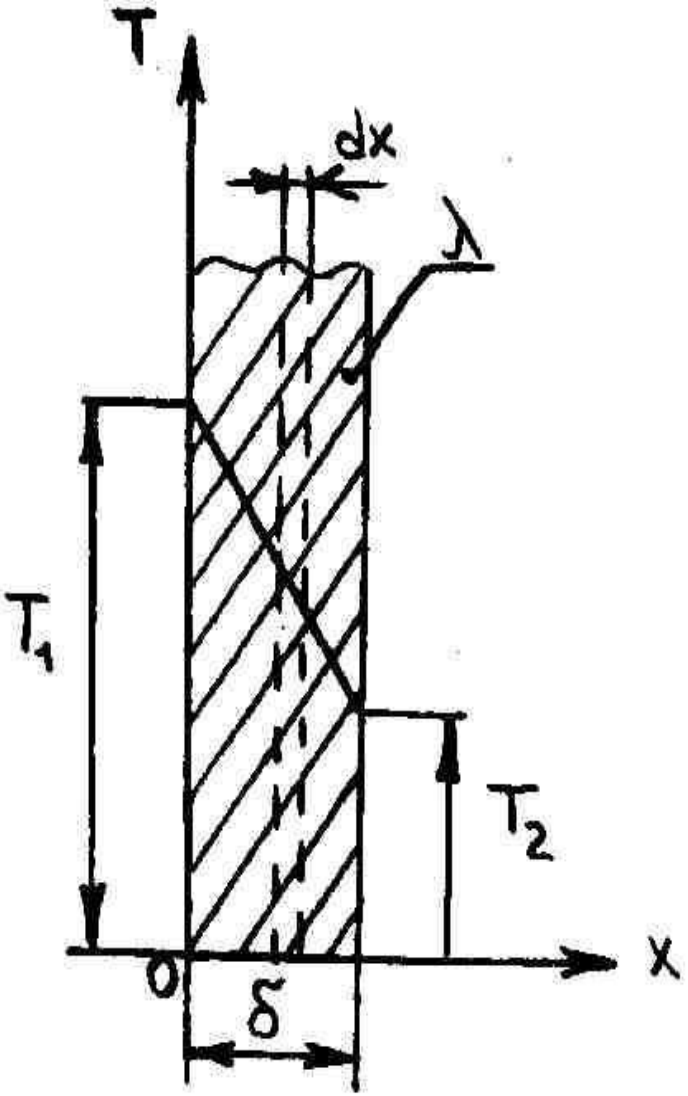
IV рода (твердая стенка – твердая стенка):

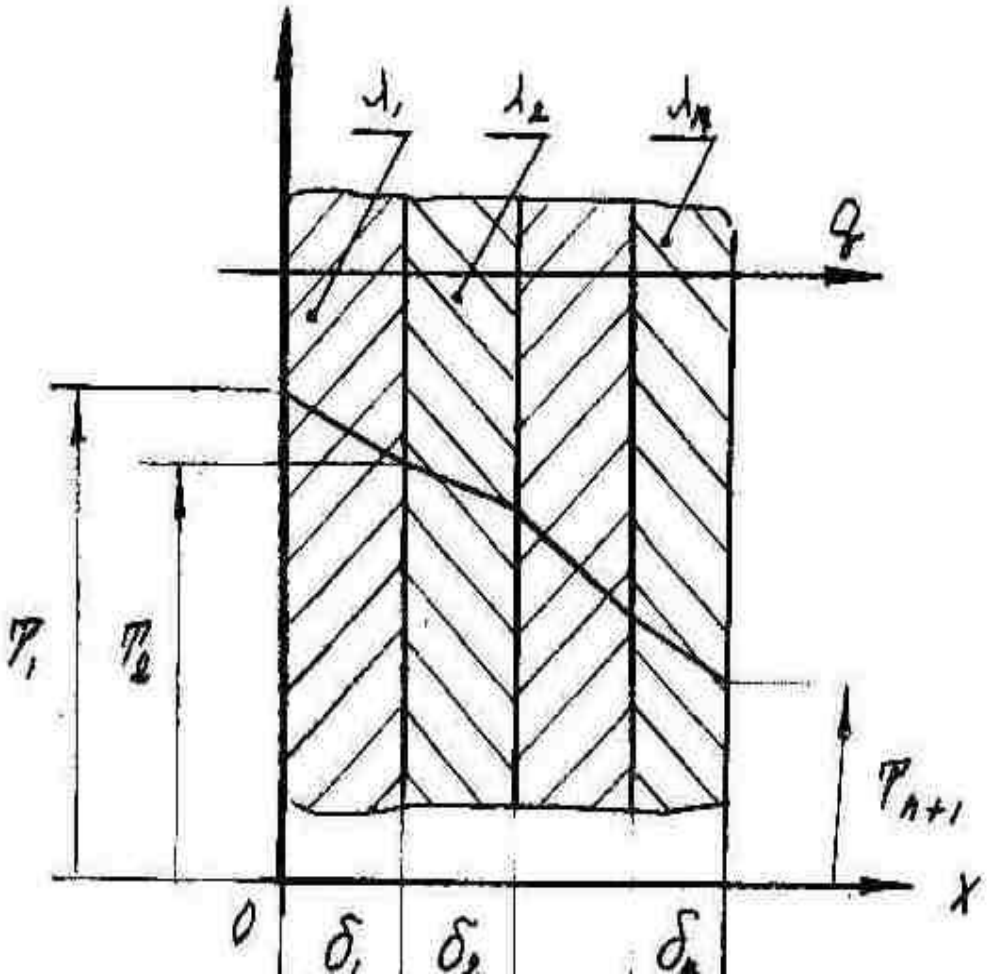
$$\lambda_1\left(\frac{\partial T_1}{\partial n}\right)_c = \lambda_2\left(\frac{\partial T_2}{\partial n}\right)_c$$

# Теплопроводность плоской стенки

# Теплопроводность через однослойную плоскую стенку при граничных условиях первого рода




T
dx
λ
T1
T2
0
δ
x


λ1
λ2
λn
q
T1
T2
Tn+1
0
δ1
δ2
δn
x

# Дифференциальное уравнение теплопроводности (выведено ранее)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T$$

$$\nabla^2 T = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

# Теплопроводность плоской однослойной стенки

Температурное поле стационарное, одномерное:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Первое интегрирование: $\frac{dT}{dx} = C_1; \quad dT = C_1 dx$

Второе интегрирование:

$$T = C_1 x + C_2$$

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x$$

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda c_1 = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\delta}$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2)$$

# Теплопроводность многослойной плоской стенки

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_2 - T_3) = \ldots = \frac{\lambda_n}{\delta_n}(T_n - T_{n+1})$$

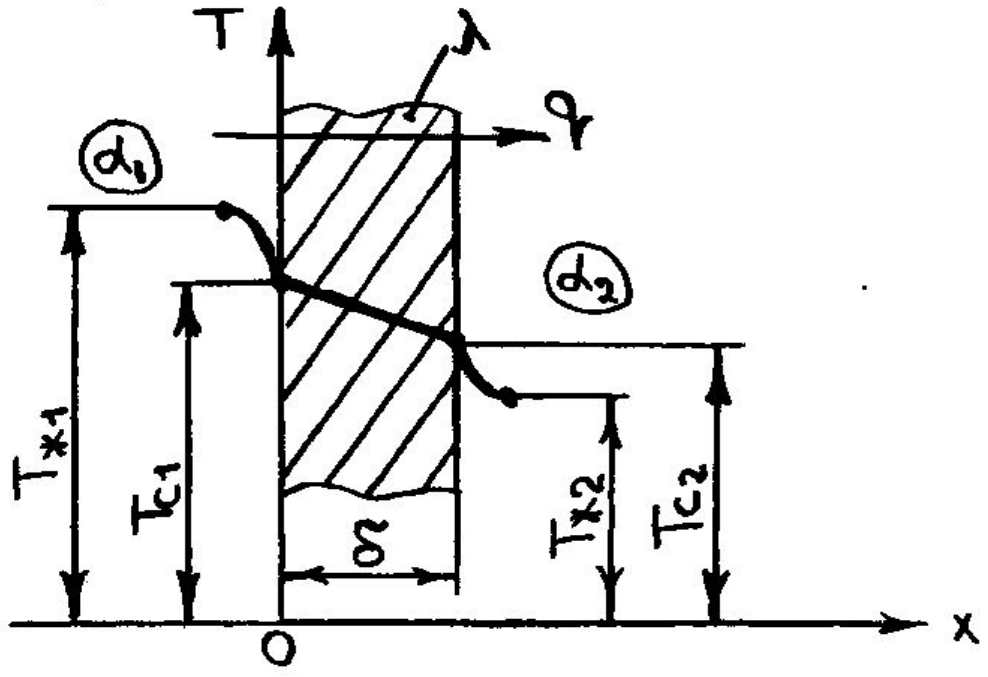
$$T_1 - T_2 = q\frac{\delta_1}{\lambda_1} \qquad T_2 - T_3 = q\frac{\delta_2}{\lambda_2} \qquad T_n - T_{n+1} = q\frac{\delta_n}{\lambda_n}$$

$$T_1 - T_{n+1} = q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}\right) = q\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

$$q = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$

$$T_n = T_1 - q\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

# Теплопередача через плоскую стенку




$$q = \alpha_1 \left( T_{ж1} - T_{c1} \right)$$

$$q = \alpha_2 \left( T_{c2} - T_{c2} \right)$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \left( T_{c1} - T_{c2} \right)$$

частные температурные напоры

$$T_{ж1} - T_{c1} = q\frac{1}{\alpha_1}$$

$$T_{c2} - T_{ж2} = q\frac{1}{\alpha_2}$$

$$T_{c1} - T_{c2} = q\frac{\delta}{\lambda}$$

$$T_{ж1} - T_{ж2} = q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)$$

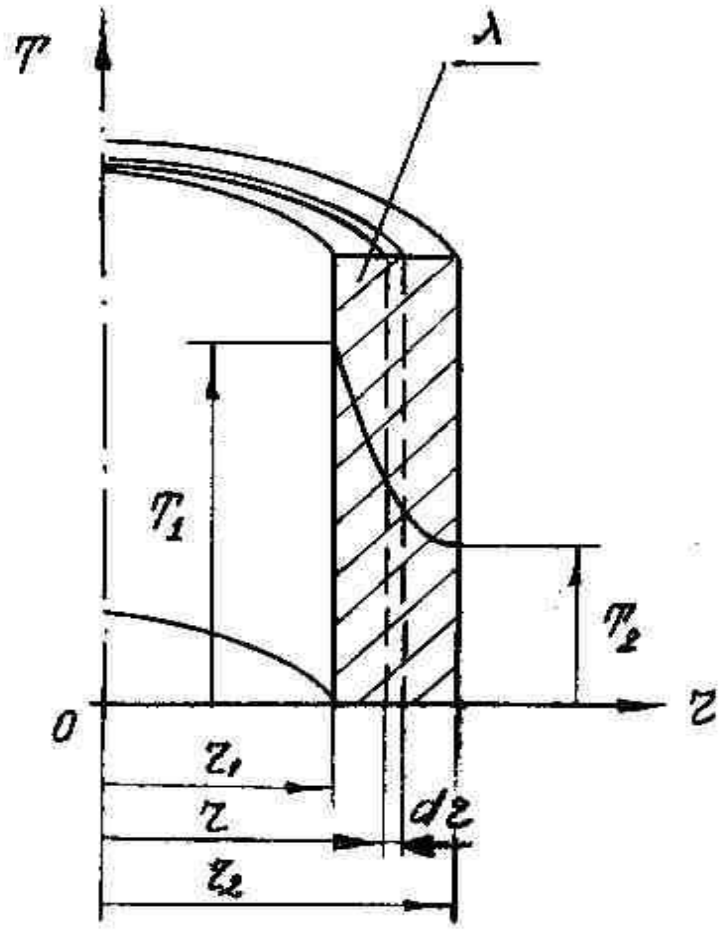
$$q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = K\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)$$

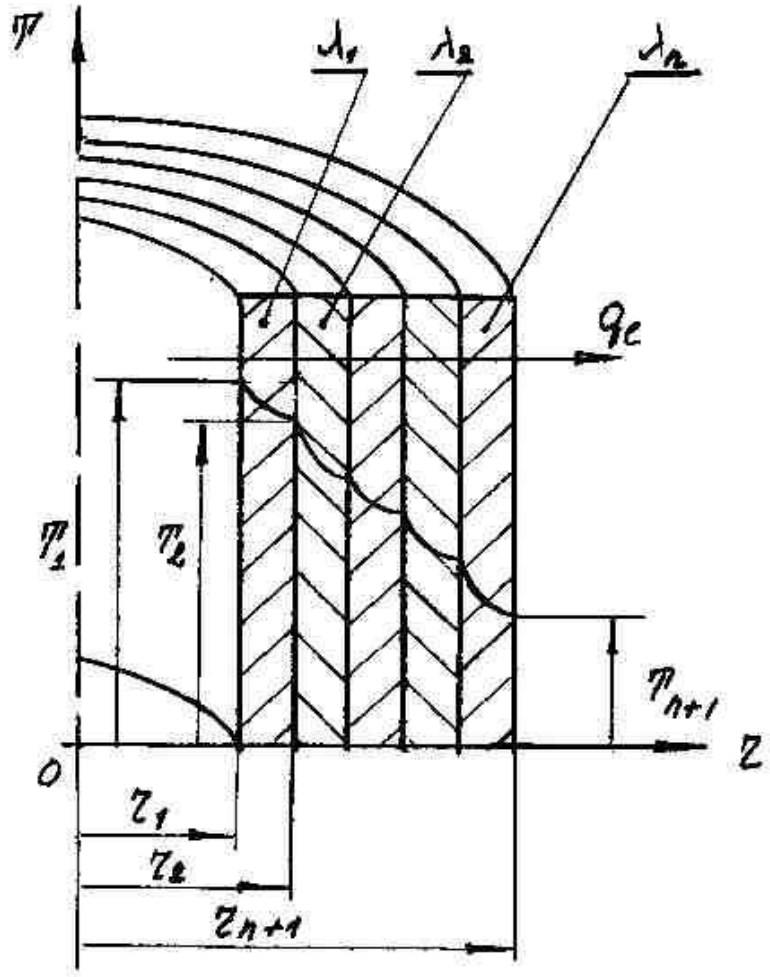
$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \qquad R_T = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_{\lambda 1} + R_{T2} + R_{\lambda 3}$$

$$T_{c1} = T_{ж1} - q\frac{1}{\alpha_1};$$

$$T_{c2} = T_{ж2} + q\frac{1}{\alpha_2} = T_{ж1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}\right)$$

# Теплопроводность цилиндрической стенки




$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} F = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r l$$

**Для однослойной цилиндрической стенки:**

$$q_l = \frac{Q}{l} = -\lambda 2\pi r l \frac{dT}{dr}$$

$$dT = -\frac{q_l}{2\pi\lambda}\frac{dr}{r} \qquad T = -\frac{q_l}{2\pi\lambda}\ln r + C$$

$$q_l = \frac{2\pi}{\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}}\left(T_1 - T_2\right)$$

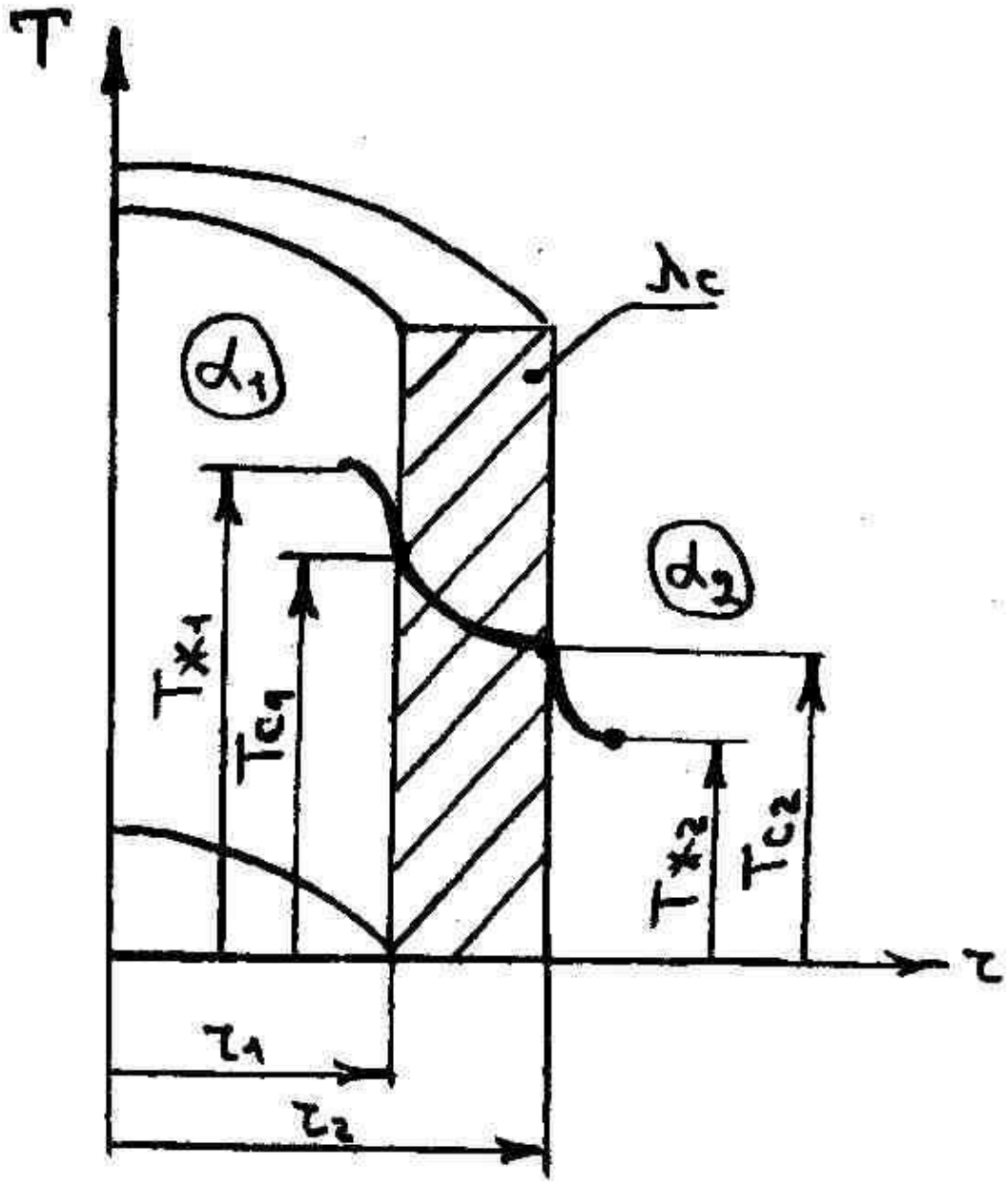
# Для многослойной цилиндрической стенки

$$T_1 - T_{n+1} = \frac{q_l}{2\pi} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

$$q_l = \frac{2\pi (T_1 - T_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

$$T_n = T_1 - \frac{q_l}{2\pi} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

# Теплопередача через цилиндрическую стенку


T
λc
α1
α2
T*1
Tc1
T*2
Tc2
τ
τ1
τ2

$$q_l = \alpha_1 2\pi r_1 \left(T_{ж1} - T_{c1}\right)$$

$$q_l = \frac{2\pi\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_1}{r_2}}$$

$$q_l = \alpha_2 2\pi r_2 \left(T_{c2} - T_{ж2}\right)$$

$$T_{ж1} - T_{c1} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_1 r_1}$$

$$T_{c1} - T_{c2} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$T_{c1} - T_{ж2} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{ж1} - T_{ж2} = \frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}\right)$$

$$K_l = \left(\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}\right)^{-1}$$

$$q_l = K_l \cdot 2\pi(T_{ж1} - T_{ж2}) = \frac{2\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{R_l}$$

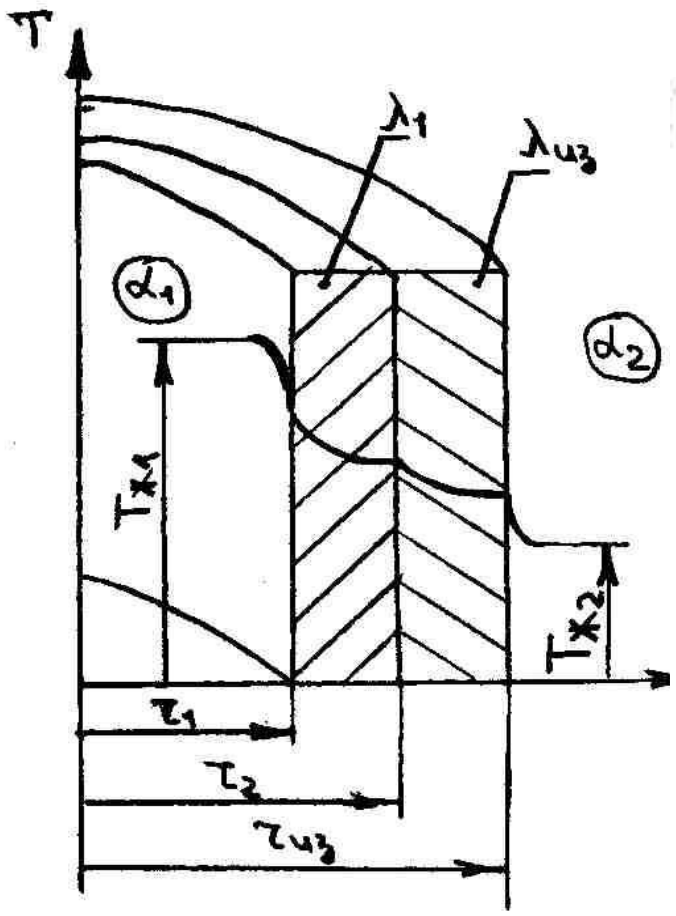
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

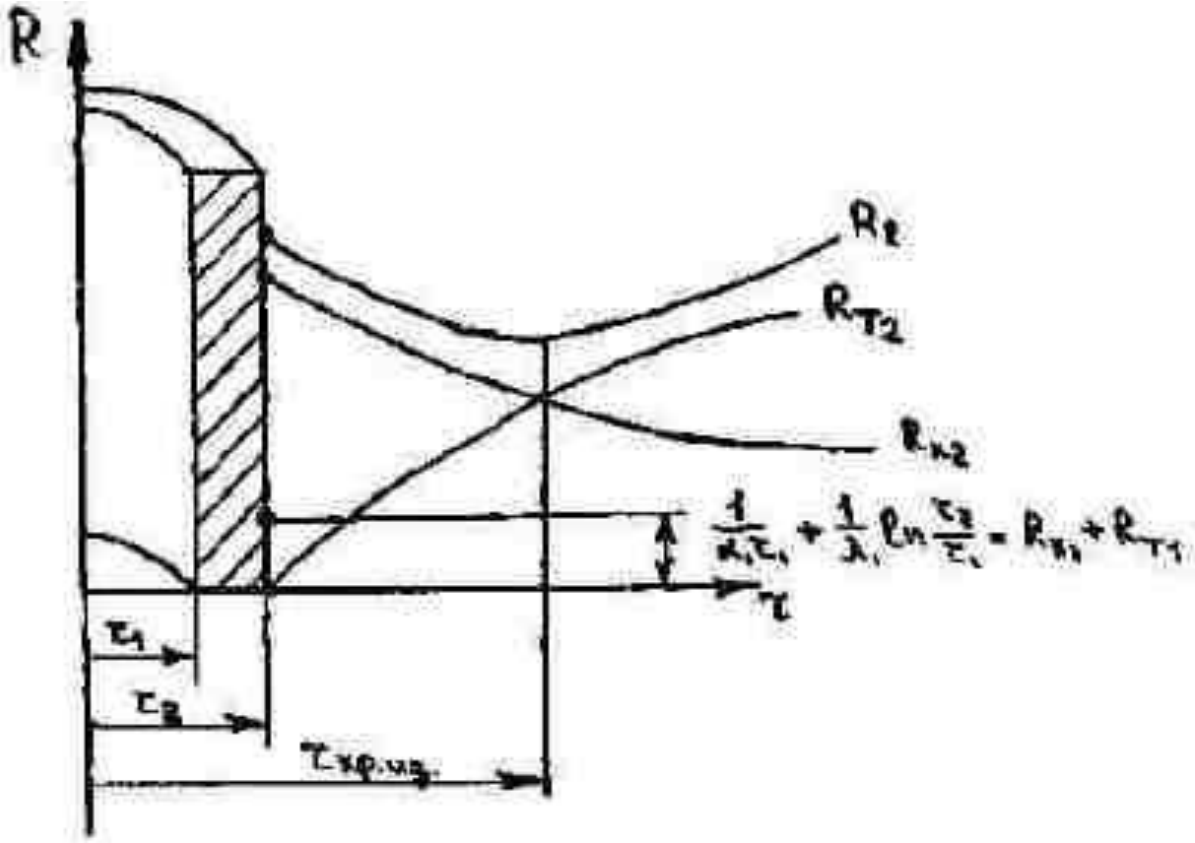
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{c1} = T_{жc1} - \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_1 r_1}$$

$$T_{c2} = T_1 - \frac{q_l}{2\pi} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} \right) = T_{жc2} + \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

# Тепловая изоляция. Критический радиус изоляции.


T
λ1
λиз
α1
α2
Tж1
Tж2
τ1
τ2
τиз

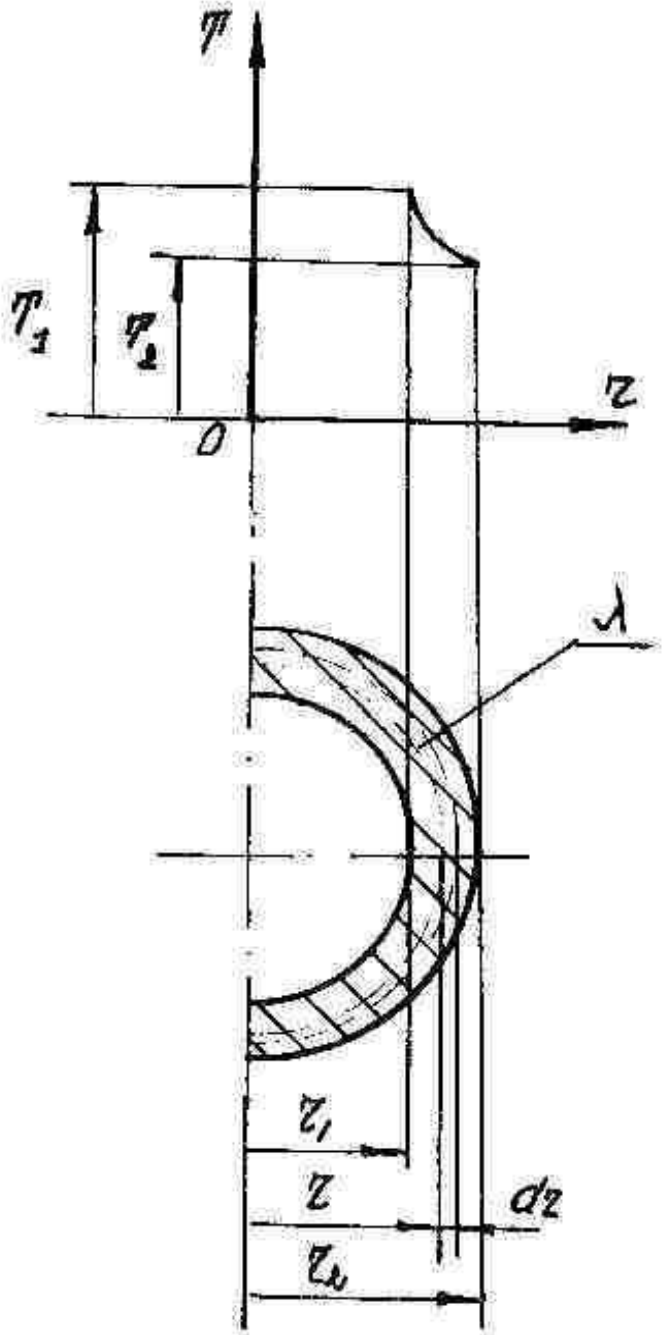

R
Rl
RT2
Rк2
τ
τ1
τ2
τхр.из

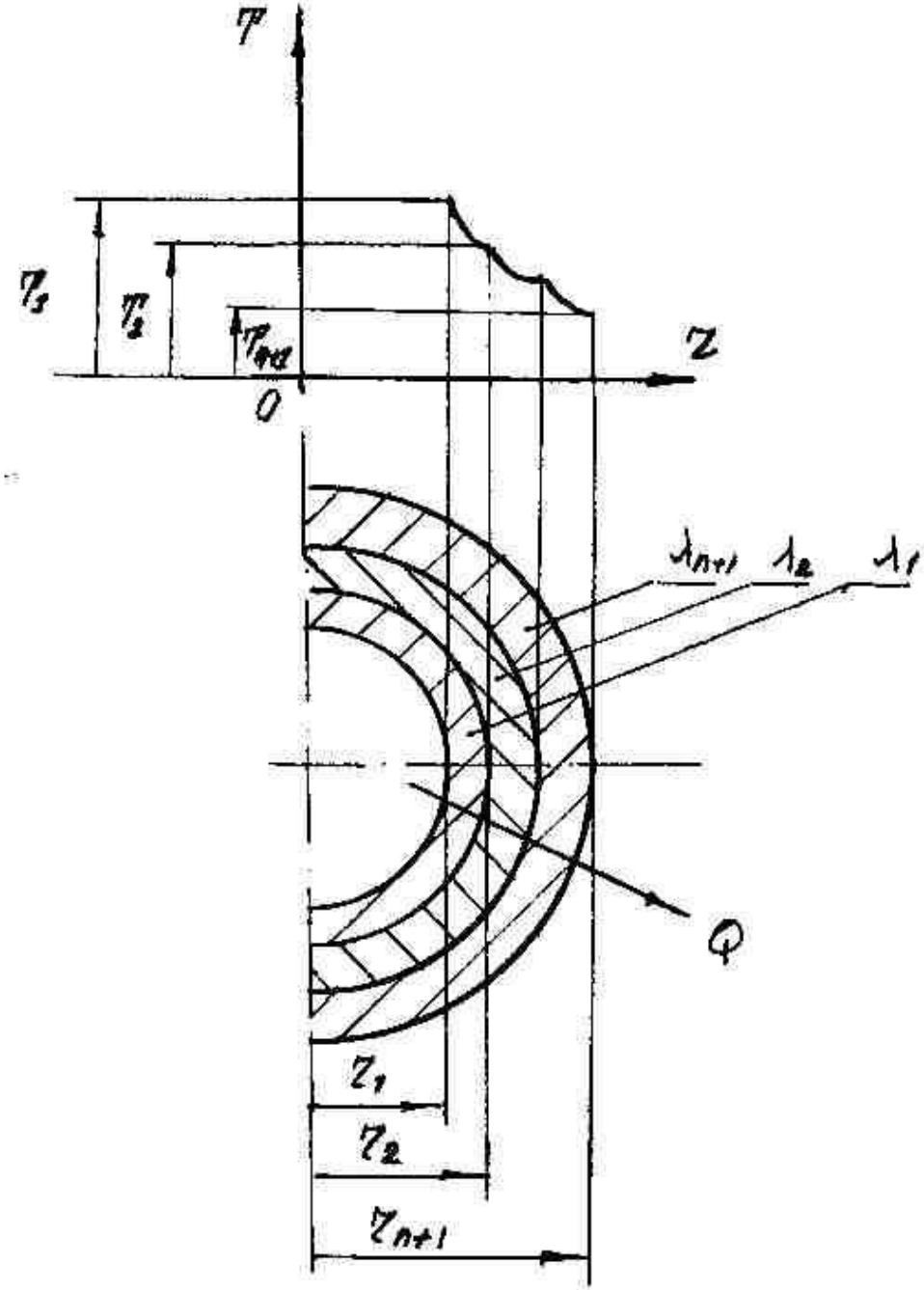
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_{из}}\ln\frac{r_{из}}{r_2} + \frac{1}{\alpha_2 r_{из}} = R_{к1} + R_{T1} + R_{T2} + R_{к2}$$

$$r_{кр.из} = \frac{\lambda_{из}}{\alpha_2}$$

$$\lambda_{из} \le \alpha_2 r_2 \qquad r_{кр\ из} \le \alpha_2 r_2$$

# Теплопроводность сферической стенки


T
T1
T2
z
0
λ
z1
z
dz
zn


T
T1
T2
Tn+1
z
0
λn+1
λ2
λ1
Q
z1
z2
zn+1

**Для однослойной стенки**

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} F = -\lambda \frac{dT}{dr} 4\pi \cdot r^2$$

$$dT = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{dr}{r^2}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$Q = \frac{4\pi(T_1 - T_2)}{1/\lambda\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$T = T_2 - \frac{Q}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

# Для многослойной стенки

$$Q = \frac{4\pi\left(T_1 - T_{n+1}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{i+1}}\right)}$$

$$T_n = T_1 - \frac{Q}{4\pi}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_n}\right)$$

# Теплопередача через сферическую стенку

$$Q = \alpha_1 4\pi r_1^2 \left(T_{ж1} - T_{c1}\right)$$

$$Q = \frac{4\pi\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$Q = \alpha_2 4\pi r_2^2 \left(T_{c2} - T_{ж2}\right)$$

$$Q_4 = \frac{4\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}} = \frac{4\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{R_{ср}} = K_{ср} 4\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)$$

$$R_{ср} = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$R_{ср} = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{с1} = T_{ж1} - \frac{Q}{4\pi}\frac{1}{\alpha_1 r_1^2}$$

$$T_{с2} = T_{ж2} + \frac{Q}{4\pi}\frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

Радиус критической изоляции шара

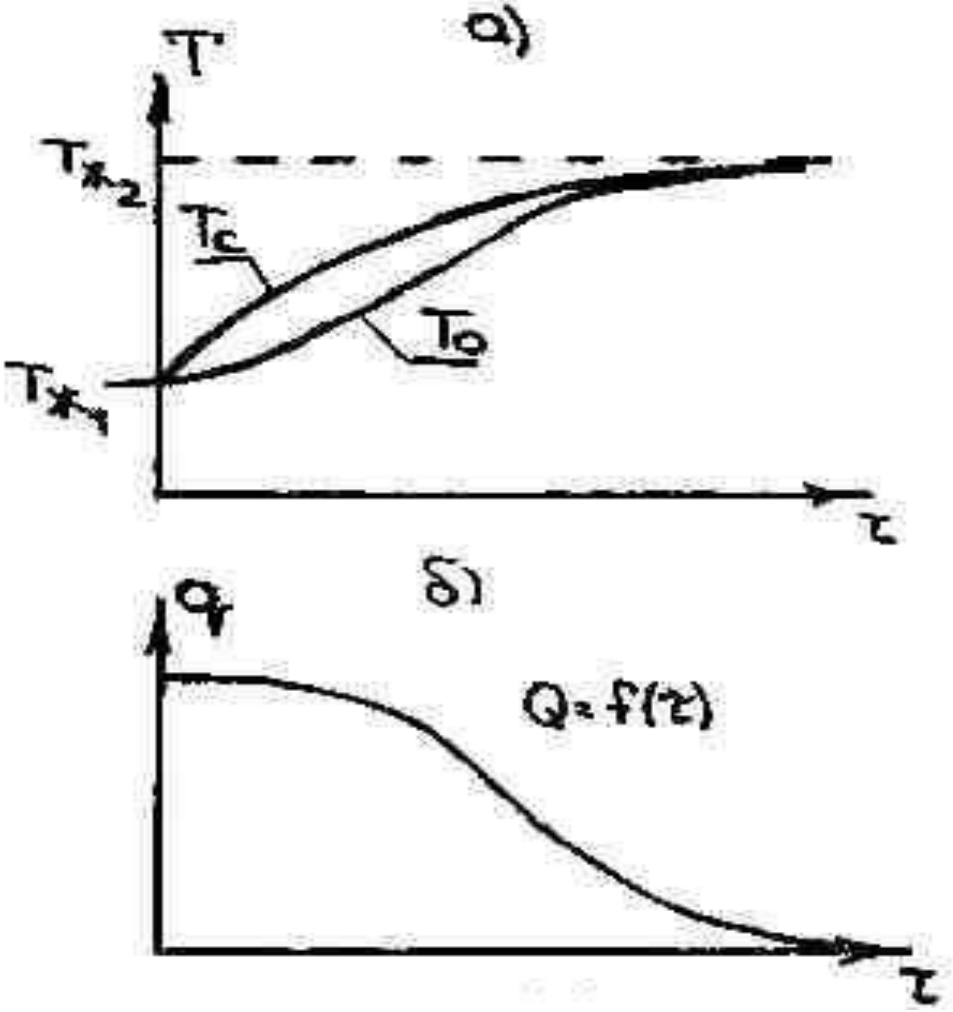
$$r_{из} = 2\lambda_{ст}/К_{ш}$$

# Нестационарная теплопроводность

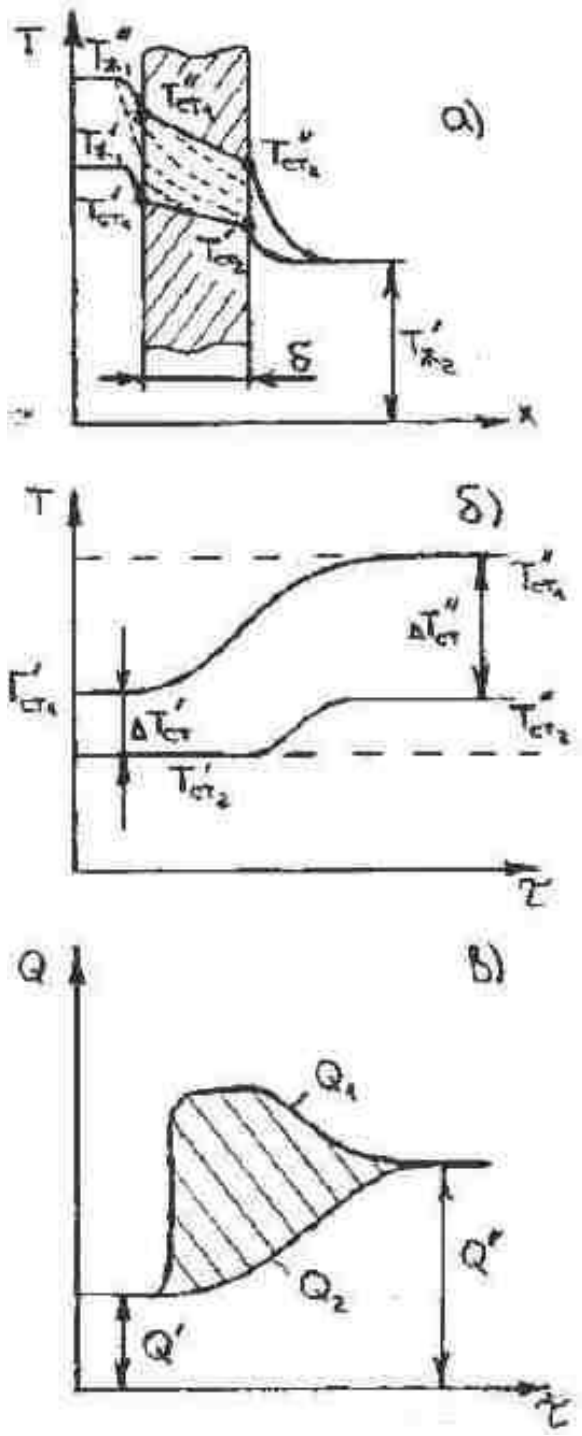
# Понятие «нестационарная теплопроводность»

При нестационарном тепловом режиме температурное поле изменяется во времени.

Нестационарность тепловых процессов обуславливается изменением внутренней энергии тела и всегда связана с явлением его прогрева или охлаждения.




характер изменения температур и количества переданной теплоты во времени




Рассмотрим процесс теплопередачи через стенку.

Пусть вначале процесс был стационарным, температура горячей жидкости $T'_{ж1}$, холодной $T''_{ж2}$, стенок $T''_{с1}$ и $T''_{с2}$ (рис. а). Если теперь изменить режим, например, сразу резко изменить (увеличить) температуру горячей среды $T''_{ж1}$, то на некоторое время процесс становится нестационарным. Температурная кривая $T'_{ж1}$ - $T''_{ст1}$ - $T'_{ст2}$ - $T''_{ж2}$ будет изменяться до тех пор, пока снова не установится стационарный режим $T''_{ж1}$ - $T''_{ст1}$ - $T''_{ст2}$ - $T''_{ж2}$.

Изменение во времени $T_{с1}$ и $T_{с2}$ отдельно представлено на рис. б.

О характере изменения во времени количества передаваемой теплоты для рассматриваемого случая дают представление кривые на рис. б. Здесь $Q'$ и $Q''$ – тепловые потоки при стационарных режимах, $Q_1$ и $Q_2$ – тепловые потоки через горячую и холодную поверхности при нестационарном режиме.

Нестационарный тепловой процесс всегда связан с изменением внутренней энергии тела и им обуславливается.

Так как скорость изменения энергии прямо пропорциональна способности материала проводить теплоту (то есть коэффициенту теплопроводности λ) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (то есть, объемной теплоемкости cρ), то в целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется коэффициентом температуропроводности :

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}$$

**В задачах нестационарной теплопроводности выделяют три характерных режима.**

**I режим. Начальный.** Охватывает начало процесса, когда существенно влияние начальных условий, при этом характерной особенностью является распространение температурных возмущений в пространстве и захват все новых и новых слоев тела. Скорость изменения температуры в отдельных точках при этом различна, поле температур сильно зависит от начального состояния, которое, вообще говоря, может быть различным.

**II режим. Регулярный.** С течением времени влияние начальных неравномерностей (условий) сглаживается и относительная скорость изменения температуры во всех точках становится постоянной.

**III режим. Стационарный.** По прошествии длительного времени – аналитически по истечении бесконечного времени, наступает третий, стационарный режим, характерной особенностью которого является постоянство температур во времени. Если при этом температура во всех точках одинакова и равна температуре окружающей среды, то это состояние теплового равновесия.

Решить задачу нестационарной теплопроводности – значит найти зависимость изменения температуры и количества тепла для любой точки тела. Такие зависимости могут быть получены:

- аналитическим способом,
- экспериментальными способами
- методами численного моделирования (путем решения дифференциального уравнения теплопроводности).

# Расчет нагрева и остывания термически тонких тел

Наиболее простым но достаточно часто распространенным является случай, когда удельное тепловое сопротивление теплоотдачи $1/\alpha$ от греющей среды к телу значительно больше термического сопротивления переноса теплоты теплопроводностью внутри тела от его поверхности к середине $\delta/\lambda$, то есть

$$\alpha << \lambda/\delta$$

где $\delta$ –половина толщины тела (пластины) или радиус (шара и цилиндра), а для тел сложной формы – половина наибольшего линейного размера.

При выполнении данного условия тело называют термически тонким.

В каждый момент времени температура *T* внутри такого тела успевает выровняться за счет интенсивного переноса теплоты теплопроводностью. Таким образом, величина *T* зависит только от времени и не зависит от координат.

Рассмотрим термически тонкое тело произвольной формы, объемом *V*, все точки которого охлаждаются за счет теплоотдачи с одинаковой скоростью *dT/dτ*. За время *dτ* тело отдает количество теплоты:

$$dQ = -c\rho V\left(\frac{dT}{d\tau}\right)d\tau \qquad dQ = \alpha F\left(T - T_{ж}\right)d\tau$$

$$-c\rho V dT = \alpha F\left(T - T_{ж}\right)d\tau$$

$$\vartheta = T - T_{ж}$$

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{\alpha F}{c\rho V} d\tau$$

$$\ln \vartheta = -\frac{\alpha F \tau}{c\rho V} + C$$

Согласно начальным условиям: при *τ = 0*

$$\vartheta = T0 - Tж = \vartheta 0 \qquad C = \ln \vartheta_0$$

$$\ln\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = -\frac{\alpha F}{c\rho V}\tau$$

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \exp\left(-\frac{\alpha F\tau}{c\rho V}\right)$$

Таким образом, избыточная температура термически тонкого тела с течением времени уменьшается экспоненциально от начальной температуры до нуля при т □ ∞ и тем быстрее, чем больше комплекс

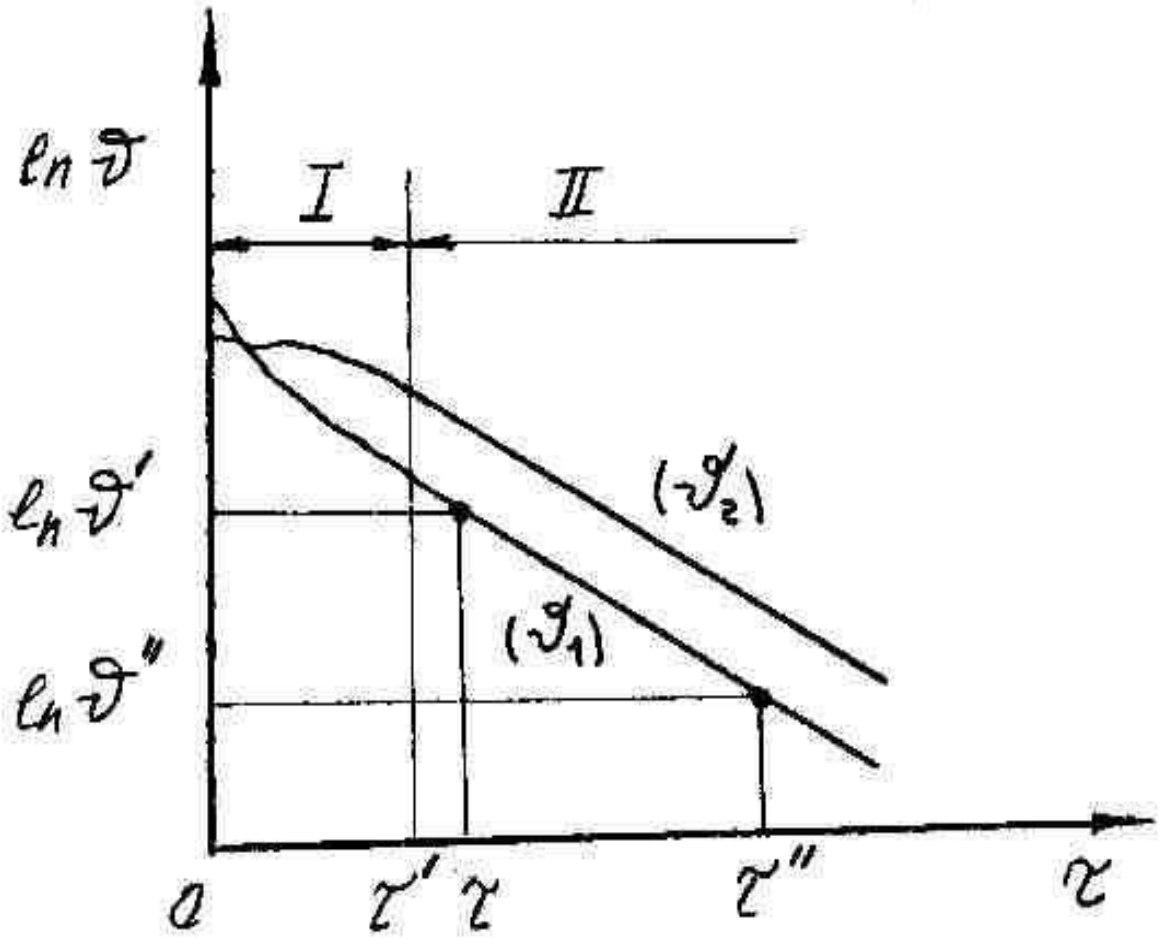
$$\left(\frac{\alpha F}{c\rho V}\right)$$

# Регулярный тепловой режим

$$\ln \vartheta = \ln(T - T_{ж}) = -\tau\ \tau + C$$

$$\vartheta = C \cdot e^{-\tau\ \tau} \qquad **$$

m [1/сек] – темп охлаждения (нагревания).
Характеризует интенсивность охлаждения (нагревания) тела. *




Изменение температуры как функция времени при охлаждении тела

Применим уравнение (**) к двум произвольным моментам времени *τ'* и *τ"* и, исключив постоянную С, получим

$$m = \frac{\ln \vartheta' - \ln \vartheta''}{\tau'' - \tau'}$$

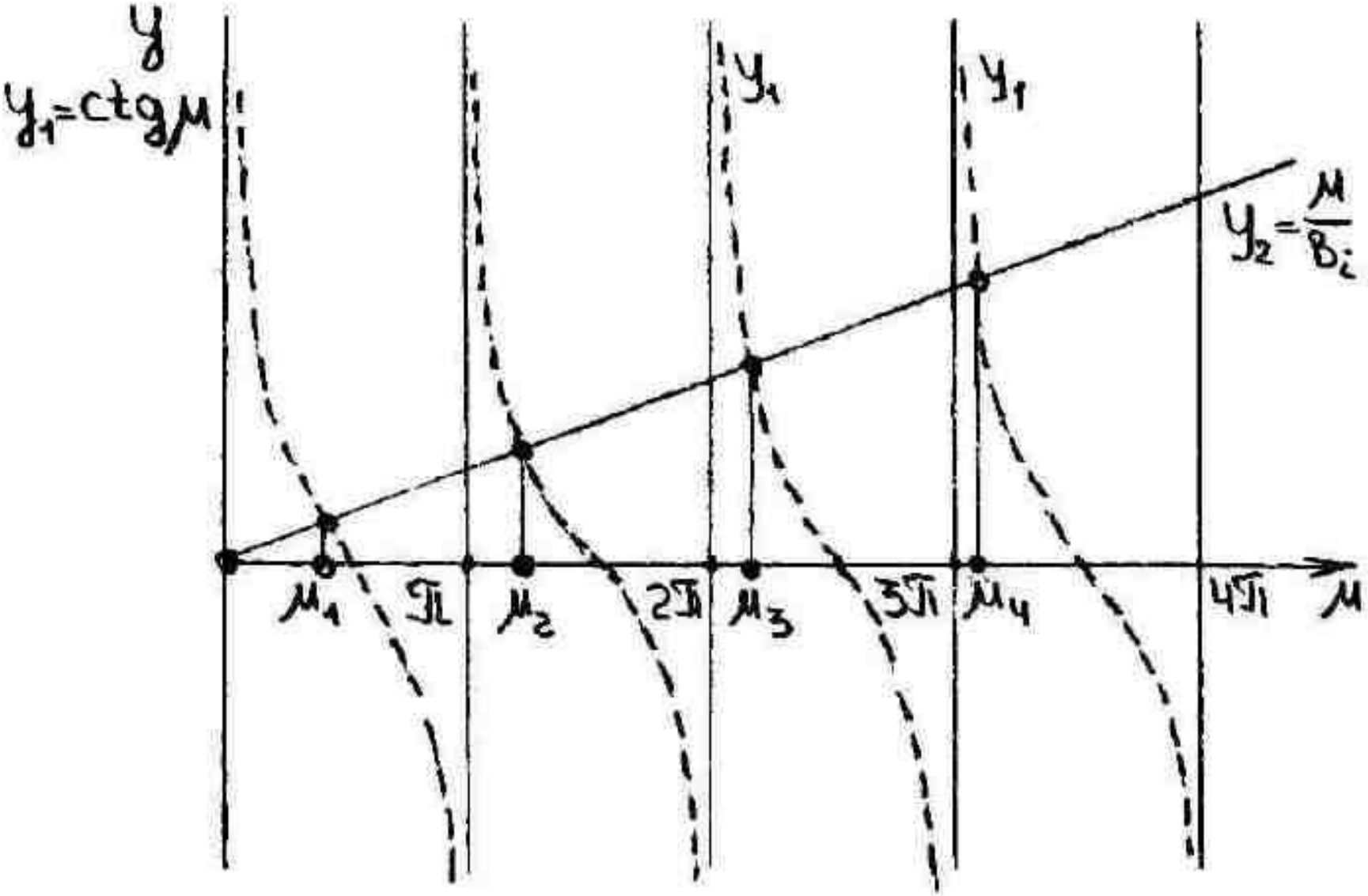
а)

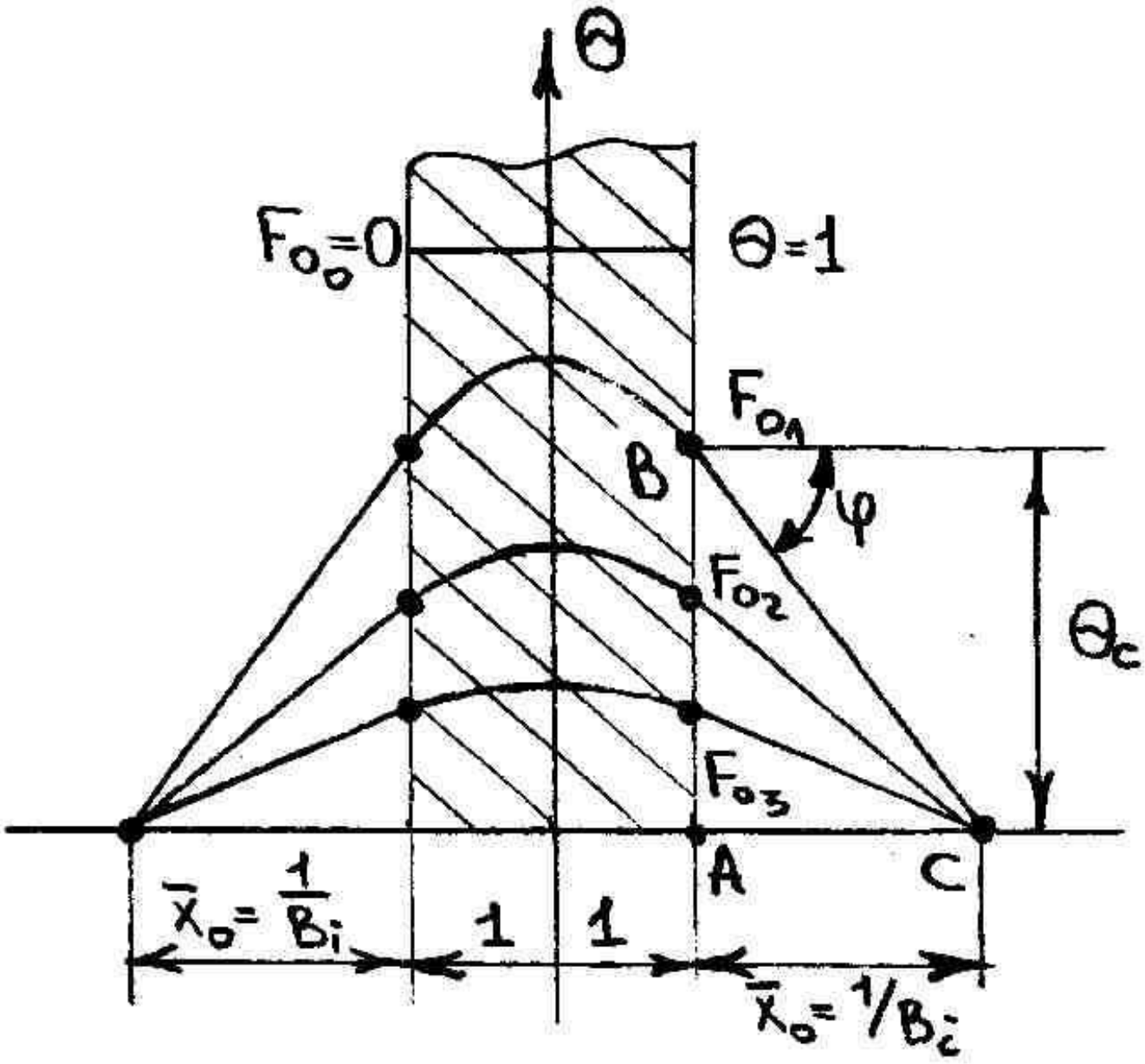


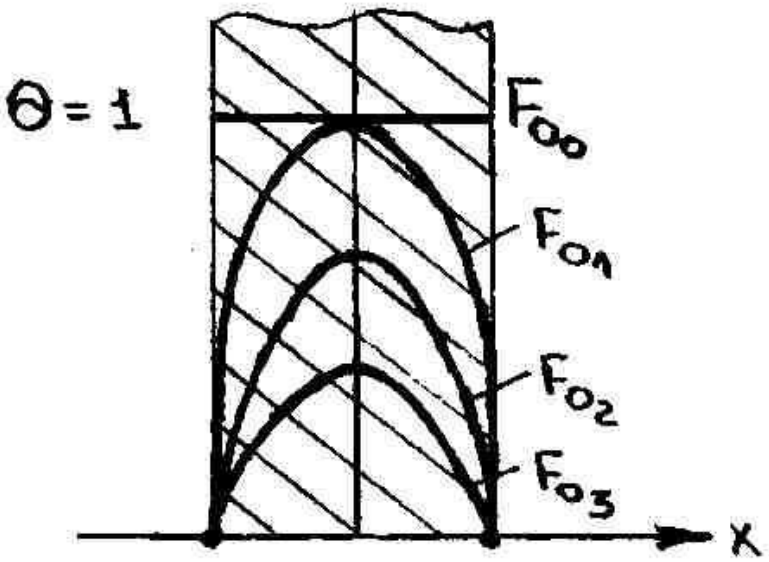

б)

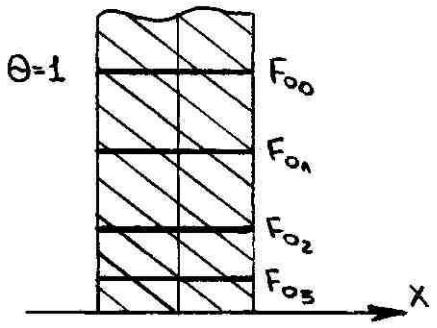



в)


y
$y_1 = ctg\mu$
$y_1$
$y_1$
$y_2 = \frac{\mu}{B_i}$
$\mu_1$
$\pi$
$\mu_2$
$2\pi$
$\mu_3$
$3\pi$
$\mu_4$
$4\pi$
$\mu$


θ
$F_{o_0}=0$
θ=1
$F_{o_1}$
B
φ
$F_{o_2}$
$\theta_c$
$F_{o_3}$
A
C
$\bar{x}_o=\frac{1}{Bi}$
1
1
$\bar{x}_o=1/Bi$


Θ = 1
$F_{o0}$
$F_{o1}$
$F_{o2}$
$F_{o3}$
X


Θ=1
$F_{o0}$
$F_{o1}$
$F_{o2}$
$F_{o3}$
X