Теплопередача

Целью освоения дисциплины является достижение следующих компетенций на уровнях:

профессионально-специализированных:

- способен выполнять расчёты простых систем, деталей и узлов.

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

знания:

на уровне представлений:

- основные законы теплопередачи в двигателях;

на уровне воспроизведения:

- методы анализа эффективности работы двигателей ЛА;
- расчет тепловых потоков

на уровне понимания:

- выполнения теплотехнических расчетов для эскизного проектирования оборудования;

умения:

теоретические:

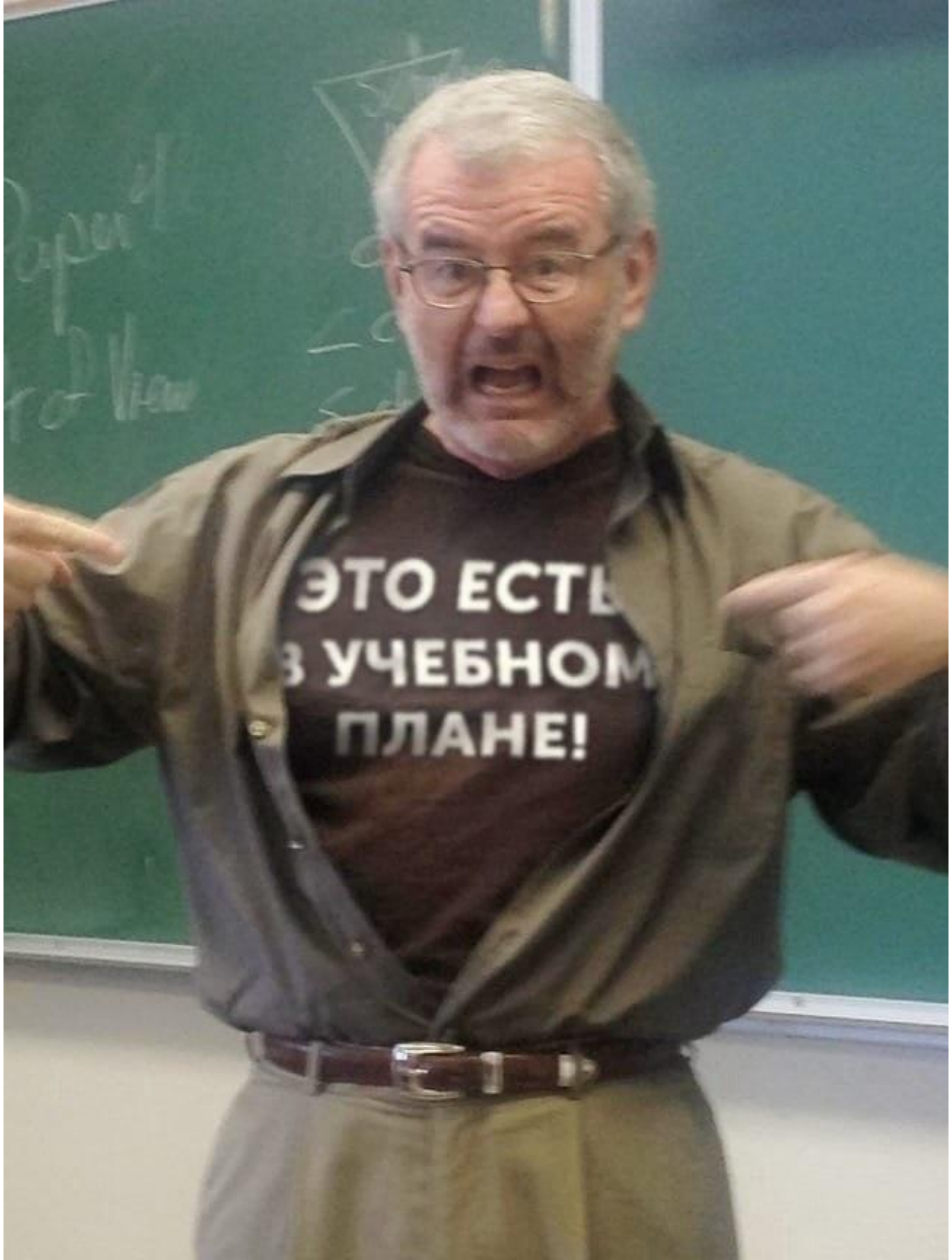
- методы и алгоритмы анализа теплового режима двигателей ЛА

практические:

- проводить анализ работы тепловых машин и установок;

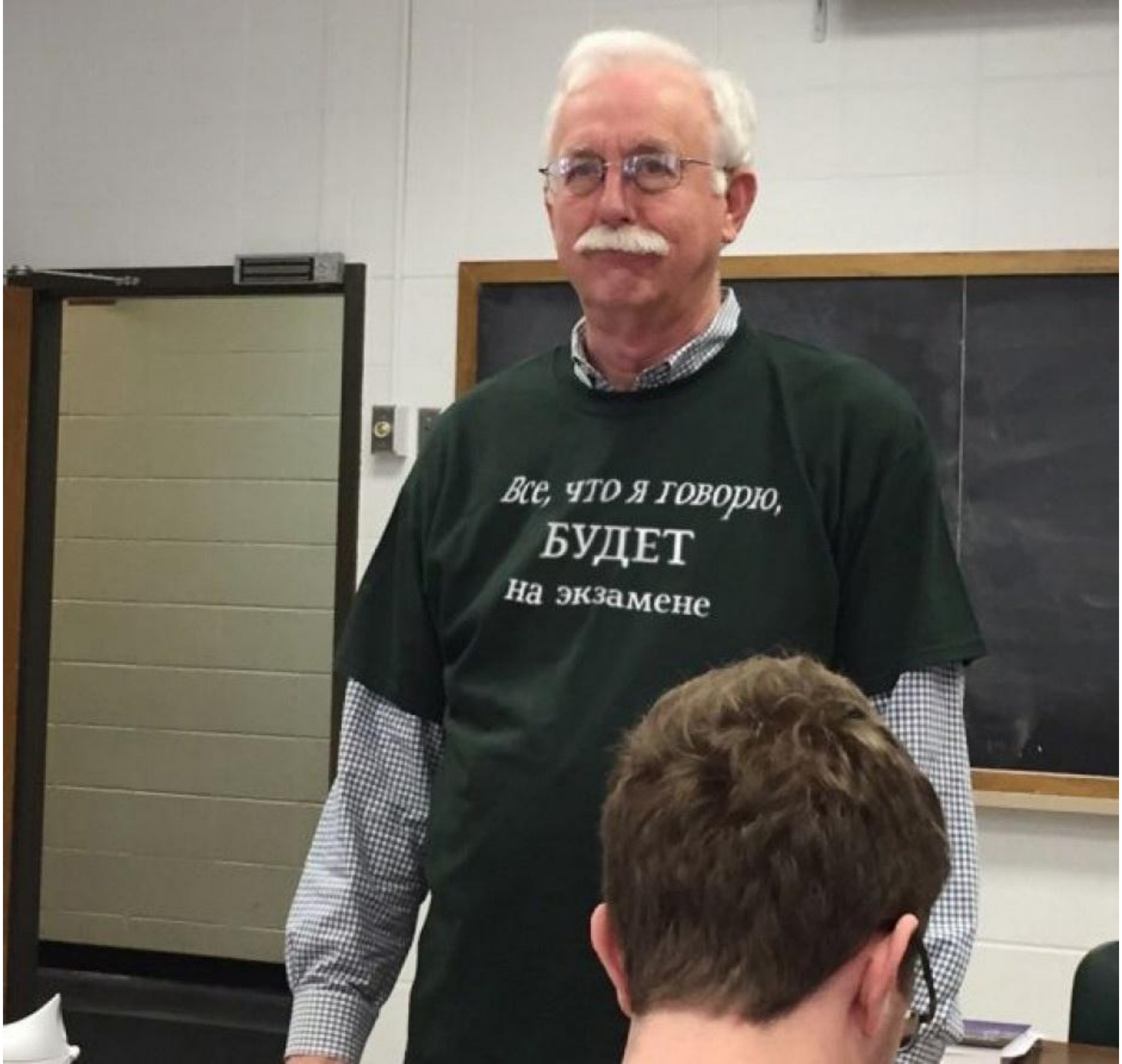
навыки:

- решения задач при проектировании теплового оборудования и энергетических узлов;

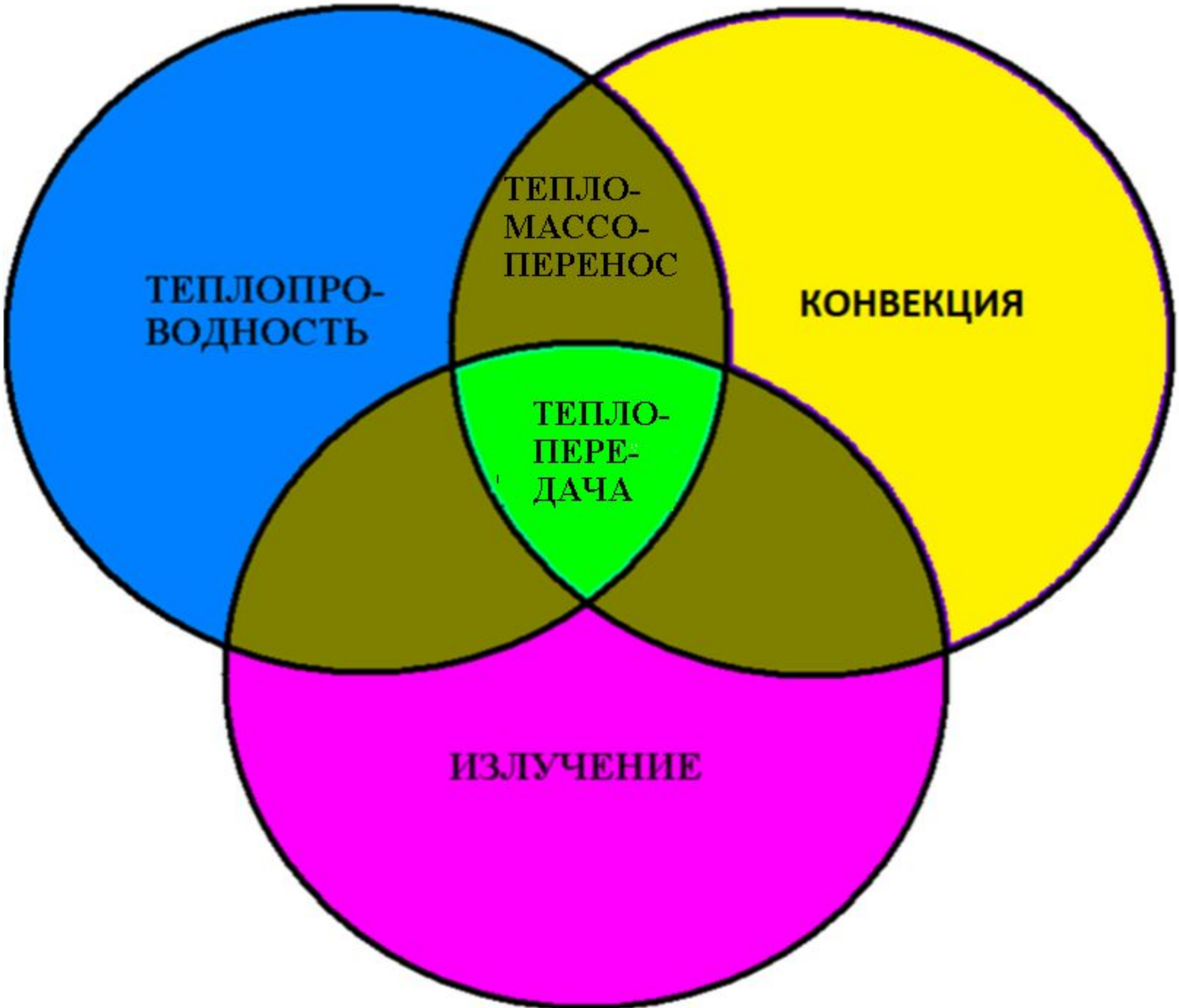

ЭТО ЕСТЬ
В УЧЕБНОМ
ПЛАНЕ!

Литература

- В. В. Нащокин. Техническая термодинамика и теплопередача. М.: Высшая школа, 1980, 74 экз.
- В. В. Сахин. Исследование процессов теплообмена. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2004, эл. рес.
- В. В. Сахин, В. Шалимов. Теплопередача. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2003, эл. рес.
- В. В. Сахин, Е. М. Герлиман, Н. А. Брыков. Теплопередача в примерах и задачах. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, 84 экз.
- В. В. Сахин, Е. М. Герлиман, Н. А. Брыков. Теплопередача в примерах и задачах. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, эл. рес.
- Ю. А. Душин. . Термодинамика и тепло-массопередача. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.


Все, что я говорю,
БУДЕТ
на экзамене

Понятия и определения


ТЕПЛО-
МАССО-
ПЕРЕНОС
ТЕПЛОПРО-
ВОДНОСТЬ
КОНВЕКЦИЯ
ТЕПЛО-
ПЕРЕ-
ДАЧА
ИЗЛУЧЕНИЕ

Теплообмен (теплопередача)

Это самопроизвольный, необратимый процесс распространения теплоты в пространстве, обусловленный разностью температур.

Различают три элементарных вида теплообмена: теплопроводность, конвекцию и тепловые излучения.

Теплопроводность

Это процесс переноса тепла, осуществляемый в результате непосредственного контакта микрочастиц, обладающих различной энергией.

Конвекция

Это процесс переноса теплоты вследствие пространственного перемещения макрообъемов вещества с различной температурой.

Причем, внутри макрообъемов осуществляется теплообмен теплопроводностью.

Тепловое излучение

Это процесс переноса теплоты посредством электромагнитного поля с двойным взаимным превращением – теплоты в энергию поля и энергии поля в теплоту при поглощении.

Т.е. Т.И. осуществляется посредством электромагнитных

Сложный теплообмен

Это теплообмен, осуществляемый в результате одновременного действия теплопроводности, конвекции и излучения.

<u>Температурное поле</u>

Это совокупность мгновенных значений температуры во всех точках пространства. Поле температур является скалярным полем, его уравнение

$$T = T(x, y, z, \tau)$$

стационарный тепловой режим

Режим теплообмена, при котором во всех точках пространства температура не изменяется во времени. В этом случае температурное поле называется стационарным (установившемся), ему соответствует уравнение

$$T=T(x, y,z)$$

Стационарное, двухмерное поле.

$$T = T(x, y)$$

Одномерное стационарное поле.

$$T = f(x)$$

Одномерное нестационарное поле

$$T = f(x, \tau)$$

<u>Изотермическая поверхность</u>

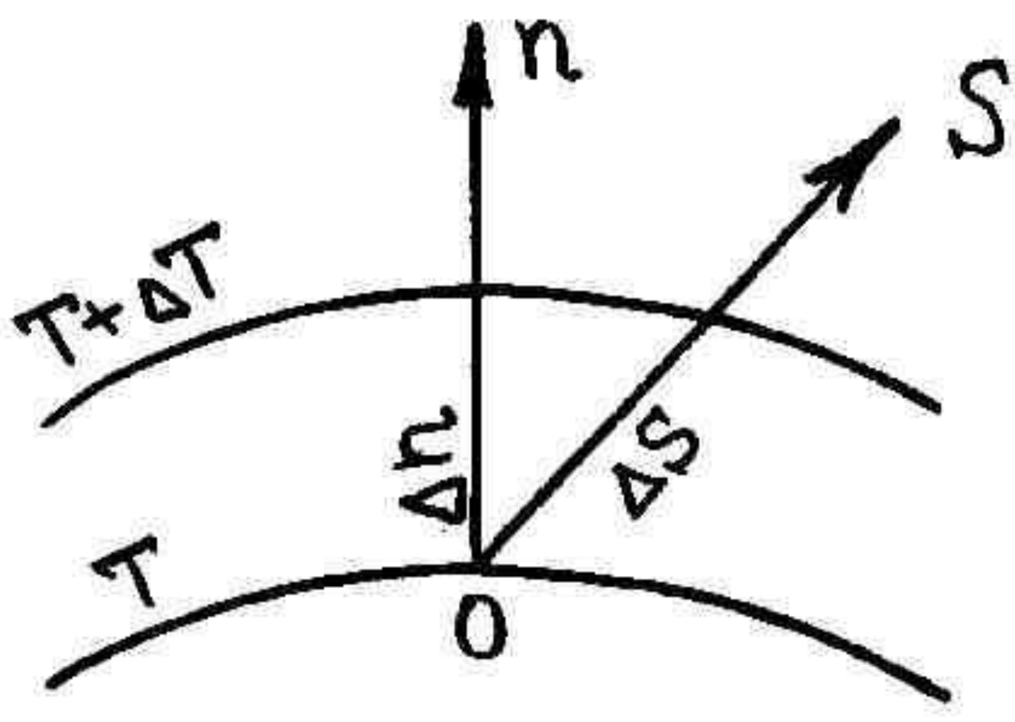
Это геометрическое место точек пространства, имеющих одинаковую температуру

Температурный градиент

Это физическая величина, которая описывает, в каком направлении и с какой скоростью температура меняется наиболее интенсивно в определенном месте

Температурный градиент

направлен перпендикулярно изотермической поверхности



Температурный градиент

Это предел отношения разности температур на изотермических поверхностях ΔT к расстоянию между ними по нормали Δn:

$$\mathrm{grad}T = \lim\left(\frac{\Delta T}{\Delta n}\right)_{\Delta n \to 0} = \frac{\partial T}{\partial n}$$

Температурный градиент

Это вектор, определенный в каждой точке температурного поля, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и имеющий длину, равную производной от температуры по направлению:

$$\overline{\mathrm{grad}\,T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \bar{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\bar{k}$$

Температурный градиент

является мерой интенсивности изменения температуры.

Таким образом, скалярному полю температур соответствует векторное поле температурных градиентов

Тепловой поток

Это количество теплоты, участвующее в теплообмене: Q, вт.

Плотность теплового потока

Это количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади: q, вт/м2

$$q = \frac{dQ}{dF}$$

Плотность теплового потока q и тепловой поток Q являются векторами, направленными в сторону уменьшения температуры.

Основной задачей расчета процессов теплообмена является в конечном итоге, выявление количественной зависимости между распределением температуры и тепловыми потоками

Раздел 1

СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Закон Фурье (1822 г.)

дает связь поля температурных градиентов и поля тепловых потоков.

Он устанавливает, что тепловой поток, переносимый теплопроводностью, пропорционален температурному градиенту.

Закон Фурье

$$\overline{q} = -\lambda \cdot gr\overline{a}dT$$

$$Q = -\lambda gradT \cdot F$$

$$\overline{\mathrm{grad}T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \overline{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x}\overline{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\overline{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\overline{k}$$

Коэффициент теплопроводности

λ Вт/(м^{0}К).

Коэффициент λ это физический параметр, характеризующий способность вещества проводить теплоту.

Он численно равен количеству тепла, проходящему через единицу изотермической поверхности в единицу времени по нормали к ней в сторону уменьшения температуры при условии, что градиент температуры в рассматриваемой точке равен 1 К/м.

Зависимость $\lambda = \lambda(T)$

Для большинства веществ зависимость

$$\lambda = \lambda(T)$$

имеет линейный характер.

У газов, а также твердых теплоизоляторов и огнеупорных материалов при увеличении температуры λ возрастает, у других (большинства чистых металлов и жидкостей) убывает.

Численные значения коэффициента теплопроводности

- Для газов $\lambda = 0{,}05 \div 0{,}5$ Вт/(м^{0}К);
- Для капельных жидкостей $\lambda = 0{,}07 \div 0{,}7$ Вт/(м^{0}К);
- Для диэлектриков $\lambda = 0{,}02 \div 0{,}3$ Вт/(м^{0}К);
- Для металлов $\lambda = 2 \div 450$ Вт/(м^{0}К).

- Вещества, имеющие коэффициент теплопроводности $\lambda \leq 0{,}25$ Вт/(м^{0}К) используются в качестве теплоизоляторов для снижения тепловых потерь, для тепловой защиты.

Механизм теплопроводности

В газах передача энергии осуществляется при столкновении частиц, совершающих поступательное движение.

Из молекулярно-кинетической теории

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{3}\rho\ c_v\ L\ \overline{W}}$$

ρ- плотность;

c_v- теплоемкость;

L- средняя длина свободного пробега молекул;

$\overline{W} = \sqrt{3RT/M}$ - средняя скорость молекул

(L ~ 1/P), (ρ ~ P). Поэтому **L·ρ~*const***

теплопроводность газов слабо зависит от давления.

воздух ~0,03 Вт/(м К)

В жидкостях энергия переносится в процессе упругих столкновений колеблющихся частиц.

$$\boxed{\lambda = A\frac{c_p\,\rho^{4/3}}{M^{1/3}}}$$

Из молекулярно-кинетической теории ля обычных жидкостей:

A - коэффициент, пропорциональный скорости упругих волн в жидкости;

M - молекулярный вес.

Для обычных, слабо ассоциированных жидкостей

$$\partial\rho/\partial t < 0 \quad \text{и поэтому} \quad \partial\lambda/\partial t < 0$$

вода ~0,6 Вт/(м K) при 20 ^{o}C, натрий ~75 Вт/(м K) при 300 ^{o}C

Механизм теплопроводности

В твердых телах механизм переноса энергии связан с характером теплового движения атомов. Твердое тело - совокупность атомов, совершающих колебания. Эти колебания не зависят друг от друга и передаются (со скоростью звука) от одних атомов к другим.

$$\boxed{\lambda = \lambda_{\phi} + \lambda_e}$$

Фононная составляющая так же, как и для газов:

$$\boxed{\lambda_{\phi} = \frac{1}{3}\rho\, C_v L\, c}$$

c - скорость звука; L~1/T,

$$\boxed{\lambda_{\phi} \sim T^{-1}}$$

Электронная составляющая

$$Lo = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k}{e}\right)^2$$ - постоянная Лоренца;

$$\boxed{\lambda_e \approx \sigma \cdot \mathrm{Lo} \cdot \mathrm{T}}$$

k - постоянная Больцмана;

e - заряд электрона

σ - электропроводность

серебро ~430 Вт/(м К), медь ~400 Вт/(м К)

Механизм теплопроводности

Теплопроводность твердых неметаллических материалов зависит от:

- структуры,
- пористости,
- влажности и т.д.

Пример: сухой кирпич λ = 0,35 Вт/(м.К) ,
влажный λ = 1,0 Вт/(м.К)

Этот эффект связан с конвективным переносом тепла и с капиллярным движением жидкости внутри пор.

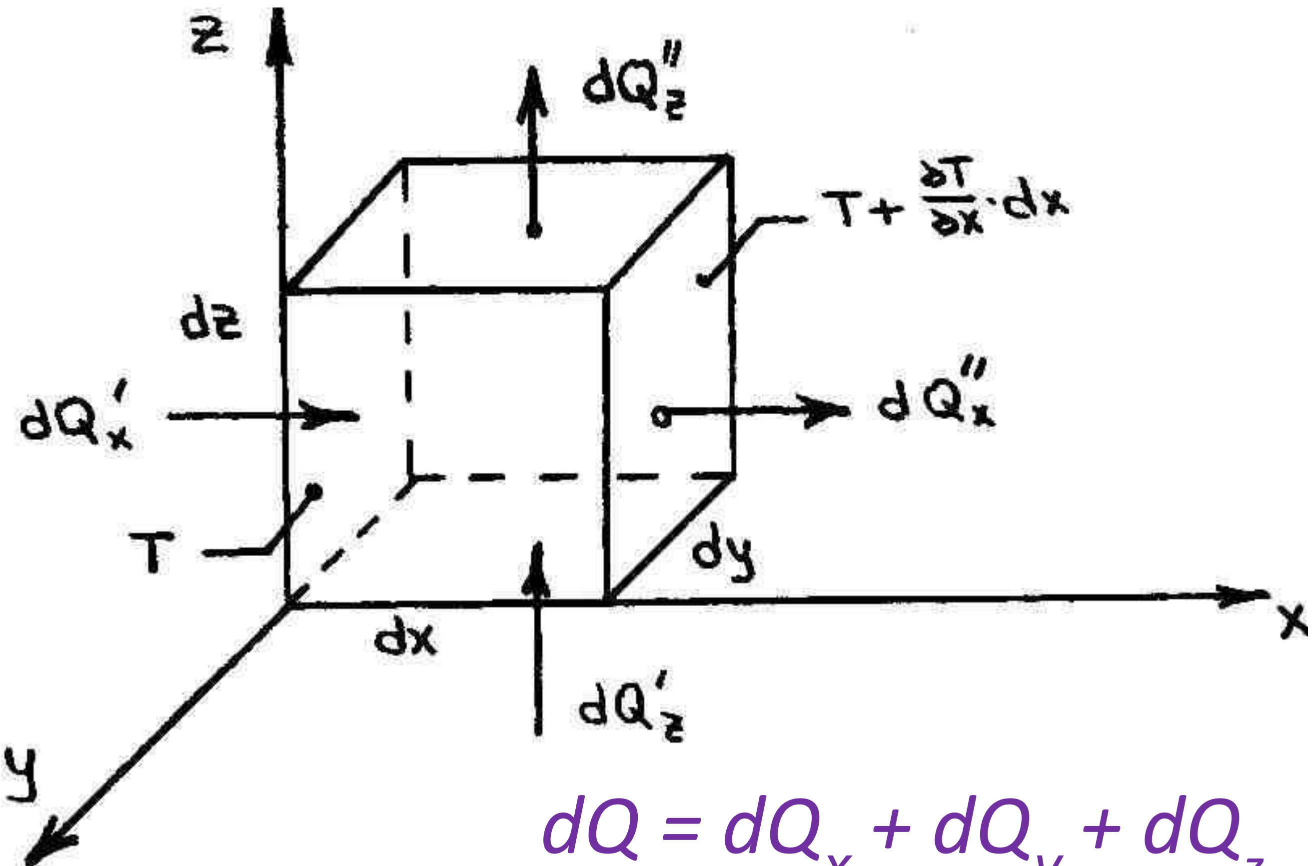
Теплоизоляционные материалы - коэффициент теплопроводности менее 0,2 Вт/(м.К)

Дифференциальн ое уравнение теплопроводност и

Допущения:

- 1) среда – однородная и изотропная;
- 2) внутренние источники тепла отсутствуют;
- 3) конвекция отсутствует (среда неподвижная);
- 4) физические параметры среды (ρ, c, λ) постоянны

К выводу дифференциального уравнения теплопроводности



$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

$$dQ_i = dQ_i' - dQ_i''$$

Внутренняя энергия выделенного объема

может изменяться только за счет теплообмена с окружающей средой

$$dU = dQ,$$

где dU – изменение внутренней энергии элемента за время $d\tau$, Дж;

dQ – количество теплоты, которым элемент обменивается с окружающей средой за то же время, Дж.

Величина dQ является суммой трех слагаемых, которые выражают тепловые потоки, поступающие в элемент (или из него) по направлению осей координат X, Y, Z

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

Каждое из слагаемых можно представить как разность между потоками, входящими в элемент и выходящими из него в соответствующем направлении.

$$dQ_x = dQ_x' - dQ_x'',$$

где dQ_x' – количество теплоты, <u>вошедшего</u> в элемент среды за время $d\tau$ в направлении оси X;

dQ_x'' – количество теплоты, <u>вышедшее</u> из элемента в том же направлении за тот же промежуток времени;

dQ_x – количество теплоты, пошедшее на изменение внутренней энергии элемента за счет теплового потока, направленного вдоль оси X;

$$dQ = q\, dF\, d\tau,$$

Температуры на гранях имеют значение

на левой (вход):

$$T$$

на правой (выход):

$$T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$$

Исходя из закона Фурье

$$\overline{q} = -\lambda \cdot \overline{gradT}$$

$$Q = -\lambda gradT \cdot F$$

$$\overline{\text{grad}T} = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \overline{n}_0 = \frac{\partial T}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\bar{k}$$

получаем:

$$dQ'_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydzd\tau$$

$$dQ''_x = -\lambda \frac{\partial}{\partial x}\left(T + \frac{\partial T}{\partial x}dx\right)dydzd\tau$$

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dVd\tau$$

Аналогично получаем dQ по осям Y и Z. Далее, суммируя их, получаем общее количество теплоты, затраченное на изменение температуры объема dV.

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

$$dU = c \cdot dM \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau$$

$$c \cdot \rho \cdot dV \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV d\tau$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

$$\nabla^2 T = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T$$

Коэффициент температуропроводности

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a$$

коэффициент температуропроводности

м^2/с

Характеризует теплоинерционные свойства вещества, т.е. его способность с той или иной скоростью изменять свою температуру при подводе или отводе тепла, является физическим параметром вещества.

Дифференциальное уравнение Фурье

относится к числу общих уравнений. Чтобы получить из бесконечного множества решений единственное, отвечающее конкретным условиям задачи, необходимы дополнительные условия – условия однозначности решения

Условия однозначности

Условия однозначности (единственности) решения состоят из величин, учитывающих индивидуальные различия процессов, т.к. развитие процесса зависит от:

- физических характеристик рассматриваемой системы,
- состояния системы к моменту возникновения процесса,
- особенностей воздействия внешней среды.

Условия однозначности

- геометрические, характеризующие форму и размеры системы, в которой протекает процесс;
- физические, учитывающие физические параметры среды (λ, ρ, c и т.д.)
- начальные (временные), описывающие распределение температуры в начальный момент времени;
- граничные, отражающие влияние окружающей среды на процесс.

Граничные условия

Граничные условия требуют сопряжения температурных полей и тепловых потоков на границах тела с окружающей средой:

I рода – задание на границе распределения температуры: $t = f_1(x, y, z, \tau)$

в простейшем случае $t_w = const$

II рода – задание на границе плотности теплового потока: $q = -\lambda \dfrac{\partial t}{\partial n} = f_2(x, y, z, \tau)$

т.е. задание распределения градиента температуры на границе

III рода – задание условий теплообмена коэффициента теплообмена): $q = -\lambda \dfrac{\partial t}{\partial n} = \alpha \left(t_w - \overline{t_f}\right)$

Способы задания однозначности

I рода:

$$T = T(x, y, z, \tau);$$

II рода:

$$q = q(x, y, z, \tau);$$

III рода (твердая стенка – жидкость):

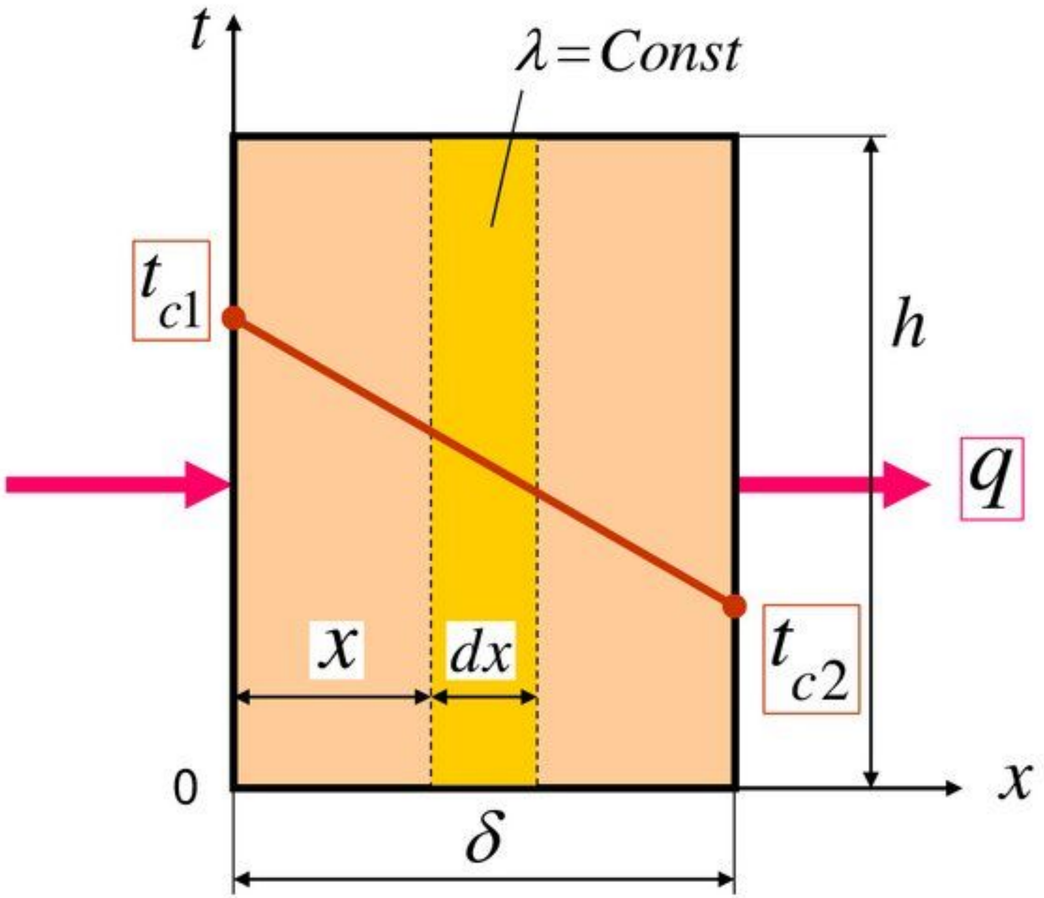
$$\alpha\left(T_c - T_{ж}\right) = -\lambda_{TB}\left(\frac{\partial T_c}{\partial n}\right)_c$$ или $$\left(\frac{\partial T_c}{\partial n}\right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda_{TB}}\left(T_c - T_{ж}\right)$$

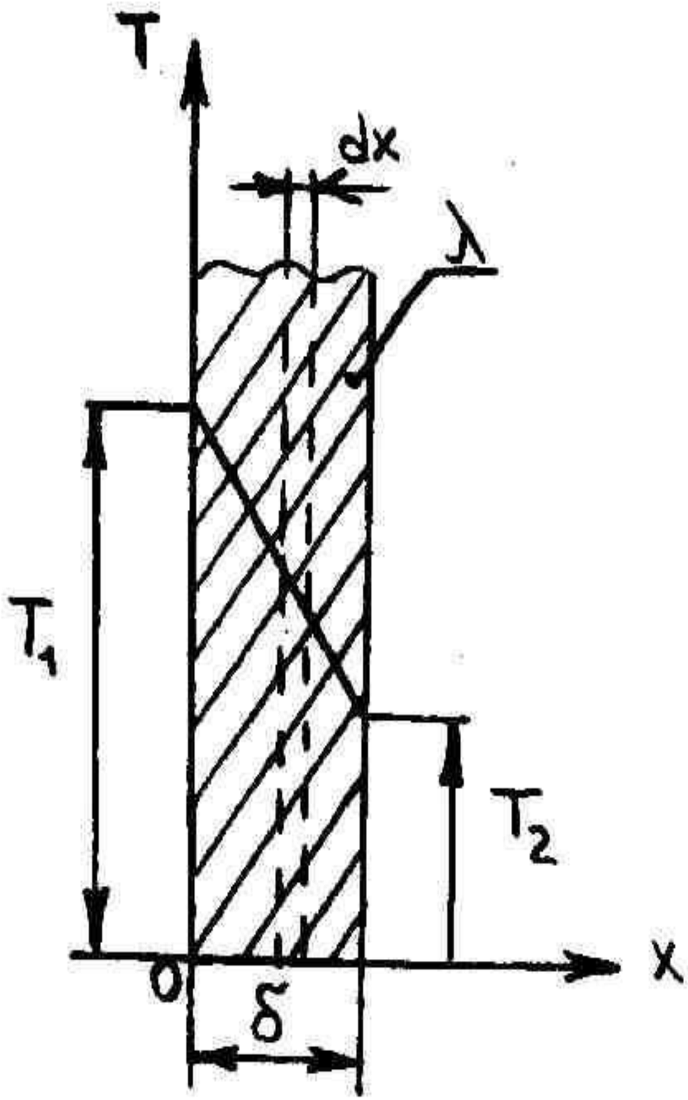
IV рода (твердая стенка – твердая стенка):

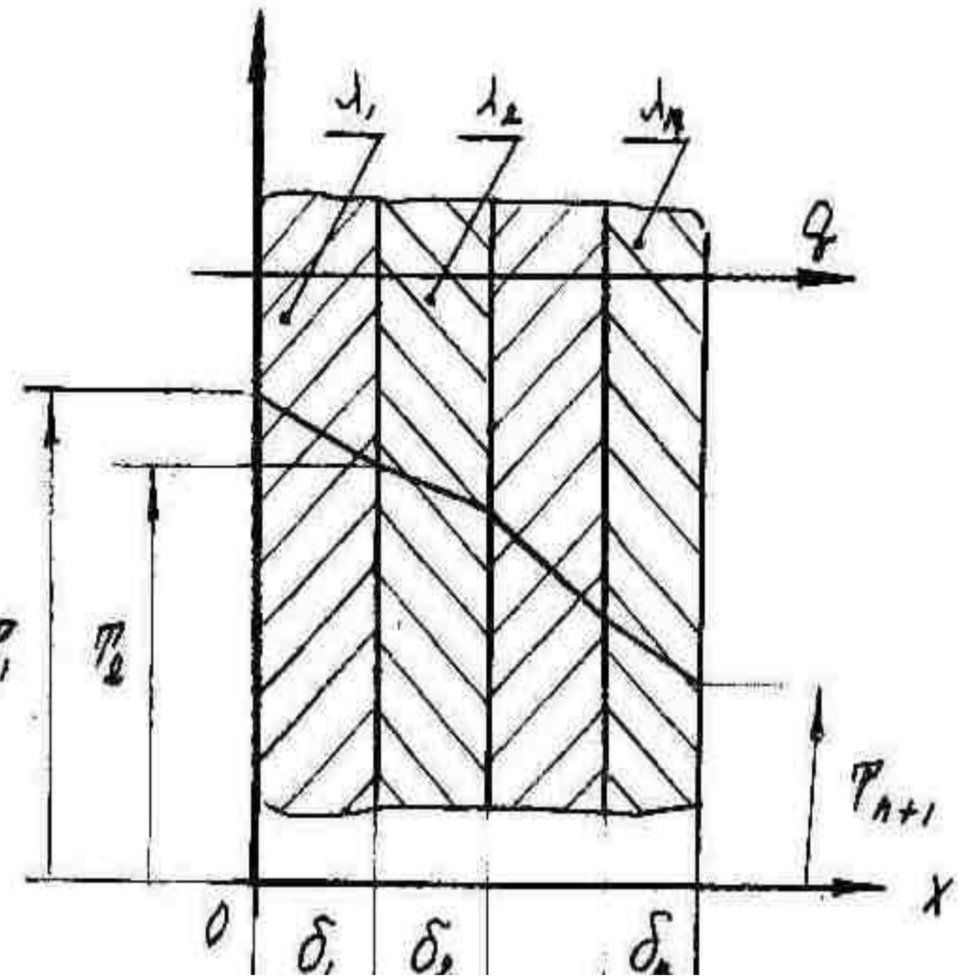
$$\lambda_1\left(\frac{\partial T_1}{\partial n}\right)_c = \lambda_2\left(\frac{\partial T_2}{\partial n}\right)_c$$

Теплопроводность плоской стенки

Теплопроводность через однослойную плоскую стенку при граничных условиях первого рода




T
dx
λ
T1
T2
0
δ
X


λ1
λ2
λn
q
T1
T2
Tn+1
0
δ1
δ2
δn
X

Дифференциальное уравнение теплопроводности (выведено ранее)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T$$

$$\nabla^2 T = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Теплопроводность плоской однослойной стенки

Температурное поле стационарное, одномерное:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Первое интегрирование: $\dfrac{dT}{dx} = C_1;\quad dT = C_1 dx$

Второе интегрирование: $T = C_1 x + C_2$

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x$$

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda C_1 = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\delta}$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2)$$

Теплопроводность многослойной плоской стенки

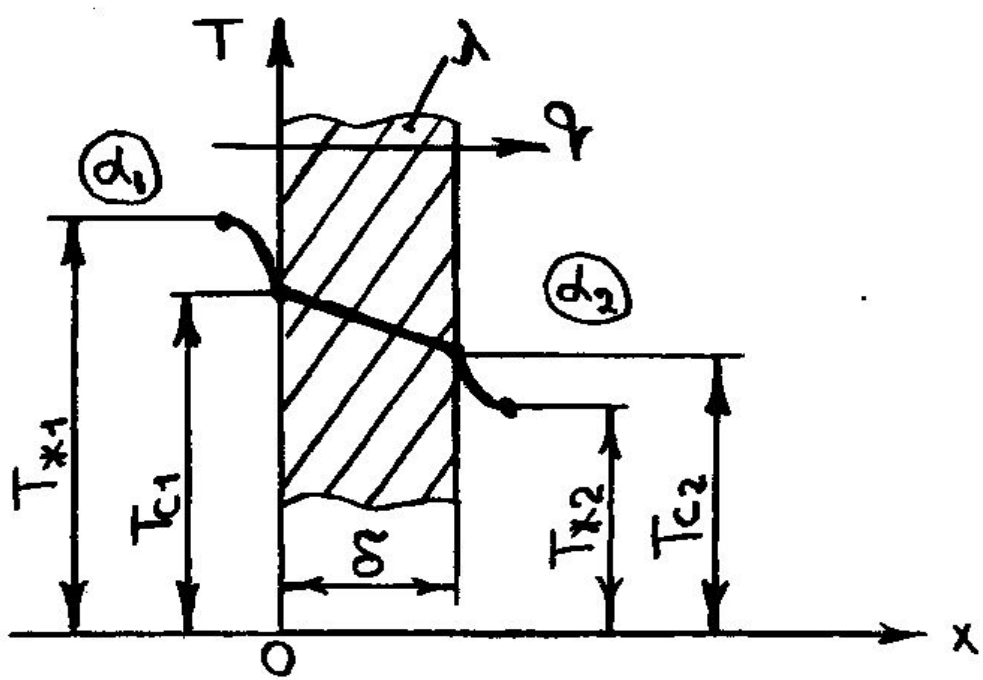
$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}\left(T_1 - T_2\right) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}\left(T_2 - T_3\right) = \ldots = \frac{\lambda_n}{\delta_n}\left(T_n - T_{n+1}\right)$$

$$T_1 - T_2 = q\frac{\delta_1}{\lambda_1} \qquad T_2 - T_3 = q\frac{\delta_2}{\lambda_2} \qquad T_n - T_{n+1} = q\frac{\delta_n}{\lambda_n}$$

$$T_1 - T_{n+1} = q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}\right) = q\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

$$q = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}} \qquad T_n = T_1 - q\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

Теплопередача через плоскую стенку



$$q = \alpha_1 \left(T_{ж1} - T_{c1} \right)$$

$$q = \alpha_2 \left(T_{c2} - T_{c2} \right)$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \left(T_{c1} - T_{c2} \right)$$

частные температурные напоры

$$T_{ж1} - T_{c1} = q\frac{1}{\alpha_1} \qquad T_{c2} - T_{ж2} = q\frac{1}{\alpha_2}$$

$$T_{c1} - T_{c2} = q\frac{\delta}{\lambda}$$

$$T_{ж1} - T_{ж2} = q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)$$

$$q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}} = K\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)$$

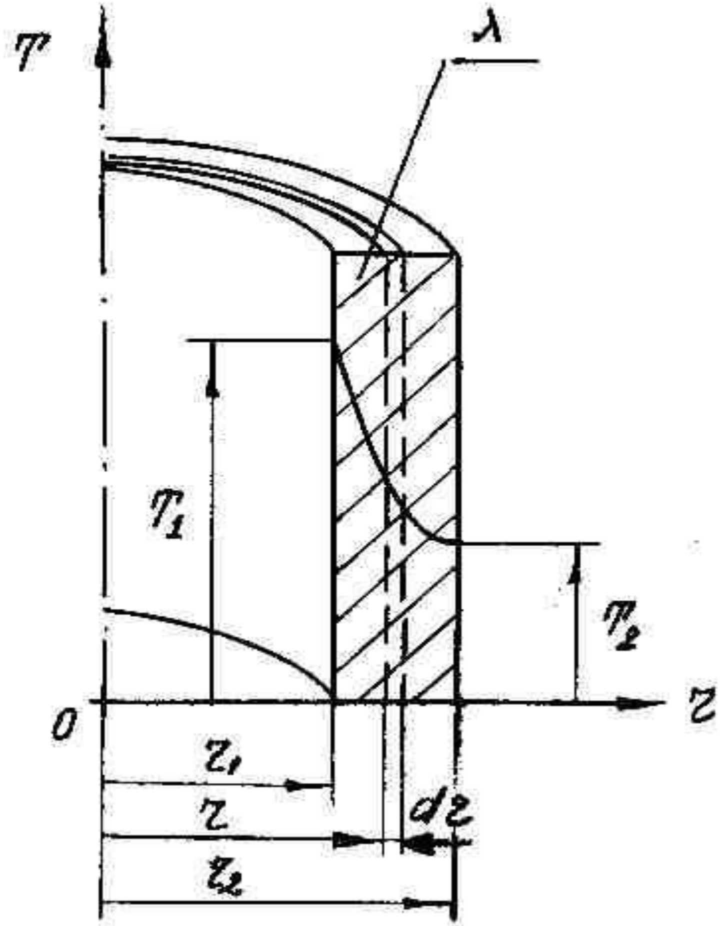
$$K = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}$$

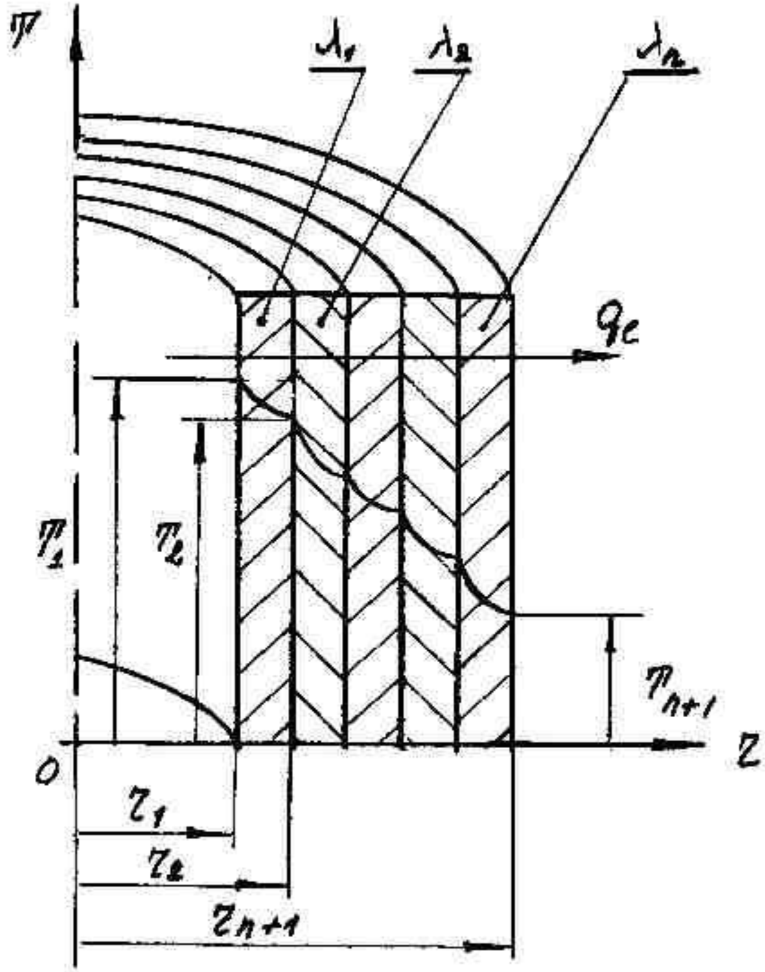
$$R_T = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_{\lambda 1} + R_{T2} + R_{\lambda 3}$$

$$T_{c1} = T_{ж1} - q\frac{1}{\alpha_1};$$

$$T_{c2} = T_{ж2} + q\frac{1}{\alpha_2} = T_{ж1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}\right)$$

Теплопроводнос
ть
цилиндрической
стенки





$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} F = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r l$$

Для однослойной цилиндрической стенки:

$$q_l = \frac{Q}{l} = -\lambda 2\pi r l \frac{dT}{dr}$$

$$dT = -\frac{q_l}{2\pi\lambda}\frac{dr}{r} \qquad T = -\frac{q_l}{2\pi\lambda}\ln r + C$$

$$q_l = \frac{2\pi}{\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}}\left(T_1 - T_2\right)$$

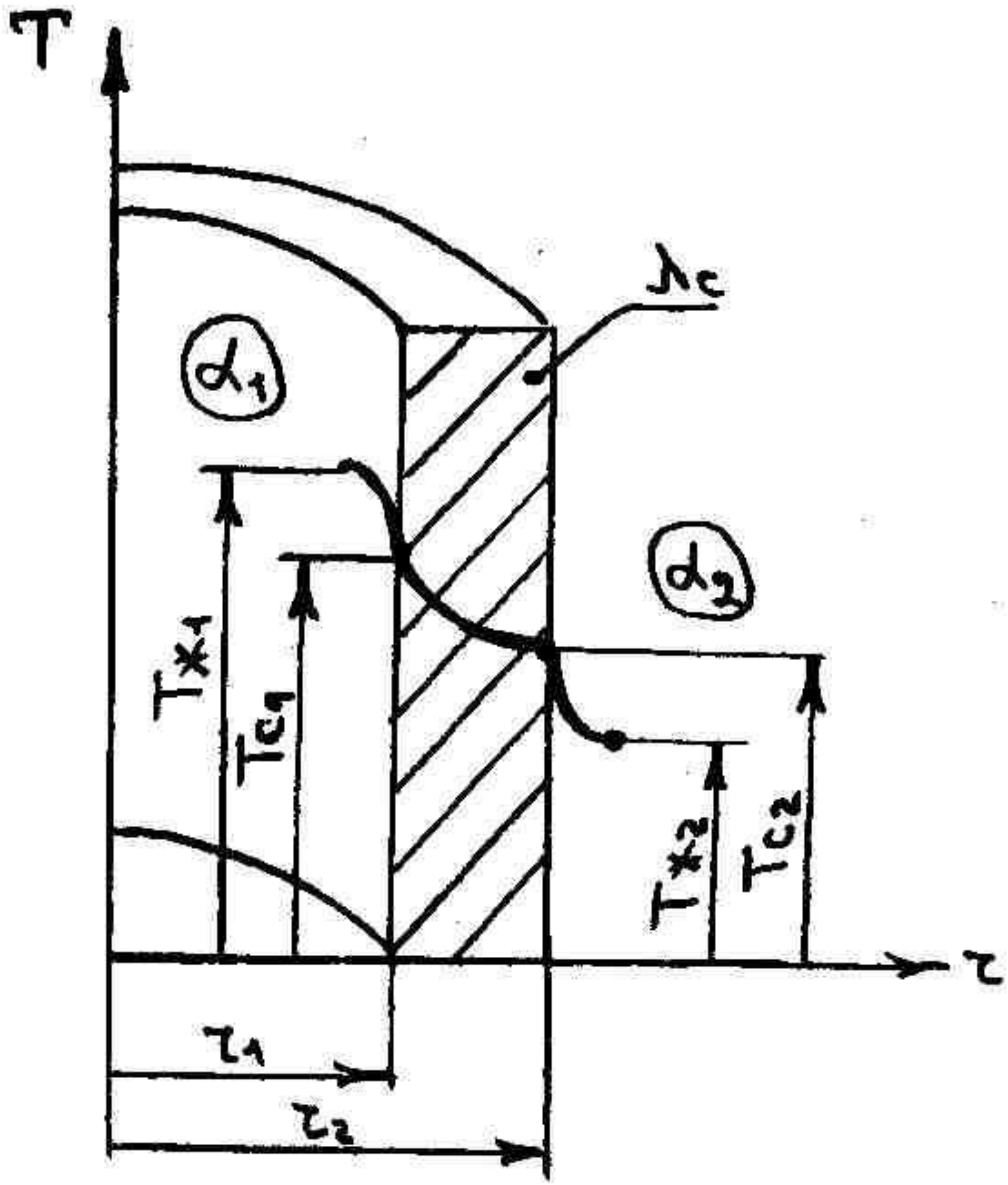
Для многослойной цилиндрической стенки

$$T_1 - T_{n+1} = \frac{q_l}{2\pi} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

$$q_l = \frac{2\pi (T_1 - T_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

$$T_n = T_1 - \frac{q_l}{2\pi} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

Теплопередача через цилиндрическу ю стенку



T
λc
α1
α2
T*1
Tc1
T*2
Tc2
r
r1
r2

$$q_l = \alpha_1 2\pi r_1 \left(T_{ж1} - T_{c1}\right)$$

$$q_l = \frac{2\pi\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_1}{r_2}}$$

$$q_l = \alpha_2 2\pi r_2 \left(T_{c2} - T_{ж2}\right)$$

$$T_{ж1} - T_{c1} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_1 r_1}$$

$$T_{c1} - T_{c2} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$T_{c1} - T_{ж2} = \frac{q_l}{2\pi} \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{ж1} - T_{ж2} = \frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}\right)$$

$$K_l = \left(\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}\right)^{-1}$$

$$q_l = K_l \cdot 2\pi(T_{ж1} - T_{ж2}) = \frac{2\pi(T_{ж1} - T_{ж2})}{R_l}$$

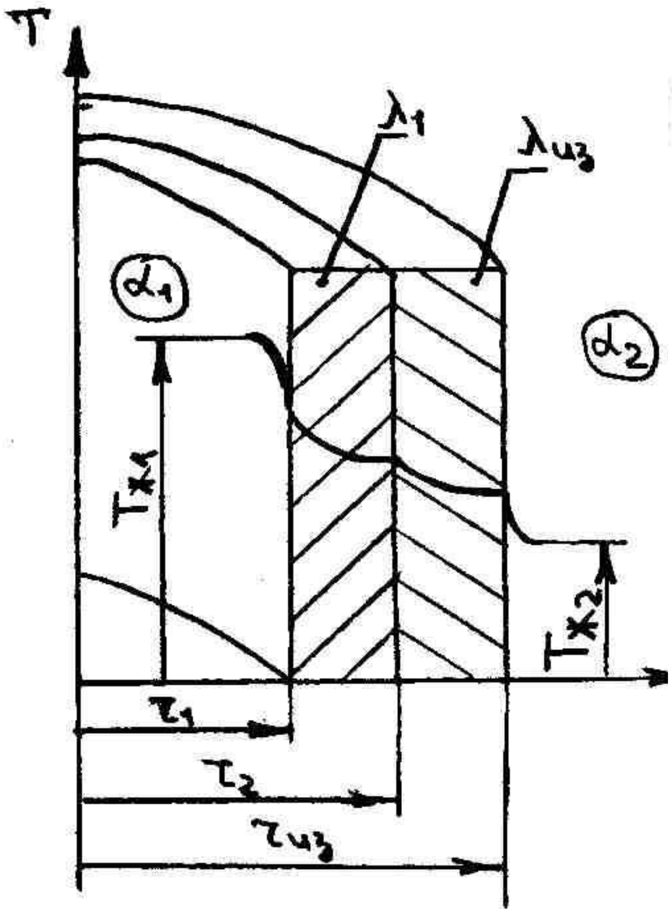
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

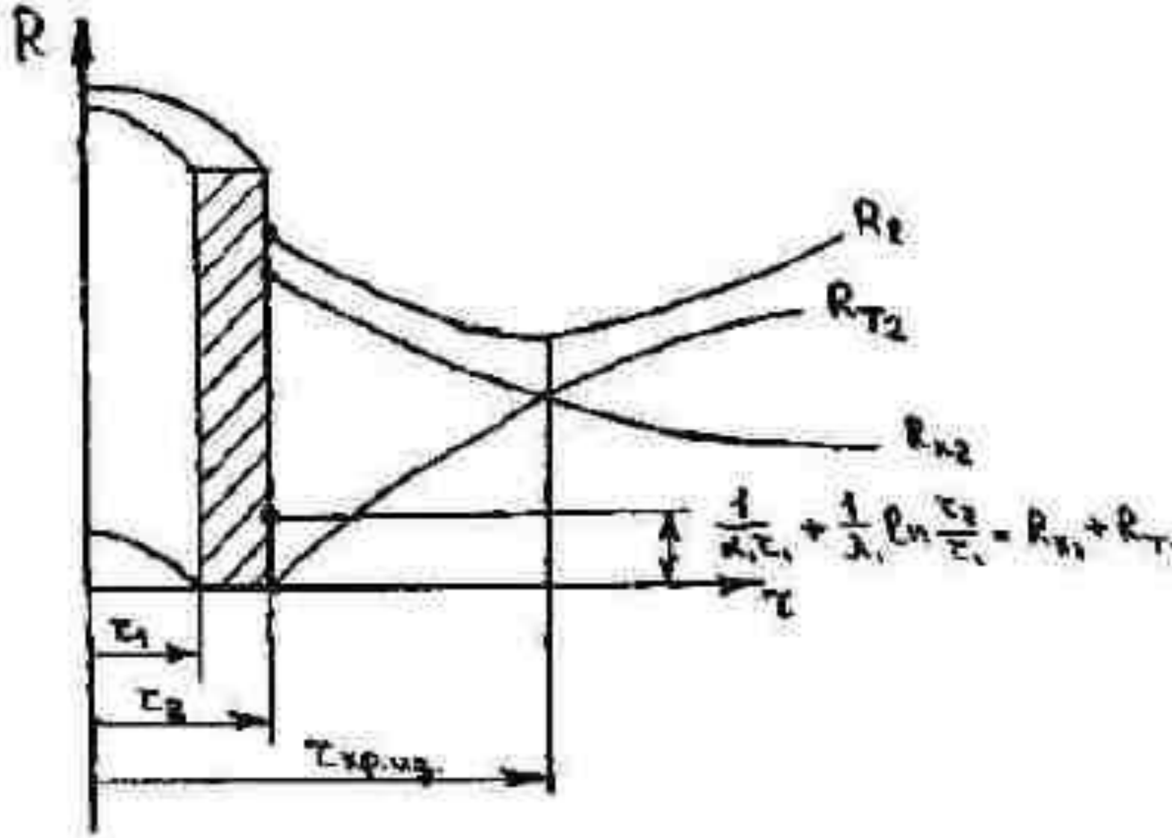
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{c1} = T_{ж1} - \frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\alpha_1 r_1}$$

$$T_{c2} = T_1 - \frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}\right) = T_{ж2} + \frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

Тепловая изоляция. Критический радиус изоляции.


T
λ_1
$\lambda_{из}$
α_1
α_2
$T_{ж1}$
$T_{ж2}$
r_1
r_2
$r_{из}$

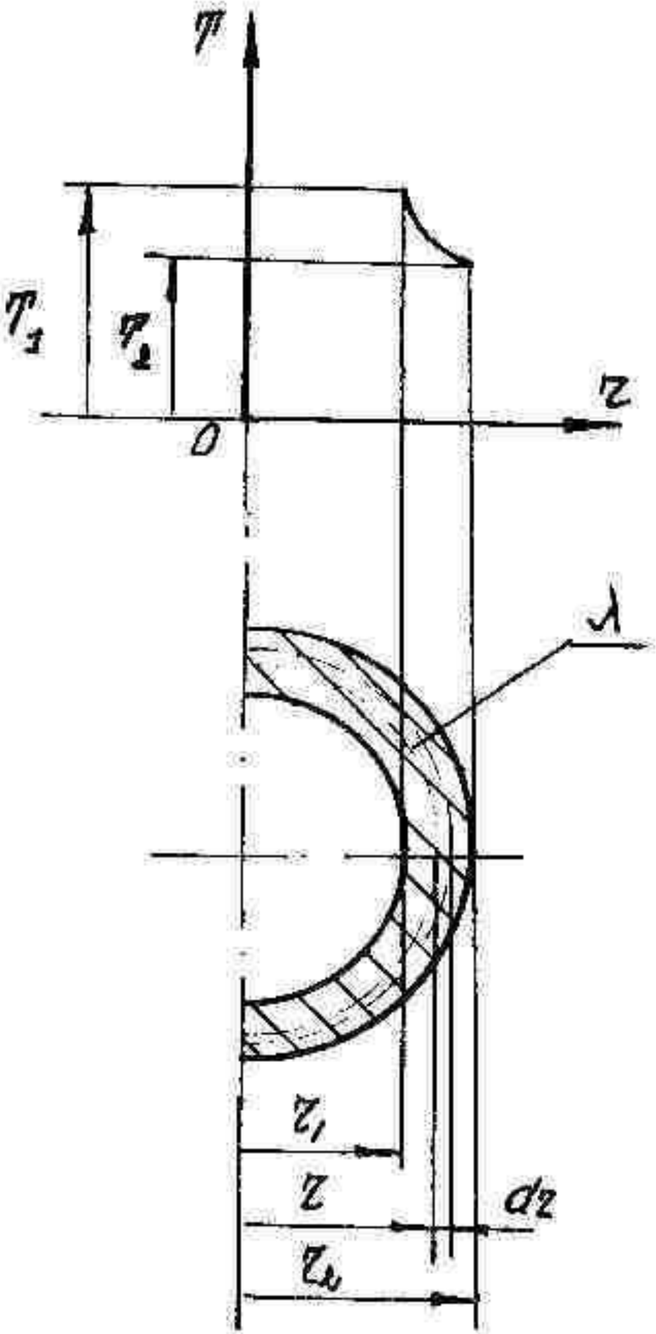

R
R_ℓ
R_{T2}
$R_{к2}$
$\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} = R_{к1} + R_{T1}$
r
r_1
r_2
$r_{кр.из.}$

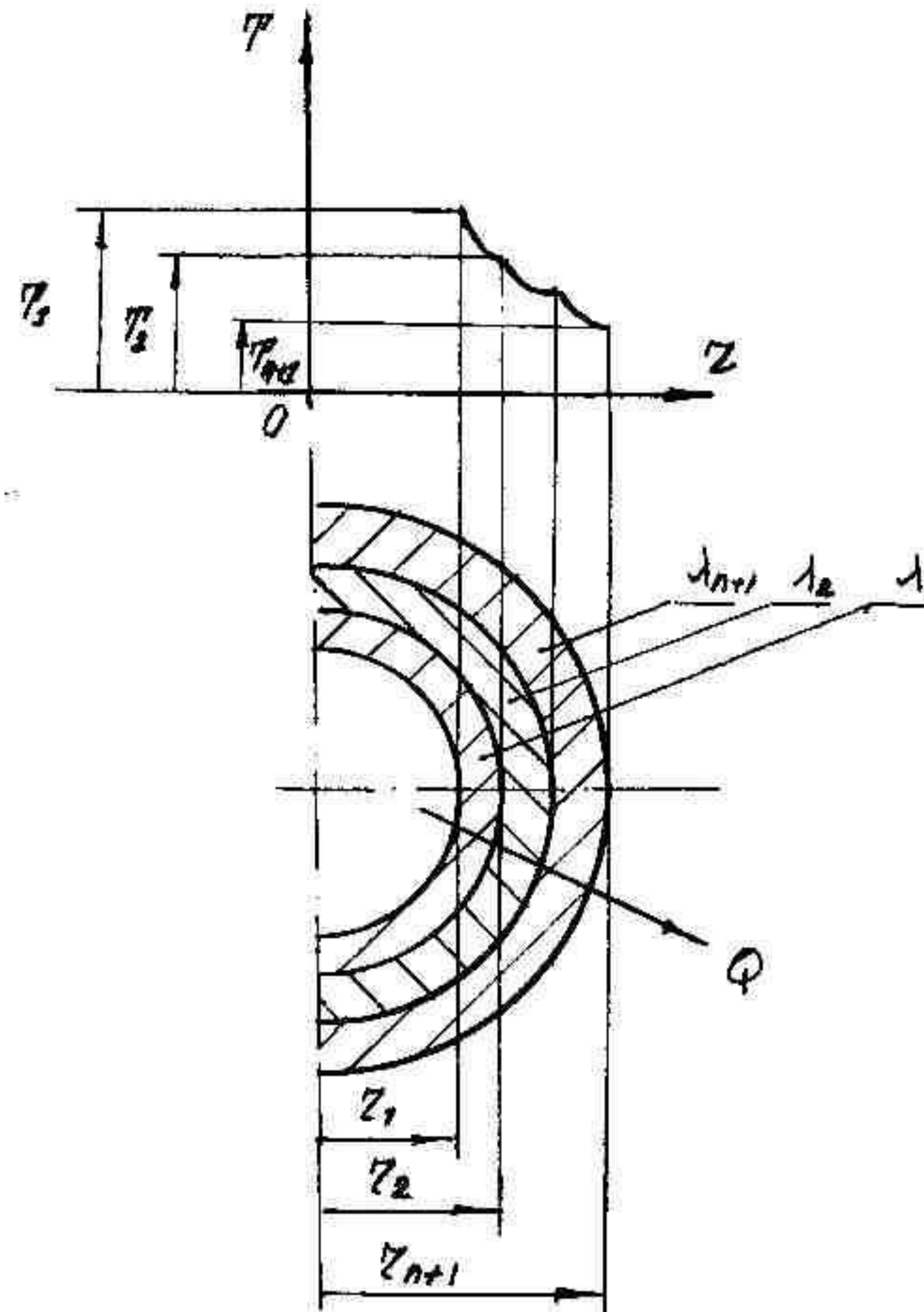
$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_{из}}\ln\frac{r_{из}}{r_2} + \frac{1}{\alpha_2 r_{из}} = R_{к1} + R_{T1} + R_{T2} + R_{к2}$$

$$r_{кр.из} = \frac{\lambda_{из}}{\alpha_2}$$

$$\lambda_{из} \le \alpha_2 r_2 \qquad\qquad r_{кр\ из} \le \alpha_2 r_2$$

Теплопроводность сферической стенки


T
T1
T2
r
0
λ
r1
r
dr
r2


T
T1
T2
Tn+1
r
0
λn+1
λ2
λ1
Q
r1
r2
rn+1

Для однослойной стенки

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} F = -\lambda \frac{dT}{dr} 4\pi \cdot r^2$$

$$dT = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{dr}{r^2}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{Q}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$Q = \frac{4\pi\left(T_1 - T_2\right)}{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$T = T_2 - \frac{Q}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Для многослойной стенки

$$Q = \frac{4\pi\left(T_1 - T_{n+1}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{i+1}}\right)}$$

$$T_n = T_1 - \frac{Q}{4\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_n}\right)$$

Теплопередача через сферическую стенку

$$Q = \alpha_1 4\pi r_1^2 \left(T_{ж1} - T_{c1}\right)$$

$$Q = \frac{4\pi\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$Q = \alpha_2 4\pi r_2^2 \left(T_{c2} - T_{ж2}\right)$$

$$Q_4 = \frac{4\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}} = \frac{4\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{R_{cp}} = K_{cp} 4\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)$$

$$R_{cp} = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$R_{cp} = \frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

$$T_{c1} = T_{жc1} - \frac{Q}{4\pi}\frac{1}{\alpha_1 r_1^2}$$

$$T_{c2} = T_{жc2} + \frac{Q}{4\pi}\frac{1}{\alpha_2 r_2}$$

Радиус критической изоляции шара

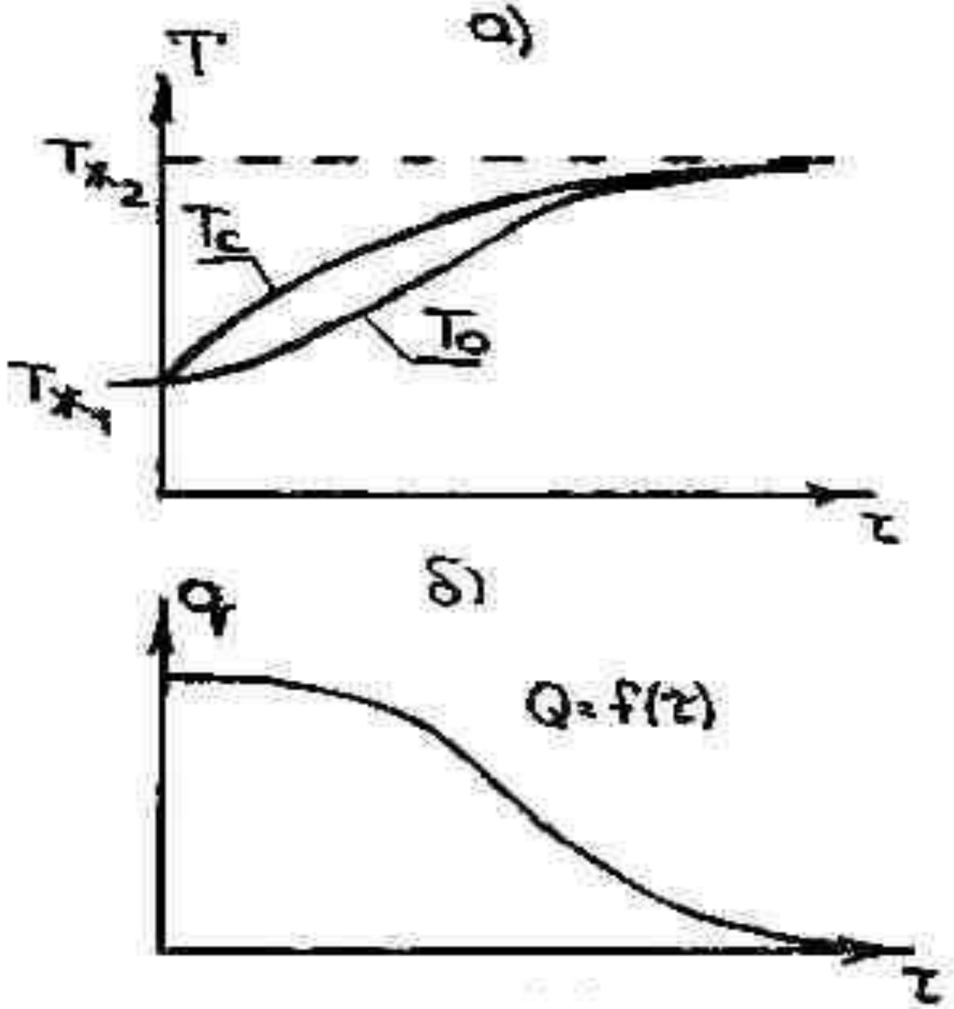
$$r_{из} = 2\lambda_{ст}/К_{ш}$$

Нестационарная теплопроводность

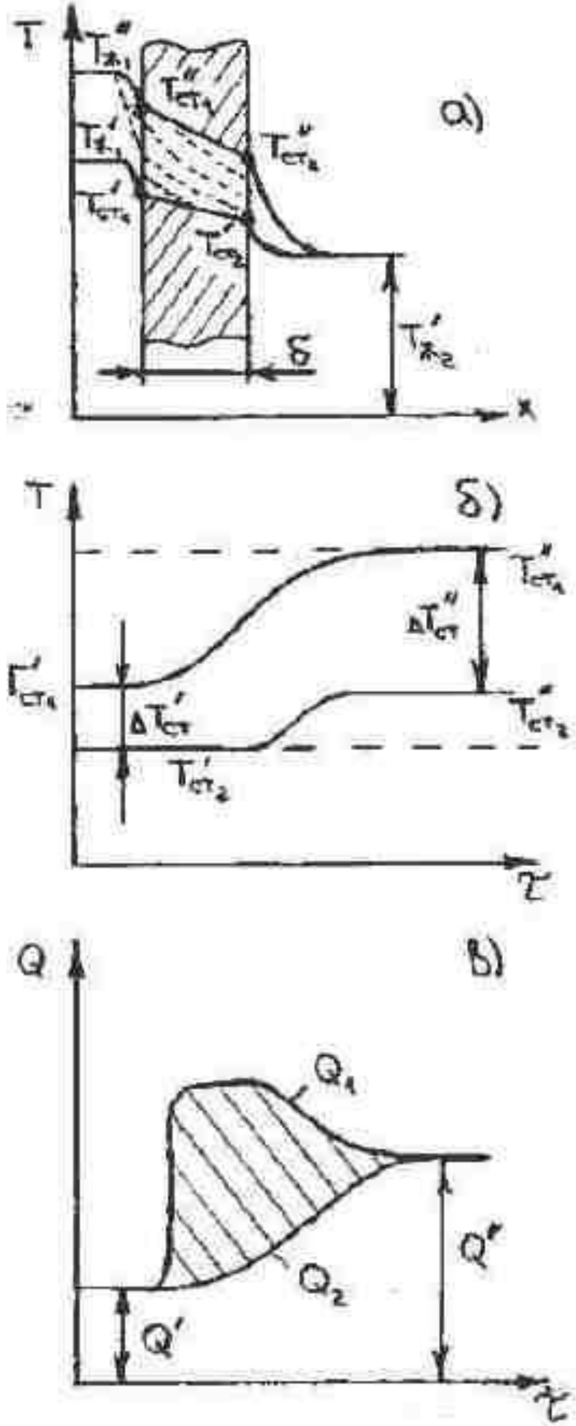
Понятие «нестационарная теплопроводность»

При нестационарном тепловом режиме температурное поле изменяется во времени.

Нестационарность тепловых процессов обуславливается изменением внутренней энергии тела и всегда связана с явлением его прогрева или охлаждения.



характер изменения температур и количества переданной теплоты во времени



Рассмотрим процесс теплопередачи через стенку.

Пусть вначале процесс был стационарным, температура горячей жидкости $T'_{ж1}$, холодной $T''_{ж2}$, стенок T''_{c1} и T''_{c2} (рис. а). Если теперь изменить режим, например, сразу резко изменить (увеличить) температуру горячей среды $T''_{ж1}$, то на некоторое время процесс становится нестационарным. Температурная кривая $T'_{ж1}$ - $T''_{ст1}$ - $T'_{ст2}$ - $T''_{ж2}$ будет изменяться до тех пор, пока снова не установится стационарный режим $T''_{ж1}$ - $T''_{ст1}$ - $T''_{ст2}$ - $T''_{ж2}$.

Изменение во времени T_{c1} и T_{c2} отдельно представлено на рис. б.

О характере изменения во времени количества передаваемой теплоты для рассматриваемого случая дают представление кривые на рис. б. Здесь Q' и Q'' – тепловые потоки при стационарных режимах, Q_1 и Q_2 – тепловые потоки через горячую и холодную поверхности при нестационарном режиме.

Нестационарный тепловой процесс всегда связан с изменением внутренней энергии тела и им обуславливается.

Так как скорость изменения энергии прямо пропорциональна способности материала проводить теплоту (то есть коэффициенту теплопроводности λ) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (то есть, объемной теплоемкости $c\rho$), то в целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется коэффициентом температуропроводности :

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}$$

В задачах нестационарной теплопроводности выделяют три характерных режима.

I режим. Начальный. Охватывает начало процесса, когда существенно влияние начальных условий, при этом характерной особенностью является распространение температурных возмущений в пространстве и захват все новых и новых слоев тела. Скорость изменения температуры в отдельных точках при этом различна, поле температур сильно зависит от начального состояния, которое, вообще говоря, может быть различным.

II режим. Регулярный. С течением времени влияние начальных неравномерностей (условий) сглаживается и относительная скорость изменения температуры во всех точках становится постоянной.

III режим. Стационарный. По прошествии длительного времени – аналитически по истечении бесконечного времени, наступает третий, стационарный режим, характерной особенностью которого является постоянство температур во времени. Если при этом температура во всех точках одинакова и равна температуре окружающей среды, то это состояние теплового равновесия.

Решить задачу нестационарной теплопроводности – значит найти зависимость изменения температуры и количества тепла для любой точки тела. Такие зависимости могут быть получены:

- аналитическим способом,
- экспериментальными способами
- методами численного моделирования (путем решения дифференциального уравнения теплопроводности).

Расчет нагрева и остывания термически тонких тел

Наиболее простым но достаточно часто распространенным является случай, когда удельное тепловое сопротивление теплоотдачи $1/\alpha$ от греющей среды к телу значительно больше термического сопротивления переноса теплоты теплопроводностью внутри тела от его поверхности к середине δ/λ, то есть

$$\alpha \ll \lambda/\delta$$

где δ –половина толщины тела (пластины) или радиус (шара и цилиндра), а для тел сложной формы – половина наибольшего линейного размера.

При выполнении данного условия тело называют термически тонким.

В каждый момент времени температура *T* внутри такого тела успевает выровняться за счет интенсивного переноса теплоты теплопроводностью. Таким образом, величина *T* зависит только от времени и не зависит от координат.

Рассмотрим термически тонкое тело произвольной формы, объемом *V*, все точки которого охлаждаются за счет теплоотдачи с одинаковой скоростью *dT/dτ*. За время *dτ* тело отдает количество теплоты:

$$dQ = -c\rho V\left(\frac{dT}{d\tau}\right)d\tau \qquad dQ = \alpha F\left(T - T_{ж}\right)d\tau$$

$$-c\rho V dT = \alpha F(T - T_{ж})d\tau$$

$$\vartheta = T - T_{ж}$$

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{\alpha F}{c\rho V} d\tau$$

$$\ln \vartheta = -\frac{\alpha F \tau}{c\rho V} + C$$

Согласно начальным условиям: при *τ = 0*

$$\vartheta = T0 - Tж = \vartheta 0$$

$$C = \ln \vartheta_0$$

$$\ln \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = -\frac{\alpha F}{c\rho V}\tau$$

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \exp\left(-\frac{\alpha F\tau}{c\rho V}\right)$$

Таким образом, избыточная температура термически тонкого тела с течением времени уменьшается экспоненциально от начальной температуры до нуля при τ □∞ и тем быстрее, чем больше комплекс

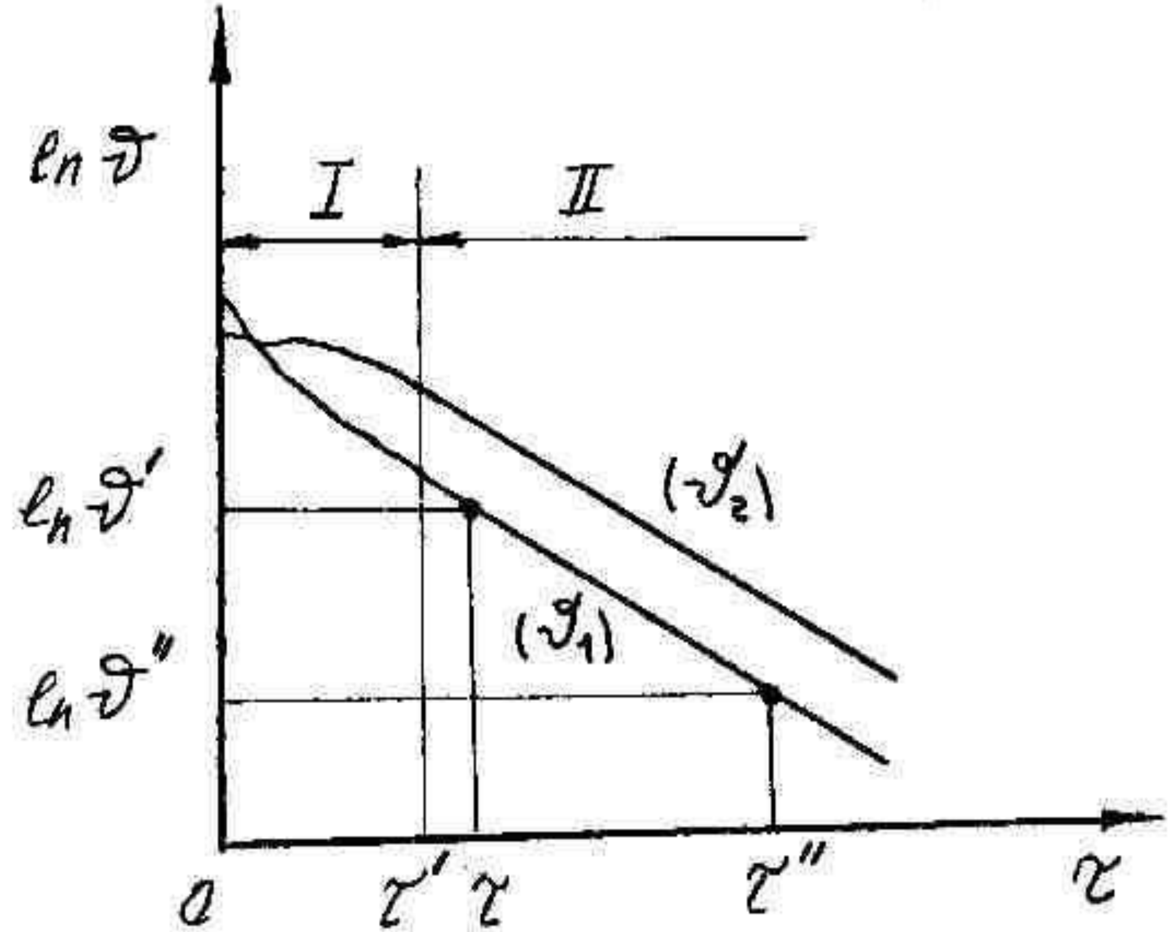
$$\left(\frac{\alpha F}{c\rho V}\right)$$

Регулярный тепловой режим

$$\ln\vartheta = \ln(T - T_{ж}) = -m\,\tau + C$$

$$\vartheta = C \cdot e^{-m\,\tau} \qquad **$$

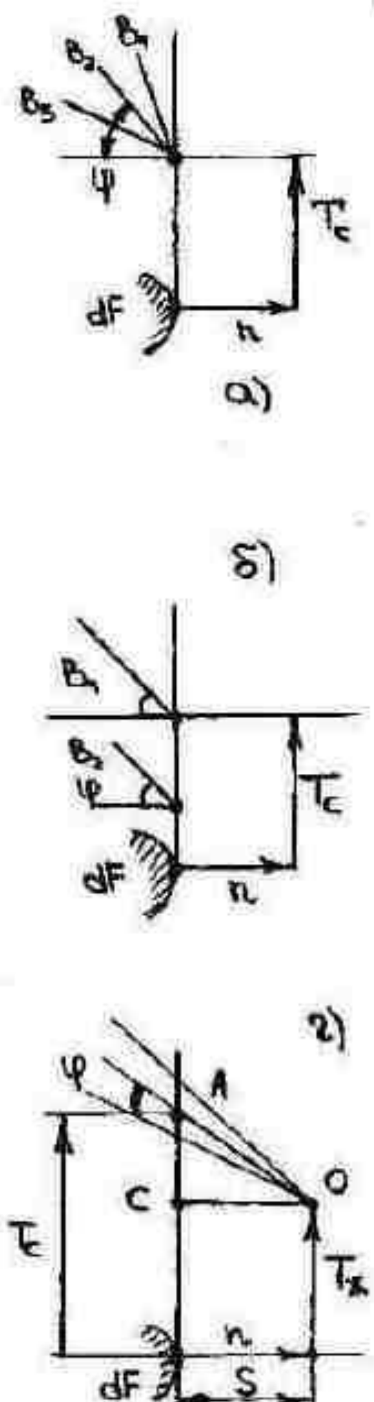
m [1/сек] – темп охлаждения (нагревания).
Характеризует интенсивность охлаждения (нагревания) тела. *



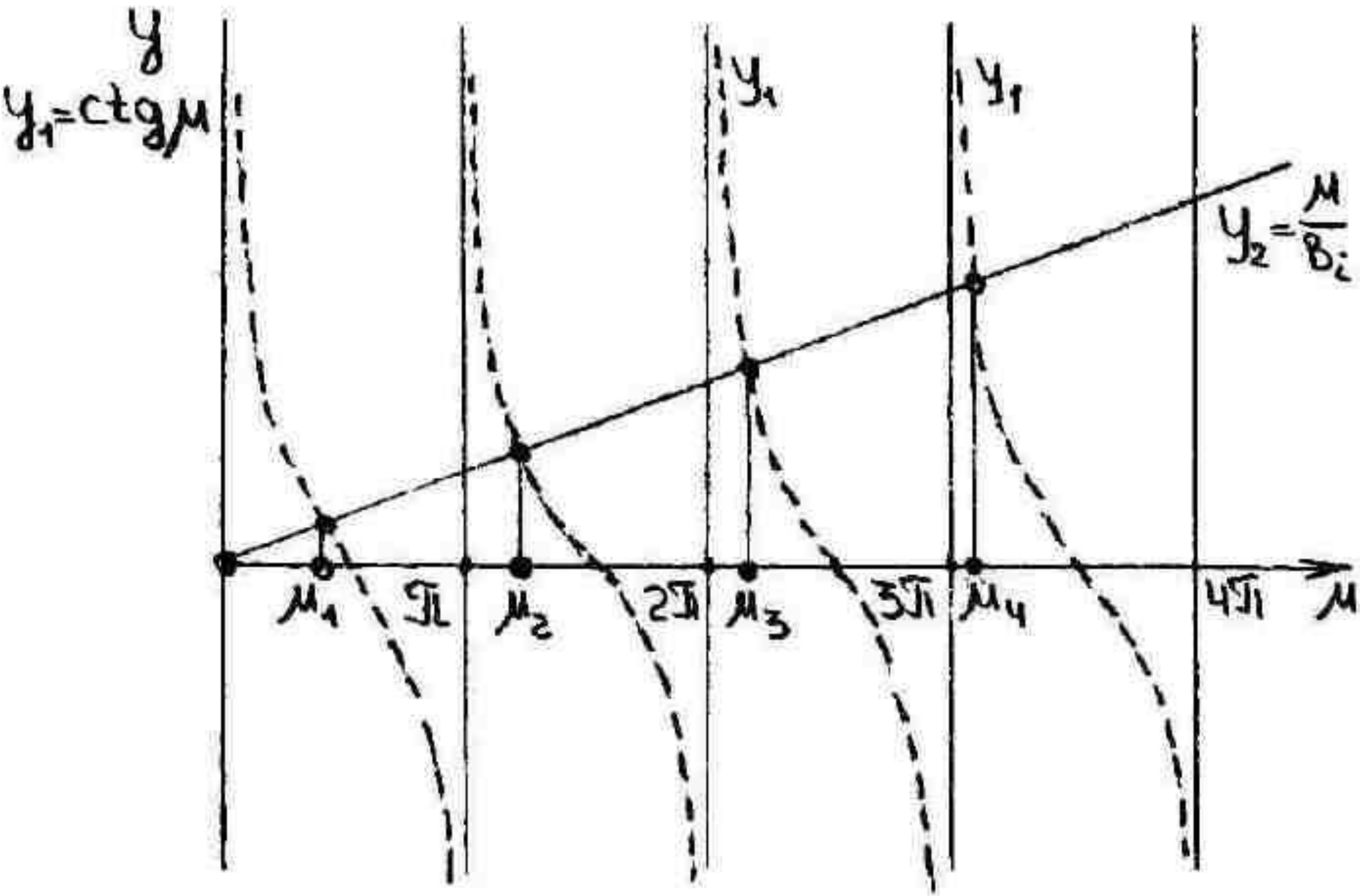
Изменение температуры как функция времени при охлаждении тела

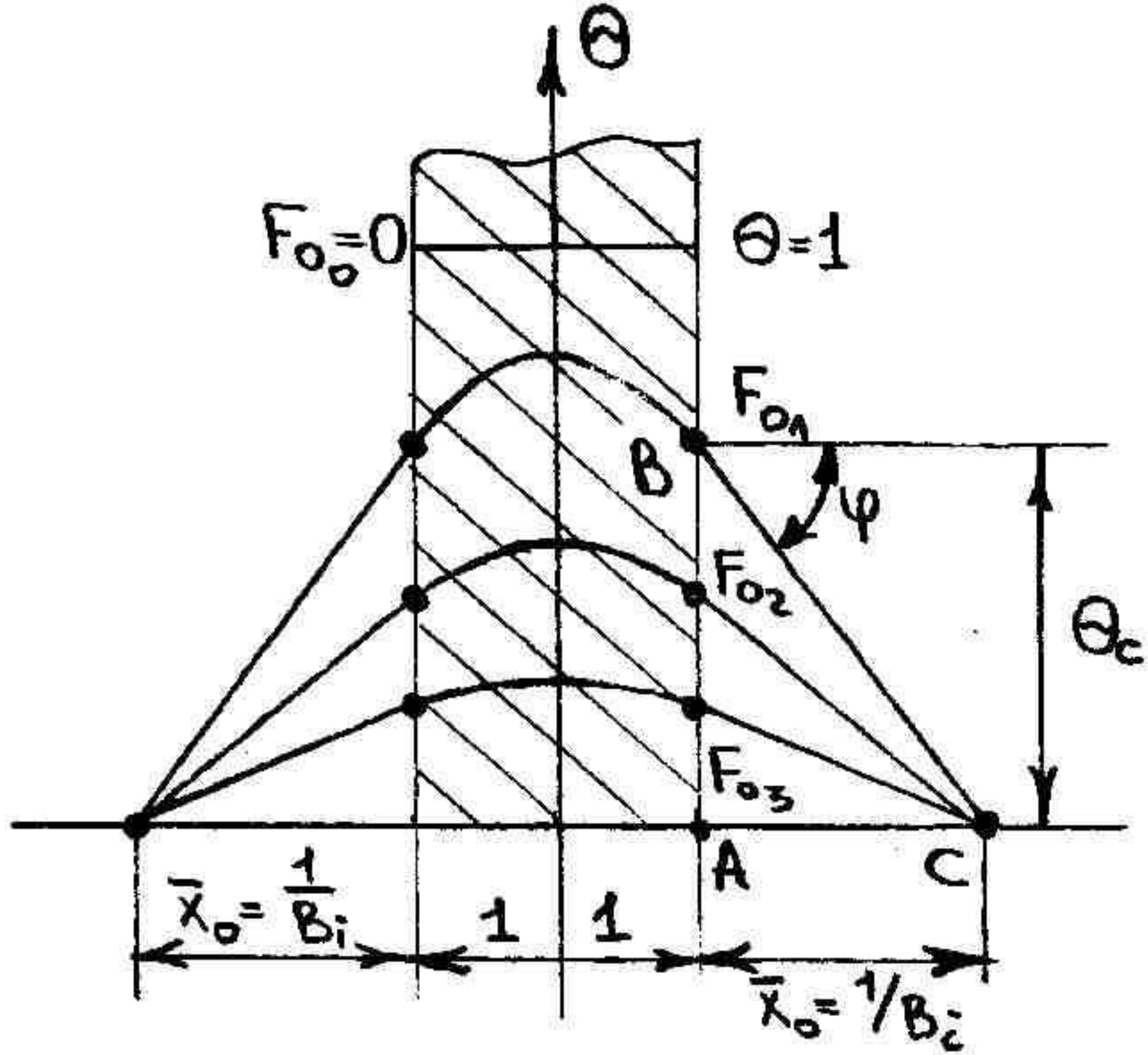
Применим уравнение (**) к двум произвольным моментам времени *τ′* и *τ″* и, исключив постоянную C, получим

$$m = \frac{\ln \vartheta' - \ln \vartheta''}{\tau'' - \tau'}$$

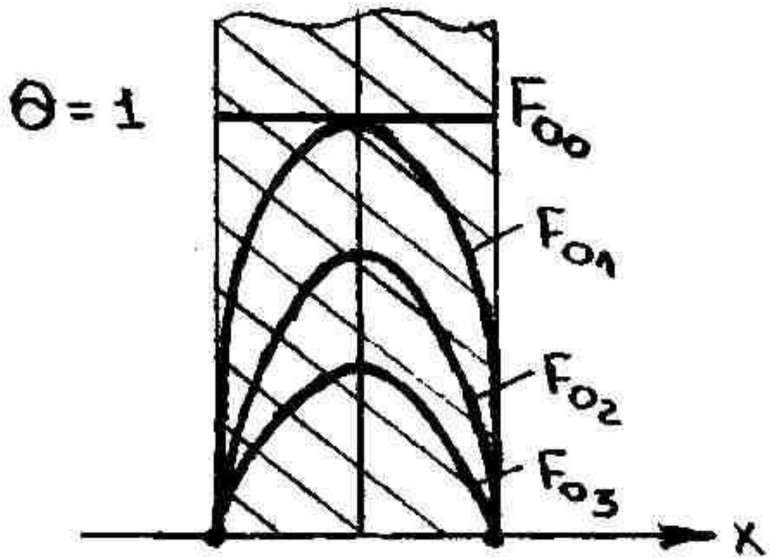


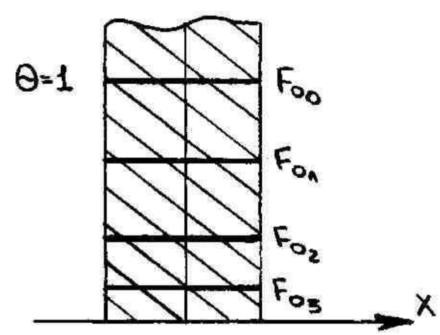
B1
B2
B3
φ
Tc
dF
n
а)
б)
B1
B2
φ
Tc
dF
n
г)
φ
A
O
C
Tc
Tx
n
dF
S


y
y1=ctgμ
y1
y1
y2=μ/Bi
μ1
π
μ2
2π
μ3
3π
μ4
4π
μ



Θ
Fo₀=0
Θ=1
Fo₁
B
φ
Fo₂
Θc
Fo₃
A
C
X̄₀ = 1/Bi
1
1
X̄₀ = 1/Bi


θ = 1
F_{o0}
F_{o1}
F_{o2}
F_{o3}
x


θ=1
F_{o0}
F_{o1}
F_{o2}
F_{o3}
x