Множества и операции над ними

Понятие множества и операции над ними

- Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие.

Множества принято обозначать прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, …, Z.

Множество, не содержащее ни одного объекта, называется пустым и обозначается так: Ø

Объекты, из которых образованно множество, называются элементами.

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, …, z.

Множества бывают конечными (множество дней в неделе, месяцев в году) и бесконечными (множество натуральных чисел, точек на прямой)

Стандартные обозначения числовых множеств

- N – множество всех натуральных чисел
- Z – множество всех целых чисел
- Q – множество всех рациональных чисел
- J – множество всех иррациональных чисел
- R – множество всех действительных чисел

множеств

- 1. Способом перечисления всех его элементов.

Например, если множество А состоит из чисел 1,3,5,7 и 9, то мы зададим это множество, т.к. все его элементы оказались перечисленными. При этом используется следующая запись: {1,3,5,7,9}

Такая форма задания множеств применяется в том случае, когда оно имеет небольшое количество элементов.

2. Через характеристическое свойство его элементов

Характеристическое свойство – это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

Например, множество А={1,3,5,7,9} можно задать через характеристическое свойство – множество однозначных, нечетных натуральных чисел.

Так множества обычно задают в том случае, когда множество содержит большое количество элементов или множество бесконечно.

Символическая форма задания множеств

А – это множество всех натуральных чисел, больших 3 и меньших 10 можно записать таким образом:

- $A = \{ x | x \in N , 3 < x < 10 \}$

А это множество всех натуральных чисел больших меньших

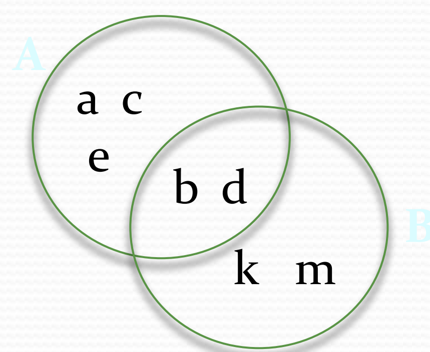
Отношения между множествами

- I. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e} B={b, d, k, m}

Эти множества имеют общие элементы. В этом случае говорят, что множества пересекаются.

Множества A и B называются пересекающимися, если они имеют общие элементы.

Отношения между множествами наглядно представляют с помощью особых чертежей, называемых кругами Эллера.

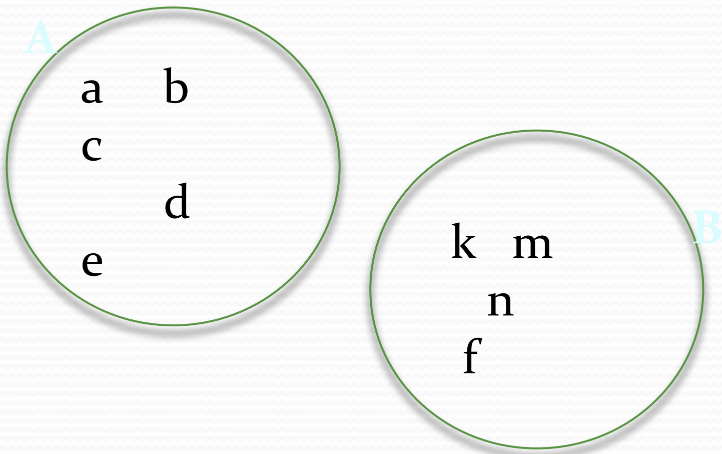


- II. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}

  B={k, m, n, f}

Множества не имеют общих элементов. В этом случае говорят, что множества не пересекаются.

Множества A и B называются непересекающимися, если они не имеют общих элементов



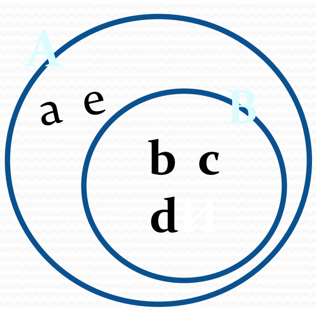
- III. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}

  B={b, c, d}

Эти множества называются пересекающимися, и, кроме того, каждый элемент множества B являются элементом множества A.

В этом случае говорят, что множество B является подмножеством множества A и пишут: $B \subset A$

- ✔ Множество B называется подмножеством множества A, если каждый элемент множества B является также элементом множества A.
- ✔ Пустое множество является подмножеством любого множества. $\varnothing \subset A$
- ✔ Любое множество является подмножеством самого себя. $A \subset A$



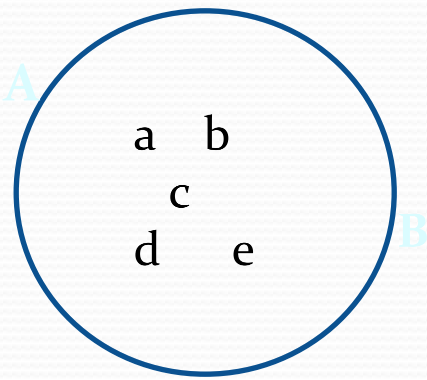
IV. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}

B={c, d, a, b, e}

Эти множества пересекаются, причем каждый элемент множества A является элементом множества B ($A \subset B$), и наоборот, каждый элемент множества B является элементом множества A ($B \subset A$).

В этом случае говорят, что множества равны и пишут: A = B.

Множества A и B называются равными, если $A \subset B$ и $B \subset A$



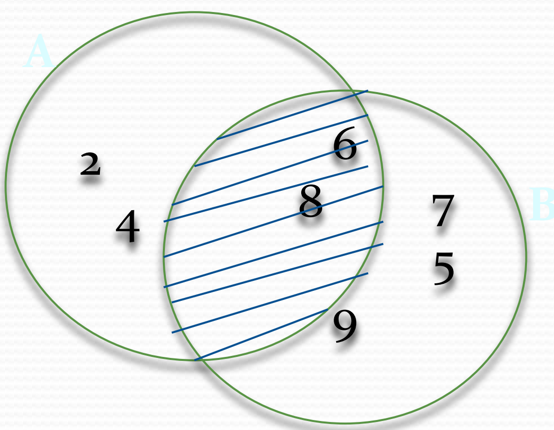
Операции над множествами

I. Пересечение множеств

Пересечением множеств А и В называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А и множеству В.

A={2,4,6,8}
B={5,6,7,8,9}

C=A∩B
C={6,8}

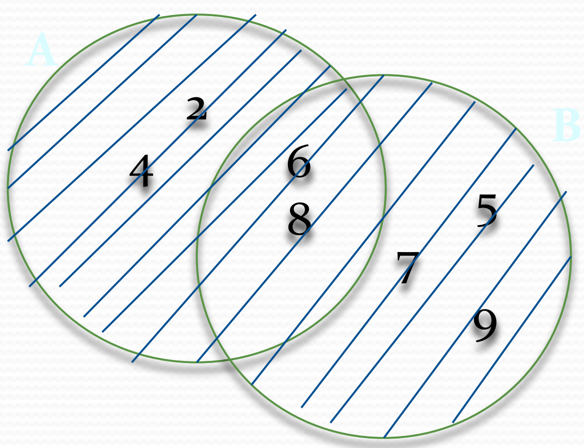


II. Объединение множеств

Объединением множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A или множеству B.

A={2,4,6,8}
B={5,6,7,8,9}

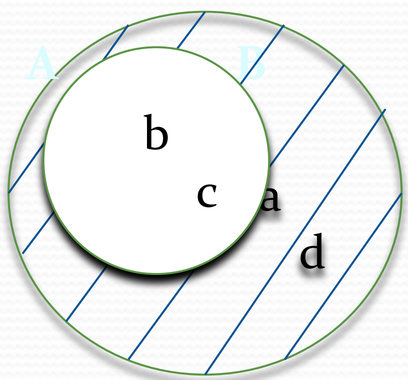
C=A ∪ B
C={2,4,5,6,7,8,9}



III. Вычитание множеств

Разностью множеств А и В называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А и не принадлежат множеству В.

$A\setminus B=\{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$



Дополнением множества В до множества А называется множество, содержащее те и только те элементы множества А, которые не принадлежат множеству В.

Декартово произведение множеств

- Упорядоченную пару, образованную из элементов множеств А и В принято записывать, используя круглые скобки (a, b).
- Элемент a называют первой координатой (компонентой) пары, а элемент b – второй координатой (компонентой) пары.
- Декартовым произведением множеств А и В называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству А, а вторая компонента принадлежит множеству В.

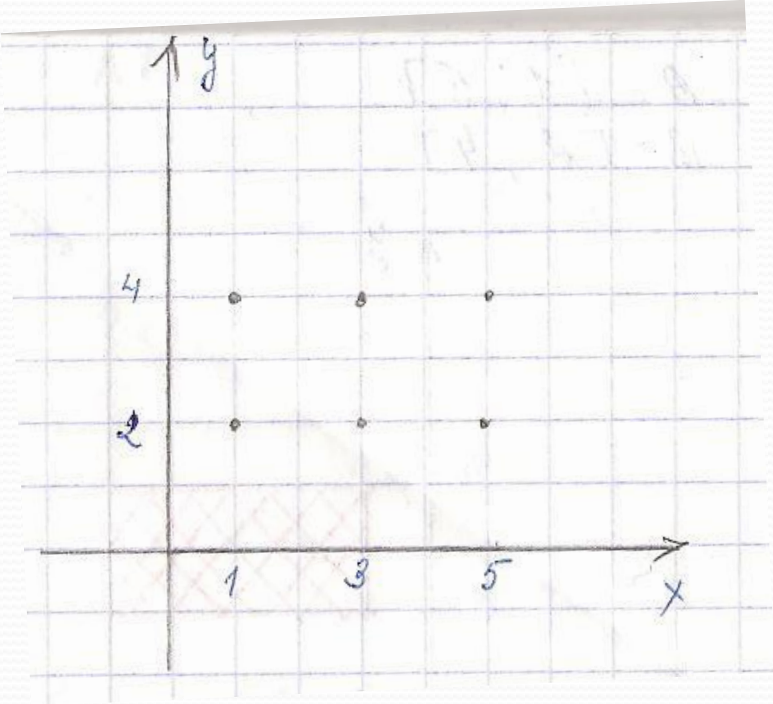
$$A \times B = \{ (x; y) \mid x \in A, y \in B \}$$

Пример 1

A={1,3,5}

B={2,4}

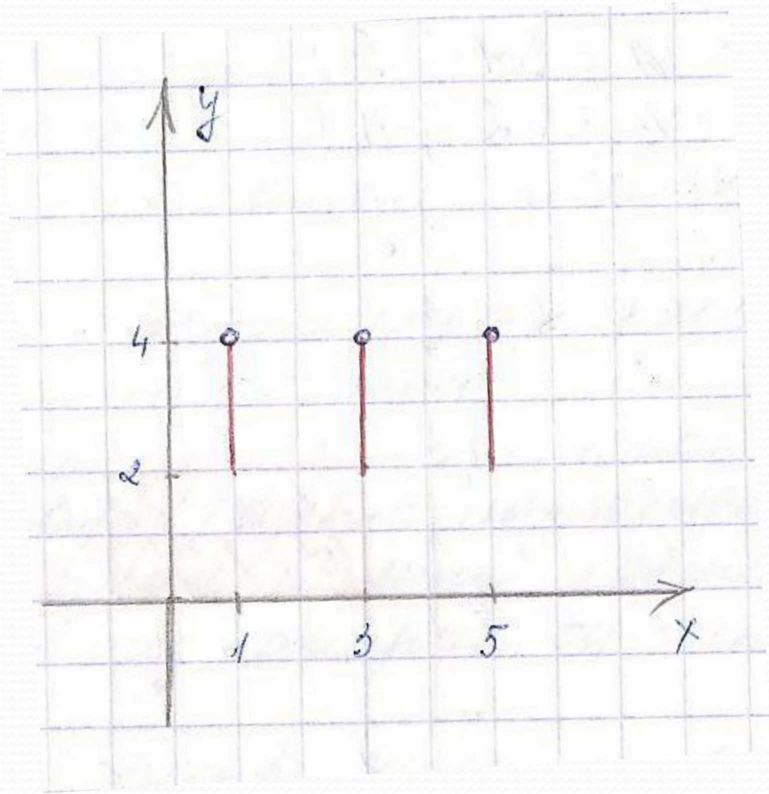
A·B={(1;2), (1;4), (3;2), (3;4), (5;2), (5;4)}



Пример 2

A={1,3,5}

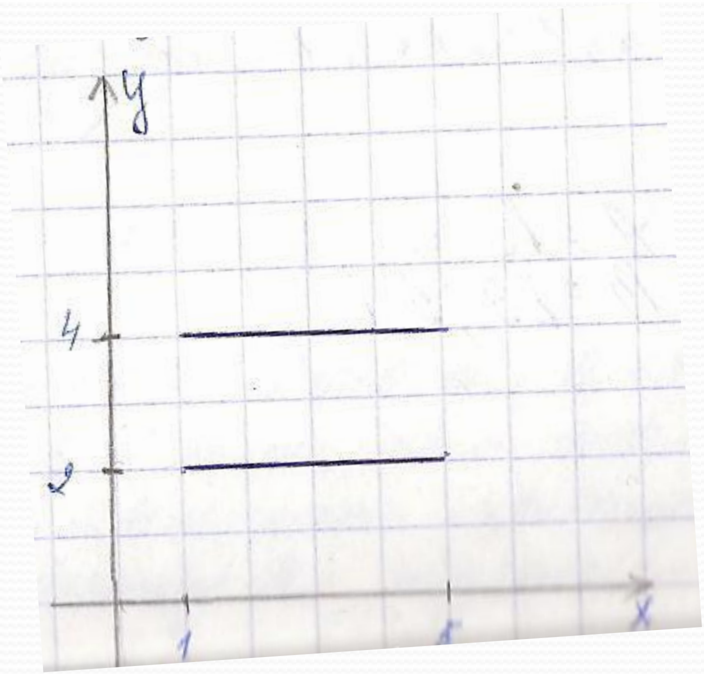
B=[2,4] или B={y|y Є R, 2≤y≤4}



Пример 3

A=[1;5]

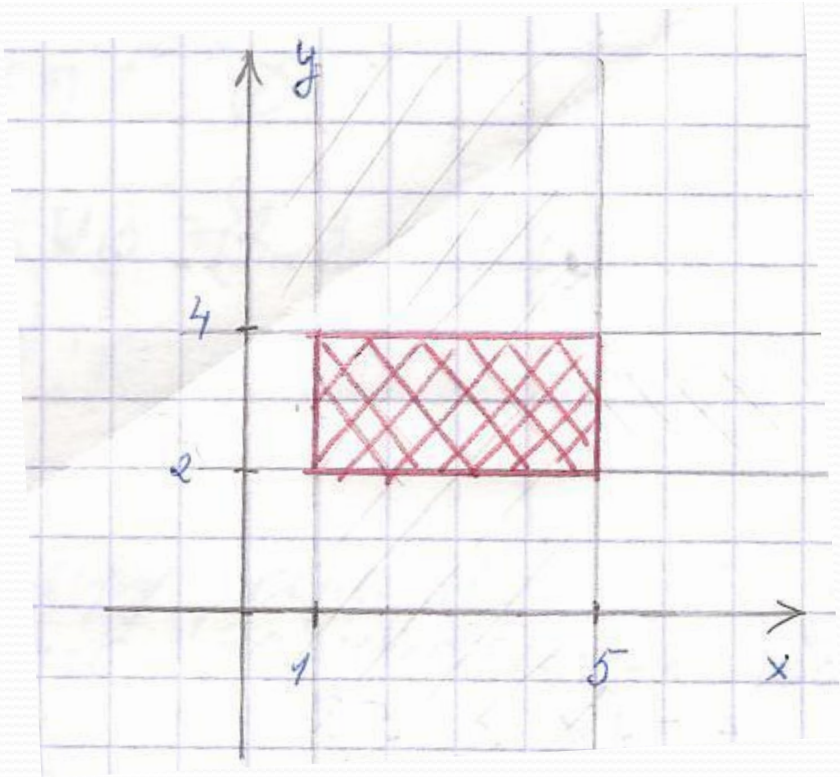
B={2,4}



Пример 4

A=[1;5]

B=[2,4]



Пример 5

A=[1;5)

B=(2,4]