

Возрастание и убывание функции

Изучение нового материала

$$y = x, \quad r = 1$$

$$y = x^2, \quad r = 2$$

$$y = 1 / x, \quad \text{где } r = -1$$

$$y = \sqrt{x}, \quad r = 1 / 2$$

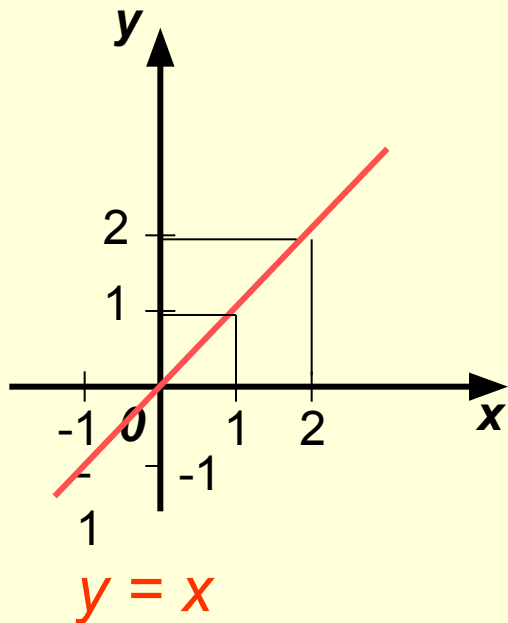
$$y = x^3, \quad r = 3$$

$$y = x^r, \text{ где}$$

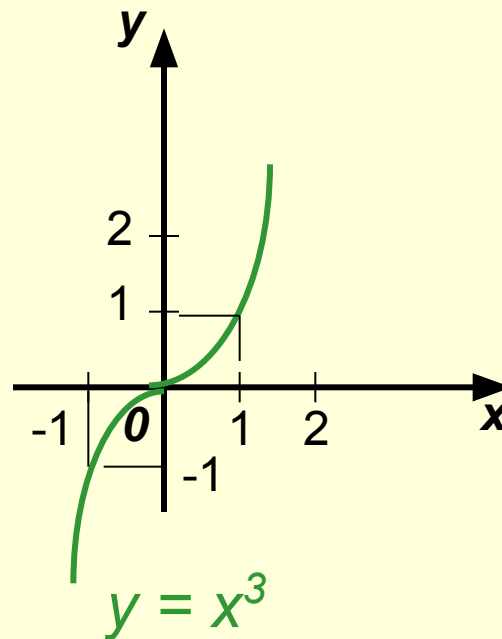
r — заданное число

Возрастание функции

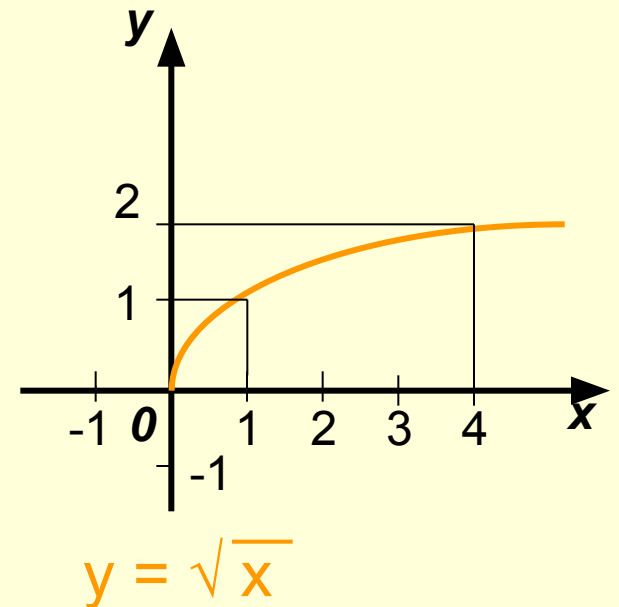
Функция $y(x)$ называется возрастающей на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции, т. е. для любых x_1, x_2 , принадлежащих данному промежутку, из неравенства $x_2 > x_1$ следует неравенство $y(x_2) > y(x_1)$.



возрастают на всей числовой прямой

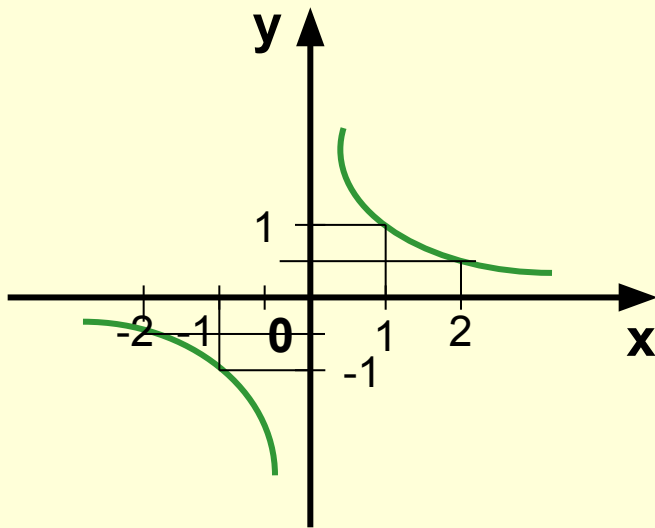


возрастает на промежутке $x \geq 0$



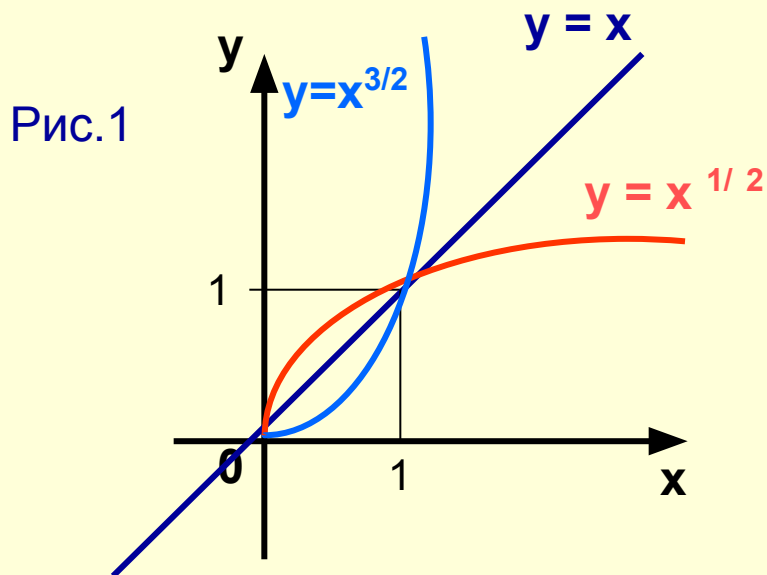
Убывание функции

Функция $y(x)$ называется убывающей на промежутке, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции, т. е. для любых x_1, x_2 , принадлежащих данному промежутку, из неравенства $x_2 > x_1$ следует неравенство $y(x_2) < y(x_1)$.



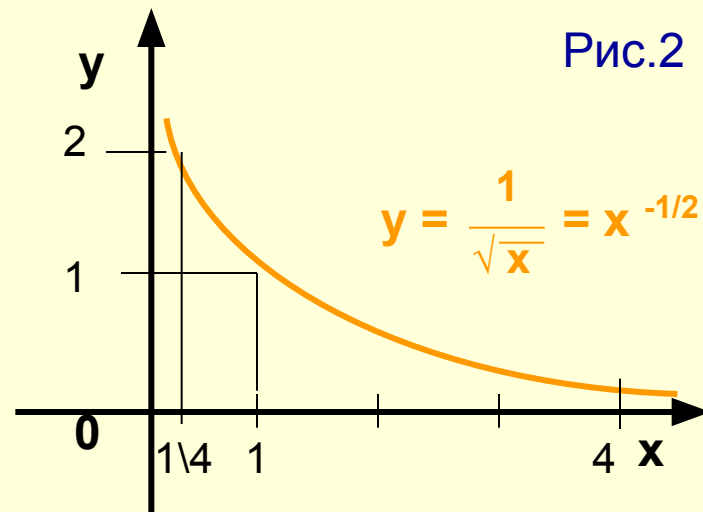
$y = 1/x$ - убывает на всей области определения

От чего зависит поведение степенной функции $y = x^r$?



возрастают на промежутке $x \geq 0$

$$r > 0$$



убывает на промежутке $x > 0$

$$r < 0$$

Вывод:

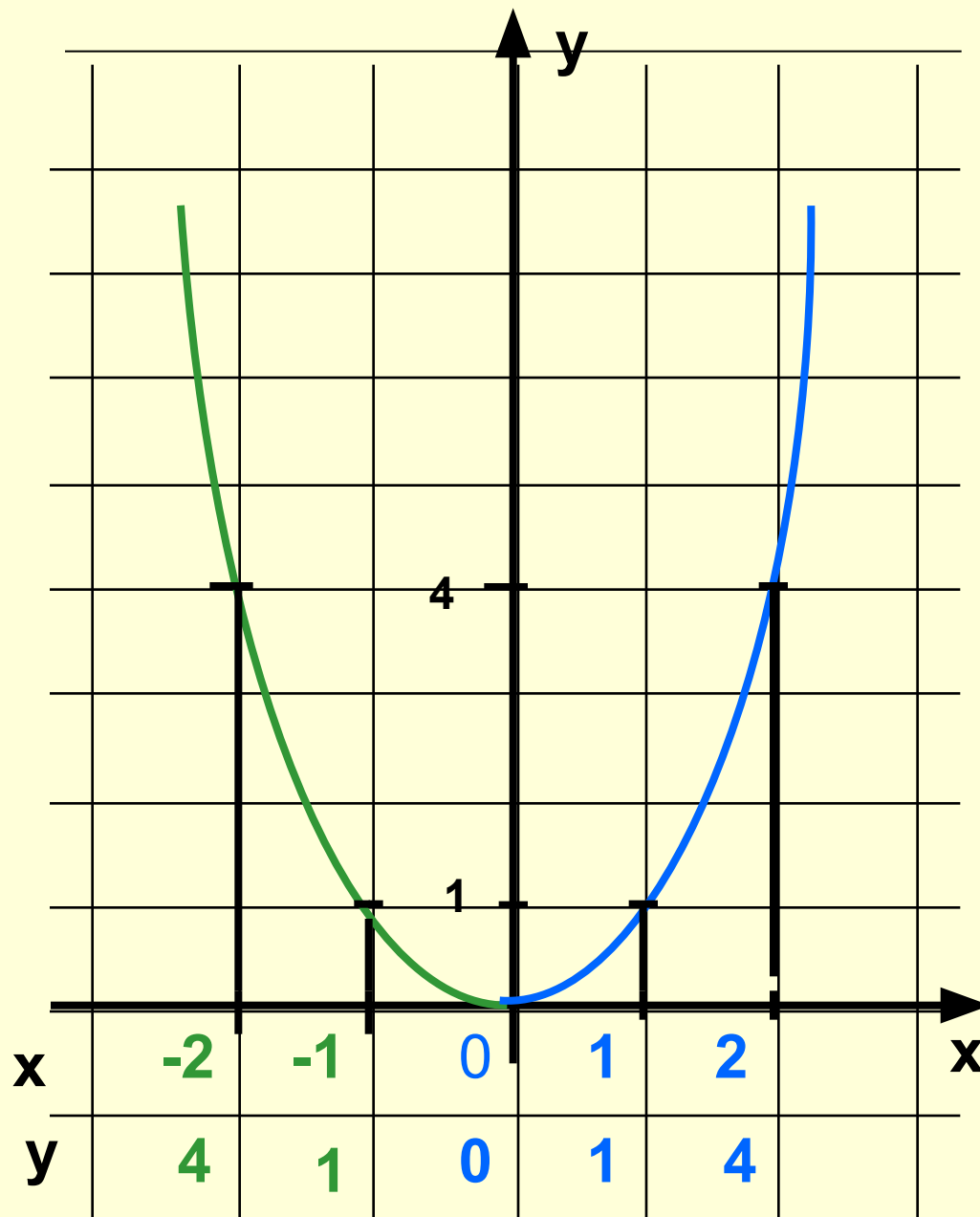
если $r > 0$, то степенная функция $y = x^r$ возрастает на промежутке $x \geq 0$;
если $r < 0$, то степенная функция $y = x^r$ убывает на промежутке $x > 0$.

Устно решить № 165. Возрастает или убывает на промежутке $x > 0$

функция: 1) $y = x^{3/7}$; 2) $y = x^{-3/4}$; 3) $y = x^{-\sqrt{2}}$; 4) $y = x^{\sqrt{3}}$?

Промежутки возрастания и убывания

функции $y = x^2$



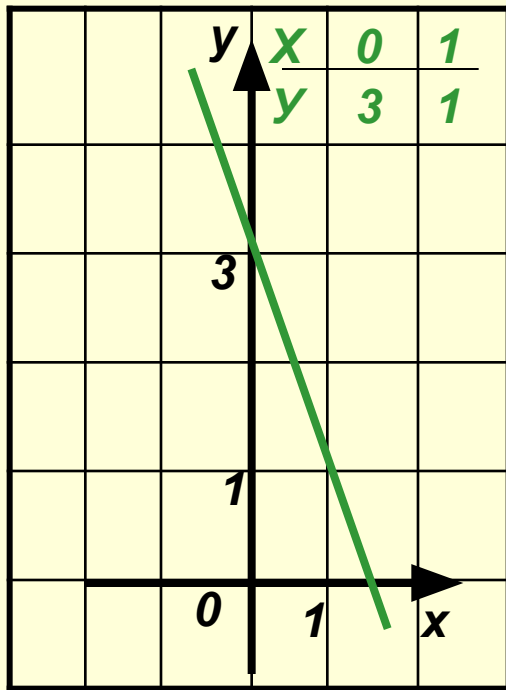
На промежутке $x \leq 0$
функция убывает:
 $-1 > -2$, но $y(-1) < y(-2)$

На промежутке $x \geq 0$
функция возрастает:
 $2 > 1$ и $y(2) > y(1)$.

Закрепление изученного материала

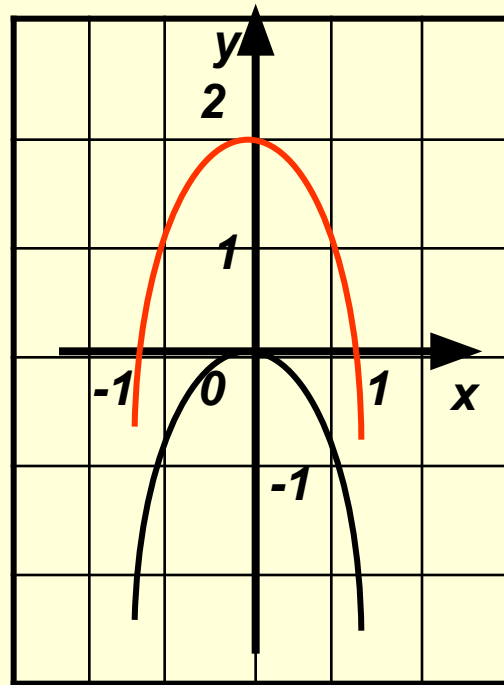
Построить график и найти промежутки возрастания и убывания функции:

1) $y = 3 - 2x$;



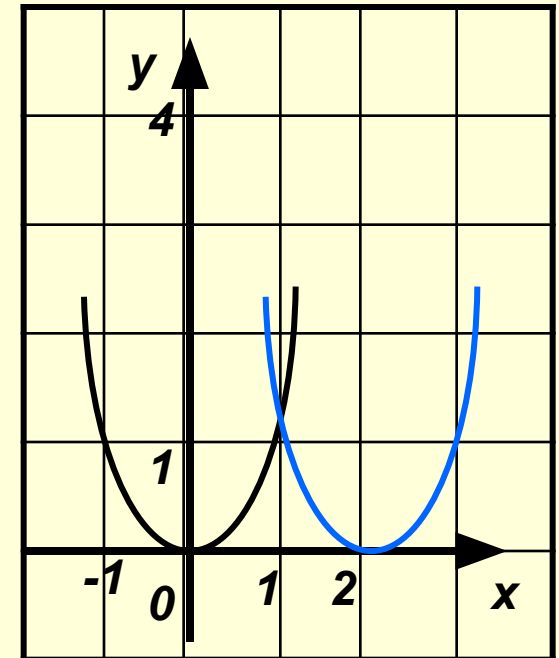
Убывает на всей числовой оси

2) $y = 2 - x^2$;



На промежутке $x \leq 0$ возрастает,
на промежутке $x \geq 0$ убывает

3) $y = (x - 2)^2$.



На промежутке $x \geq 2$ возрастает,
на промежутке $x \leq 2$ убывает

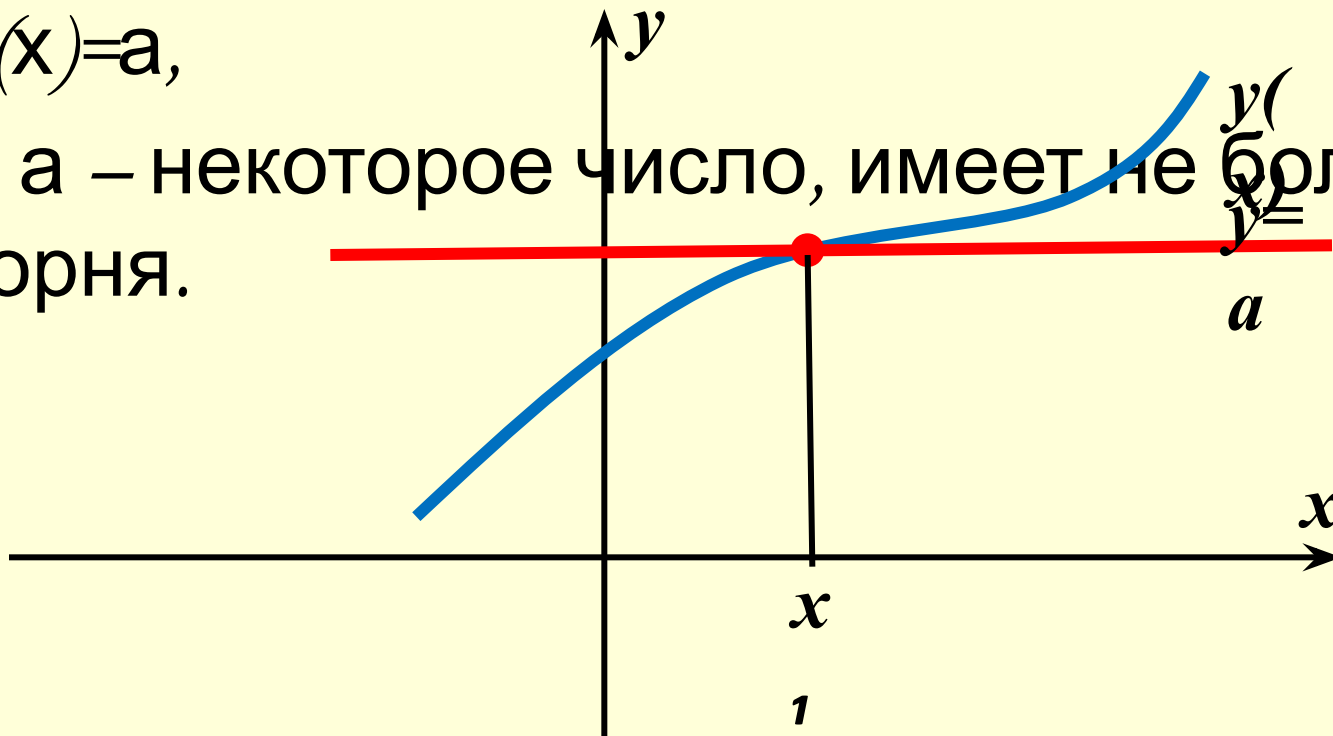
Замечание:

Если функция $y(x)$ возрастает (убывает) на некотором

промежутке, то на этом промежутке уравнение

$$y(x)=a,$$

где a – некоторое число, имеет не более одного корня.



Решение уравнений вида $x^r = a$

Функция вида $y=x^r$ называется *степенной*

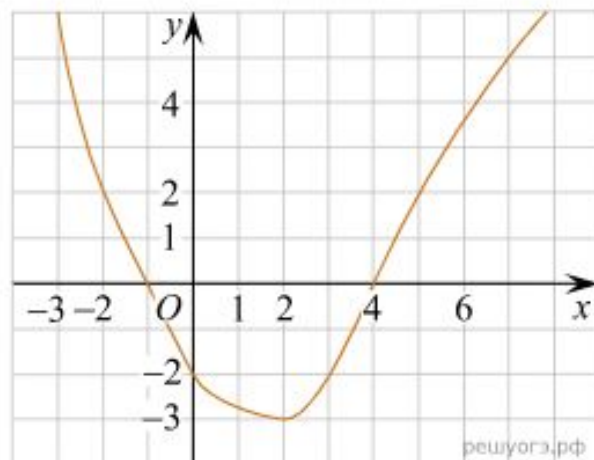
При $r>0$ функция *возрастает*

При $r<0$ функция *убывает*

Значит при $x>0$ может быть *не более одного корня*

$$x^r = a$$

№11 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Какие из утверждений относительно этой функции неверны? Укажите их номера.



- 1) функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$
- 2) $f(3) > f(-3)$
- 3) $f(0) = -2$
- 4) прямая $y = 2$ пересекает график в точках $(-2; 2)$ и $(5; 2)$

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) Функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$ — *неверно*, функция убывает на промежутке $[-2; 2)$ и затем возрастает на $[2; +\infty)$.

2) $f(3) > f(-3)$ — *неверно*, $f(3) = -1,5$, $f(-3) = 6$.

3) $f(0) = -2$ — *верно*, видно из графика.

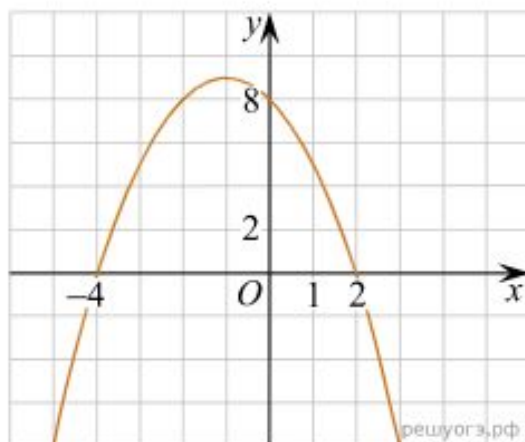
4) Прямая $y = 2$ пересекает график в точках $(-2; 2)$ и $(5; 2)$ — *верно*, видно из графика.

Таким образом, неверные утверждения находятся под номерами 1 и 2.

Ответ: 12.

На рисунке изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера в порядке возрастания.



- 1) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; -1]$.
- 2) Наибольшее значение функции равно 8.
- 3) $f(-4) \neq f(2)$.

Решение.

Проверим каждое утверждение.

1) На луче $(-\infty; -1]$ большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Следовательно, функция возрастает на этом луче; первое утверждение верно.

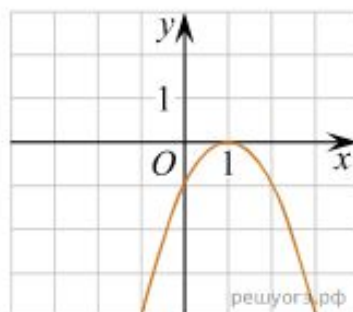
2) Наибольшее значение функции равно 9, а не 8, как сказано во втором утверждении. Второе утверждение неверно.

3) Значения функции в точках -4 и 2 равны нулю, поэтому $f(-4) = f(2)$. Третье утверждение неверно.

В ответе следует указать номера неверных утверждений, то есть 23.

Ответ: 23.

На рисунке изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



УТВЕРЖДЕНИЯ

- А) функция возрастает на промежутке
 Б) функция убывает на промежутке

ПРОМЕЖУТКИ

- 1) $[1; 2]$
 2) $[0; 2]$
 3) $[-1; 0]$
 4) $[-2; 3]$

oge.sdamgia.ru

Ответ:

А	Б

Решение.

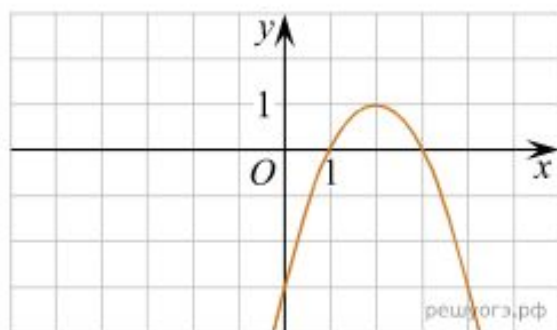
Функция, изображённая на графике возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$ и убывает на промежутке $[1; +\infty)$. Следовательно, на данных промежутках функция возрастает на третьем промежутке и убывает на первом.

Ответ: 31.

Примечание.

Заметим, что если функция непрерывна на промежутке $[a; b]$ и возрастает (убывает) на промежутке $(a; b)$, то она возрастает (убывает) на промежутке $[a; b]$. Таким образом, утверждение, что данная функция убывает на промежутке $[1; 2]$, является верным, хотя точка 1 является точкой максимума функции.

На рисунке изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



УТВЕРЖДЕНИЯ

- А) функция возрастает на промежутке
- Б) функция убывает на промежутке

ПРОМЕЖУТКИ

- 1) $[0; 3]$
- 2) $[-1; 1]$
- 3) $[2; 4]$
- 4) $[1; 4]$

oge.sdangia.ru

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б
oge.sdangia.ru	

Решение.

Функция возрастает, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Функция убывает, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции. Данная функция возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$ и убывает на промежутке $[2; +\infty)$. Таким образом, из приведённых промежутков функция только возрастает на промежутке $[-1; 1]$ убывает на промежутке $[2; 4]$.

Ответ: 23.

Слайд 11.

Найти промежутки возрастания и убывания функций:

О $x \geq -2$ -возр.,
 $x \leq -2$ -убыв.;

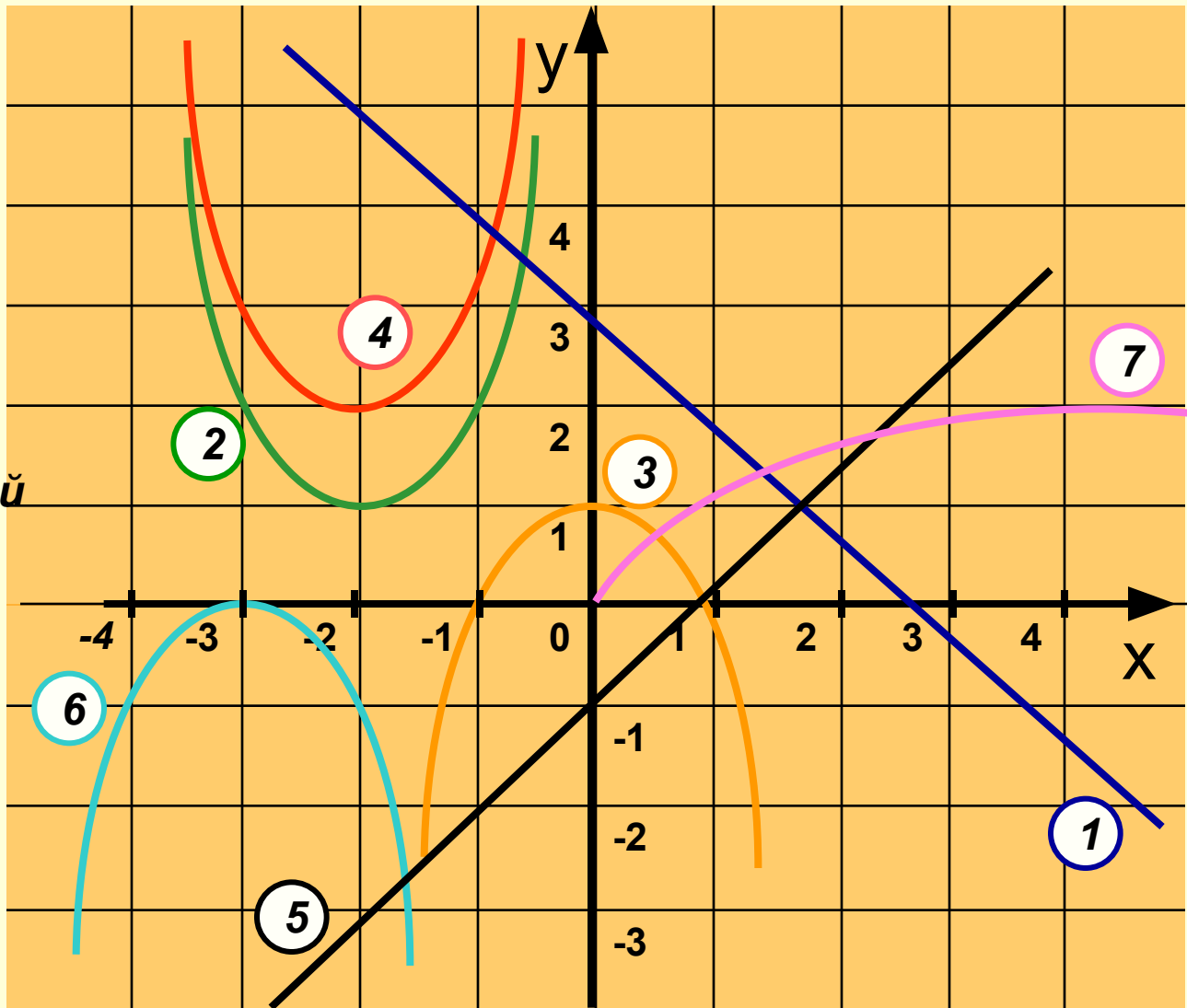
Д возр. на всей числ. оси;

Ц $x \leq -3$ -возр.,
 $x \geq -3$ -убыв.;

Л $x \leq 0$ -возр.,
 $x \geq 0$ -убыв.;

Ы на $x \geq 0$ - возрастает;

М убывает на всей числ. оси.



1 2 3 4 5 6 7

М о л о д ц ы !

П
р
о
в
е
р
ь
с
е
б
я
!

Домашнее задание

1. Учебник стр.48-50, §7 изучить
2. Посмотреть видеоурок <https://clck.ru/YpFR4>
3. Выполнить необходимые записи в рабочей тетради с указанием темы урока
4. Выполнить задание на платформе ЯКласс <https://clck.ru/YpGFV>