МОЩНОСТЬ МНОЖЕСТВ

ВЫПОЛНИЛА:
ЛЕОНГАРДТ АЛЕНА
2-1ИС

Мощность множества — это обобщение понятия количества (числа элементов множества), которое имеет смысл для всех множеств, включая бесконечные.

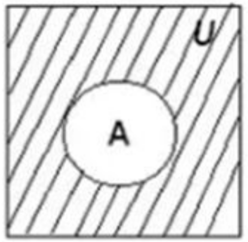
Для обозначения мощности символ множества заключают в прямые скобки или используют отдельный символ, например $|A| = n$.

При небольших величинах мощности она определяется простым подсчетом или по подходящей формуле, но для бесконечных множеств оценка их мощности может быть сделана только путем сравнения с мощностью других, достаточно известных множеств. Иначе говоря, для того, чтобы охарактеризовать мощность бесконечного множества, необходимо отыскать известное равномощное множество.

Счётным множеством называется любое множество, равномощное множеству N натуральных чисел.

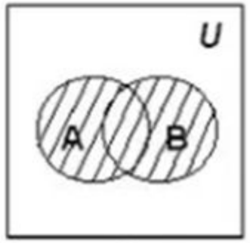
Счётное множество – это такое множество, элементы которого могут быть занумерованы натуральными числами так, чтобы каждый элемент получил свой особенный номер. Если подобная нумерация невозможна (номеров меньше, чем это необходимо), то множество называется **несчетным**.

1. Дополнение множества.



$$\overline{A} \equiv A^C = \{x|x \notin A)$$

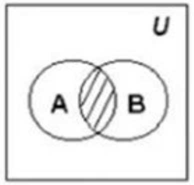
2. Объединение множеств.



$A \cup B$

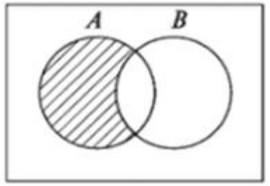
$$A \cup B \Leftrightarrow \{x|x \in A \vee x \in B\}$$

3. Пересечение множеств.



$$A \cap B \Leftrightarrow \{x|x \in A \wedge x \in B\}$$

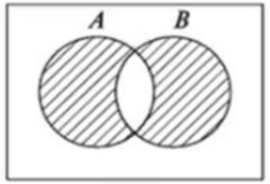
4. Разность множеств.



$A \setminus B$

$$A \setminus B \Leftrightarrow \{x \in A|x \notin B\}$$

5. Симметричная разность множеств



$A \Delta B$

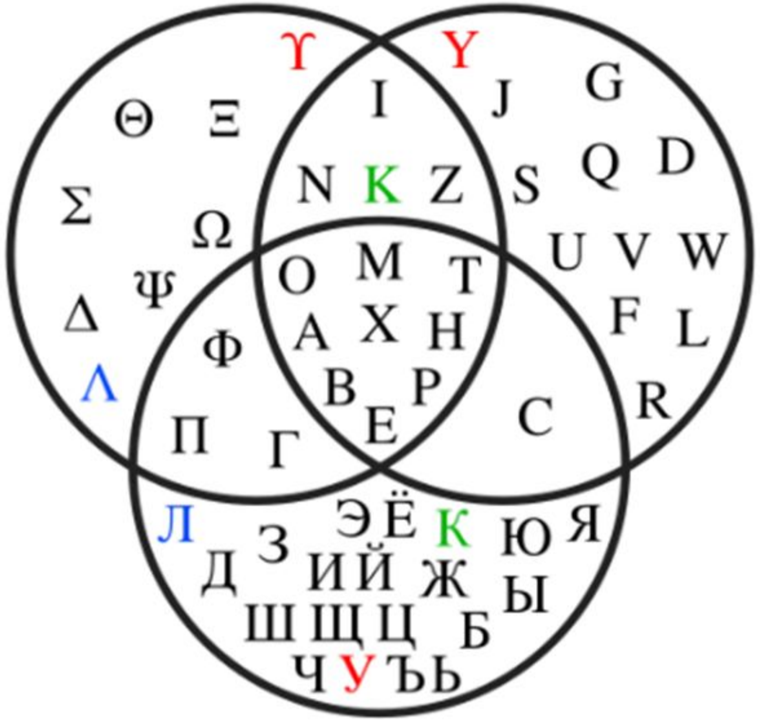
$$A \Delta B \Leftrightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

ДИАГРАММА ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Диаграмма Эйлера-Венна — геометрическая схема, которая используется для моделирования множеств и для схематичного изображения и отношений между ними.Диаграмма позволяет наглядно отразить различные утверждения о множествах. При использовании этого метода универсальное множество изображается в виде прямоугольника, подмножества изображают кругами. Диаграммы нашли свое применение в математике, логике, менеджменте и других прикладных направлениях.

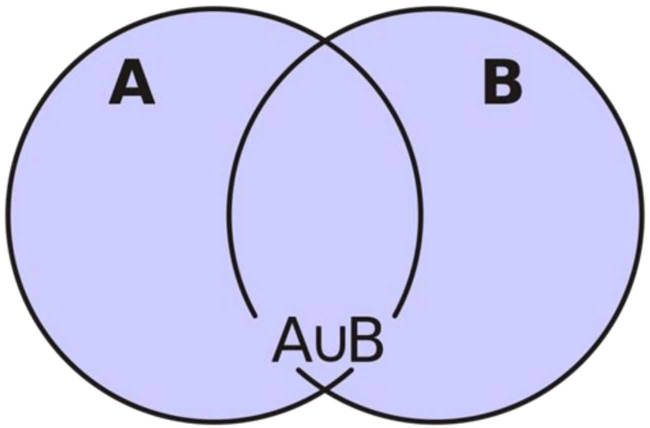
ДИАГРАММА ЭЙЛЕРА-ВЕННА

На диаграммах Эйлера-Венна могут быть три и более окружностей. Очевидным их преимуществом является наглядность: например, вот так выглядит диаграмма пересечений букв русского, латинского и греческого алфавита.



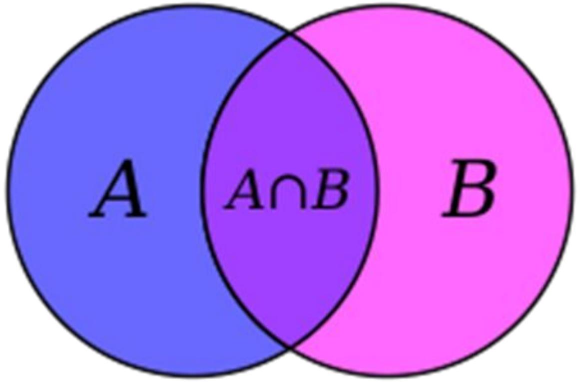
Объединением множеств А и В называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств А, В

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$



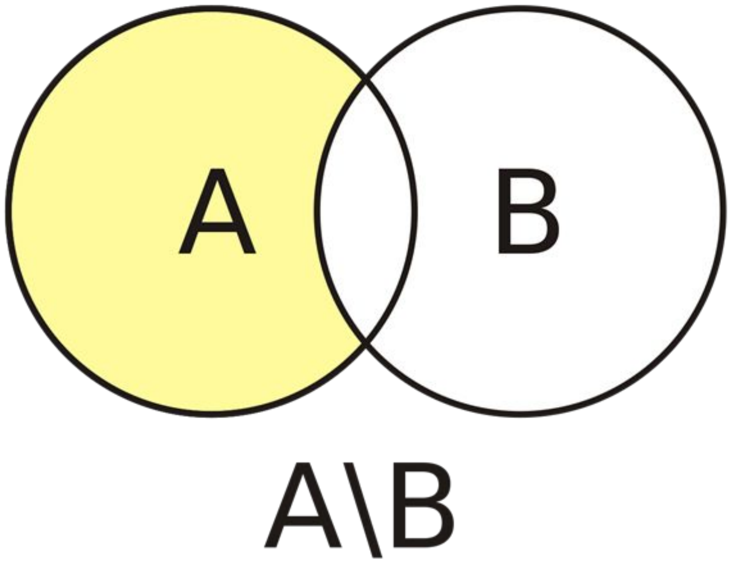
Пересечением множеств А и В называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат одновременно как множеству А, так и множеству В

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$



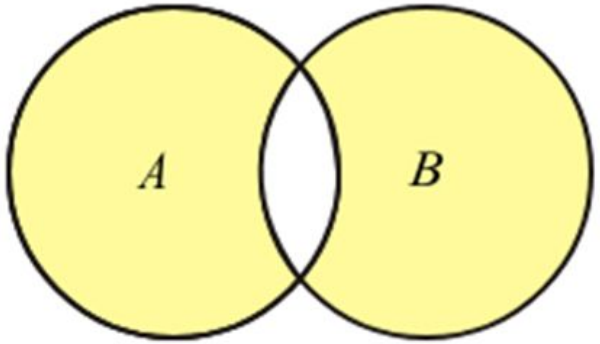
Разностью множеств А и В называется множество всех тех и только тех элементов А, которые не содержатся в В

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$



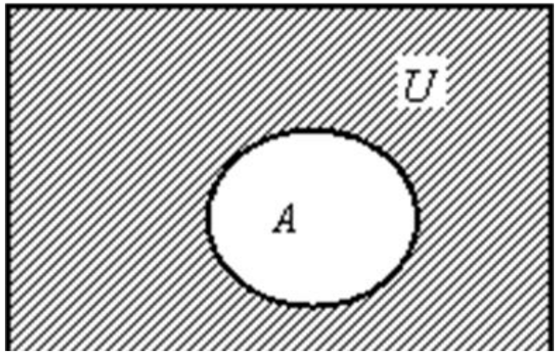
Симметрической разностью множеств А и В называется множество элементов этих множеств, которые принадлежат либо только множеству А, либо только множеству В

$$A+B=\{x\,|\,\textit{либо}\;\; x\in A,\ \textit{либо}\;\; x\in B\}.$$



Абсолютным дополнением множества А называется множество всех тех элементов, которые не принадлежат множеству А

$$\overline{A} = U \setminus A.$$



ДЕКАРТОВО ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Если каждому элементу из множества A сопоставлен в соответствие определенный элемент из множества B, то возникает множество, составленное из пар элементов множеств A и B, - **декартово произведение множеств**.

$A \times B = \{(a; b) \mid a \in A, b \in B\}$

Это значит, что если например дано множество $A = \{1,2,3\}$ и множество $B = \{15,25\}$, то их декартово произведение будет состоять из пар:

$A \times B = \{(1;15), (1;25), (2;15), (2;25), (3;15), (3;25)\}$

Если во множестве A количество элементов равно m, а во множестве B — n, то их декартово произведение будет состоять из $m \times n$ элементов.

Свойства отношений

Рассмотрим бинарные отношения $\mathbf{R_1}$ и $\mathbf{R_2}$ на множестве A студентов 1-го курса, где

R_1 – отношение «родились в одном месяце»

R_2 – отношение «выше по росту».

1. *Рефлексивность* $\forall a \in A \;\; a\mathbf{R}a$
2. *Симметричность* $\forall a,b \in A \;\; a\mathbf{R}b \Rightarrow b\overline{\mathbf{R}}a$
3. *Транзитивность* $\forall a,b,c \in A \;\; a\mathbf{R}b,\, b\mathbf{R}c \Rightarrow a\mathbf{R}c$
4. *Антирефлексивность* $\forall a \in A \;\; a\overline{\mathbf{R}}a$
5. *Антисимметричность* $\forall a,b \in A \;\; a\mathbf{R}b,\, b\mathbf{R}a \Rightarrow a = b$
6. *Асимметричность* $\forall a,b \in A \;\; a\mathbf{R}b \Rightarrow b\mathbf{R}a$
7. *Антитранзитивность* $\forall a,b,c \in A \;\; a\mathbf{R}b,\, b\mathbf{R}c \Rightarrow (a,c) \notin \mathbf{R}$
8. Связность $(\forall a,b \in M)((a,b) \in R$ или $(b,a) \in R)$

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ИХ СВОЙСТВА

№1 Бинарным отношением между элементами множеств

X и Y (или же между элементами одного множества A) называется любое подмножество декартова произведения $X \times Y$ этих множеств.

Бинарные отношения принято обозначать заглавными буквами латинского алфавита: P, Q, R и т. д

№2 Бинарным отношением между элементами множеств

X и Y называется двуместный предикат P(x, y), в котором x принимает

значения элементов множества X, а y – значения элементов множества Y.

СВОЙСТВА:

1.**Рефлексивность.** Отношение Р называется рефлексивным, если для любых а из множества А истинно аРа. ($\forall$ a $\in$ A, aPa)

Примеры рефлексивных отношений: «равно», «одновременно»

2. **Антирефлексивность.** Отношение Р называется антирефлексивным, если для любых а из множества А всегда ложно аРа. ($\forall$ a $\in$ A, aPa)

Примеры антирефлексивных отношений: «меньше», «быть ниже ростом», «нервировать».

3. **Симметричность.** Отношение Р называется симметричным, если для любых а и b из множества А из истинности aPb следует истинность bPa. ($\forall$ a, b $\in$ A, aPb $\rightarrow$ bPa)

Примеры симметричных отношений: «равно», «не равно», «подобие фигур», «одновременно».

4. **Антисимметричность.** Отношение P называется антисимметричным, если для любых a и b из множества A из истинности aPb следует ложность bPa. ($\forall a, b \in A, aPb \rightarrow bPa$)

Примеры антисимметричных отношений: «больше или равно»,

«меньше или равно».

5. **Асимметричность**. Бинарное отношение называется асимметричным тогда и только тогда, когда оно антисимметрично и антирефлексивно. ($\forall a, b \in A, aPb \rightarrow bPa \wedge aPa$)

Примеры асимметричных отношений: «больше» (>), «меньше» (<),

«быть выше ростом».

6. **Транзитивность.** Отношение P называется транзитивным, если

для любых a, b и c из множества A из истинности aPb и bPc

следует истинность aPc. ($\forall a, b, c \in A, aPb \wedge bPc \rightarrow aPc$)

Примеры транзитивных отношений: «больше», «левее», «равно»,

«подобно», «выше», «южнее», «ниже».