



МОЩНОСТЬ МНОЖЕСТВ

ВЫПОЛНИЛА:
ЛЕОНГАРДТ АЛЕНА
2-1ИС

Мощность множества — это обобщение понятия количества (числа элементов множества), которое имеет смысл для всех множеств, включая бесконечные.

Для обозначения мощности символ множества заключают в прямые скобки или используют отдельный символ, например $|A| = n$.

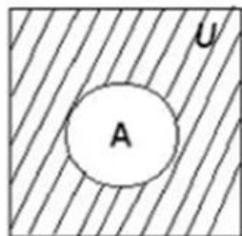
При небольших величинах мощности она определяется простым подсчетом или по подходящей формуле, но для бесконечных множеств оценка их мощности может быть сделана только путем сравнения с мощностью других, достаточно известных множеств. Иначе говоря, для того, чтобы охарактеризовать мощность бесконечного множества, необходимо отыскать известное равномощное множество.



Счётным множеством называется любое множество, равномошное множеству \mathbb{N} натуральных чисел.

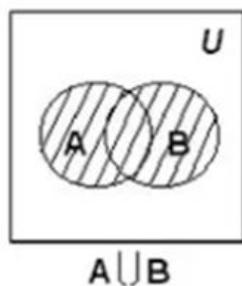
Счётное множество – это такое множество, элементы которого могут быть занумерованы натуральными числами так, чтобы каждый элемент получил свой особенный номер. Если подобная нумерация невозможна (номеров меньше, чем это необходимо), то множество называется **несчётным**.

1. Дополнение множества.



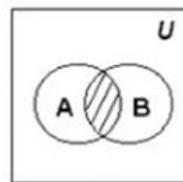
$$\bar{A} \equiv A^C = \{x | x \notin A\}$$

2. Объединение множеств.



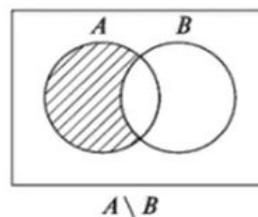
$$A \cup B \Leftrightarrow \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

3. Пересечение множеств.



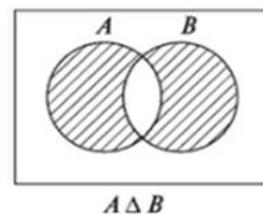
$$A \cap B \Leftrightarrow \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

4. Разность множеств.



$$A \setminus B \Leftrightarrow \{x \in A | x \notin B\}$$

5. Симметричная разность множеств



$$A \Delta B \Leftrightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

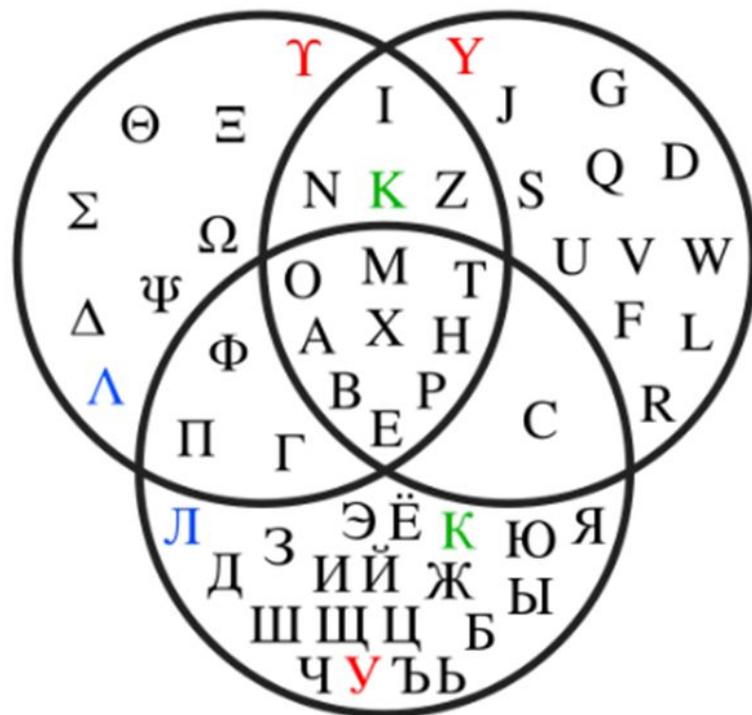
ДИАГРАММА ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Диаграмма Эйлера-Венна — геометрическая схема, которая используется для моделирования множеств и для схематичного изображения и отношений между ними. Диаграмма позволяет наглядно отразить различные утверждения о множествах. При использовании этого метода универсальное множество изображается в виде прямоугольника, подмножества изображают кругами. Диаграммы нашли свое применение в математике, логике, менеджменте и других прикладных направлениях.

ДИАГРАММА ЭЙЛЕРА-ВЕННА

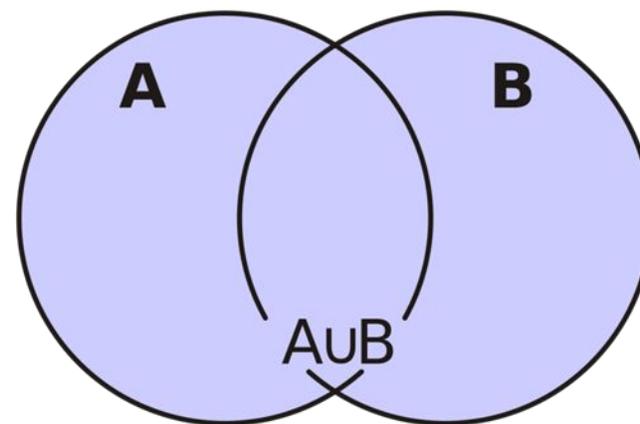
На диаграммах Эйлера-Венна могут быть три и более окружностей.

Очевидным их преимуществом является наглядность: например, вот так выглядит диаграмма пересечений букв русского, латинского и греческого алфавита.



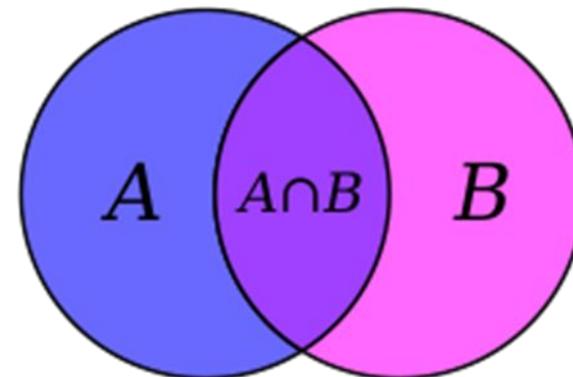
Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A, B

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$



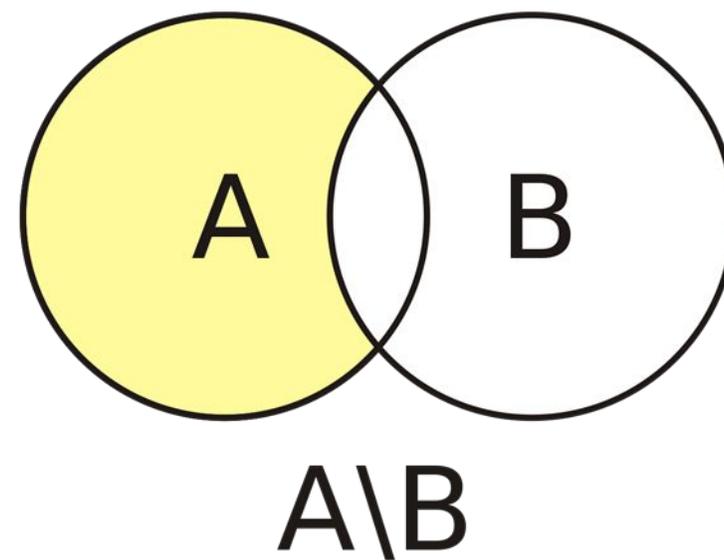
Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат одновременно как множеству A , так и множеству B

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$



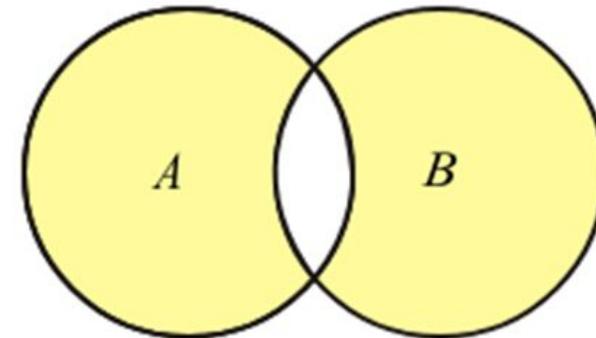
Разностью множеств A и B называется множество всех тех и только тех элементов A, которые не содержатся в B

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$



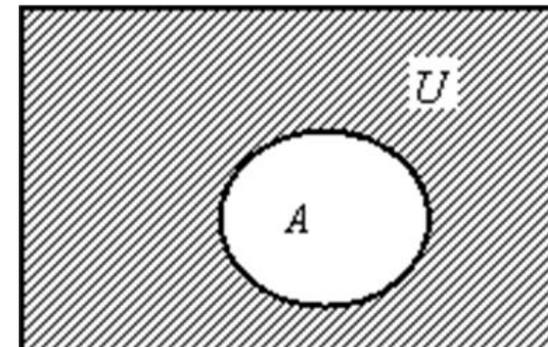
Симметрической разностью множеств A и B называется множество элементов этих множеств, которые принадлежат либо только множеству A , либо только множеству B

$$A + B = \{x \mid \text{либо } x \in A, \text{ либо } x \in B\}.$$



Абсолютным дополнением множества A называется множество всех тех элементов, которые не принадлежат множеству A

$$\bar{A} = U \setminus A.$$



ДЕКАРТОВО ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Если каждому элементу из множества A сопоставлен в соответствие определенный элемент из множества B , то возникает множество, составленное из пар элементов множеств A и B , - **декартово произведение множеств**.

$$A \times B = \{(a; b) \mid a \in A, b \in B\}$$

Это значит, что если например дано множество $A = \{1,2,3\}$ и множество $B = \{15,25\}$, то их декартово произведение будет состоять из пар:

$$A \times B = \{(1;15), (1;25), (2;15), (2;25), (3;15), (3;25)\}$$

Если во множестве A количество элементов равно m , а во множестве B — n , то их декартово произведение будет состоять из $m \times n$ элементов.

Свойства отношений

Рассмотрим бинарные отношения R_1 и R_2 на множестве A студентов 1-го курса, где

R_1 – отношение «родились в одном месяце»

R_2 – отношение «выше по росту».

1. *Рефлексивность* $\forall a \in A \ aRa$
2. *Симметричность* $\forall a, b \in A \ aRb \Rightarrow b\bar{R}a$
3. *Транзитивность* $\forall a, b, c \in A \ aRb, bRc \Rightarrow aRc$
4. *Антирефлексивность* $\forall a \in A \ a\bar{R}a$
5. *Антисимметричность* $\forall a, b \in A \ aRb, bRa \Rightarrow a = b$
6. *Асимметричность* $\forall a, b \in A \ aRb \Rightarrow b\bar{R}a$
7. *Антитранзитивность* $\forall a, b, c \in A \ aRb, bRc \Rightarrow (a, c) \notin R$
8. *Связность* $(\forall a, b \in M) ((a, b) \in R \text{ или } (b, a) \in R)$

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ИХ СВОЙСТВА

№1 Бинарным отношением между элементами множеств

X и Y (или же между элементами одного множества A) называется любое подмножество декартова произведения $X \times Y$ этих множеств.

Бинарные отношения принято обозначать заглавными буквами латинского алфавита: P, Q, R и т. д.

№2 Бинарным отношением между элементами множеств

X и Y называется двуместный предикат $P(x, y)$, в котором x принимает значения элементов множества X , а y – значения элементов множества Y .

СВОЙСТВА:

1. Рефлексивность. Отношение P называется рефлексивным, если для любых a из множества A истинно aPa . ($\forall a \in A, aPa$)

Примеры рефлексивных отношений: «равно», «одновременно»

2. Антирефлексивность. Отношение P называется антирефлексивным, если для любых a из множества A всегда ложно aPa . ($\forall a \in A, \neg aPa$)

Примеры антирефлексивных отношений: «меньше», «быть ниже ростом», «нервировать».

3. Симметричность. Отношение P называется симметричным, если для любых a и b из множества A из истинности aPb следует истинность bPa . ($\forall a, b \in A, aPb \rightarrow bPa$)

Примеры симметричных отношений: «равно», «не равно», «подобие фигур», «одновременно».

4. Антисимметричность. Отношение P называется антисимметричным, если для любых a и b из множества A из истинности aPb следует ложность bPa . ($\forall a, b \in A, aPb \rightarrow bPa$)

Примеры антисимметричных отношений: «больше или равно»,
«меньше или равно».

5. Асимметричность. Бинарное отношение называется асимметричным тогда и только тогда, когда оно антисимметрично и антирефлексивно. ($\forall a, b \in A, aPb \rightarrow bPa \wedge aPa$)

Примеры асимметричных отношений: «больше» ($>$), «меньше» ($<$),
«быть выше ростом».

6. Транзитивность. Отношение P называется транзитивным, если для любых a , b и c из множества A из истинности aPb и bPc следует истинность aPc . ($\forall a, b, c \in A, aPb \wedge bPc \rightarrow aPc$)

Примеры транзитивных отношений: «больше», «левее», «равно»,
«подобно», «выше», «южнее», «ниже».