



Дискретные случайные величины

(ДСВ)

ДСВ – это СВ, принимающие только отдельные друг от друга значения, которые можно заранее перечислить, перенумеровать

$$X = \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{cases}$$

Законом распределения ДСВ, называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями СВ и соответствующими вероятностями

$$X = \begin{cases} x_1, P(X=x_1)=p_1 \\ x_2, P(X=x_2)=p_2 \\ \dots \\ x_n, P(X=x_n)=p_n \end{cases}$$

таблично

x_i	x_1	\dots	x_n
p_i	p_1	\dots	p_n

Графически,
*многоугольник
распределения*

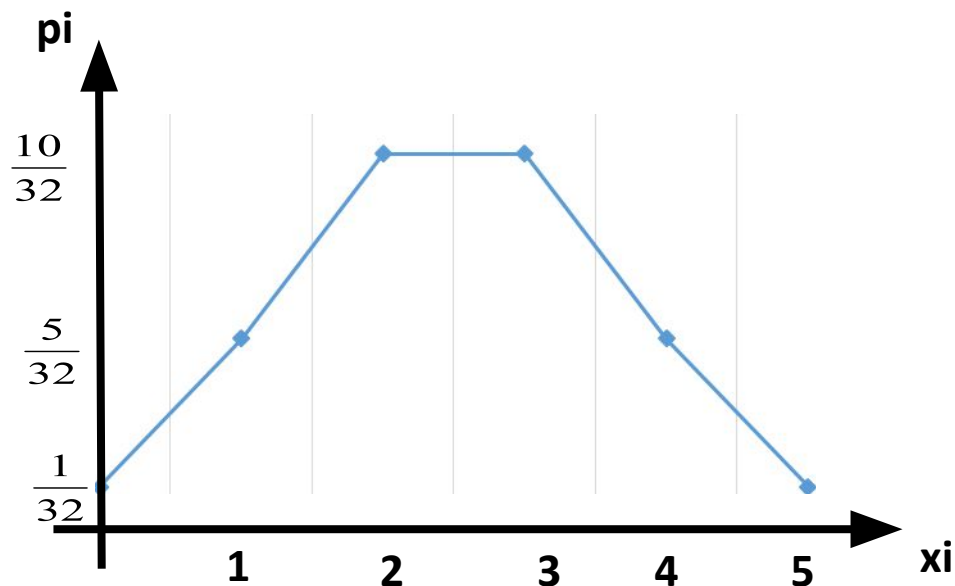
Аналитически,
*формула вычисления
вероятности*



Построение ряда распределения ДСВ

Построить ряд распределения для ДСВ X – появление орла при пятикратном бросании монеты

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$



$$p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2} \quad P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

$$1) P_5(0) = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

$$2) P_5(1) = C_5^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{5}{32}$$

$$3) P_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{10}{32}$$

$$4) P_5(3) = C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{10}{32}$$

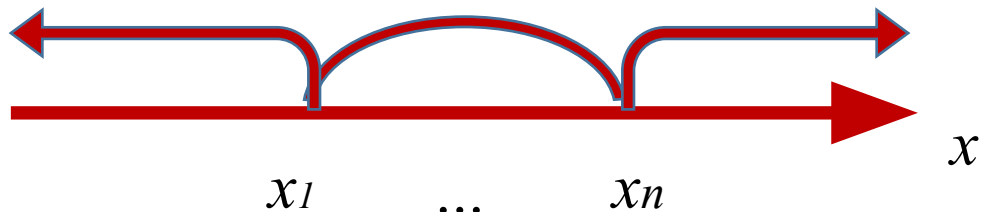
$$5) P_5(4) = C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$$

$$6) P_5(5) = C_5^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = 1 \cdot \frac{1}{32} \cdot 1 = \frac{1}{32}$$



Функция распределения ДСВ

ФР $F(x)$ называют функцию, которая для каждого значения x определяет вероятность того, что СВ X примет значение меньше x :



$F(x) = P(X < x)$, где x - текущее значение СВ.

Свойства функции распределения:

1. $F(x)$ – неубывающая функция своего аргумента.
2. $F(-\infty) = 0$
3. $F(+\infty) = 1$
4. Все значения $F(x)$ принадлежат отрезку $[0; 1]$, т.е. $0 \leq F(x) \leq 1$
5. Если все возможные значения СВ X принадлежат интервалу $(a; b)$, то ее $F(x)$ будет равна $F(x) = 0$ при $x \leq a$ и $F(x) = 1$ при $x \geq b$



Построение функции распределения

Построить функцию распределения для

ДСВ X – появление орла при пятикратном бросании монеты

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

5) $3 < x \leq 4$

$$F(x) = P(X < 4) = P(X < 3) + P(X = 3) = \frac{16}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32}$$

1) $x \leq 0$

$$F(x) = P(X < 0) = 0$$

6) $4 < x \leq 5$

$$F(x) = P(X < 5) = P(X < 4) + P(X = 4) = \frac{26}{32} + \frac{5}{32} = \frac{31}{32}$$

2) $0 < x \leq 1$

$$F(x) = P(X < 1) = P(X = 0) = \frac{1}{32}$$

7) $x > 5$

$$F(x) = P(X < \infty) = P(X < 5) + P(X = 5) = \frac{31}{32} + \frac{1}{32} = \frac{32}{32} = 1$$

3) $1 < x \leq 2$

$$F(x) = P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} = \frac{6}{32}$$

4) $2 < x \leq 3$

$$F(x) = P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32}$$

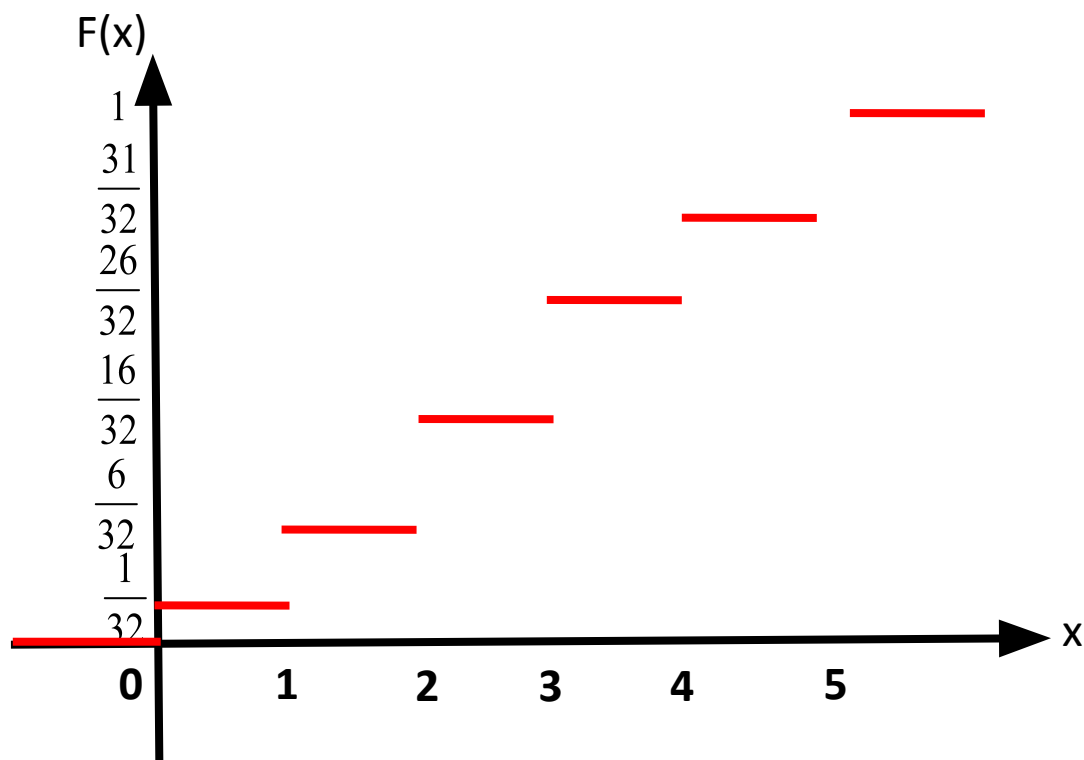


Построение функции распределения

Построить функцию распределения для

ДСВ X – появление орла при пятикратном бросании монеты

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$



$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{32}, & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ \frac{6}{32}, & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ \frac{16}{32}, & \text{при } 2 < x \leq 3; \\ \frac{26}{32}, & \text{при } 3 < x \leq 4; \\ \frac{31}{32}, & \text{при } 4 < x \leq 5; \\ 1, & \text{при } x > 5 \end{cases}$$



Числовые характеристики ДСВ

Мода (M_0) – значение ДСВ имеющие максимальную вероятность;

Медиана (M_e) – значение ДСВ, для которого вероятность попасть справа и слева от нее одинакова;

Математическое ожидание $M(x)$ – сумма произведений возможных значений СВ на соответствующие вероятности;

Дисперсия $D(x)$ – характеристика рассеяния, разброса значений СВ относительно математического ожидания;

Среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$ – стандартное отклонение СВ от математического ожидания

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i \quad D(x) = M[x(x)]^2 \quad \sigma(x) = \sqrt{D(x)}$$



Нахождение числовых характеристик

ДСВ

ДСВ X – появление орла при пятикратном бросании монеты

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

1) $M_0 = 2,3$ 2) $M_e = 2,3$

$$3) M(x) = \sum_{i=1}^6 x_i \cdot p_i = 0 \cdot \frac{1}{32} + 1 \cdot \frac{5}{32} + 2 \cdot \frac{10}{32} + 3 \cdot \frac{10}{32} + 4 \cdot \frac{5}{32} + 5 \cdot \frac{1}{32} = \frac{80}{32} = 2,5$$

$$4) M(x^2) = \sum_{i=1}^6 (x_i)^2 \cdot p_i = 0 \cdot \frac{1}{32} + 1 \cdot \frac{5}{32} + 4 \cdot \frac{10}{32} + 9 \cdot \frac{10}{32} + 16 \cdot \frac{5}{32} + 25 \cdot \frac{1}{32} = \frac{240}{32} = 7,5$$

$$5) D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = \frac{240}{32} - \frac{6400}{1024} = \frac{7680}{1024} - \frac{6400}{1024} = \frac{1280}{1024} = 1,25$$

$$6) \sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\frac{1280}{1024}} = 1,12$$