



# Дискретные случайные величины

## (ДСВ)

**ДСВ** – это СВ, принимающие только отдельные друг от друга значения, которые можно заранее перечислить, перенумеровать

$$X = \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{cases}$$

**Законом распределения ДСВ**, называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями СВ и соответствующими вероятностями

$$X = \begin{cases} x_1, P(X=x_1)=p_1 \\ x_2, P(X=x_2)=p_2 \\ \dots \\ x_n, P(X=x_n)=p_n \end{cases}$$

**Графически,**  
*многоугольник  
распределения*

**таблично**

<b><math>x_i</math></b>	$x_1$	$\dots$	$x_n$
<b><math>p_i</math></b>	$p_1$	$\dots$	$p_n$

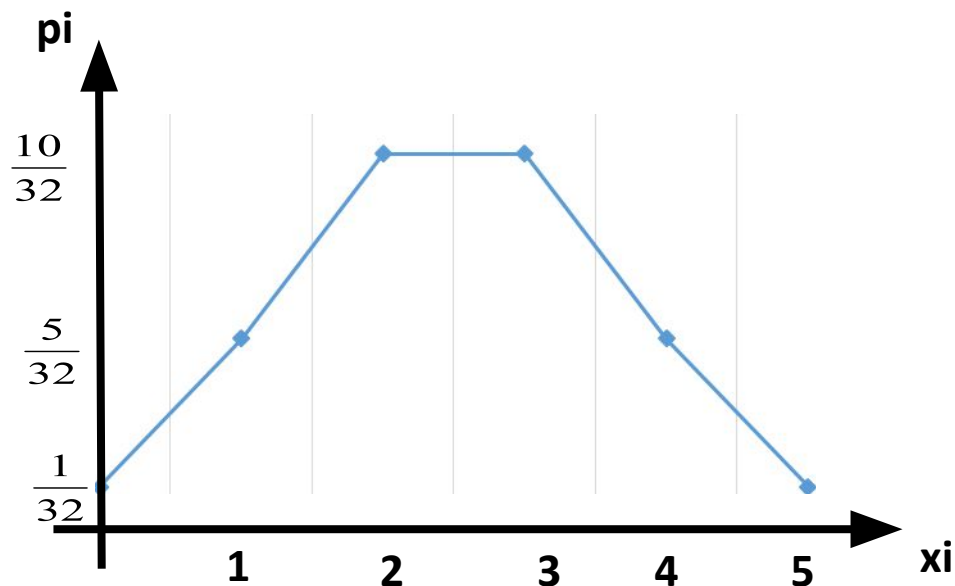
**Аналитически,**  
*формула вычисления  
вероятности*



# Построение ряда распределения ДСВ

Построить ряд распределения для ДСВ  $X$  – появление орла при пятикратном бросании монеты

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$



$$p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2} \quad P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

$$1) P_5(0) = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

$$2) P_5(1) = C_5^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{5}{32}$$

$$3) P_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{10}{32}$$

$$4) P_5(3) = C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{10}{32}$$

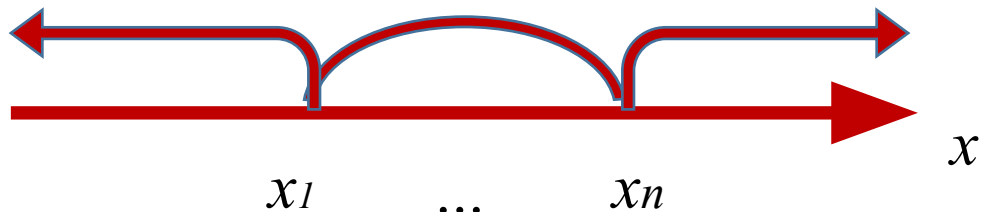
$$5) P_5(4) = C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$$

$$6) P_5(5) = C_5^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = 1 \cdot \frac{1}{32} \cdot 1 = \frac{1}{32}$$



# Функция распределения ДСВ

ФР  $F(x)$  называют функцию, которая для каждого значения  $x$  определяет вероятность того, что СВ  $X$  примет значение меньше  $x$ :



$F(x) = P(X < x)$ , где  $x$  - текущее значение СВ.

## Свойства функции распределения:

1.  $F(x)$  – неубывающая функция своего аргумента.
2.  $F(-\infty) = 0$
3.  $F(+\infty) = 1$
4. Все значения  $F(x)$  принадлежат отрезку  $[0; 1]$ , т.е.  $0 \leq F(x) \leq 1$
5. Если все возможные значения СВ  $X$  принадлежат интервалу  $(a; b)$ , то ее  $F(x)$  будет равна  $F(x) = 0$  при  $x \leq a$  и  $F(x) = 1$  при  $x \geq b$



# Построение функции распределения

Построить функцию распределения для

ДСВ  $X$  – появление орла при пятикратном бросании монеты

<b><math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4	5
<b><math>p_i</math></b>	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

5)  $3 < x \leq 4$

$$F(x) = P(X < 4) = P(X < 3) + P(X = 3) = \frac{16}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32}$$

1)  $x \leq 0$

$$F(x) = P(X < 0) = 0$$

6)  $4 < x \leq 5$

$$F(x) = P(X < 5) = P(X < 4) + P(X = 4) = \frac{26}{32} + \frac{5}{32} = \frac{31}{32}$$

2)  $0 < x \leq 1$

$$F(x) = P(X < 1) = P(X = 0) = \frac{1}{32}$$

7)  $x > 5$

$$F(x) = P(X < \infty) = P(X < 5) + P(X = 5) = \frac{31}{32} + \frac{1}{32} = \frac{32}{32} = 1$$

3)  $1 < x \leq 2$

$$F(x) = P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} = \frac{6}{32}$$

4)  $2 < x \leq 3$

$$F(x) = P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32}$$

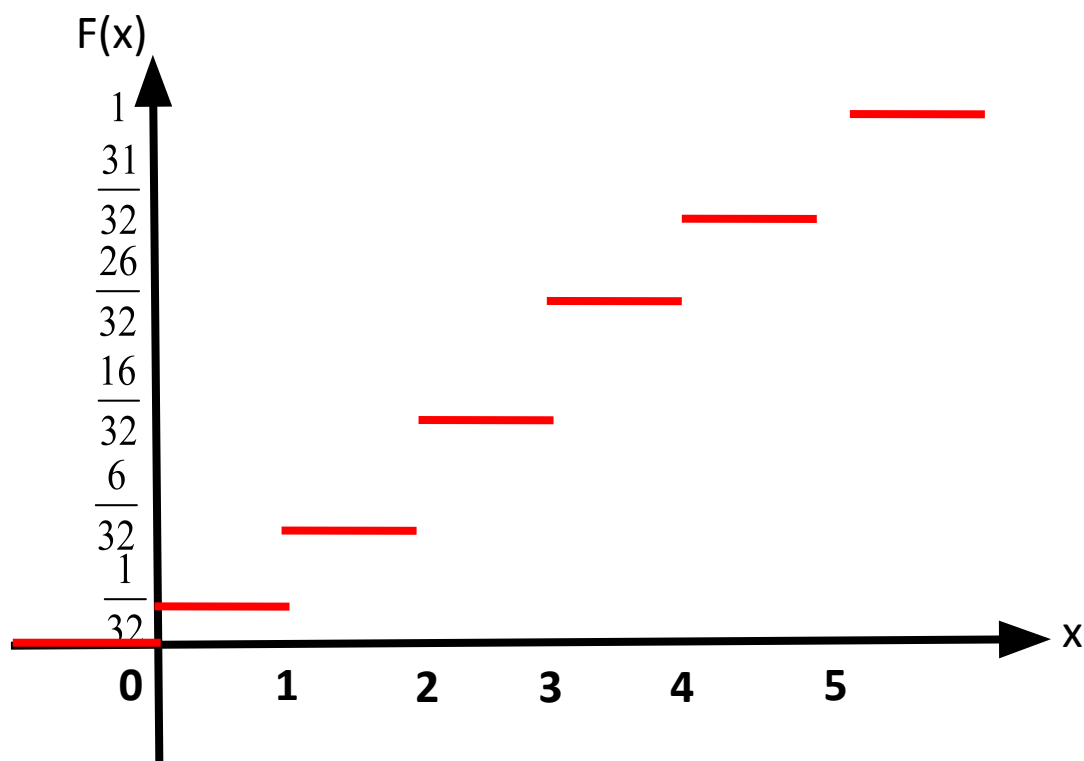


# Построение функции распределения

Построить функцию распределения для

ДСВ  $X$  – появление орла при пятикратном бросании монеты

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$



$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{32}, & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ \frac{6}{32}, & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ \frac{16}{32}, & \text{при } 2 < x \leq 3; \\ \frac{26}{32}, & \text{при } 3 < x \leq 4; \\ \frac{31}{32}, & \text{при } 4 < x \leq 5; \\ 1, & \text{при } x > 5 \end{cases}$$



# Числовые характеристики ДСВ

---

**Мода ( $M_0$ )** – значение ДСВ имеющие максимальную вероятность;

**Медиана ( $M_e$ )** – значение ДСВ, для которого вероятность попасть справа и слева от нее одинакова;

**Математическое ожидание  $M(x)$**  – сумма произведений возможных значений СВ на соответствующие вероятности;

**Дисперсия  $D(x)$**  – характеристика рассеяния, разброса значений СВ относительно математического ожидания;

**Среднее квадратическое отклонение  $\sigma(x)$**  – стандартное отклонение СВ от математического ожидания

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i \quad D(x) = M[x - M(x)]^2 \quad \sigma(x) = \sqrt{D(x)}$$



# Нахождение числовых характеристик

## ДСВ

ДСВ  $X$  – появление орла при пятикратном бросании монеты

<b><math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4	5
<b><math>p_i</math></b>	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

1)  $M_0 = 2,3$     2)  $M_e = 2,3$

$$3) M(x) = \sum_{i=1}^6 x_i \cdot p_i = 0 \cdot \frac{1}{32} + 1 \cdot \frac{5}{32} + 2 \cdot \frac{10}{32} + 3 \cdot \frac{10}{32} + 4 \cdot \frac{5}{32} + 5 \cdot \frac{1}{32} = \frac{80}{32} = 2,5$$

$$4) M(x^2) = \sum_{i=1}^6 (x_i)^2 \cdot p_i = 0 \cdot \frac{1}{32} + 1 \cdot \frac{5}{32} + 4 \cdot \frac{10}{32} + 9 \cdot \frac{10}{32} + 16 \cdot \frac{5}{32} + 25 \cdot \frac{1}{32} = \frac{240}{32} = 7,5$$

$$5) D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = \frac{240}{32} - \frac{6400}{1024} = \frac{7680}{1024} - \frac{6400}{1024} = \frac{1280}{1024} = 1,25$$

$$6) \sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\frac{1280}{1024}} = 1,12$$