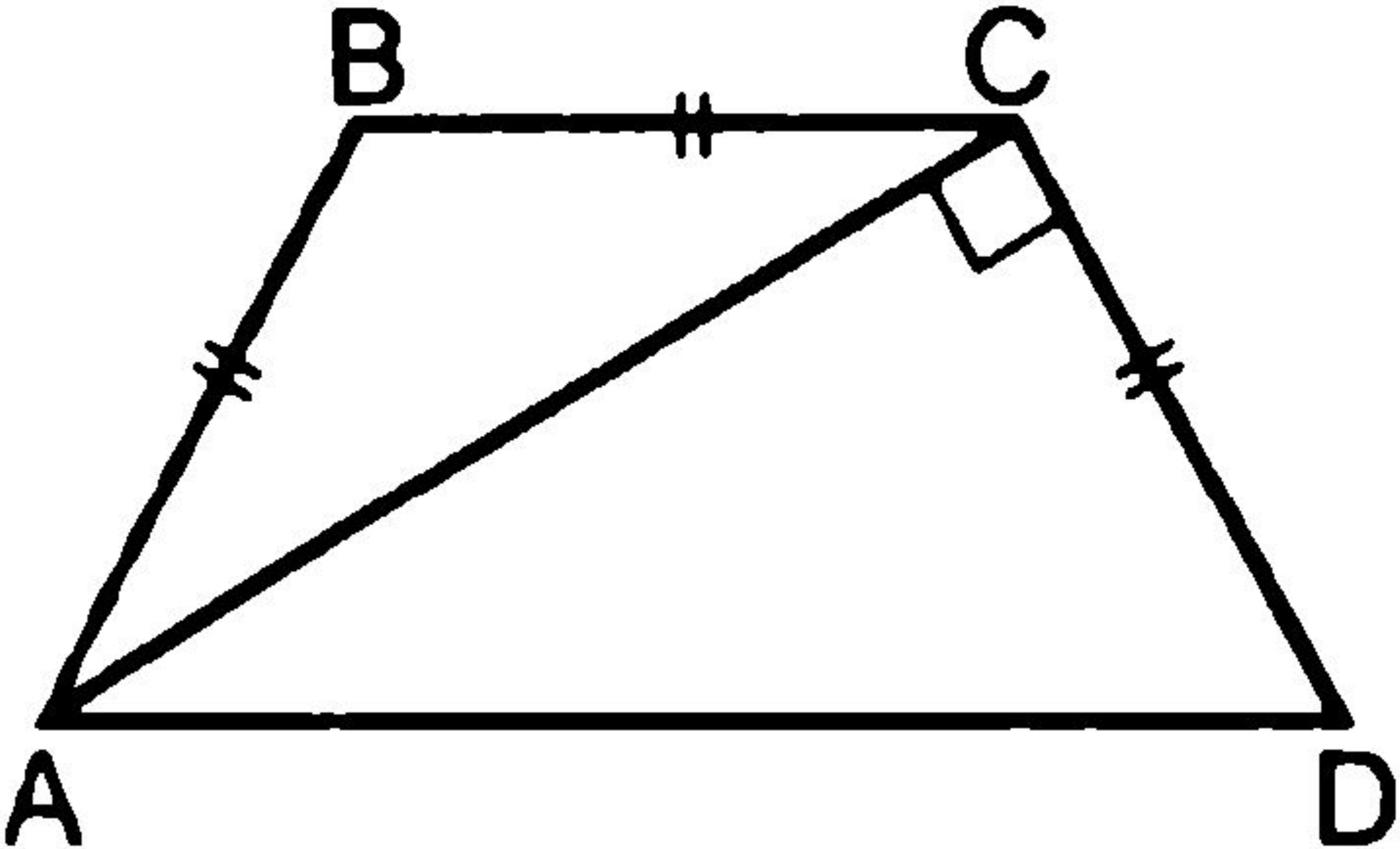
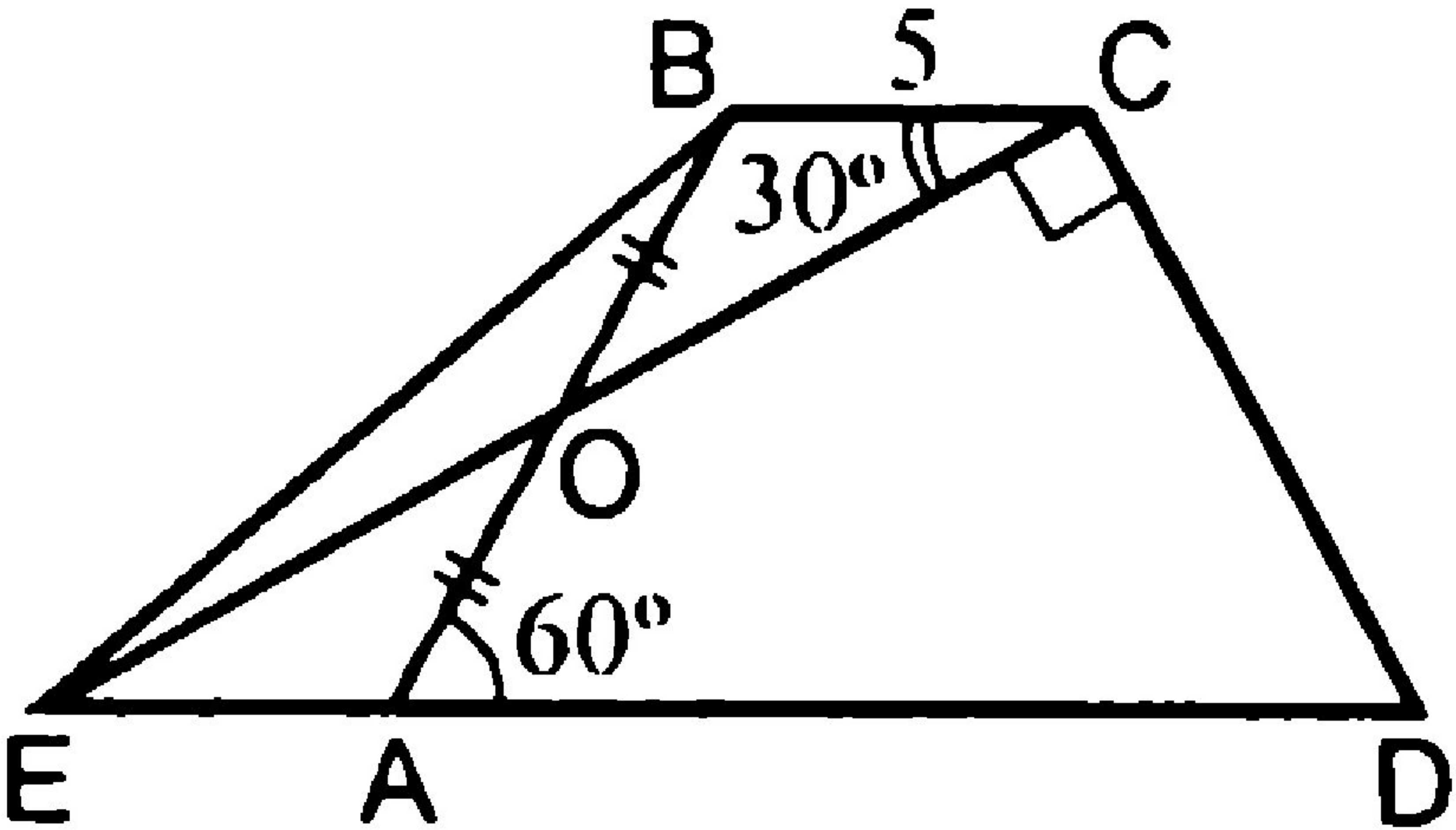
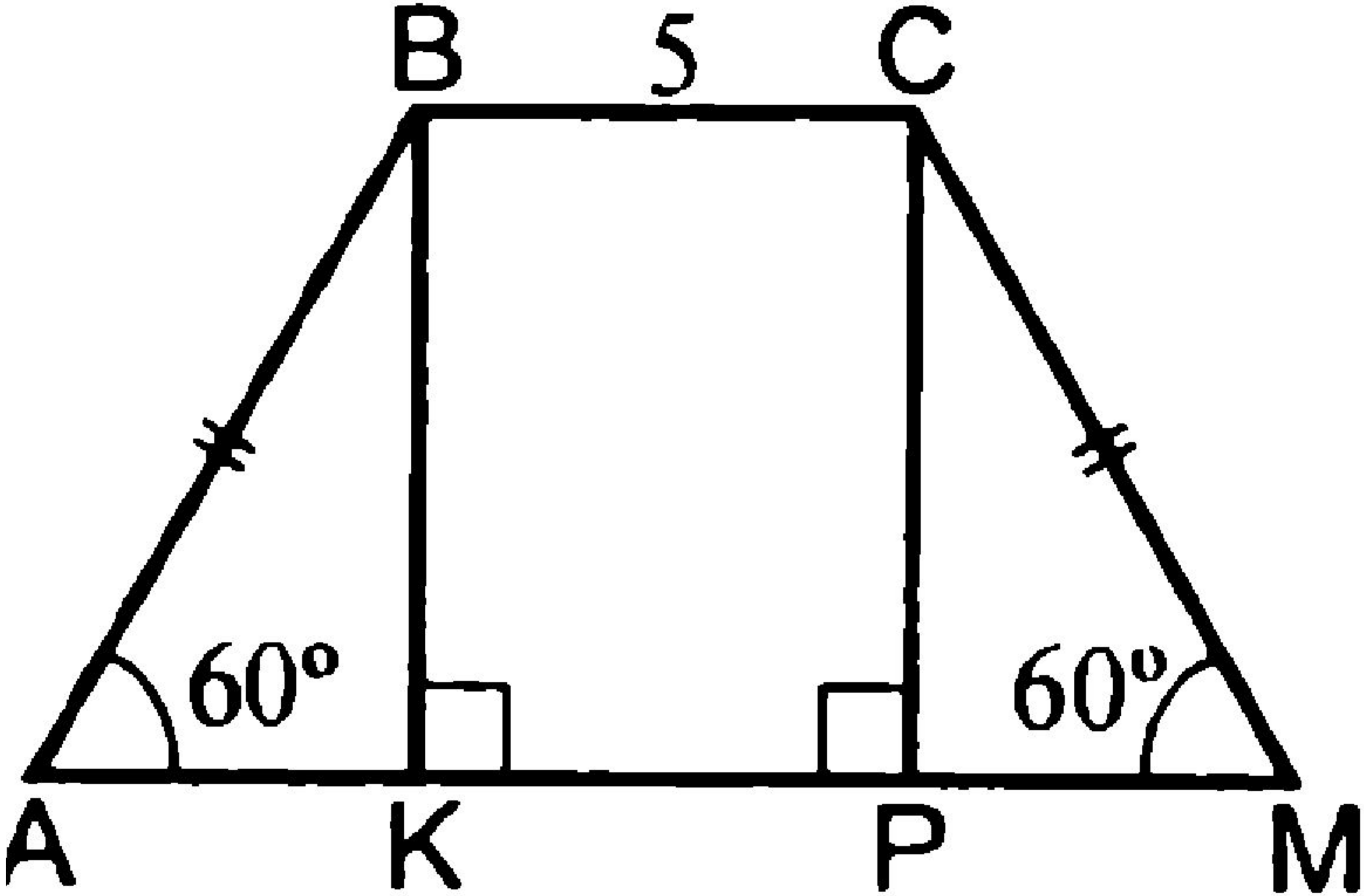
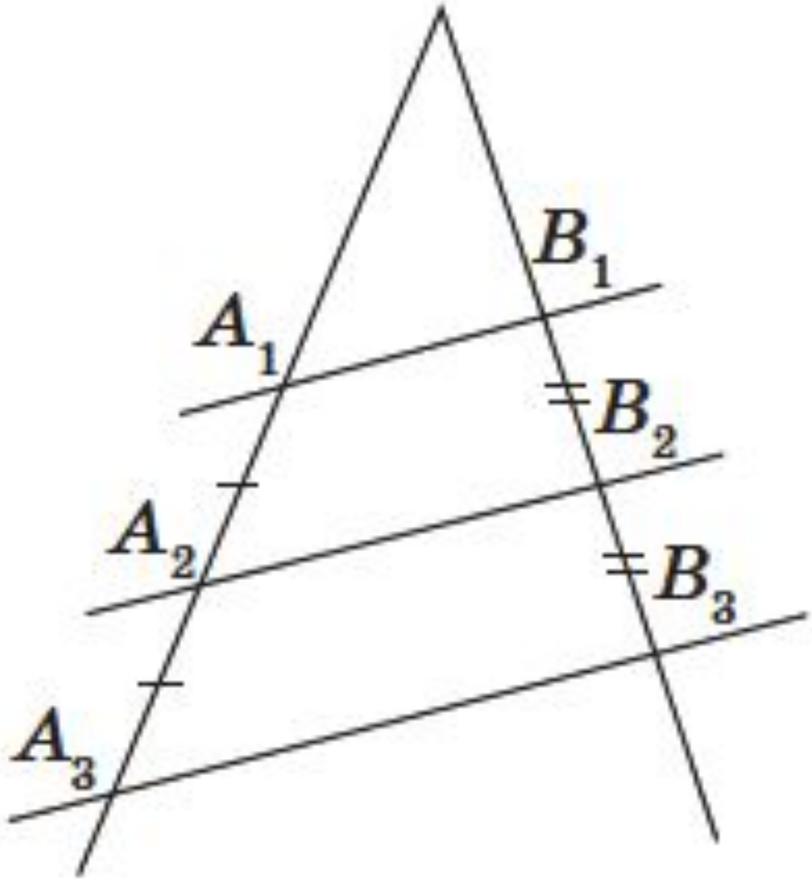
Теорема Фалеса

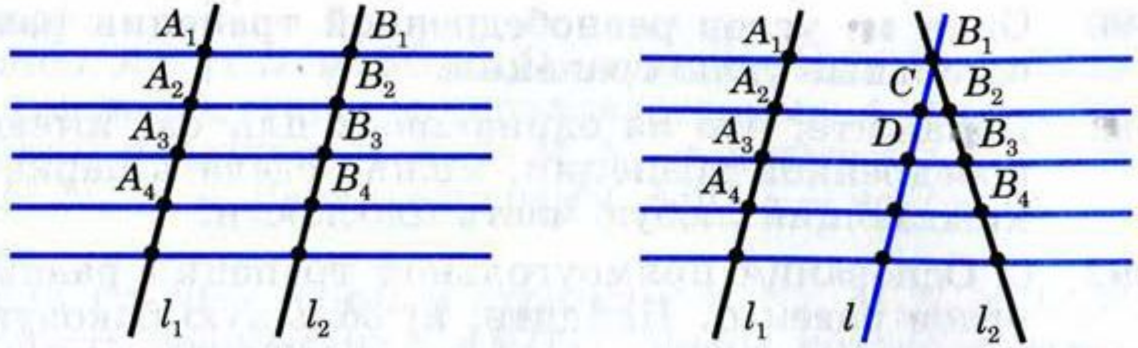

B
C
A
D


B
5
C
30°
O
60°
E
A
D


B
5
C
60°
60°
A
K
P
M



B_1
A_1
B_2
A_2
B_3
A_3



а) *б)*

Решение

Пусть на прямой l_1 отложены равные отрезки A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ... и через их концы проведены параллельные прямые, которые пересекают прямую l_2 в точках B_1, B_2, B_3, B_4, ... (рис. 165). Требуется доказать, что отрезки B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4, ... равны друг другу. Докажем, например, что $B_1B_2 = B_2B_3$.

Рассмотрим сначала случай, когда прямые l_1 и l_2 параллельны (рис. 165, *а*). Тогда $A_1A_2 = B_1B_2$ и $A_2A_3 = B_2B_3$ как противоположные стороны параллелограммов $A_1B_1B_2A_2$ и $A_2B_2B_3A_3$. Так как $A_1A_2 = A_2A_3$, то и $B_1B_2 = B_2B_3$. Если прямые l_1 и l_2 не параллельны, то через точку B_1 проведём прямую l, параллельную прямой l_1 (рис. 165, *б*). Она пересечёт прямые A_2B_2 и A_3B_3 в некоторых точках C и D. Так как $A_1A_2 = A_2A_3$, то по доказанному $B_1C = CD$. Отсюда получаем: $B_1B_2 = B_2B_3$ (задача **384**). Аналогично можно доказать, что $B_2B_3 = B_3B_4$ и т. д.

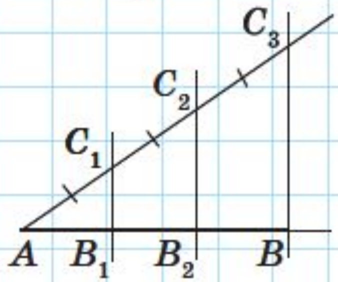


Рис. 48. Деление отрезка на равные части

Задача

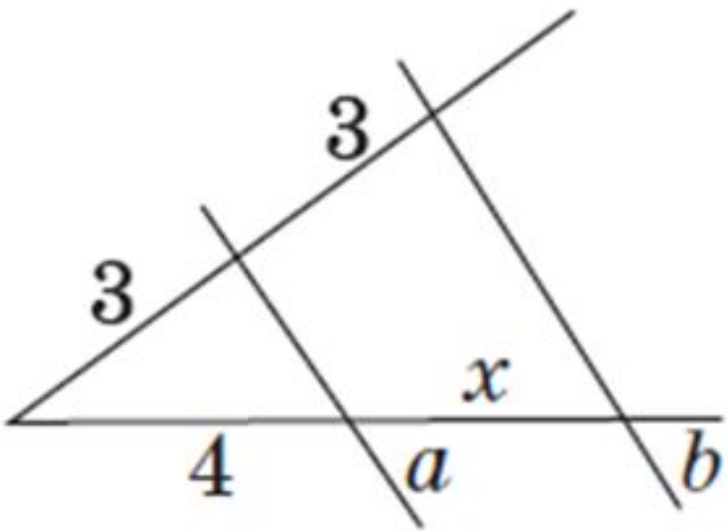
Разделите данный отрезок на n равных частей.

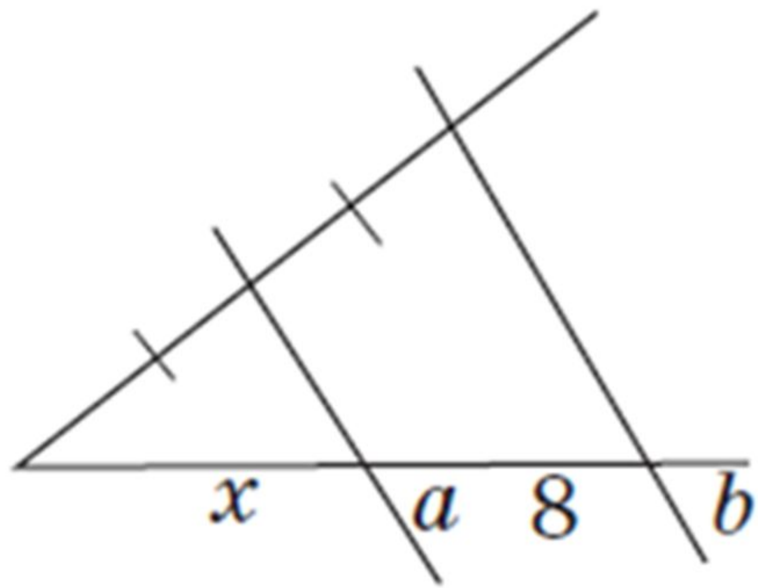
Решение

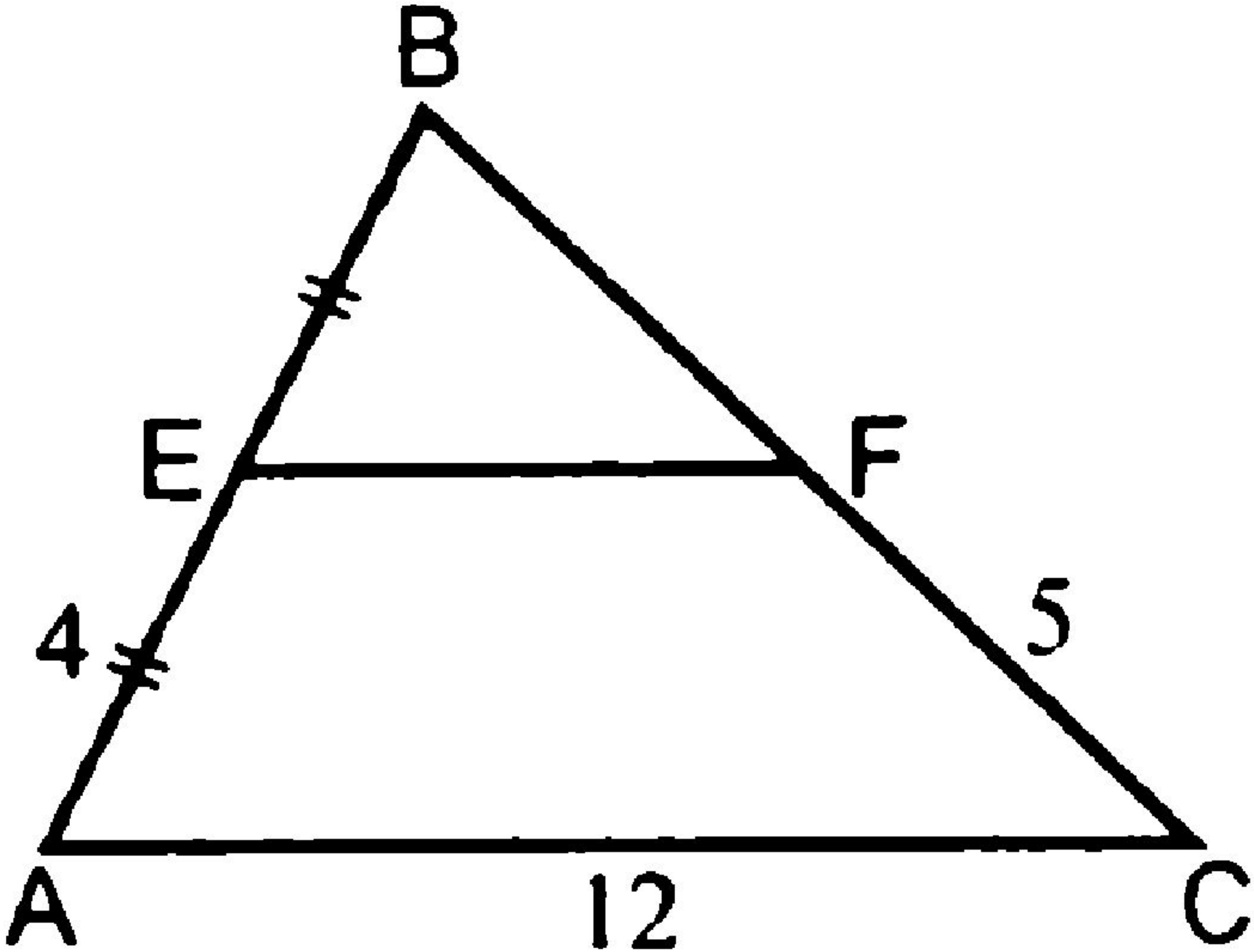
Решим задачу для $n = 3$, т.е. разделим данный отрезок AB на три равные части (рис. 48).

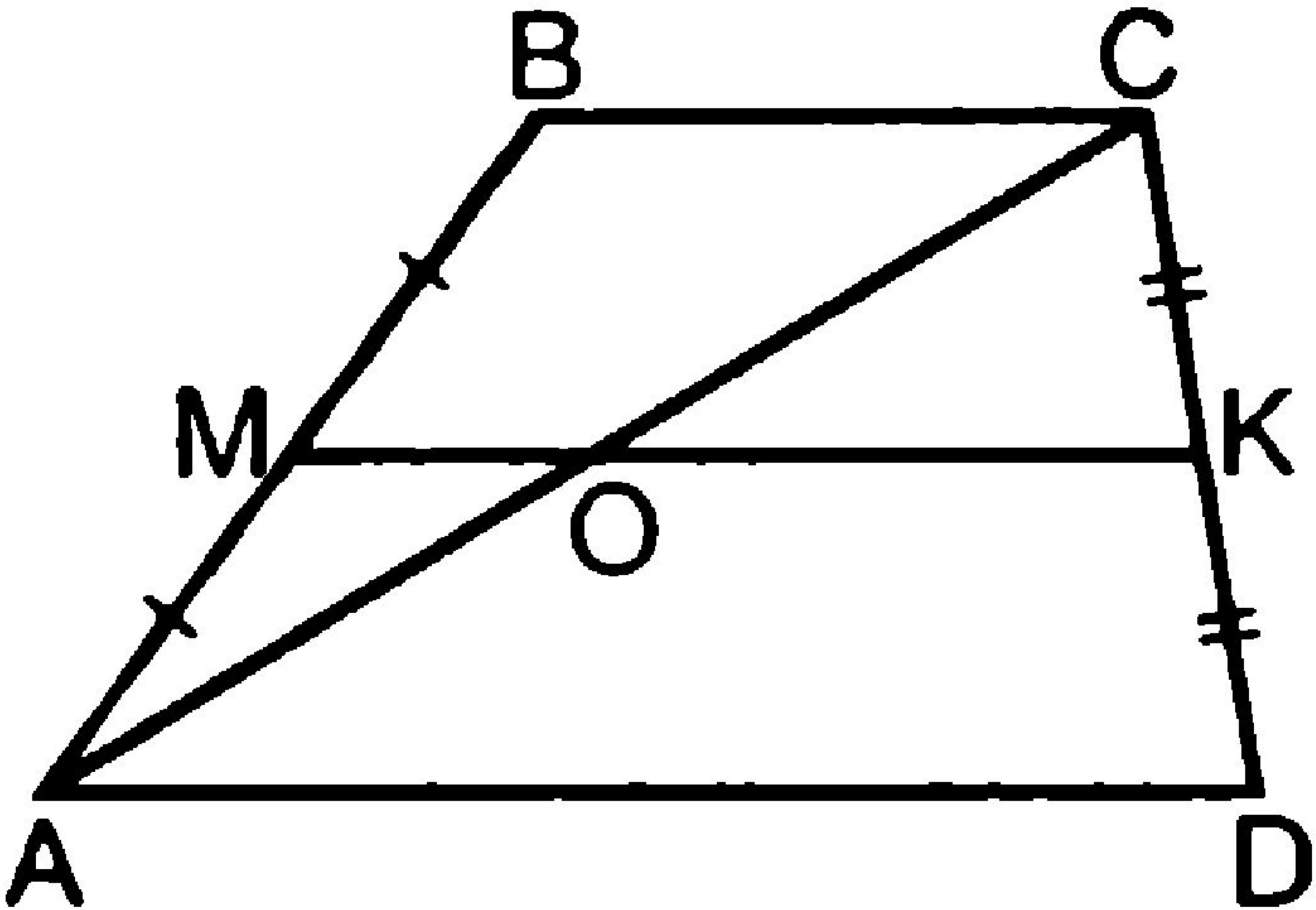
Для этого проведем из точки A произвольный луч, не дополнительный к лучу AB, и отложим на нем равные отрезки AC_1, C_1C_2 и C_2C_3. Проведем прямую C_3B и параллельные ей прямые через точки C_1 и C_2. По теореме Фалеса эти прямые делят отрезок AB на три равные части.

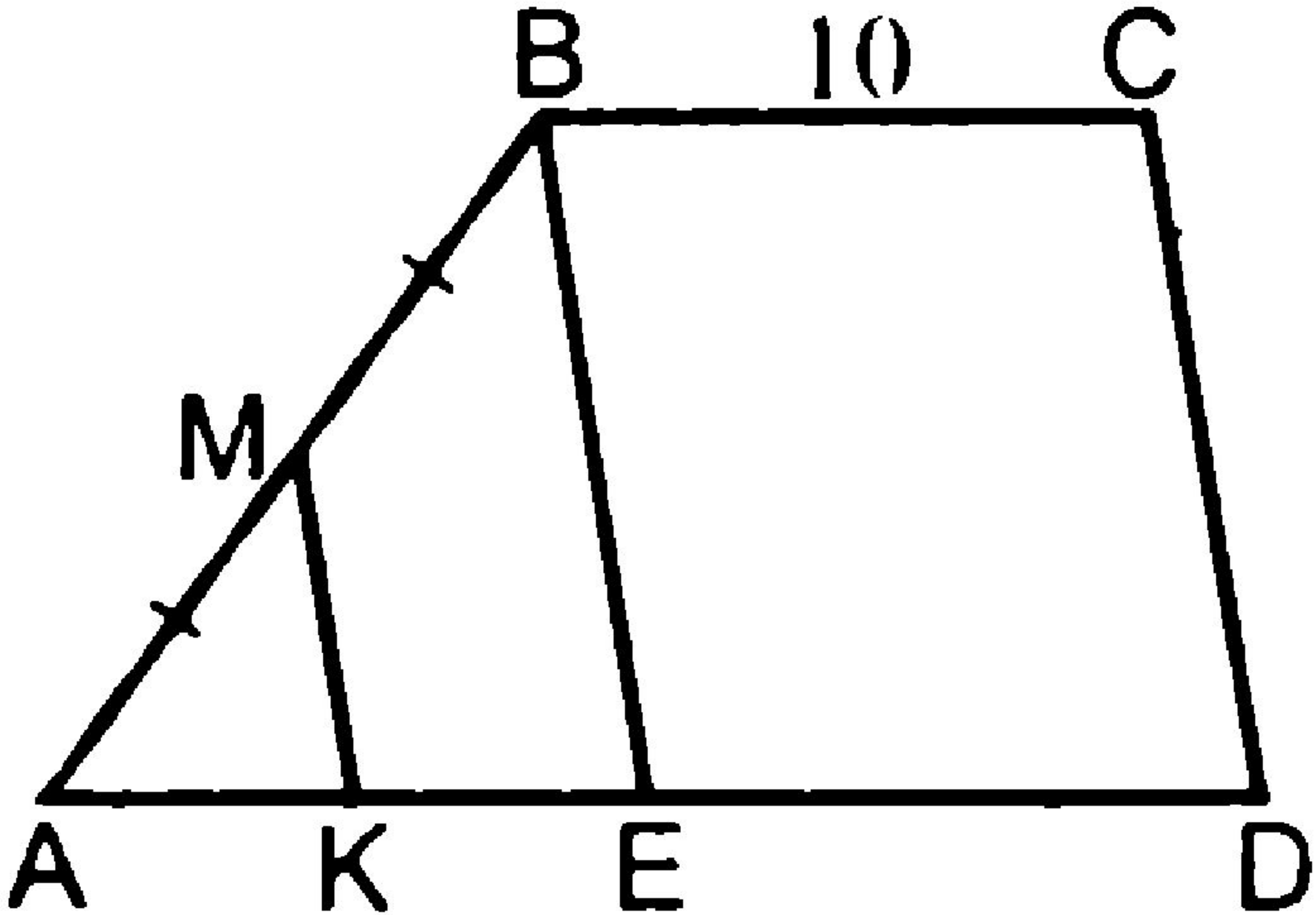
Аналогично можно разделить произвольный отрезок на любое количество равных частей.


3
3
x
4
a
b


x
a
8
b


B
E
F
4
5
A
12
C


B
C
M
K
O
A
D



B
10
C
M
A
K
E
D