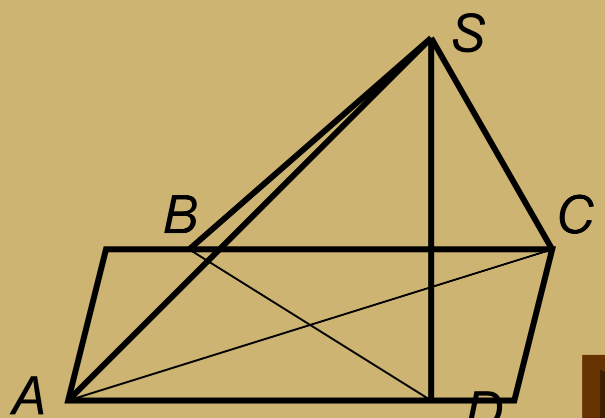
Угол между прямой и плоскостью

тест

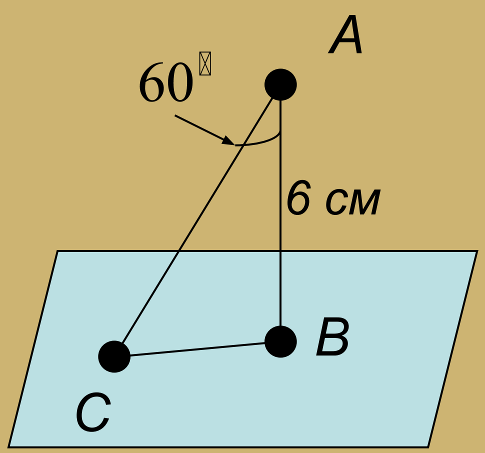
1. Верно ли утверждение: «Если из двух различных точек, не принадлежащих плоскости, проведены к ней две равные наклонные, то их проекции тоже равны»?

2. К плоскости прямоугольника ABCD в точке пересечения диагоналей восстановлен перпендикуляр. Верно ли утверждение о том, что произвольная точка M этого перпендикуляра равноудалена от вершин прямоугольника?

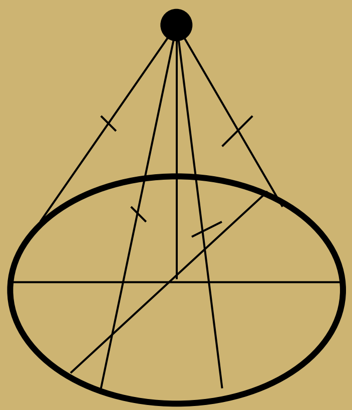
3. Основание ABCD пирамиды SABCD – прямоугольник, AB < BC. Ребро SD перпендикулярно плоскости основания. Среди отрезков SA, SB, SC и SD укажите наименьший и наибольший.



4.Из точки А к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках В и С. Найдите отрезок АС, если АВ = 6 см, $\angle$ВАС = 60°.

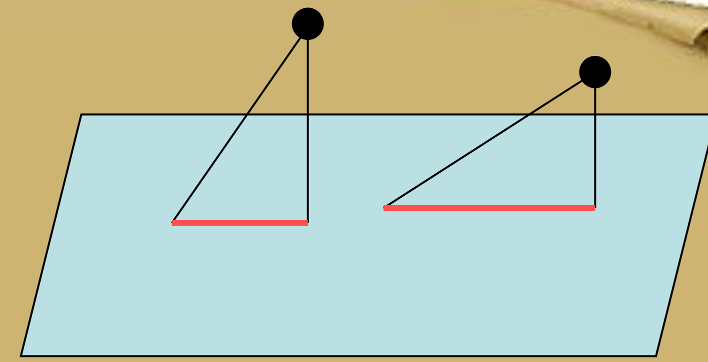


5.Точка М равноудалена от всех точек окружности. Верно ли утверждение о том, что она принадлежит перпендикуляру к плоскости окружности, проведённому через её центр?



тест

1. Верно ли утверждение: «Если из двух различных точек, не принадлежащих плоскости, проведены к ней две равные наклонные, то их проекции тоже равны»?



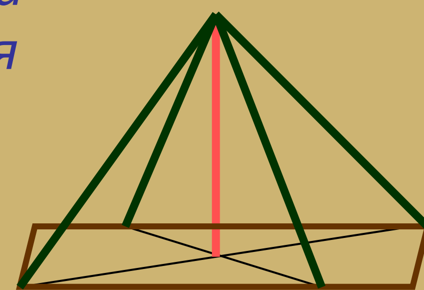
2. К плоскости прямоугольника ABCD в точке пересечения диагоналей восстановлен перпендикуляр. Верно ли утверждение о том, что произвольная точка M этого перпендикуляра равноудалена от вершин прямоугольника?

1)Нет

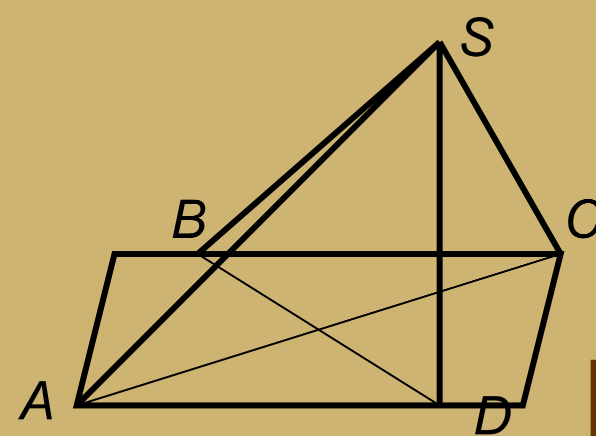
2)Верно

3)SB – наибольший

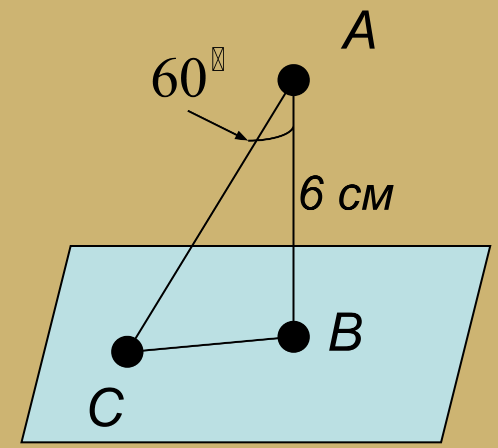
SC – наименьший



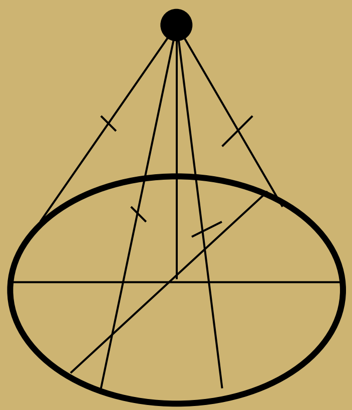
3.Основание ABCD пирамиды SABCD – прямоугольник, AB < BC. Ребро SD перпендикулярно плоскости основания. Среди отрезков SA, SB, SC и SD укажите наименьший и наибольший.



4.Из точки А к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках В и С. Найдите отрезок АС, если АВ = 6 см, $\angle$ВАС = 60°.



5.Точка М равноудалена от всех точек окружности. Верно ли утверждение о том, что она принадлежит перпендикуляру к плоскости окружности, проведённому через её центр?

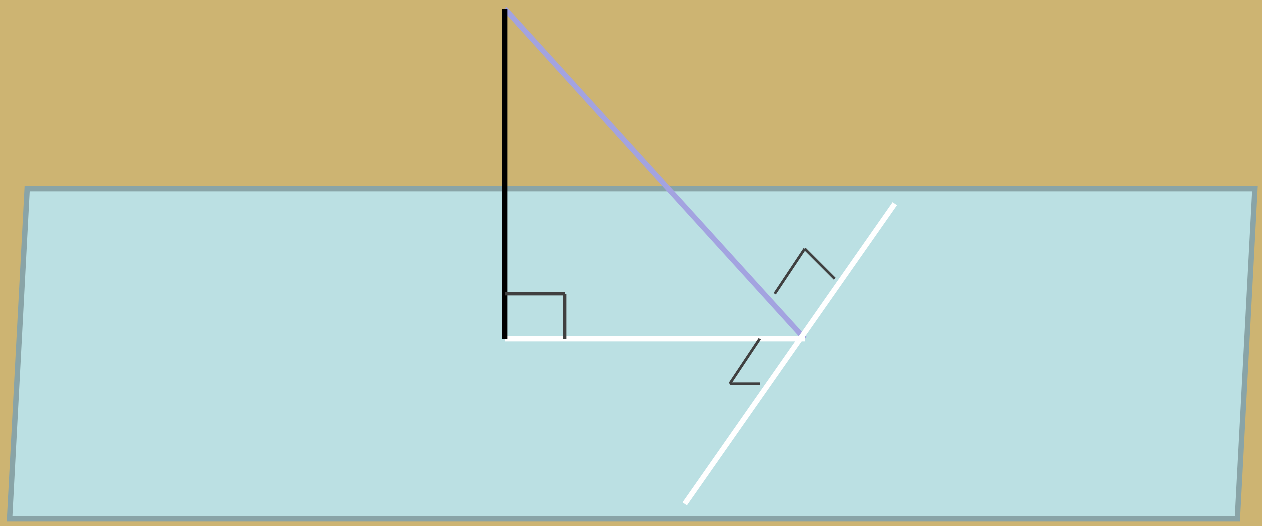


4) 12 см

5) верно

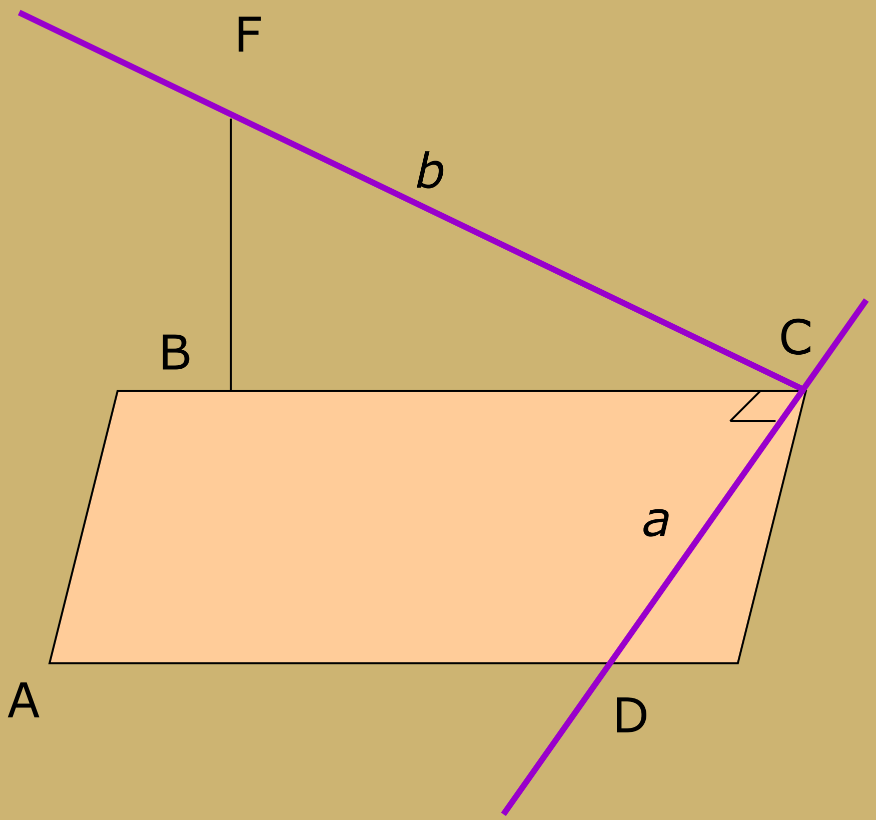
Теорема о трех перпендикулярах

Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна наклонной.



И обратно: если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции наклонной.

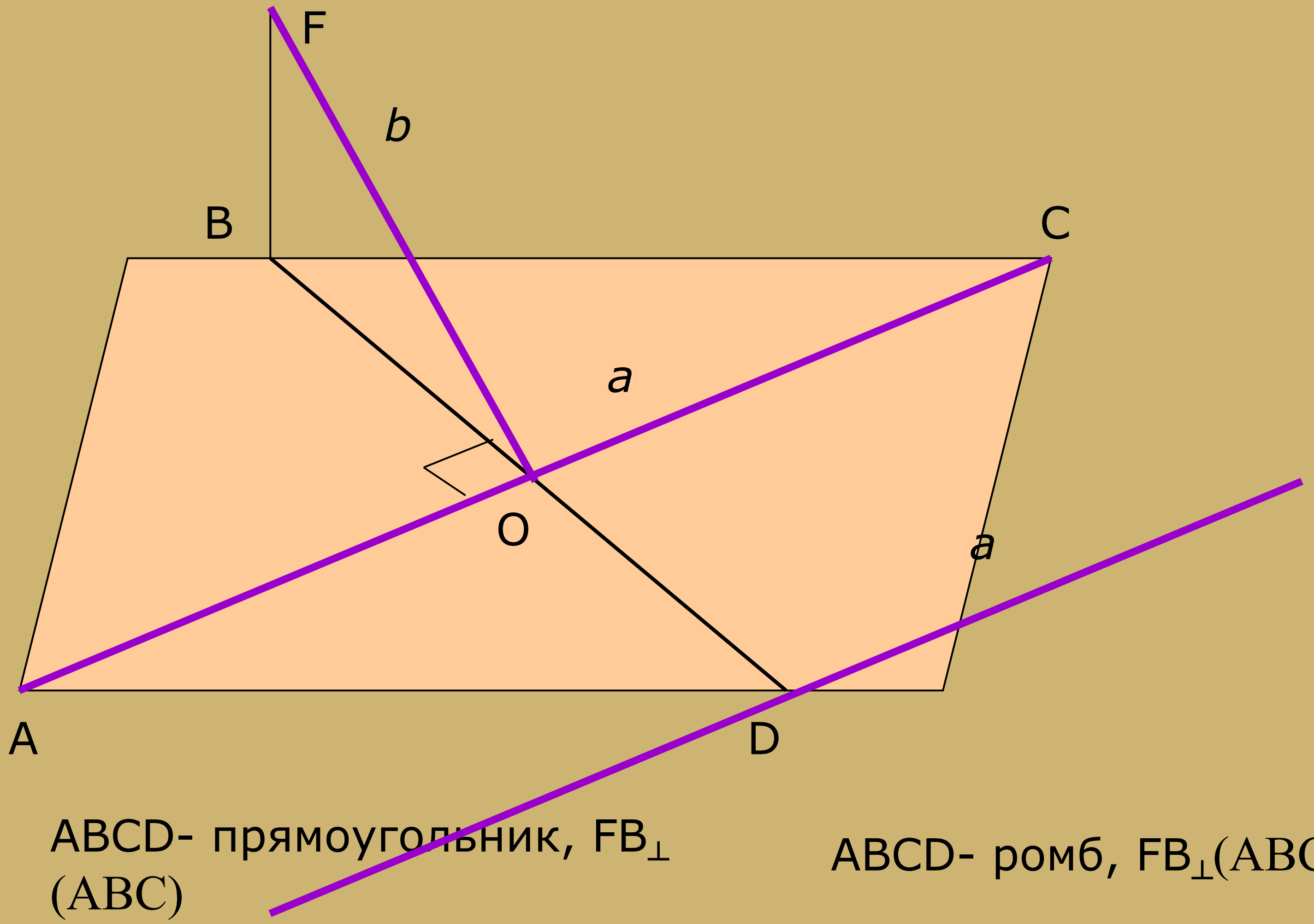
Перпендикулярны ли прямые *а* и *в*? Ответ обоснуйте.



ABCD- прямоугольник, FB$\perp$ (ABC)

ABCD- параллелограмм, FB$\perp$ (ABC)

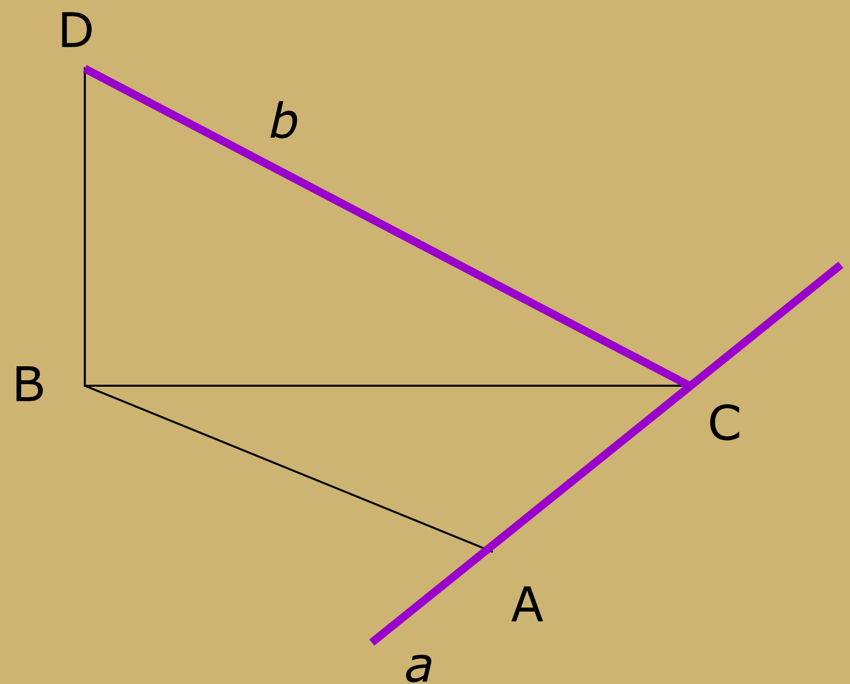
Перпендикулярны ли прямые *а* и *в*? Ответ обоснуйте.



ABCD- прямоугольник, FB⊥(ABC)

ABCD- ромб, FB⊥(ABC)

Перпендикулярны ли прямые *а* и *в*? Ответ обоснуйте.



$BD \perp (ABC)$,

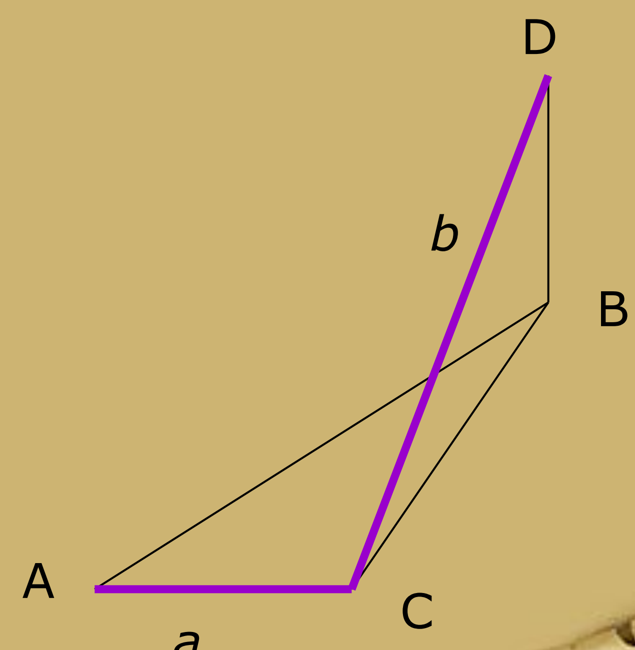
$\angle ABC = 40^\circ$,

$\angle BAC = 50^\circ$

$BD \perp (ABC)$,

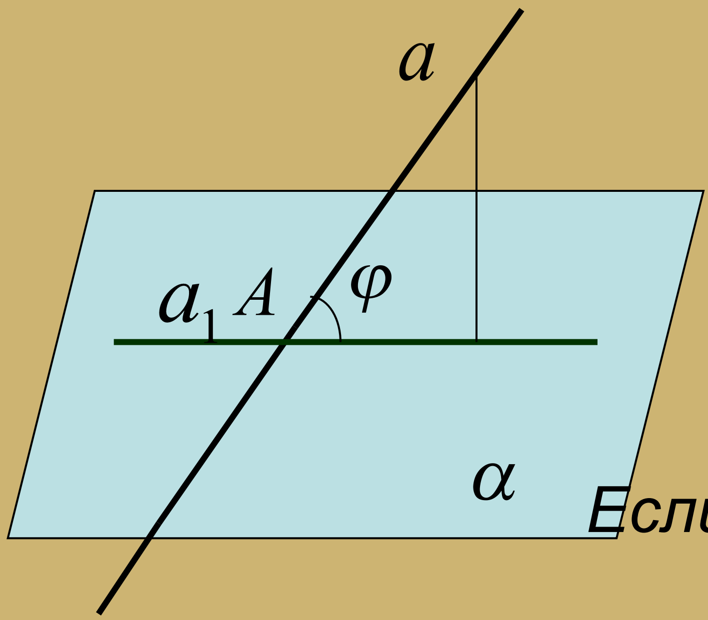
$\angle ABC = 10^\circ$,

$\angle BAC = 70^\circ$



Угол между прямой и плоскостью.

Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется **угол между прямой и ее проекцией на плоскость.**

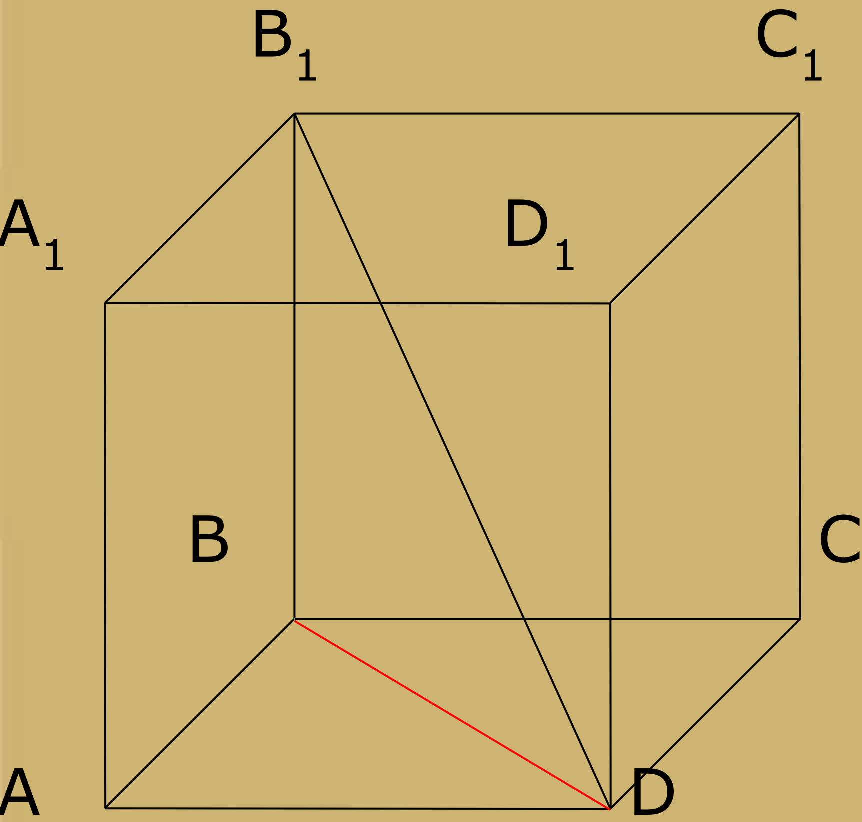


Если $a \cap \alpha$, а a_1 – проекция прямой

а на плоскость a, то $\angle(a,\alpha) = \angle(a_1, a) = \varphi$

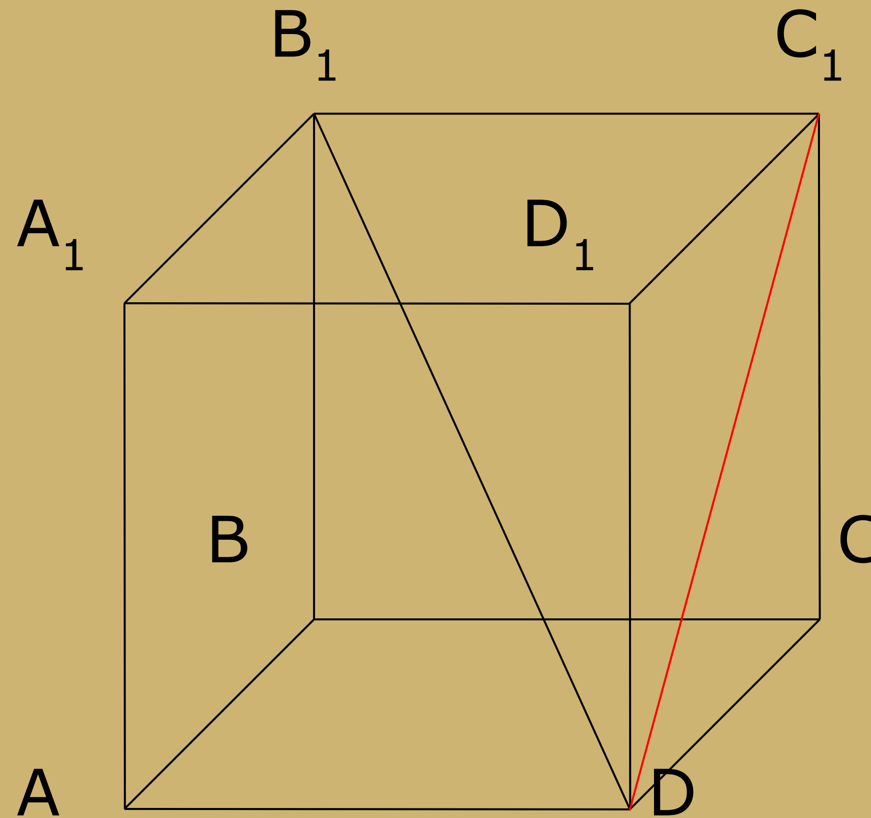
Назовите угол между

B_1D и (ABC); B_1D и (DD_1C_1)



ABCD- прямоугольник,

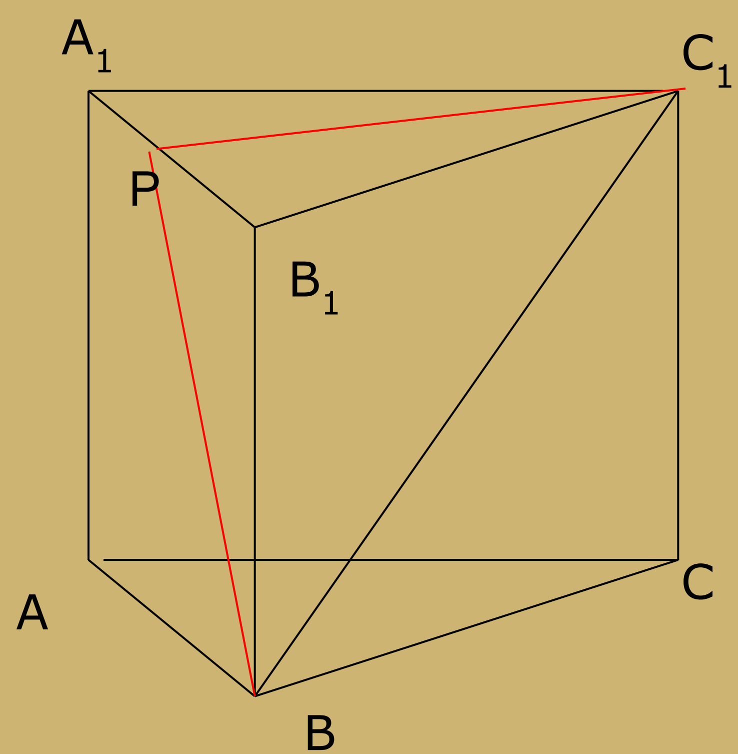
$AA_1 \perp (ABC)$



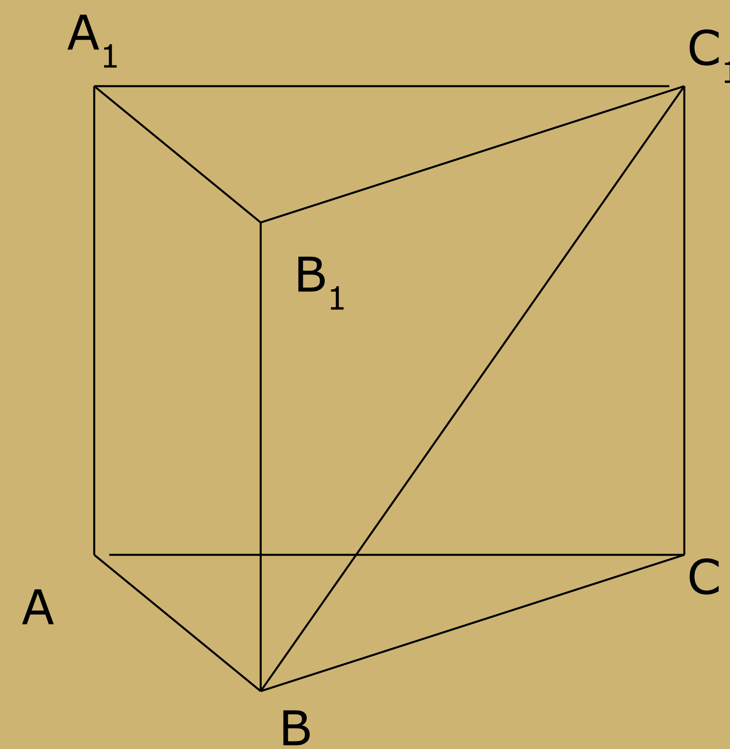
ABCD- прямоугольник,

$AA_1 \perp (ABC)$

$BB_1 \perp (ABC)$. Назовите угол между BC_1 и (AA_1B_1).



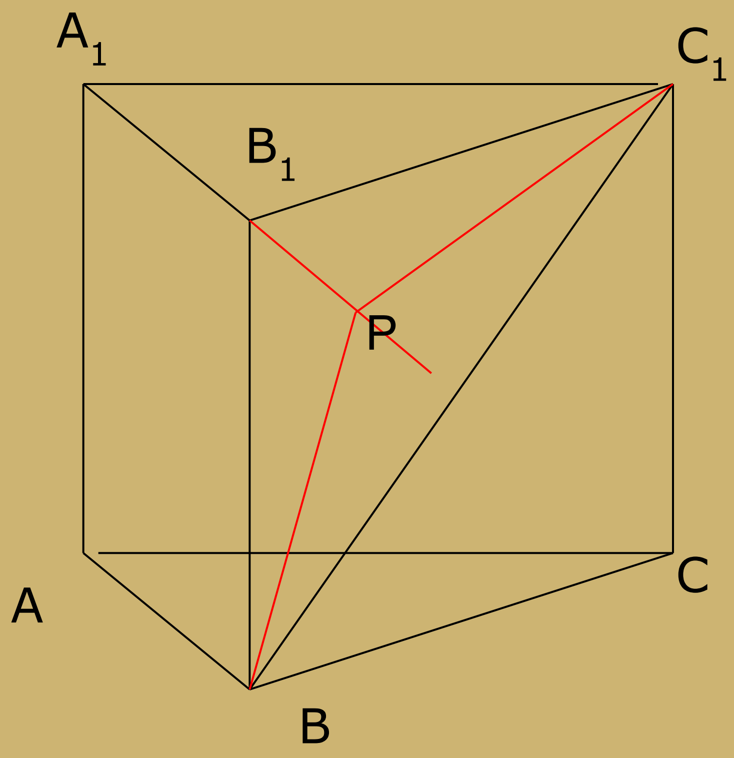
△ABC - равносторонний



△ABC – прямоугольный

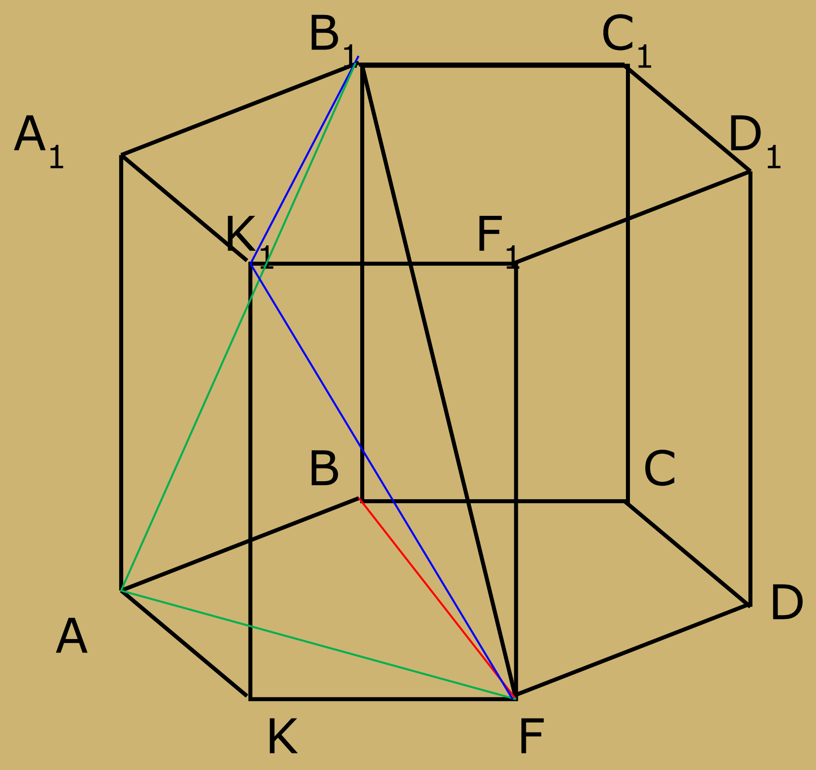
∠B=90°

$BB_1 \perp (ABC)$. Найдите угол между BC_1 и (AA_1B_1).



$\triangle ABC$ – тупоугольный, $\angle B > 90°$

$AA_1 \perp (ABC)$



Найдите угол:

Между B_1F и (ABC);

Между B_1F и (KK_1F);

Между B_1F и (AA_1B_1);

Схема построения линейного угла между плоскостями

1. Выделить линию пересечения плоскостей и определить, есть ли плоскость ей перпендикулярная

да

(использовать определение)

2. Выделить или построить прямые пересечения этой плоскости с данными плоскостями.
3. Сделать вывод, что угол между этими прямыми является линейным углом.

нет

(использовать теорему о трех перпендикулярах)

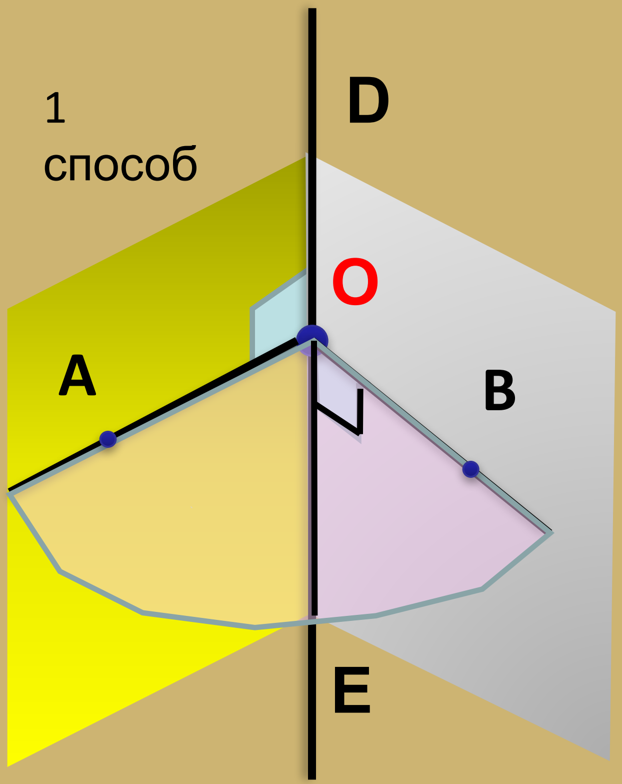
2. Выделить или построить первый перпендикуляр
3. Определить второй перпендикуляр
4. Построить третий перпендикуляр
5. Сделать вывод, что угол между построенными наклонной и ее проекцией является линейным углом

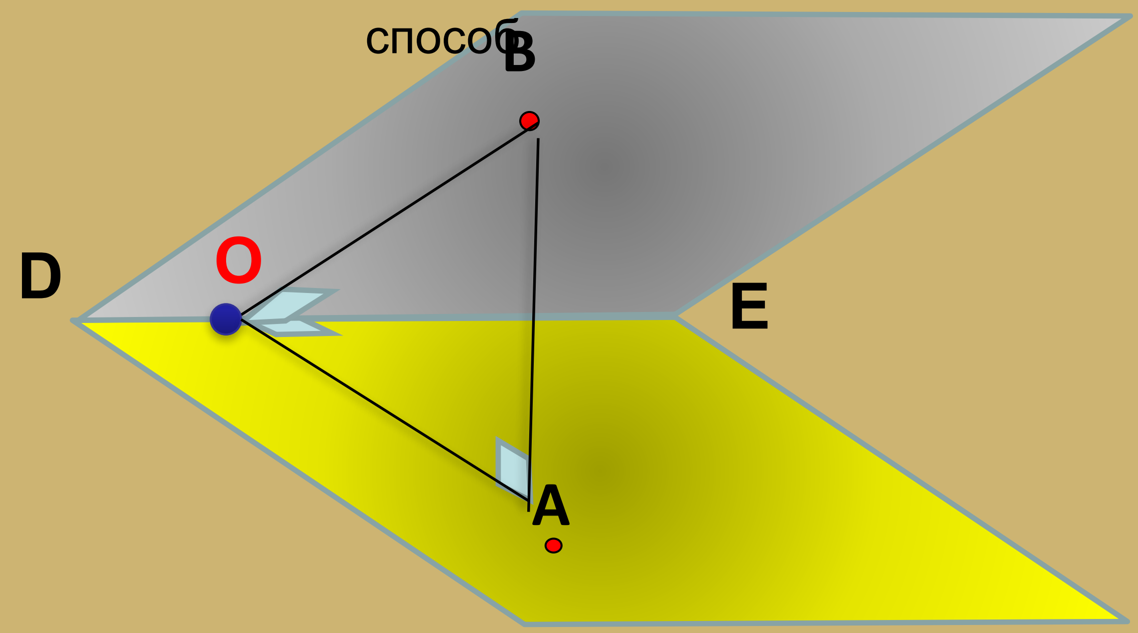
(использовать определение линейного угла)

2. Выделить или построить в одной из данных плоскостей перпендикуляр к линии пересечения плоскостей
3. Выделить или построить перпендикуляр к линии пересечения плоскостей, лежащий в другой плоскости и проходящий через основание перпендикуляра из п. 2
4. Сделать вывод, что угол между построенными перпендикулярами является линейным углом между двумя плоскостями

Алгоритм построения линейного угла.

Угол АОВ – линейный угол двугранного угла АDЕВ.



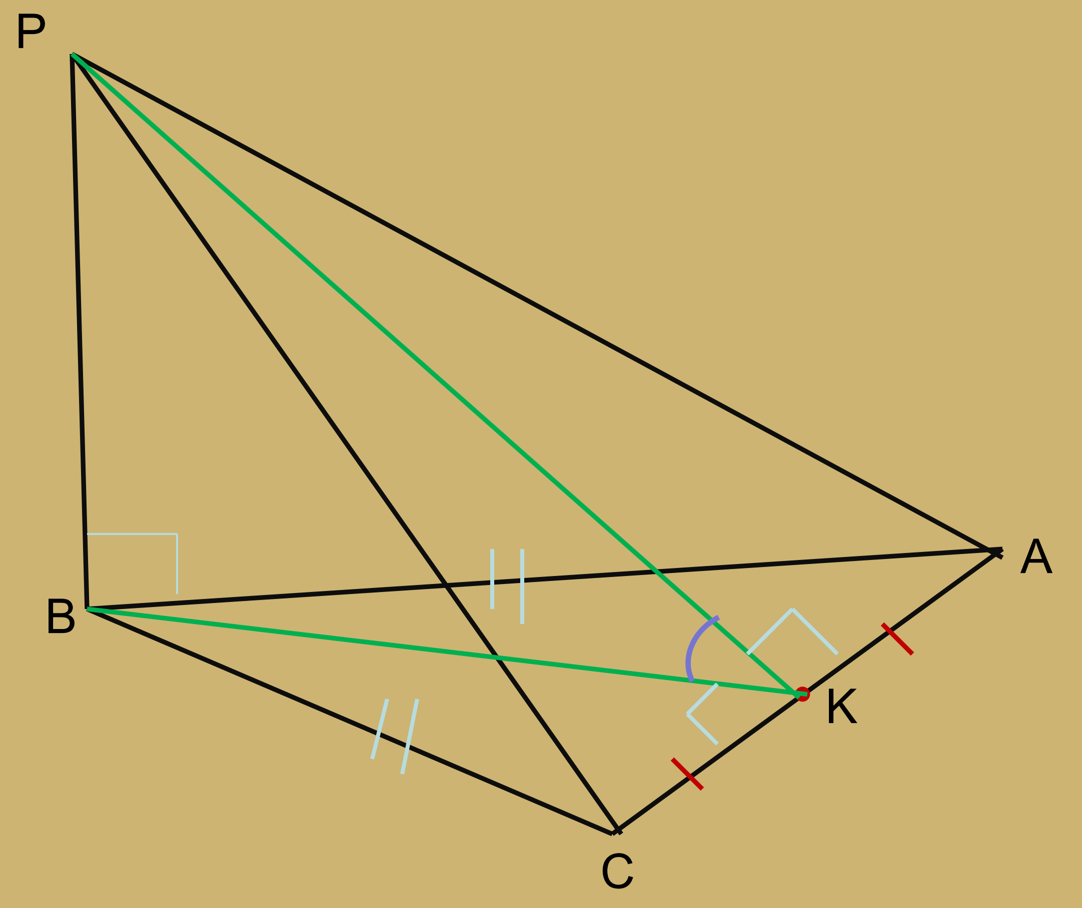


Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

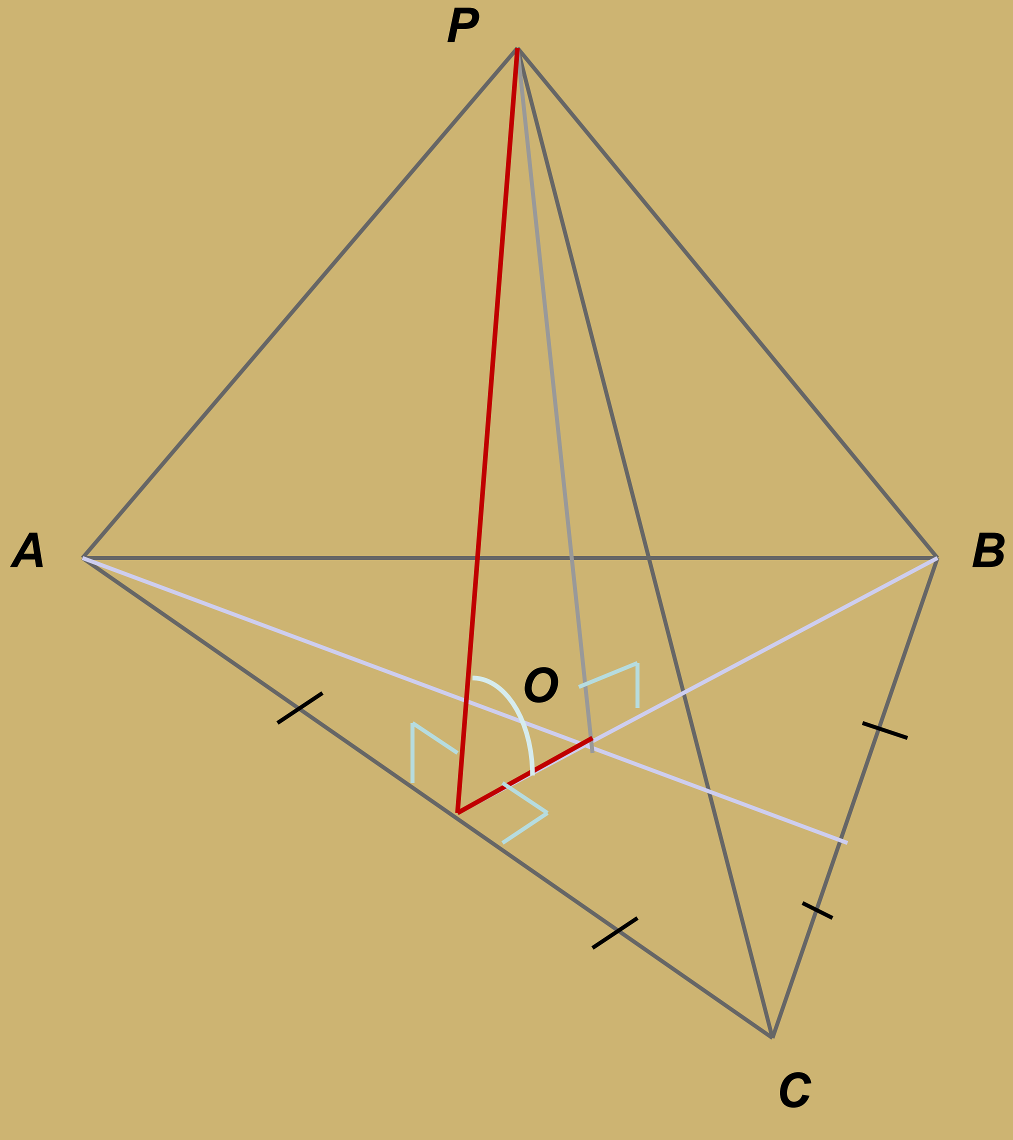
$\angle$ADEB = $\angle$AOB

Плоскость (АОВ) $\perp$ DE

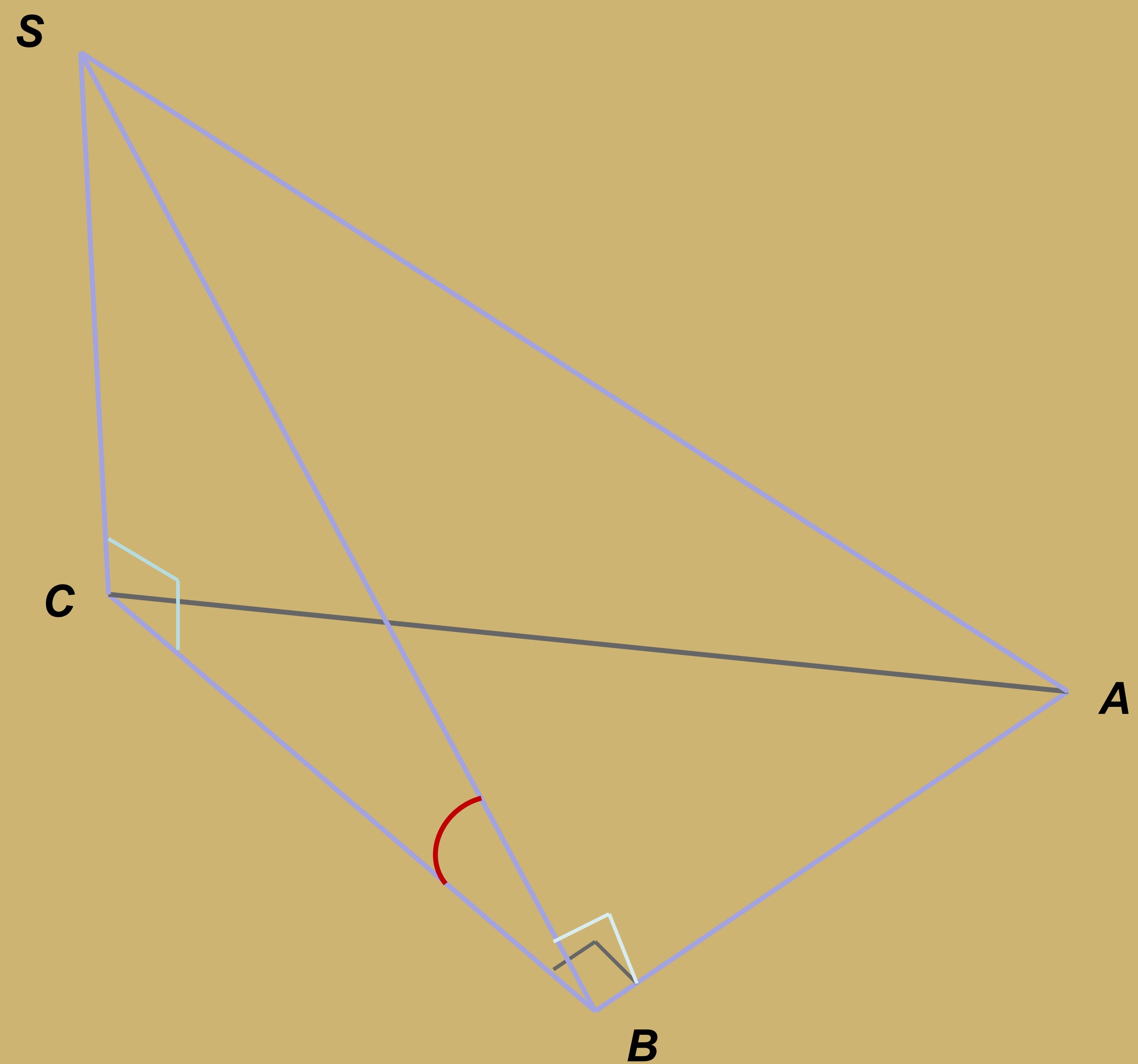
Построить линейный угол двугранного угла с ребром АС, если в пирамиде РАВС АВ=ВС , прямая РВ перпендикулярна плоскости АВС



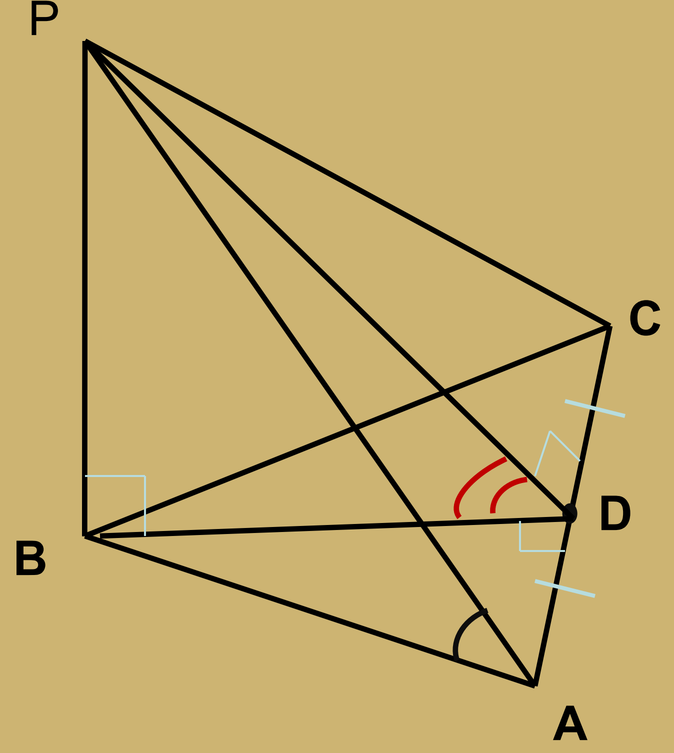
Построить линейный угол двугранного угла с ребром АС, если в пирамиде РАВС грань АВС- правильный треугольник, О- точка пересечения медиан, прямая РО перпендикулярна плоскости АВС



Дана пирамида SABC, в основании которой прямоугольный треугольник с катетами AB и BC, CS перпендикулярна плоскости основания. Построить угол между плоскостью основания и плоскостью SAB.



PABC- пирамида, основание которой- правильный треугольник. Какой из отмеченных углов является линейным углом двугранного угла с ребром AC, если D-середина отрезка AC, прямая PB перпендикулярна плоскости ABC.

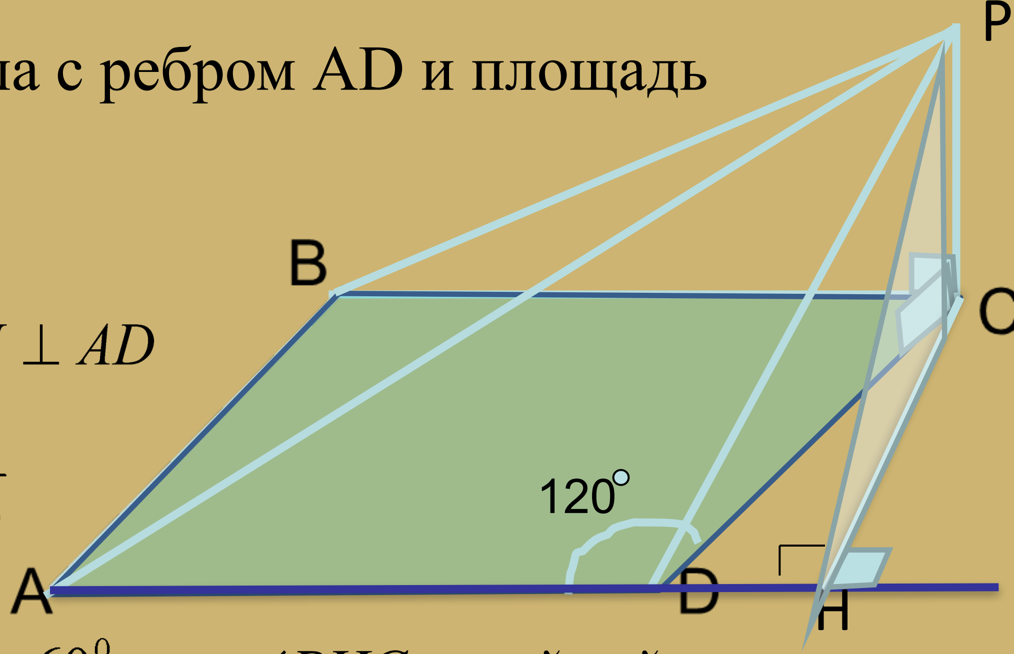


В параллелограмме ABCD угол ADC равен 120^0, AD = 8 см, DC= 6 см , прямая PC перпендикулярна плоскости (ABC), PC= 9 см.

Найти величину двугранного угла с ребром AD и площадь параллелограмма.

Решение:

$\angle ADC = 120^0$



$PC \perp (ABC), CH \perp AD, \Rightarrow по ТТП \; PH \perp AD$

$\Delta DCH: \quad CH = 6\sin 60^0 = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

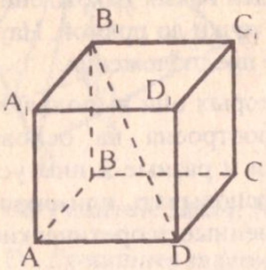
$\Delta PHC: \quad tgPHC = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}, \angle PHC = 60^0$

$\angle PHC$ *линейный*

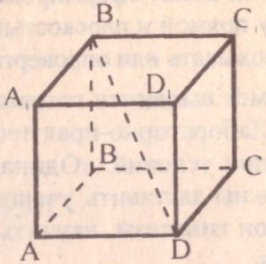
$S_{ABCD} = CH \cdot AD = 8 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

II. Угол между прямой и плоскостью

1. Найдите угол между B_1D и (ABC); между B_1D и (DD_1C_1).

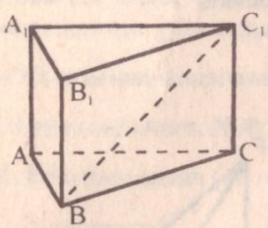


$ABCD$ – прямоугольник,
$AA_1 \perp (ABC)$

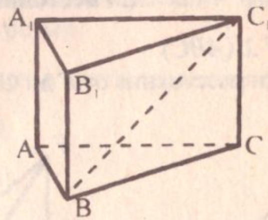


$ABCD$ – параллелограмм,
$AA_1 \perp (ABC)$

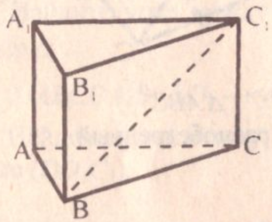
2. $BB_1 \perp (ABC)$. Найдите угол между BC_1 и (AA_1B_1).



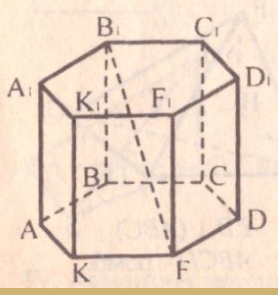
ΔABC – равносторонний



ΔABC – прямоугольный
$(\angle B = 90°)$



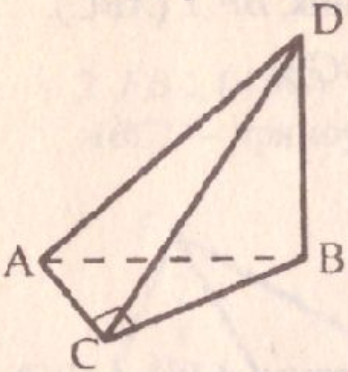
ΔABC – тупоугольный $(\angle B > 90°)$



3. $AA_1 \perp (ABC)$.
Найдите угол:
между B_1F и (ABC);
между B_1F и KK_1F_1;
между B_1F и (AA_1B_1).

4. $BD \perp (ABC)$.

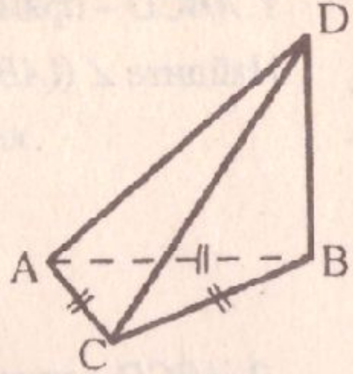
Найти угол между CD и плоскостью (ABD).



ΔABC

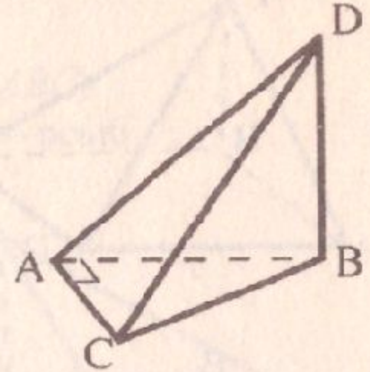
прямоугольный

$(\angle C = 90°)$



ΔABC

равносторонний



ΔABC

прямоугольный

$(\angle A = 90°)$

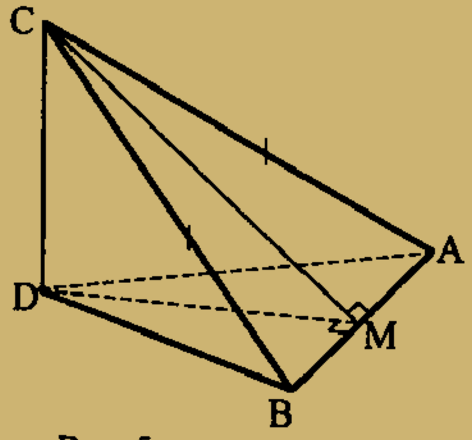


Рис. 5

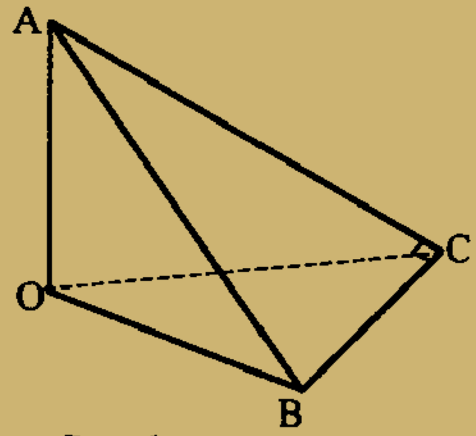


Рис. 6

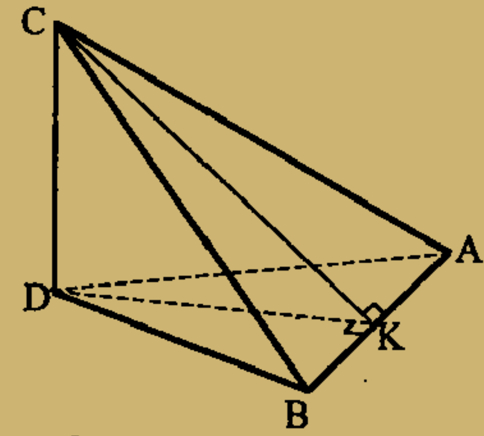


Рис. 7

№ 1 *Дано:* ΔABC, $AC = BC$, AB лежит в плоскости α, $CD \perp \alpha$, $C \notin \alpha$ (рис. 5). *Построить* линейный угол двугранного угла $CABD$, $CM \perp AB$, $DC \perp AB$. $\angle CMD$ – искомый.	***№ 2*** *Дано:* $\angle ABC$, $\angle C = 90°$, BC лежит плоскости α, $AO \perp \alpha$, $A \in \alpha$ (рис. 6). *Построить* $ABCO$. $AB \perp BC$, $AO \perp BC$, значит, $OC \perp BC$. $\angle ACO$ – искомый.	***№ 3*** *Дано:* ΔABC, $\angle C = 90°$, AB лежит в плоскости α, $CD \perp \alpha$, $C \notin \alpha$ (рис. 7). *Построить* $DABC$. $CK \perp AB$, $DC \perp AB$, $DK \perp AB$, значит, $\angle DKC$ – искомый.