

# Преобразование графиков тригонометрических функций

# Пусть задан график функции $y = f(x)$

---

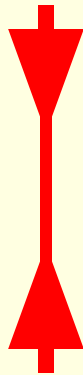
- ▶ Преобразование вида  $y = kf(x)$
- ▶ Преобразование вида  $y = f(x) + b$
- ▶ Преобразование вида  $y = f(x - a)$
- ▶ Преобразование вида  $y = f(mx)$
- ▶ Преобразование вида  $y = |f(x)|$
- ▶ Преобразование вида  $y = f(|x|)$

# 1. Преобразование вида $y = kf(x)$

— Это растяжение (сжатие) в  $k$  раз  
графика функции  $y = f(x)$   
вдоль оси ординат

Если ,  $|k| > 1$ , то  
происходит

Сжатие



Растяжение



Если ,  $|k| < 1$ ,  
то происходит

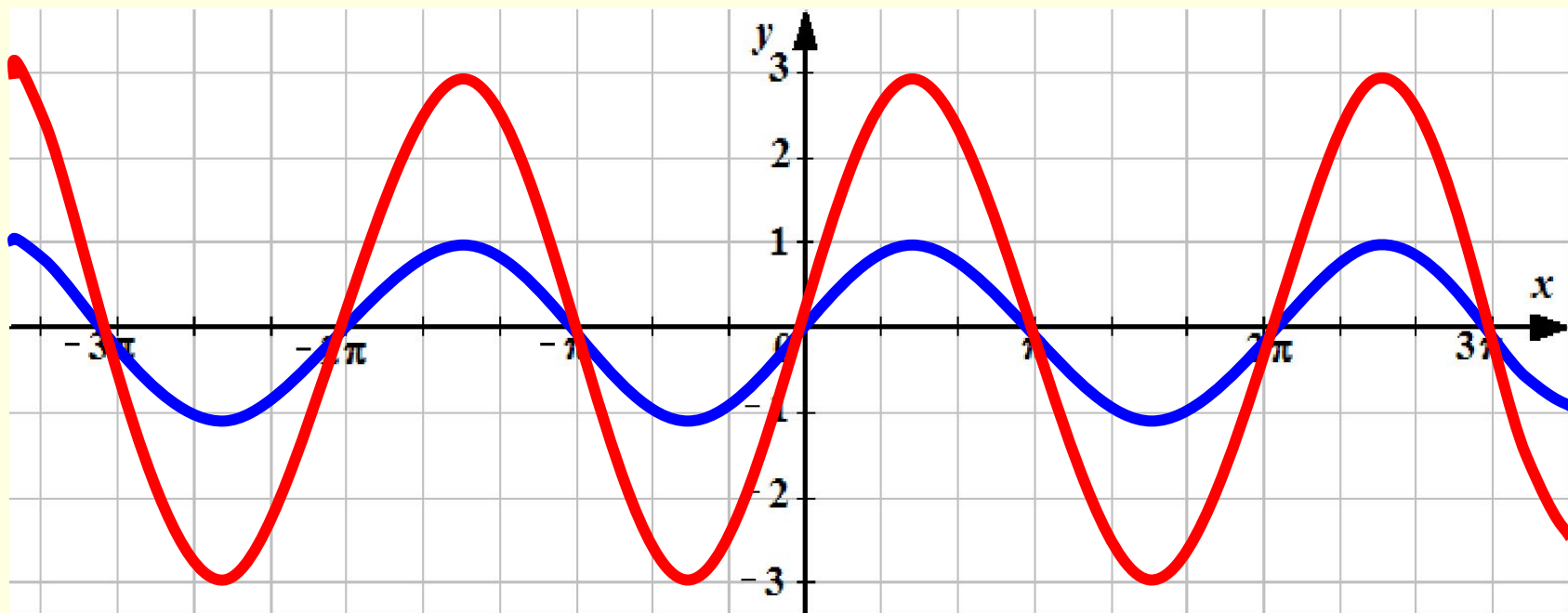


# 1. Преобразование вида $y = kf(x)$

Пример:  $y = 3\sin x$

❄ Строим график функции  $y = \sin x$

❄ Строим график функции  $y = 3\sin x$



## 2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

— Это параллельный перенос графика функции  $y = f(x)$  на  $b$  единиц вдоль оси ординат

Если  $b > 0$ , то происходит

смещение



Если  $b < 0$ , то происходит

смещение

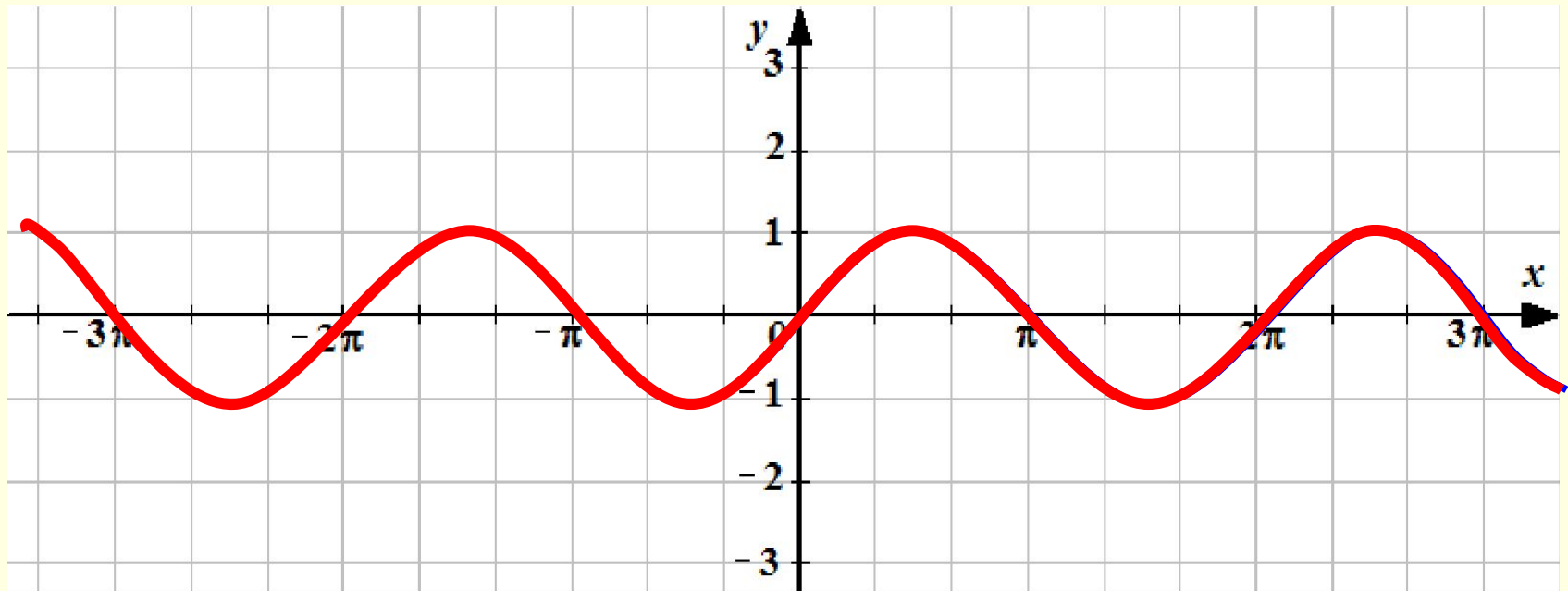


## 2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

Пример:  $y = \sin x - 2$

❖ Строим график функции  $y = \sin x$

❖ Строим график функции  $y = \sin x - 2$



### 3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

— Это параллельный перенос графика функции  $y = f(x)$  на  $a$  единиц вдоль оси абсцисс

Если  $a > 0$ , то происходит

**смещение**



**смещение**



Если  $a < 0$ , то происходит

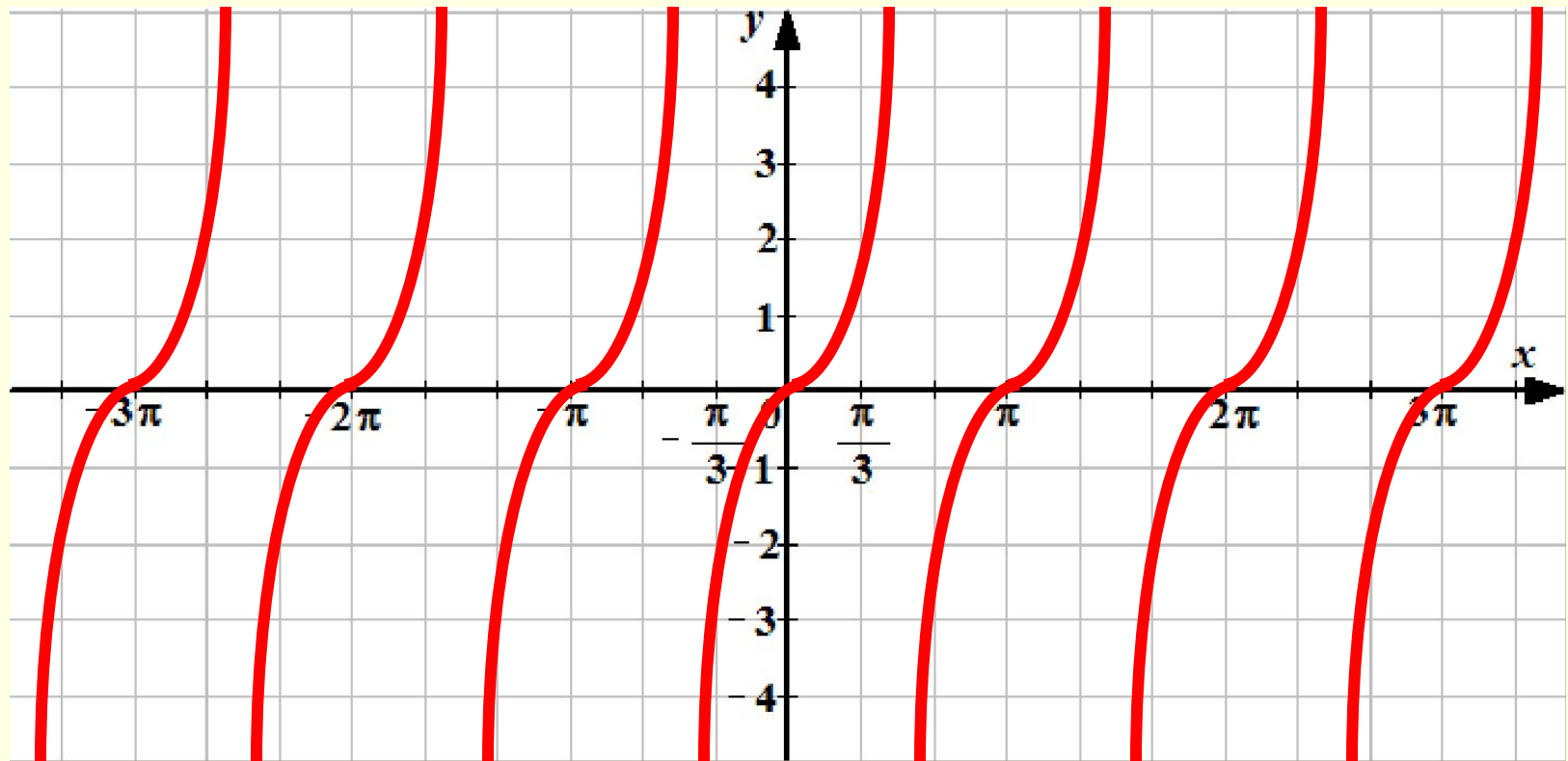


### 3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

Пример:  $y = \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$

☀ Строим график функции  $y = \operatorname{tg} x$

☀ Строим график функции  $y = \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$





## 4. Преобразование вида $y = f(mx)$

— Это растяжение (сжатие) в  $m$  раз графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси абсцисс

Если ,  $|m| > 1$ , то происходит



Растяжение



Если ,  $|m| < 1$ , то происходит

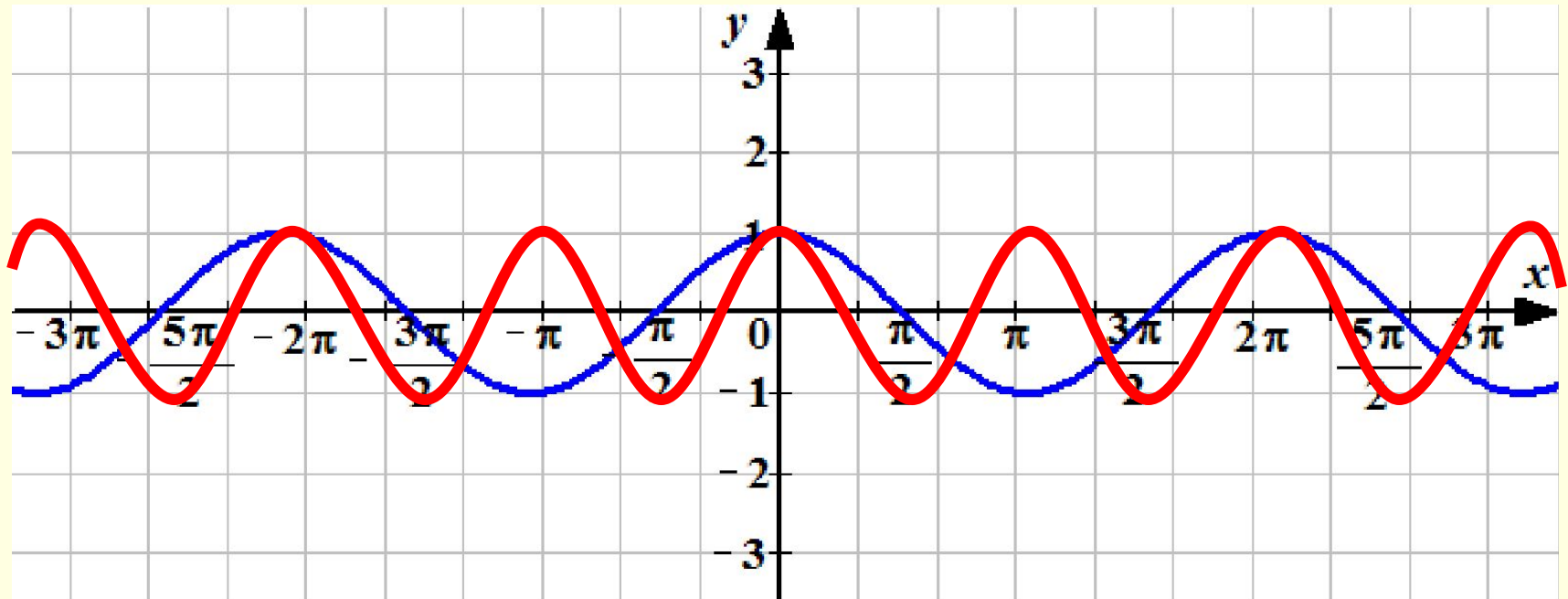


## 4. Преобразование вида $y = f(mx)$

Пример:  $y = \cos 2x$

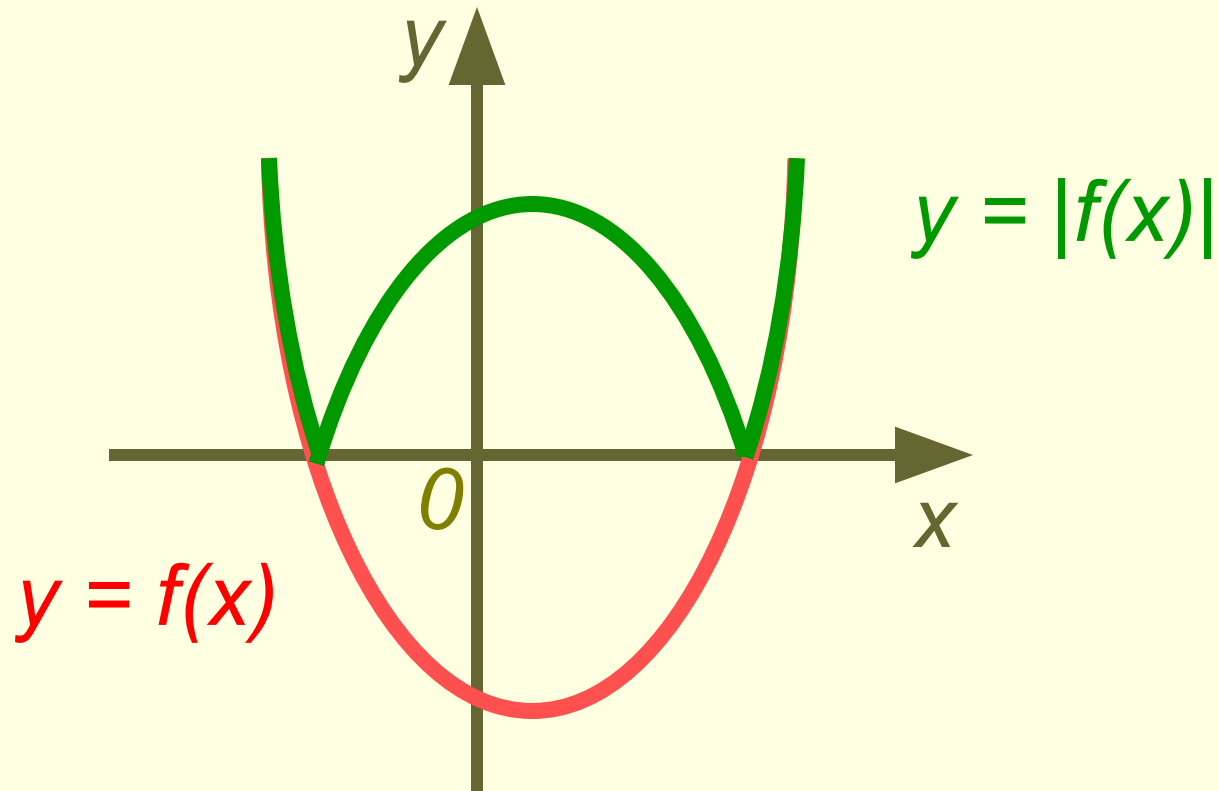
⊗ Строим график функции  $y = \cos x$

⊗ Строим график функции  $y = \cos 2x$



## 5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

- Это отображение нижней части графика функции  $y = f(x)$  в верхнюю полуплоскость *относительно оси абсцисс* с сохранением верхней части графика

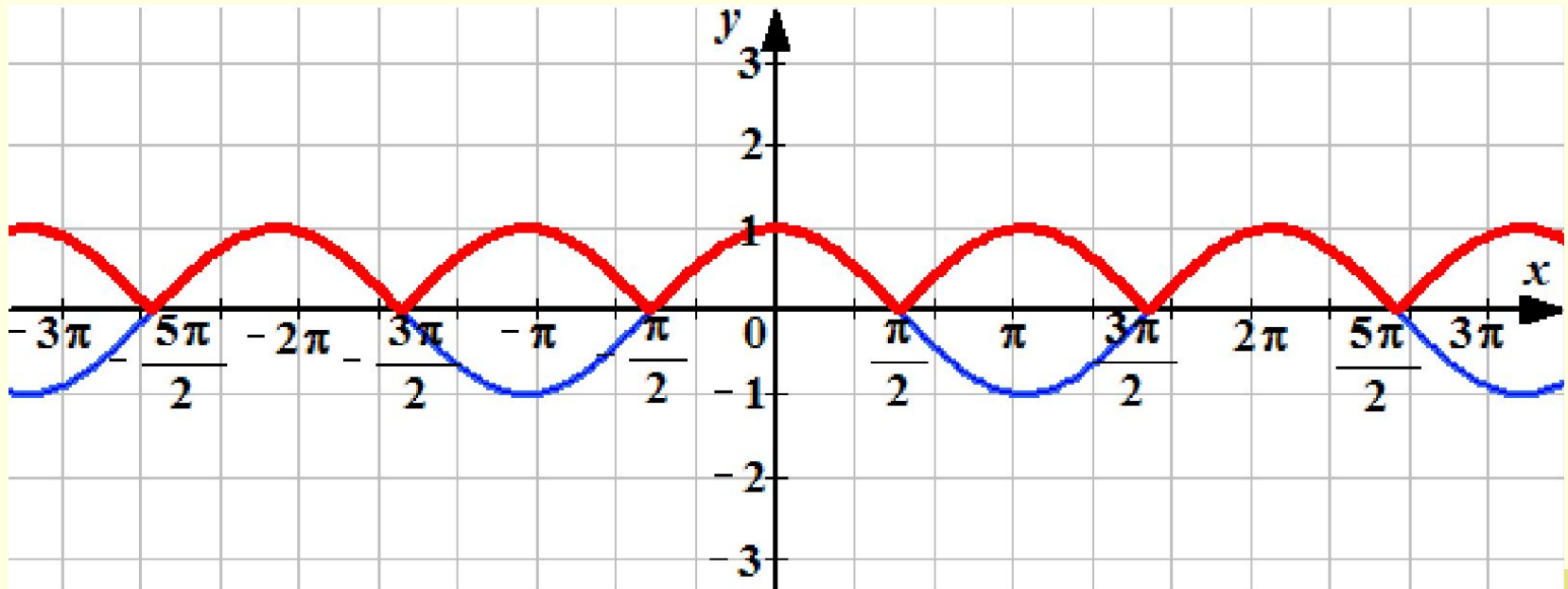


## 5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

Пример:  $y = |\cos x|$

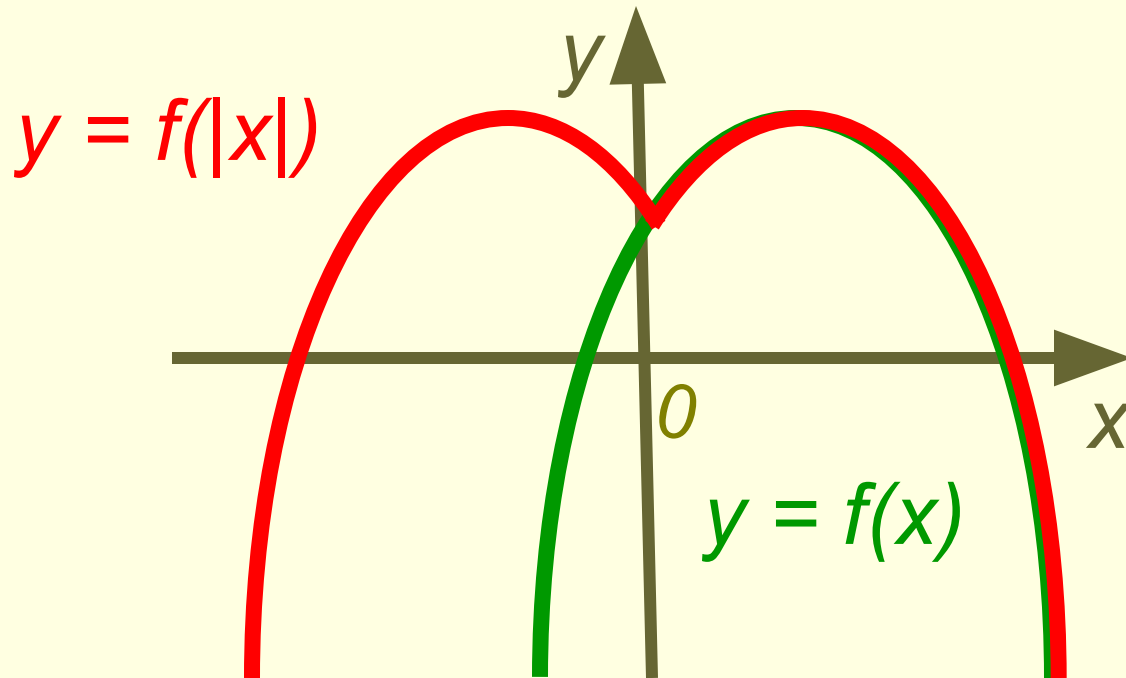
🌸 Строим график функции  $y = \cos x$

🌸 Строим график функции  $y = |\cos x|$



## 6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

- Это отображение правой части графика функции  $y = f(x)$  в левую полуплоскость относительно оси ординат с сохранением правой части графика

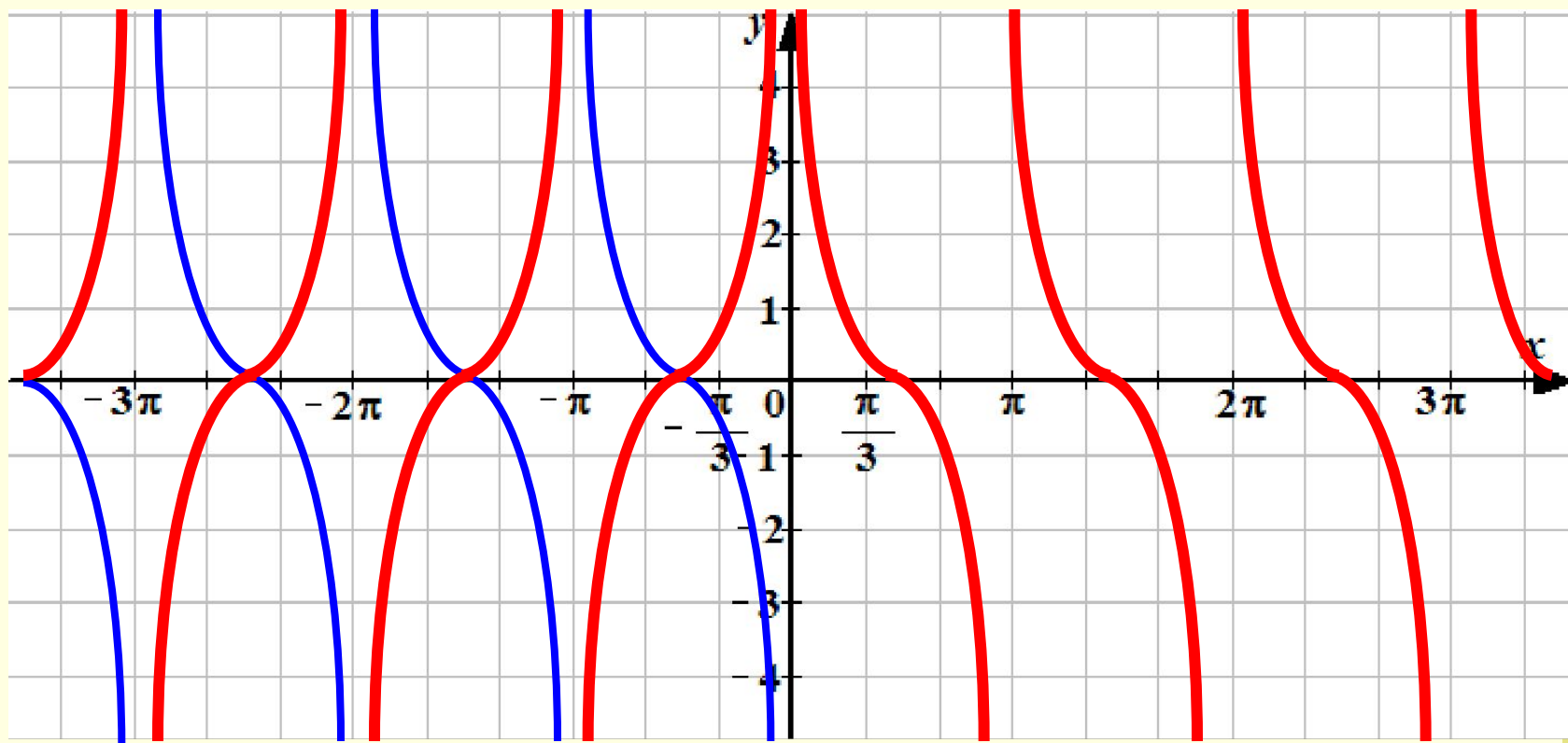


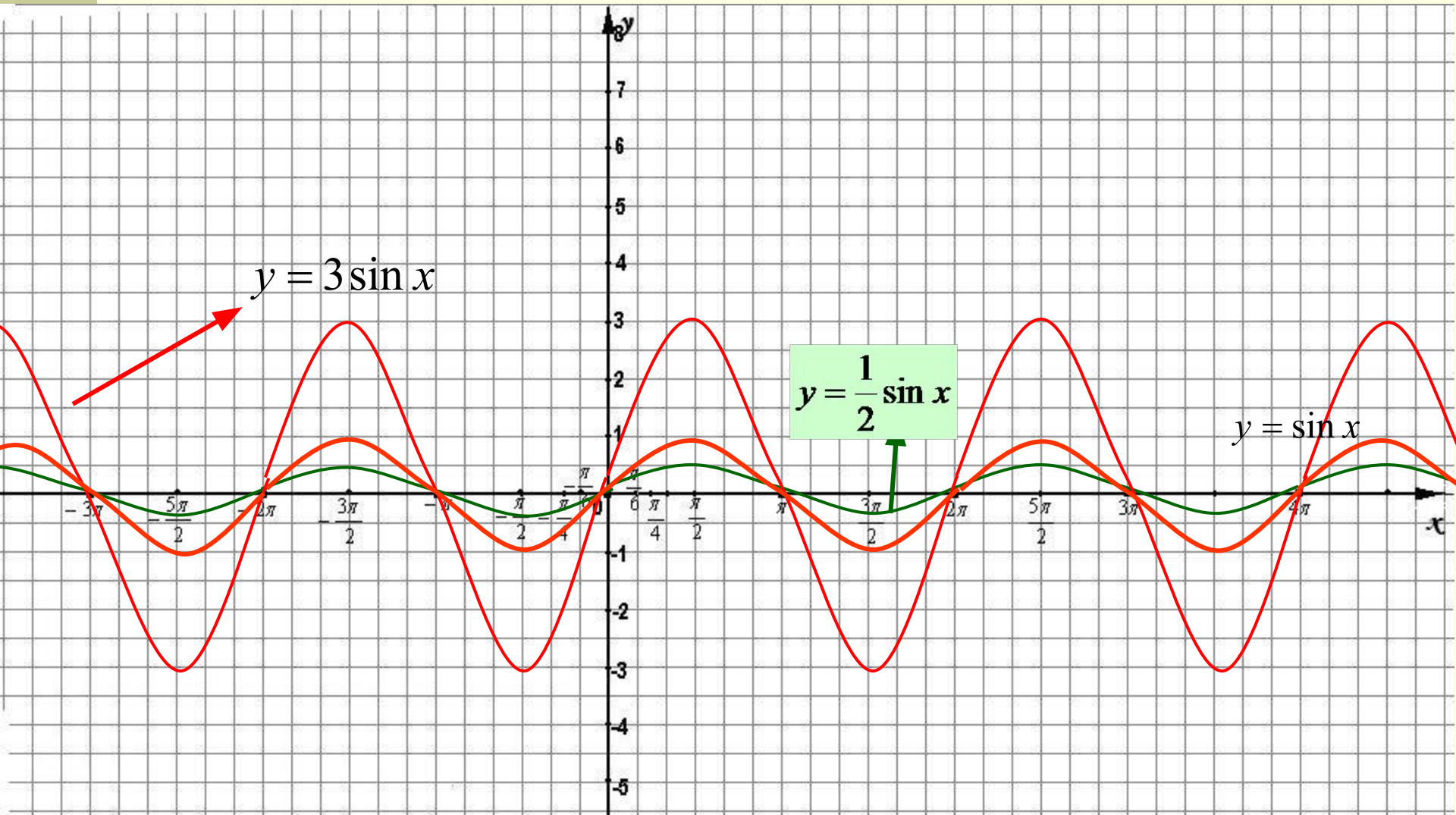
## 6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

Пример:  $y = \operatorname{ctg} |x|$

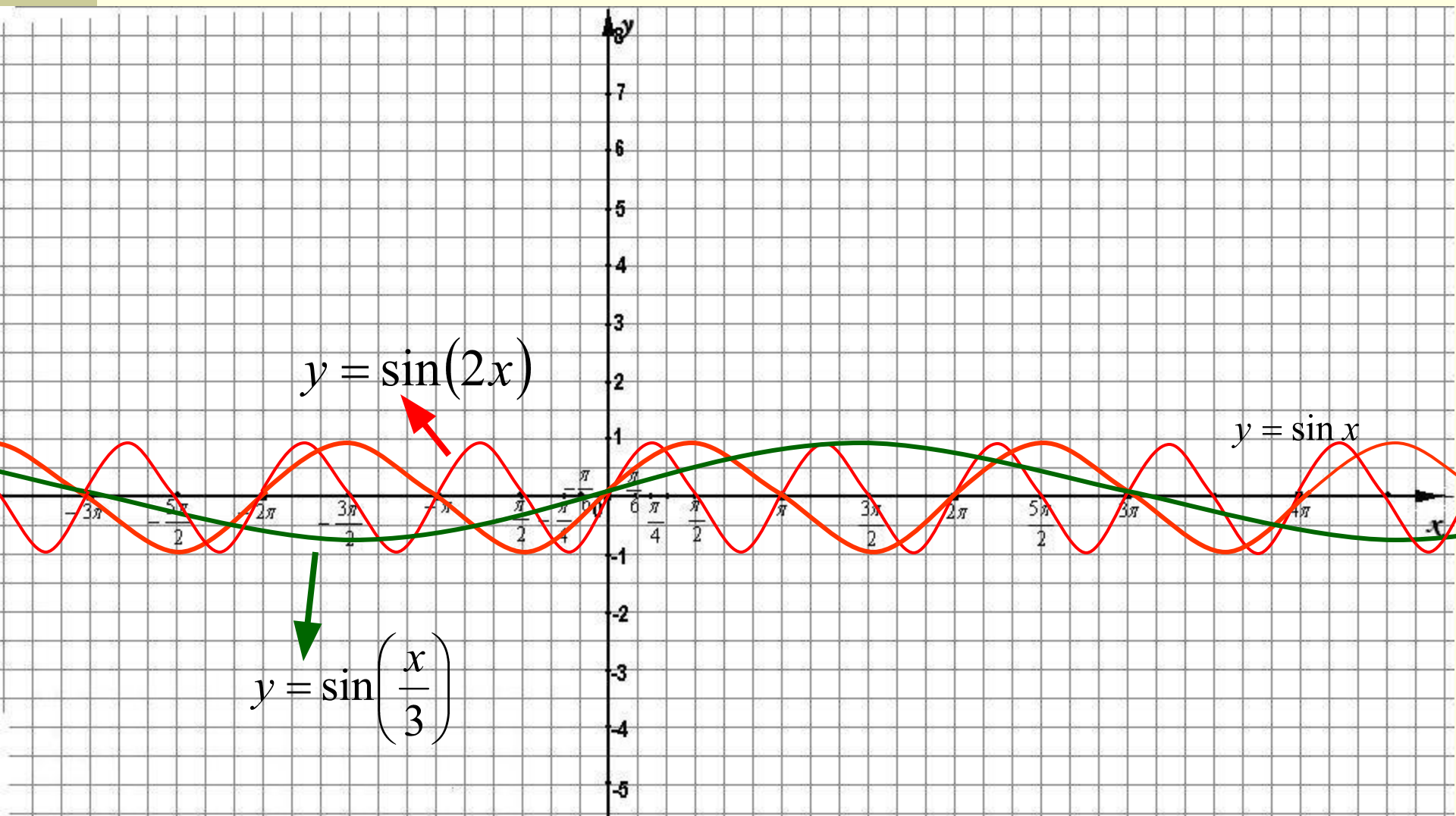
□ Строим график функции  $y = \operatorname{ctg} x$

□ Строим график функции  $y = \operatorname{ctg} |x|$





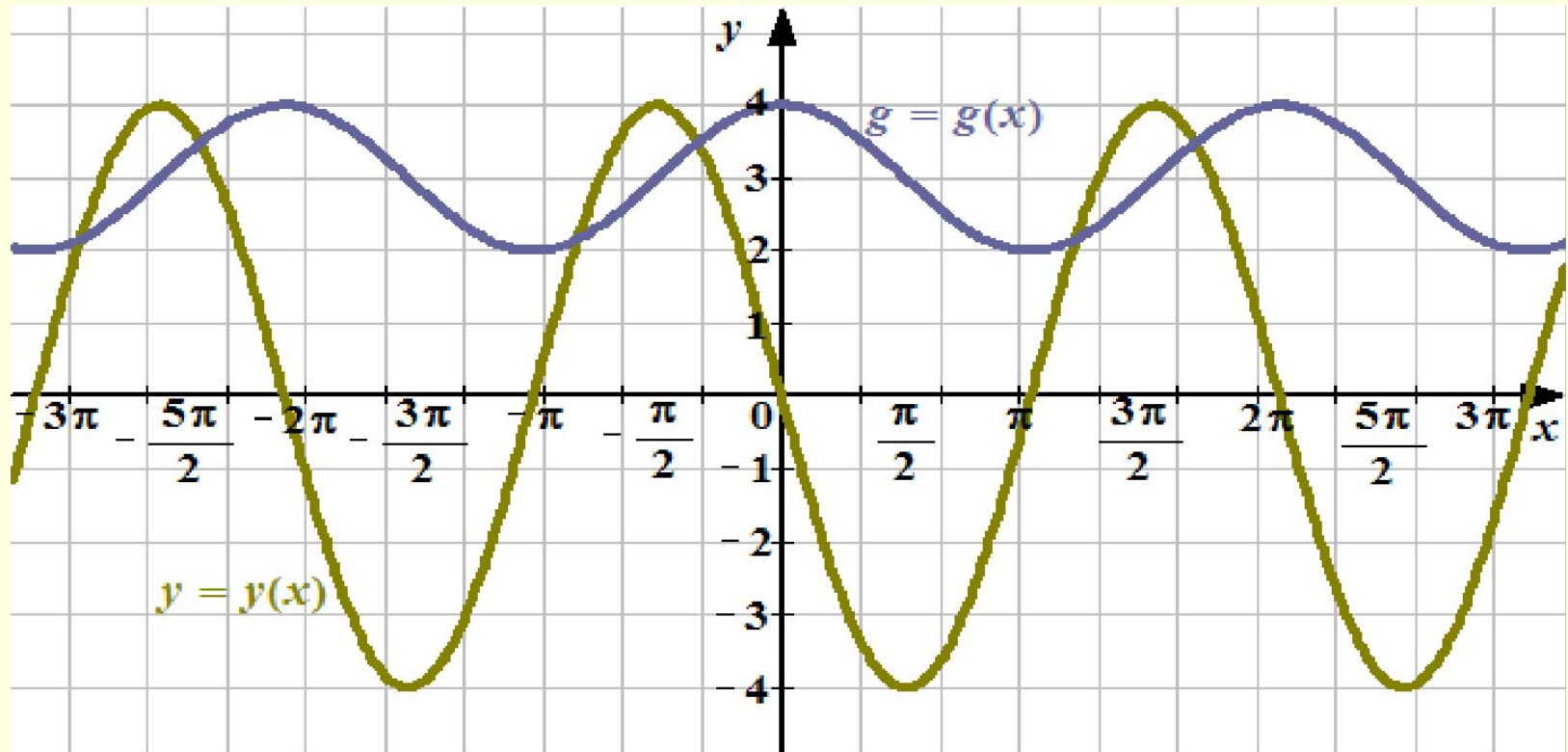
**Растяжение (сжатие) в  $n$  раз вдоль оси  $OY$**



Растяжение (сжатие) в  $k$  раз вдоль оси  $Ox$



По заданным графикам  
определите вид функции:



$$y(x) = ?$$



$$g(x) = ?$$

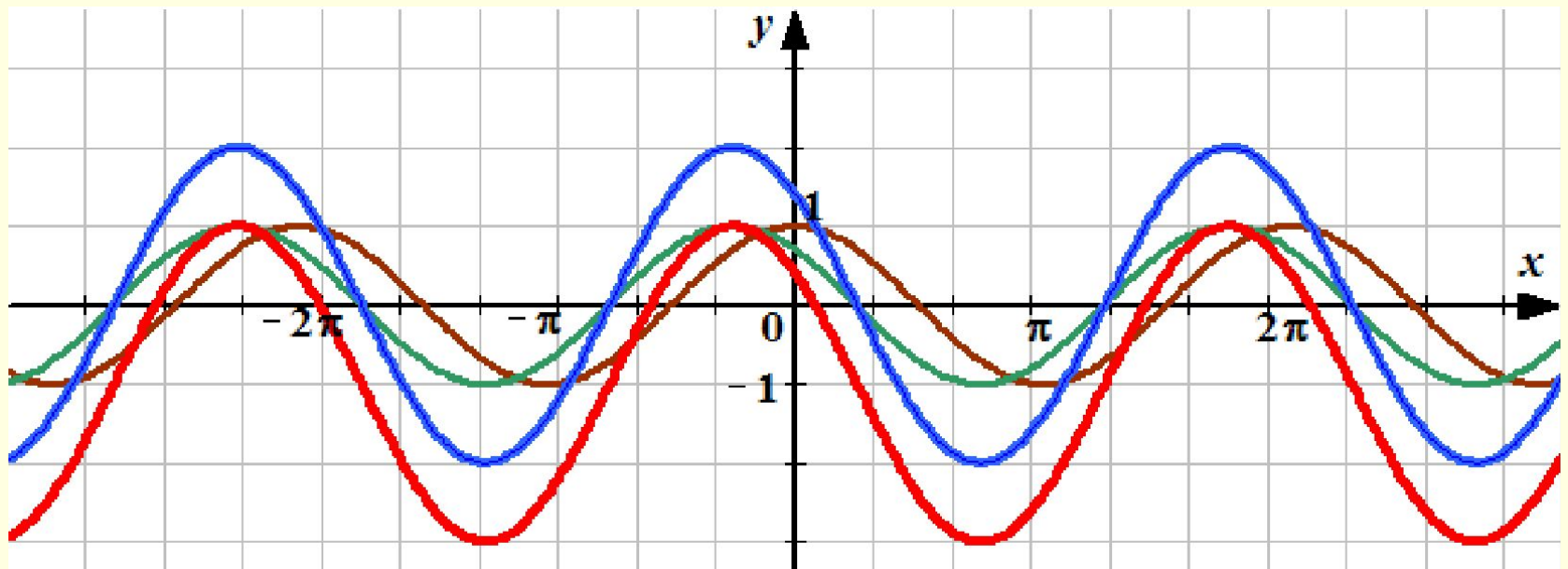
# График функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

\* Строим график функции  $y = \cos x$

\* Строим график функции  $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$

\* Строим график функции  $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$

\* Строим график функции  $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$





# Постройте графики функций



1

$$y = 3 \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right) + 3$$

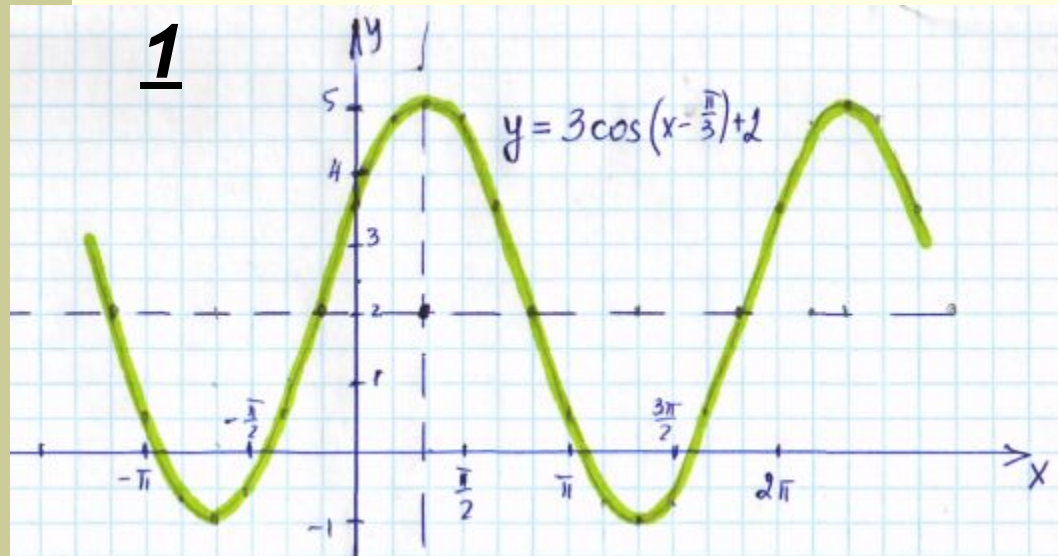
2

$$y = 2 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) - 1$$

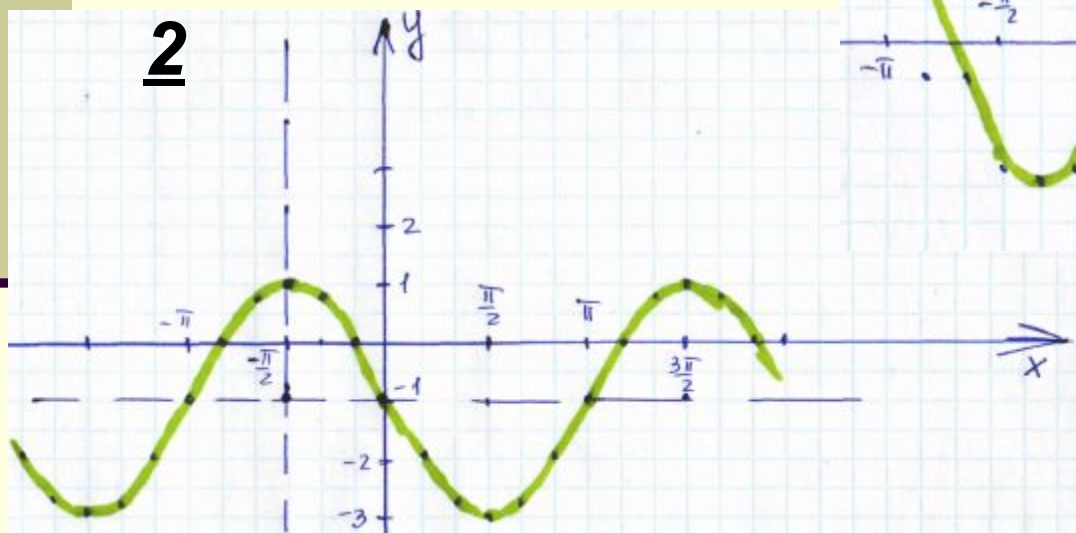
3

$$y = \frac{1}{2} \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right) + 2$$

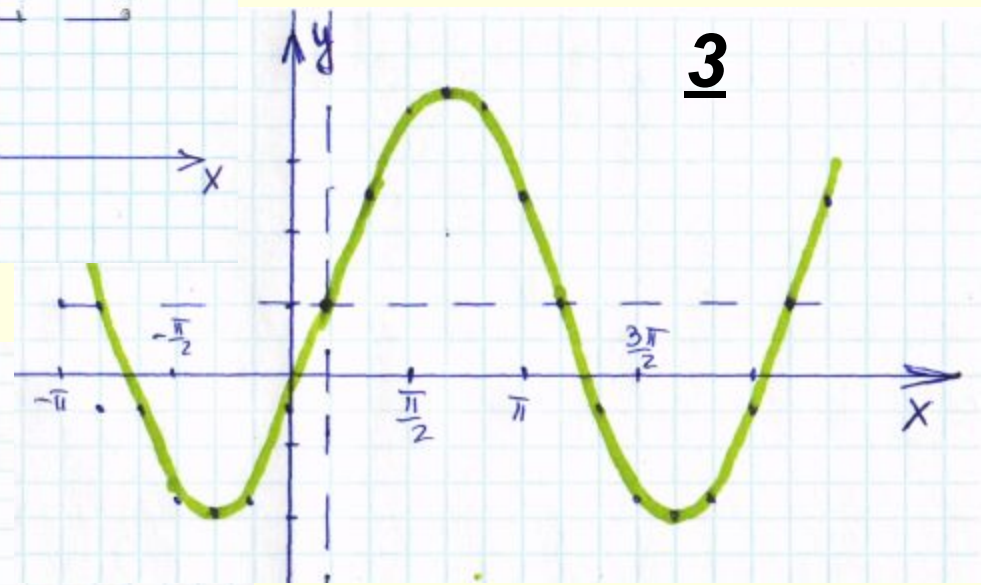
**1**



**2**



**3**



# Алгоритм построения функции $y=|f(x)|$

---

1) Строим график функции  $y=f(x)$

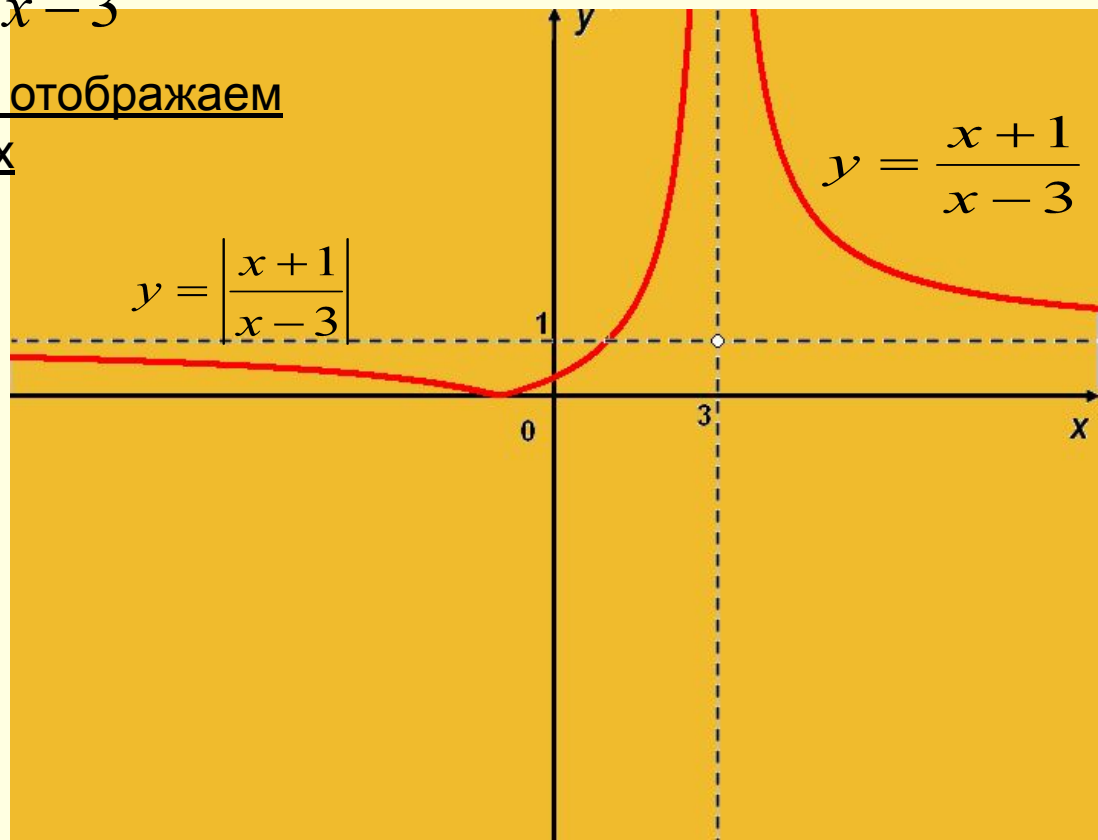
2) Часть графика лежащую ниже оси  $Ox$   
отображаем зеркально вверх, при этом не  
меняя часть графика выше оси  $Ox$

# Пример

$$y = \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$$

1) Строим  $y = \frac{x+1}{x-3}$

2) Часть лежащую ниже оси  $Ox$  отображаем зеркально вверх



# Алгоритм построения функции $y=f|x|$

---

- 1) Строим график функции  $y=f(x)$ , где  $x \geq 0$
- 2) Эту часть графика отображаем симметрично относительно  $Oy$ .
- 3) Исходный график:  $y=f(x)$ , где  $x \geq 0$  и его отображение.

# Пример

$$y = \frac{|x| + 1}{|x| - 3}$$

1) Строим  $y = \frac{x + 1}{x - 3}$  , где  $x \geq 0$

2) Отображаем график симметрично относительно  $Oy$ .

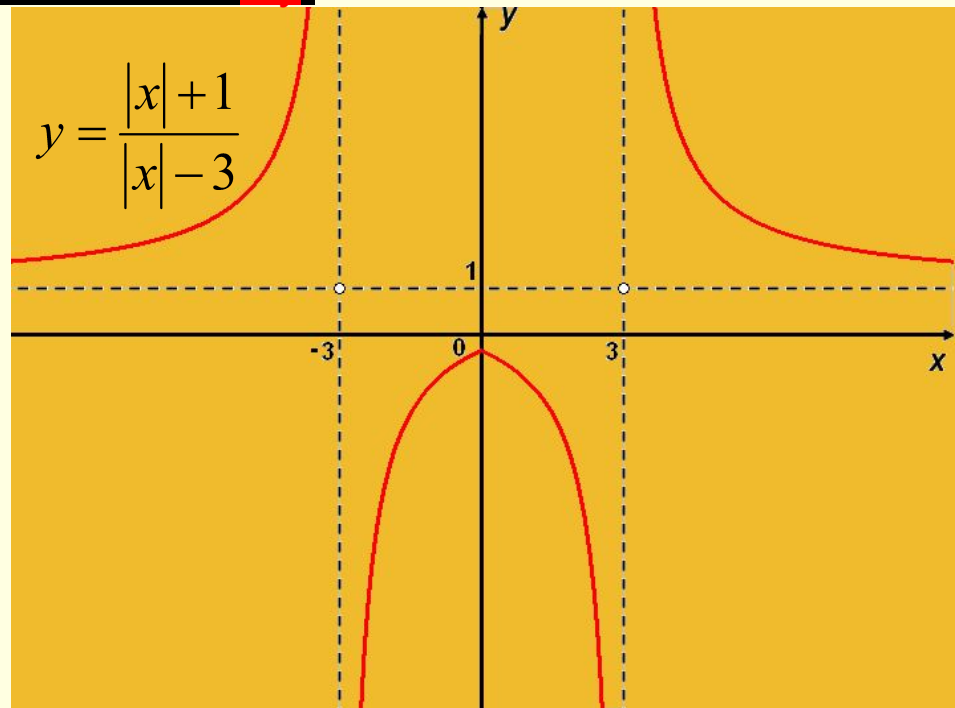
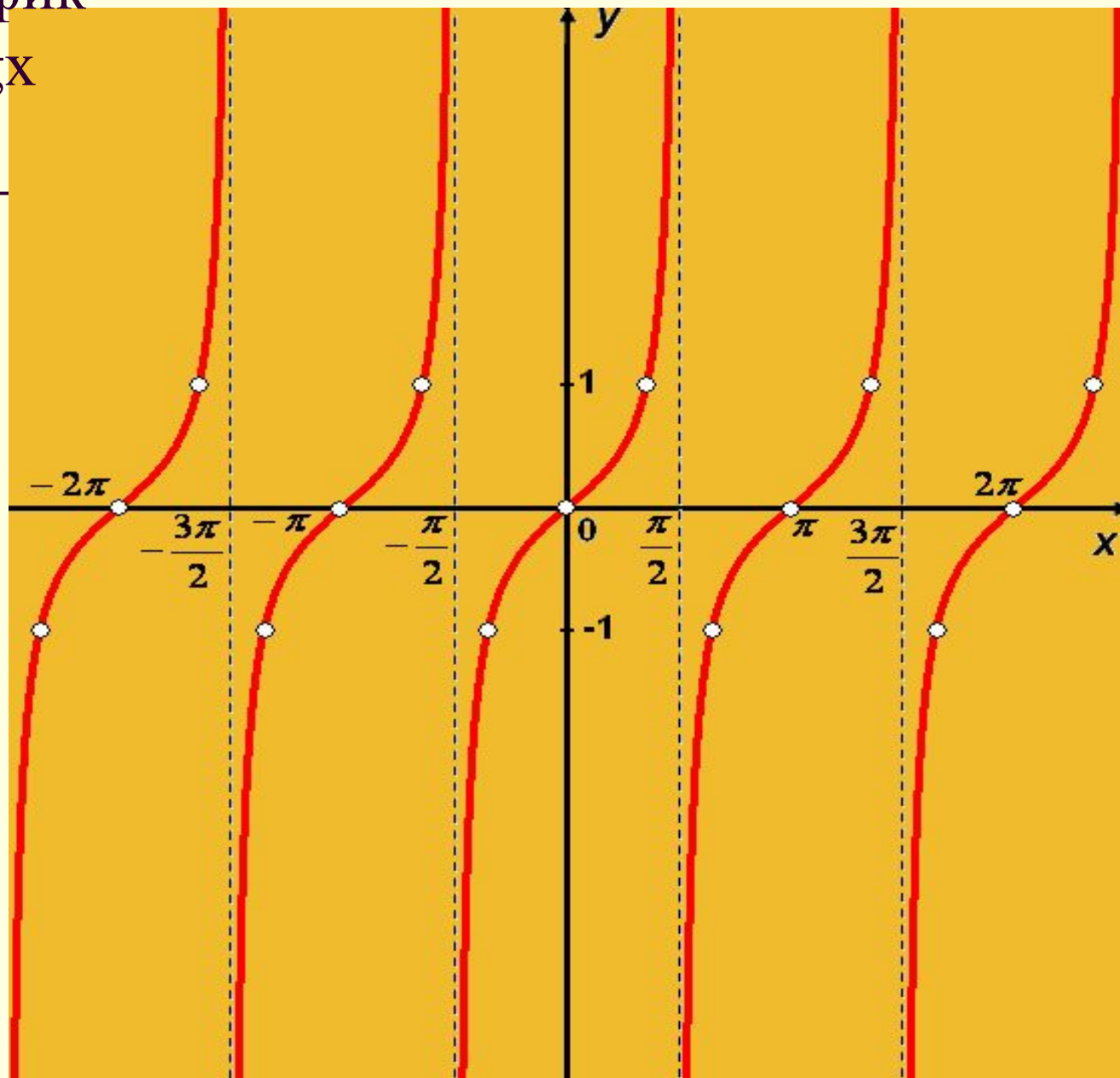
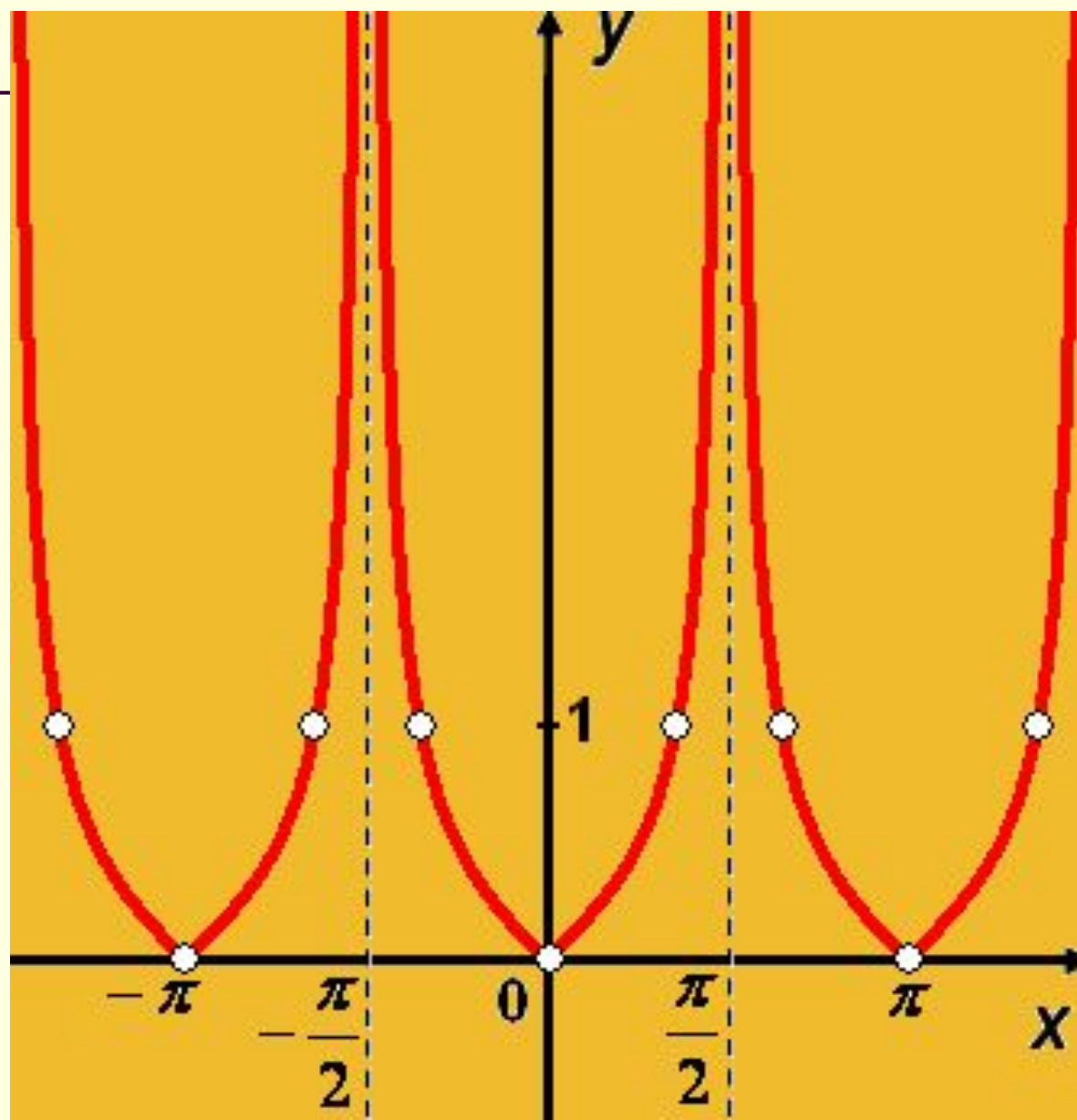




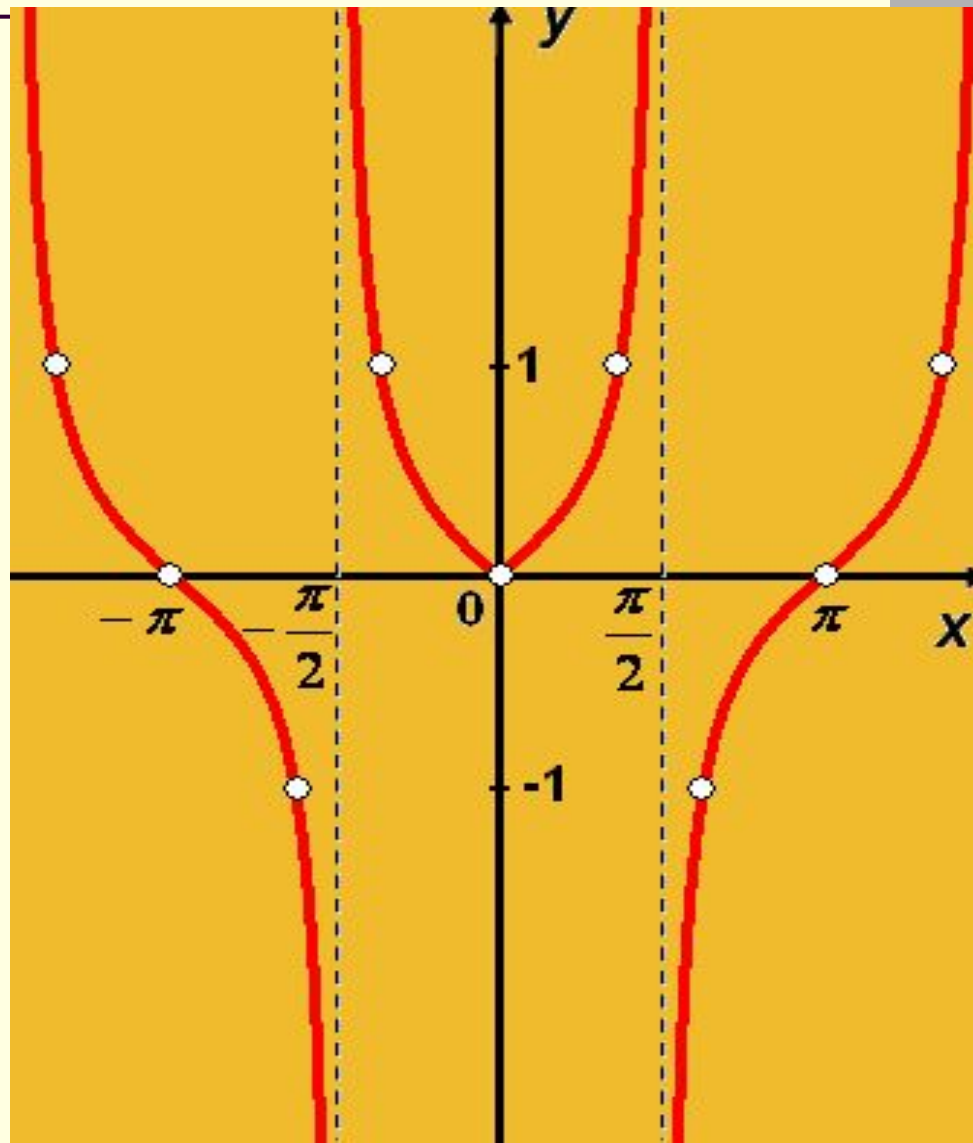
График  
 $y = \operatorname{tg} x$



# График $y=|\operatorname{tg}x|$



# График $y = \operatorname{tg}|x|$



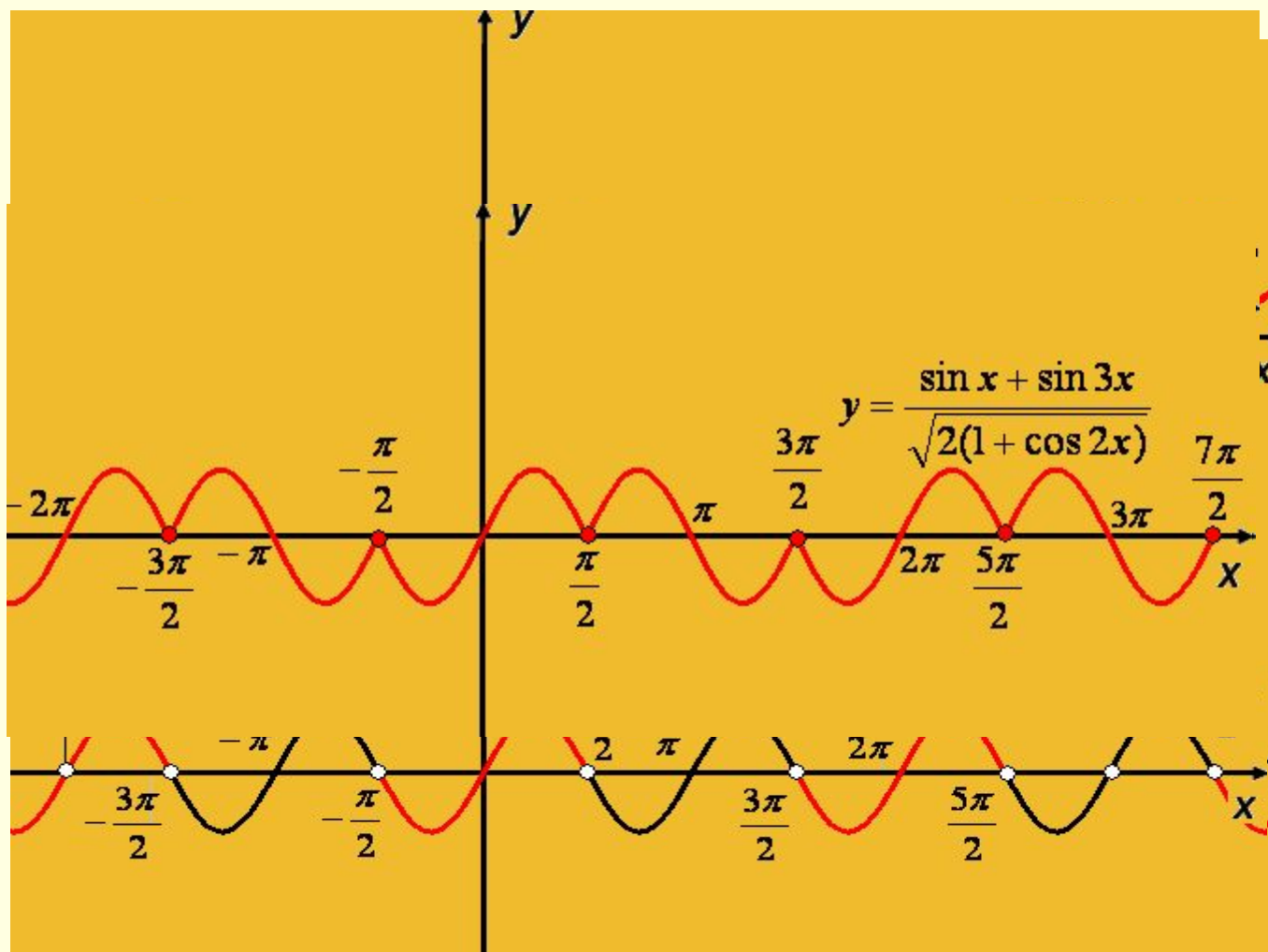
# Примеры построения графиков сложных функций

Постройте график:

$$y = \frac{\sin x + \sin 3x}{\sqrt{2(1 + \cos 2x)}}$$

Для начала преобразуем эту функцию

$$y = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x}{\sqrt{4 \cos^2 x}} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x}{2|\cos x|} = \begin{cases} \sin 2x, & \cos x > 0 \\ -\sin 2x, & \cos x < 0 \end{cases}$$

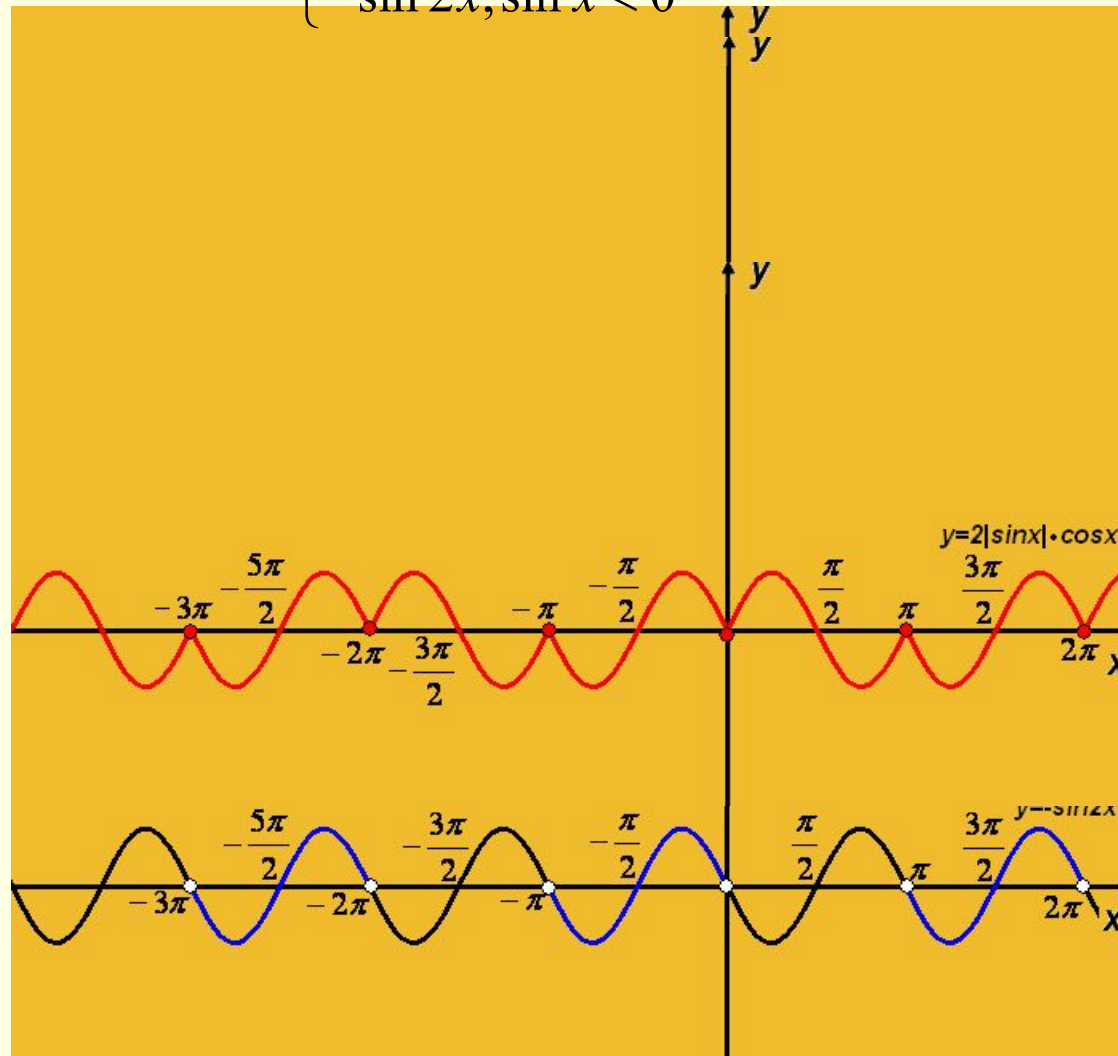


Теперь построим график другой функции

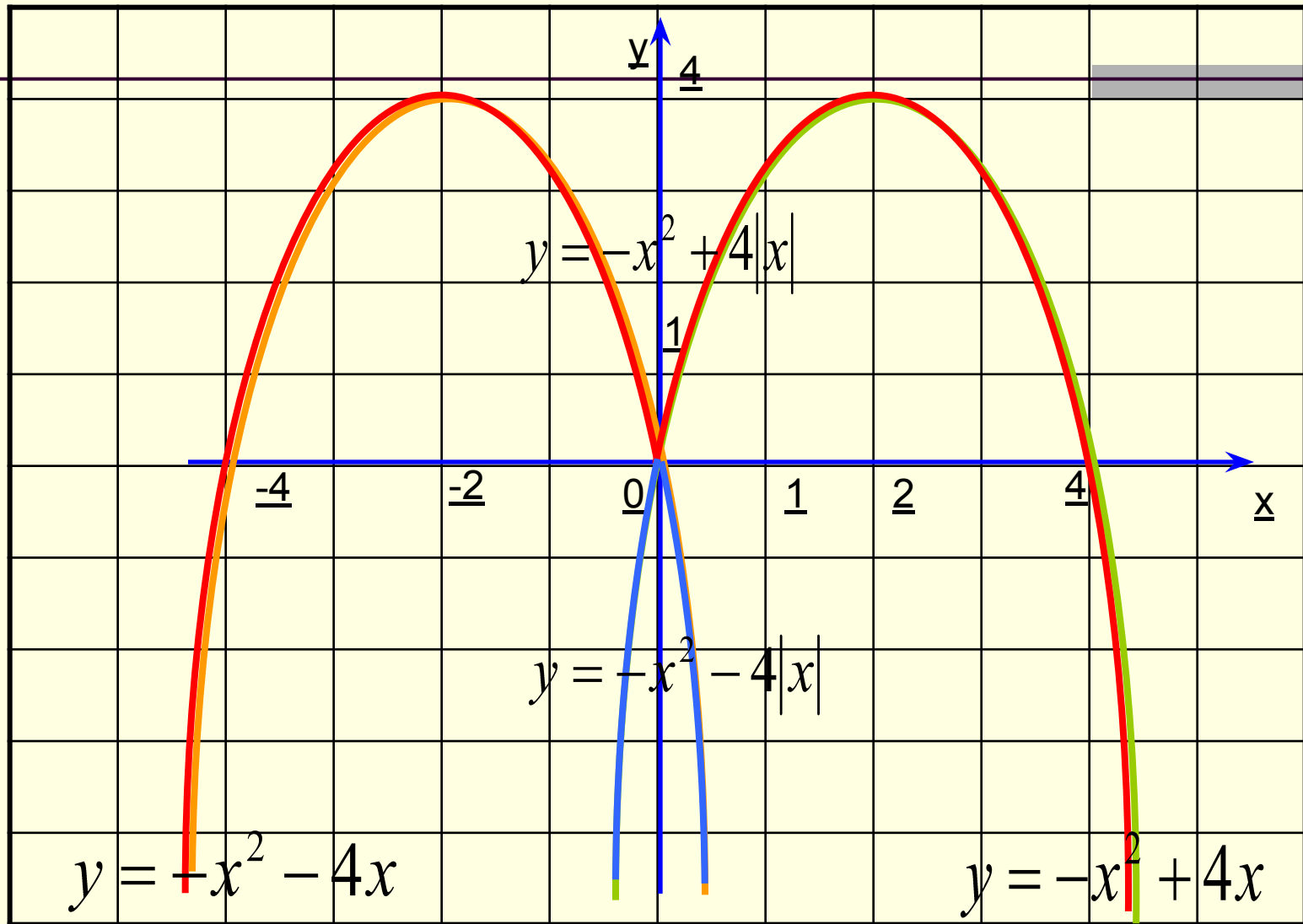
$$y = 2|\sin x| \cdot \cos x$$

После преобразования данной функции получим:

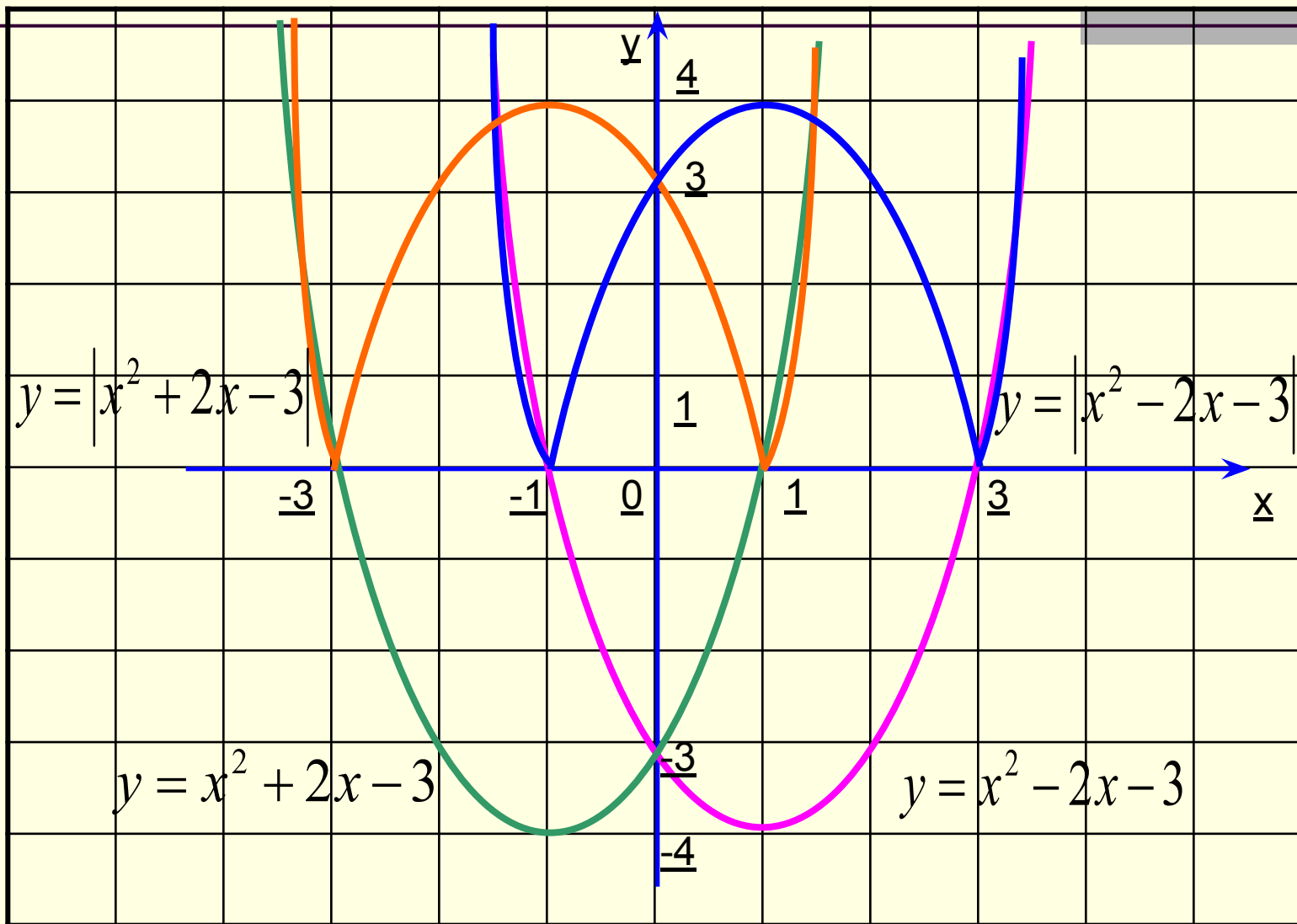
$$y = \begin{cases} \sin 2x, & \sin x \geq 0 \\ -\sin 2x, & \sin x < 0 \end{cases}$$



Построить график функции  $y = -x^2 + 4|x|$  И  $y = -x^2 - 4|x|$

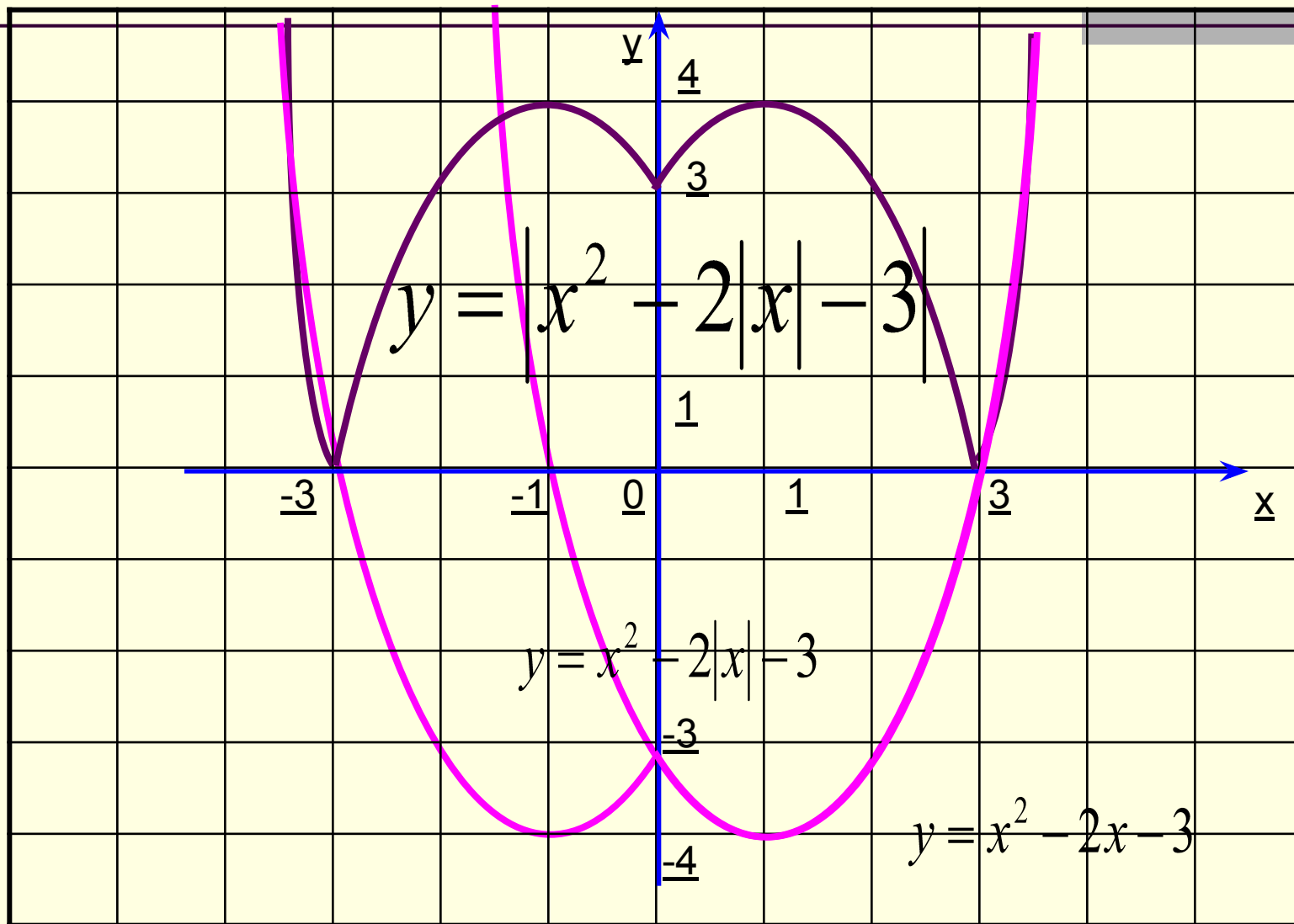


Построить графики функций  $y = |x^2 - 2x - 3|$  И  $y = |x^2 + 2x - 3|$

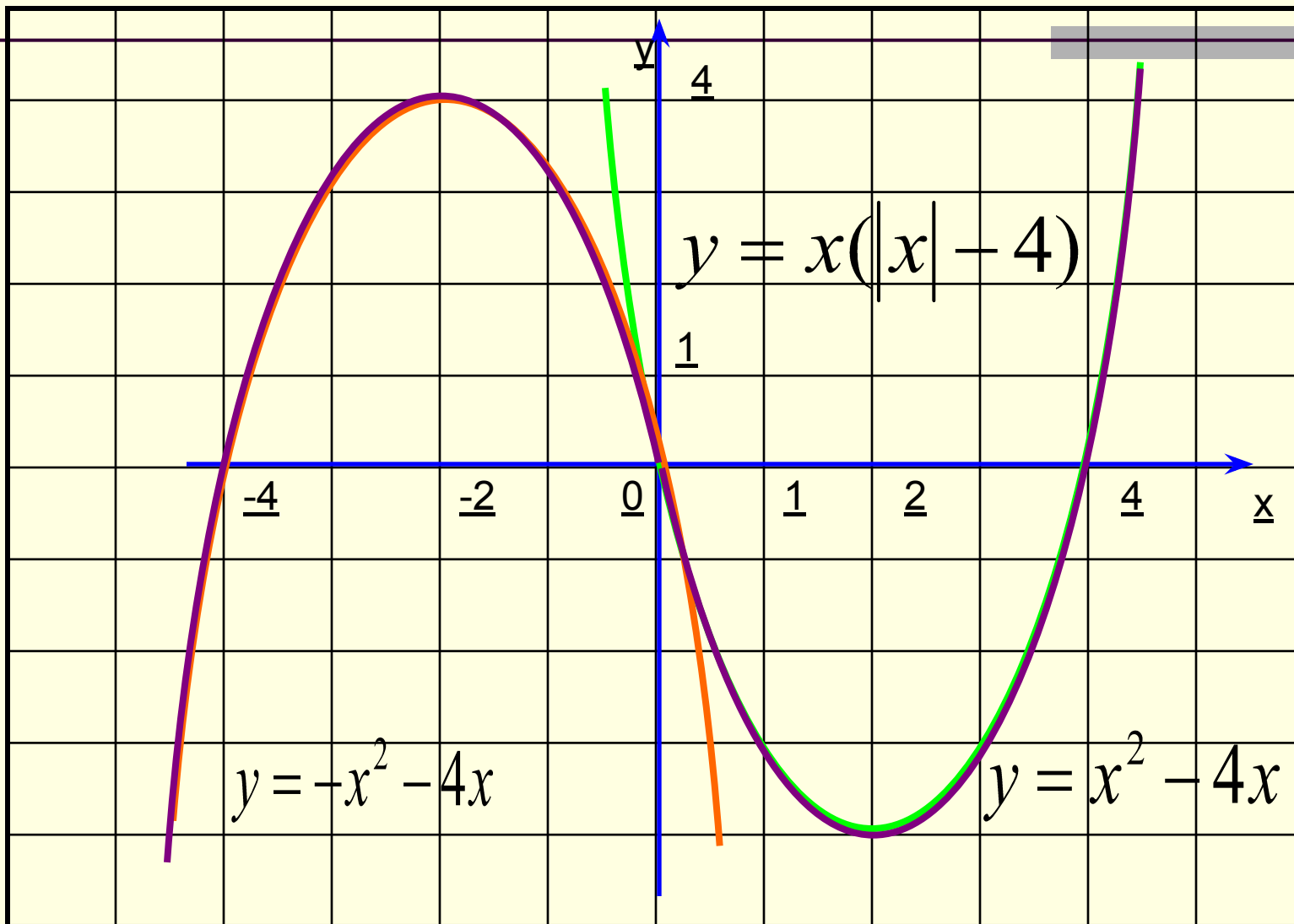




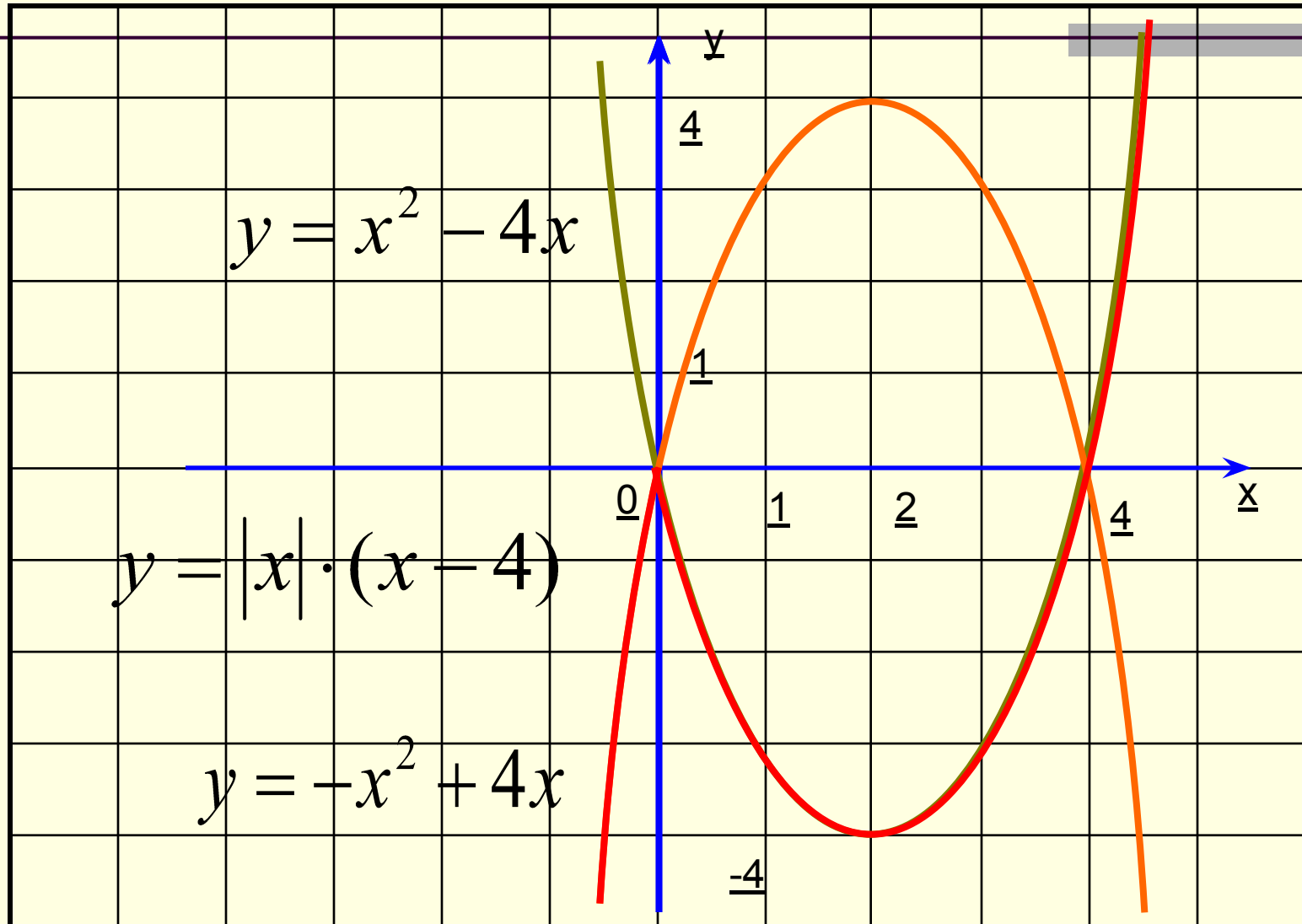
Построить график функции  $y = |x^2 - 2|x| - 3|$



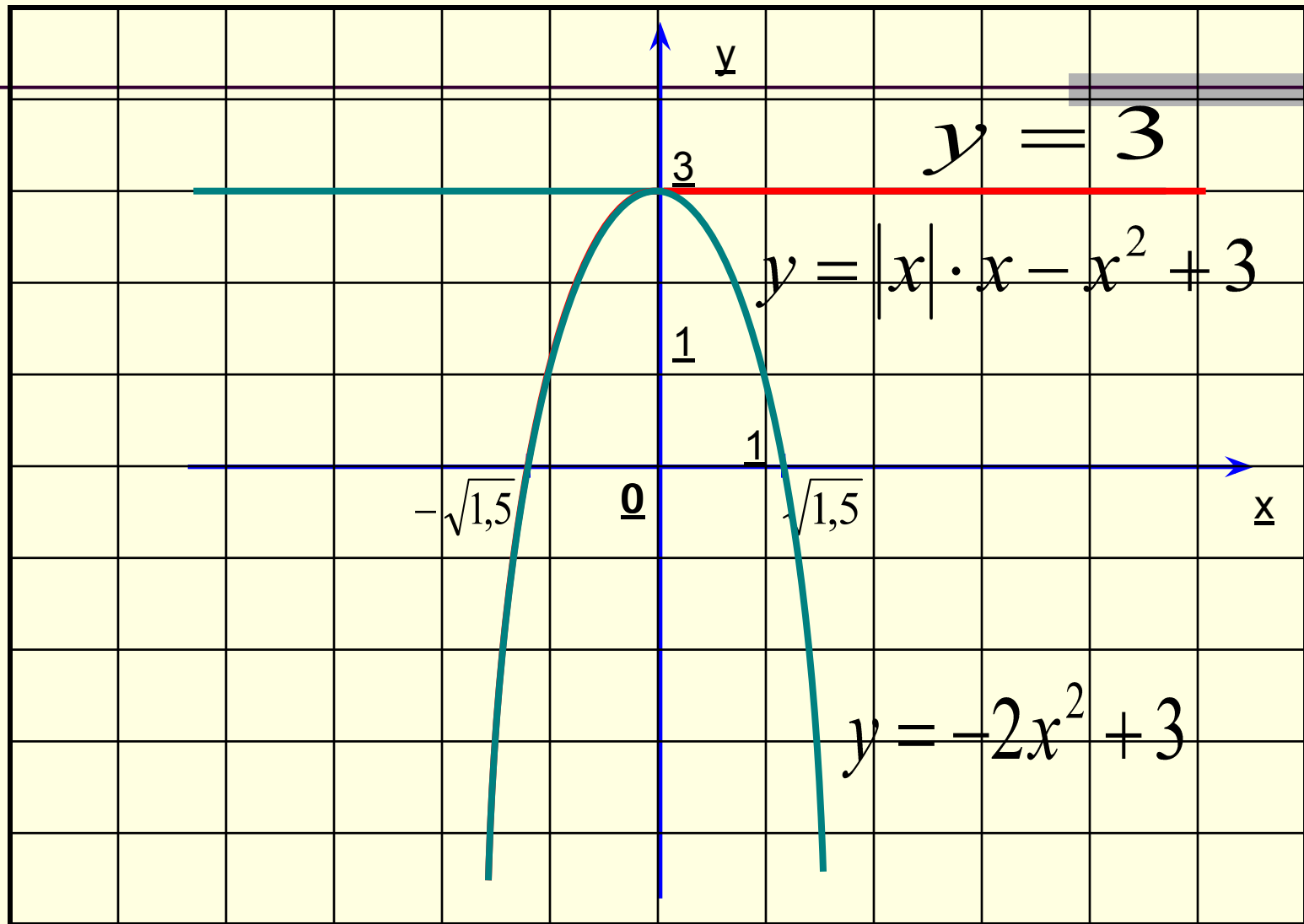
Построить график функции  $y = x(|x| - 4)$



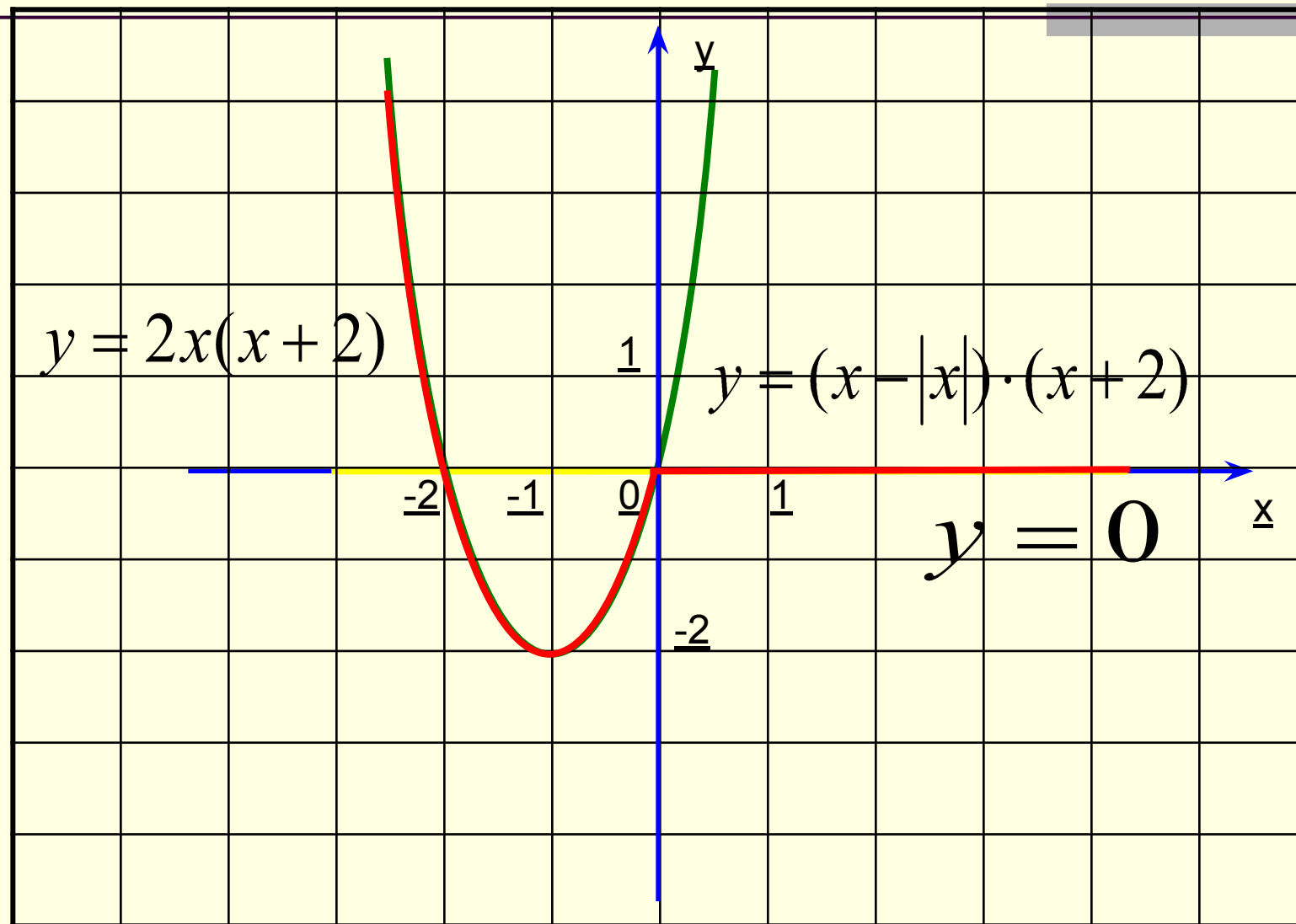
Построить график функции  $y = |x| \cdot (x - 4)$



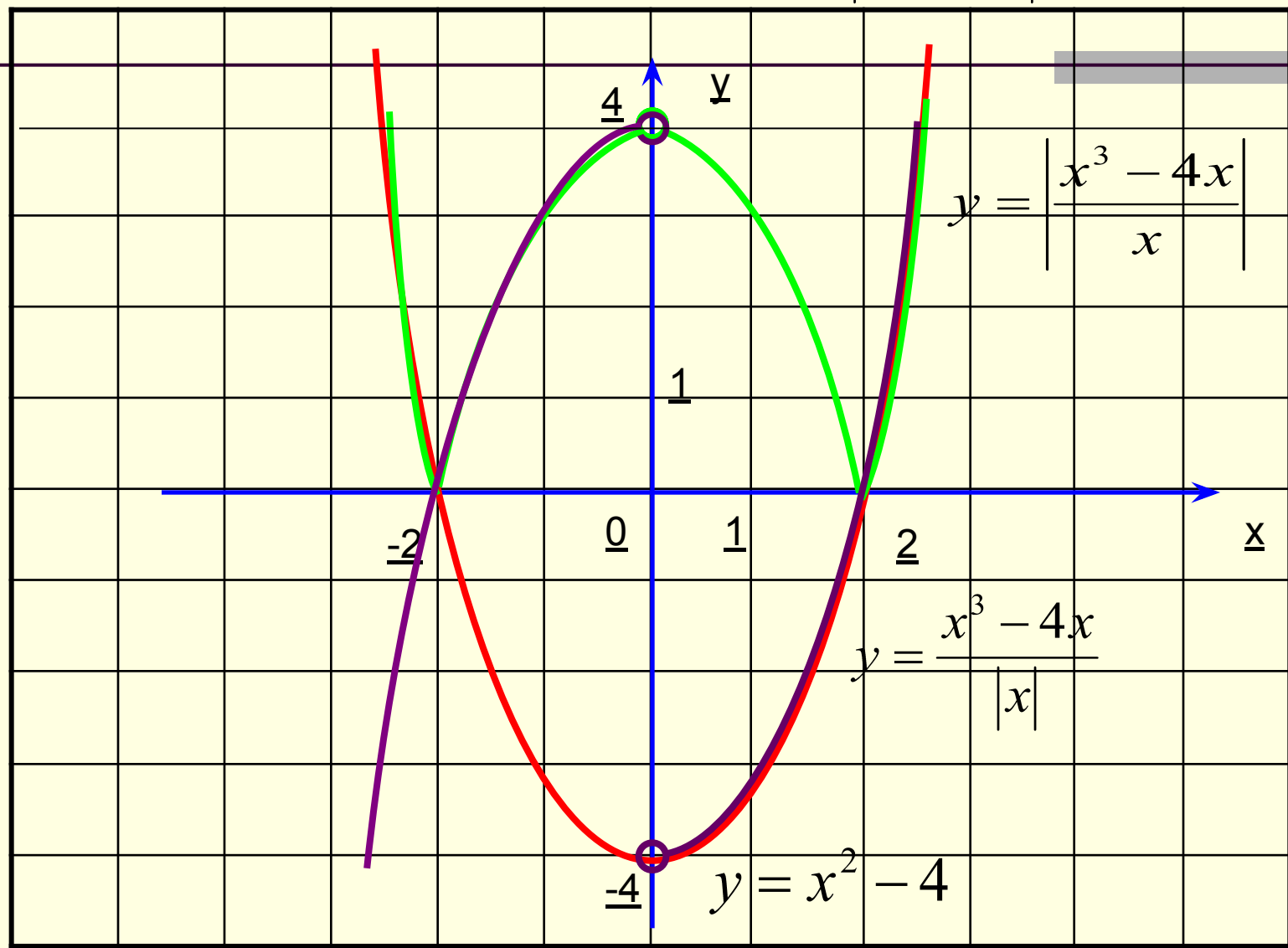
Построить график функции  $y = |x| \cdot x - x^2 + 3$



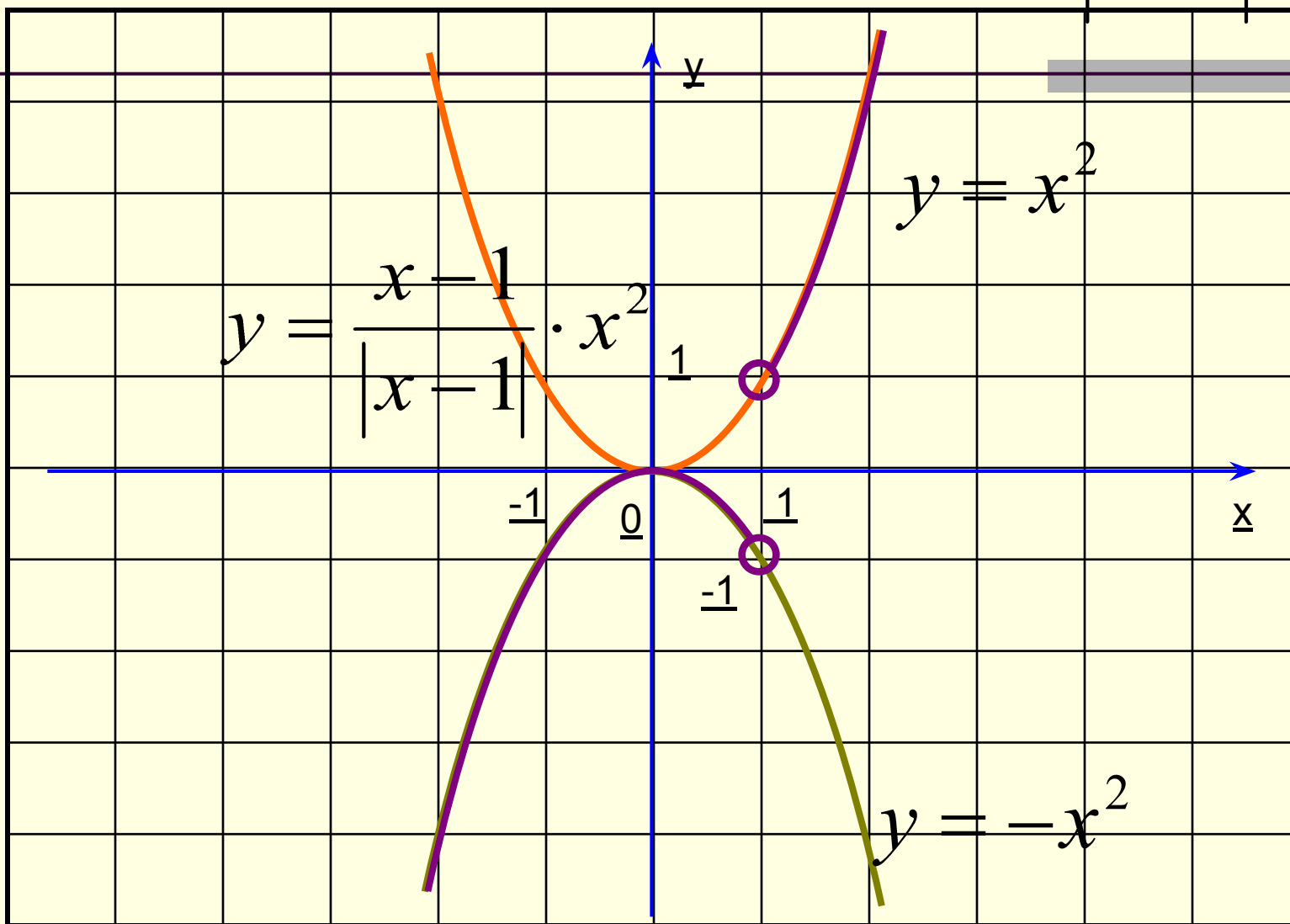
Построить график функции  $y = (x - |x|) \cdot (x + 2)$



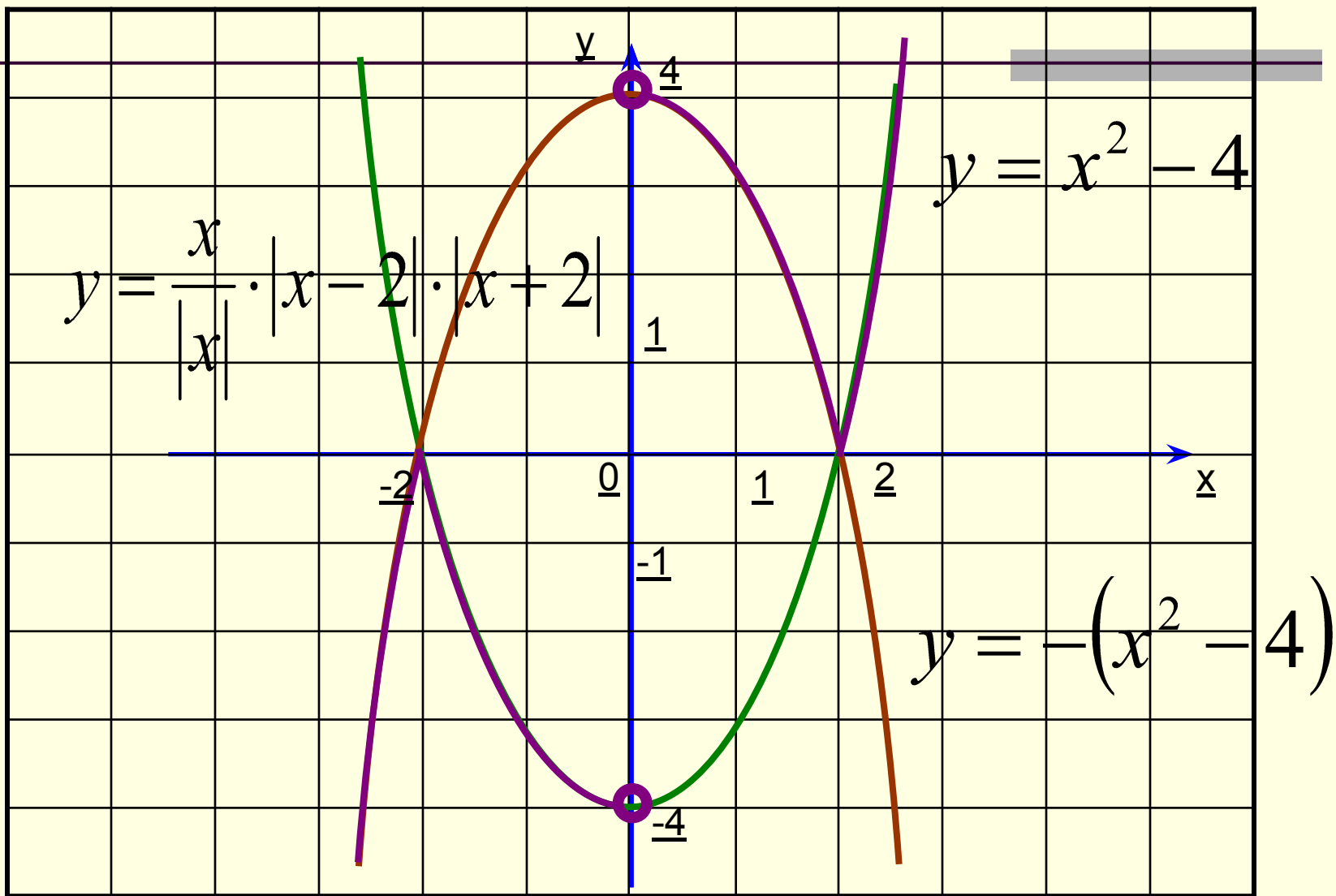
Построить графики функций  $y = \frac{x^3 - 4x}{x}$  и  $y = \frac{x^3 - 4x}{|x|}$



Построить график функции  $y = \frac{x-1}{|x-1|} \cdot x^2$



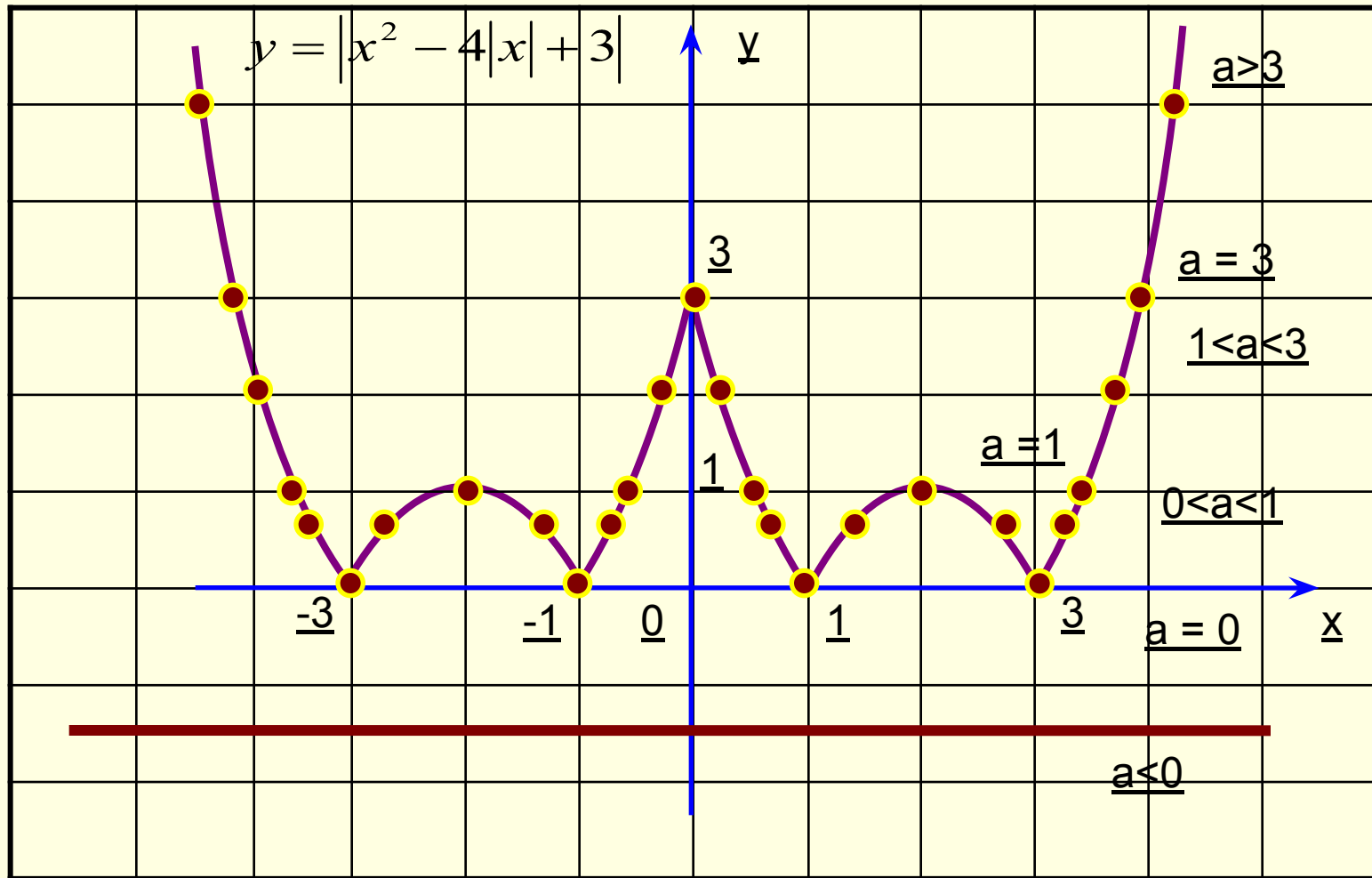
Построить график функции  $y = \frac{x}{|x|} \cdot |x - 2| \cdot |x + 2|$





Назовите число корней уравнения в зависимости от "a"

$$|x^2 - 4|x| + 3| = a$$



# ОТВЕТ:

при  $a < 0$  решений нет;

при  $a = 0$  и  $1 < a < 3$  четыре корня;

при  $0 < a < 1$  восемь корней;

при  $a = 1$  шесть корней;

при  $a = 3$  три корня;

при  $a > 3$  два корня.

---

**Спасибо за внимание**

