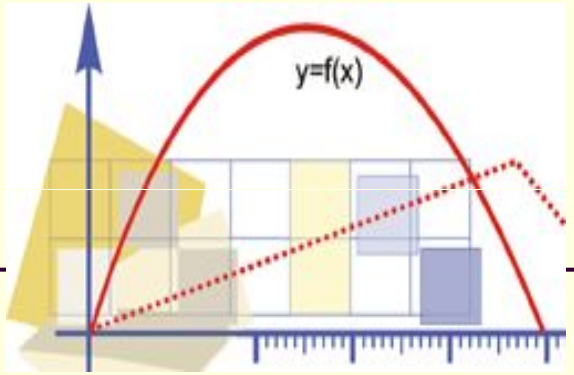


Преобразование графиков тригонометрических функций

Пусть задан график функции $y = f(x)$

- Преобразование вида $y = kf(x)$
- Преобразование вида $y = f(x) + b$
- Преобразование вида $y = f(x - a)$
- Преобразование вида $y = f(mx)$
- Преобразование вида $y = |f(x)|$
- Преобразование вида $y = f(|x|)$

1. Преобразование вида $y = kf(x)$

— *Это растяжение (сжатие) в k раз графика функции $y = f(x)$ вдоль оси ординат*

Если , $|k| > 1$, то происходит

Растяжение

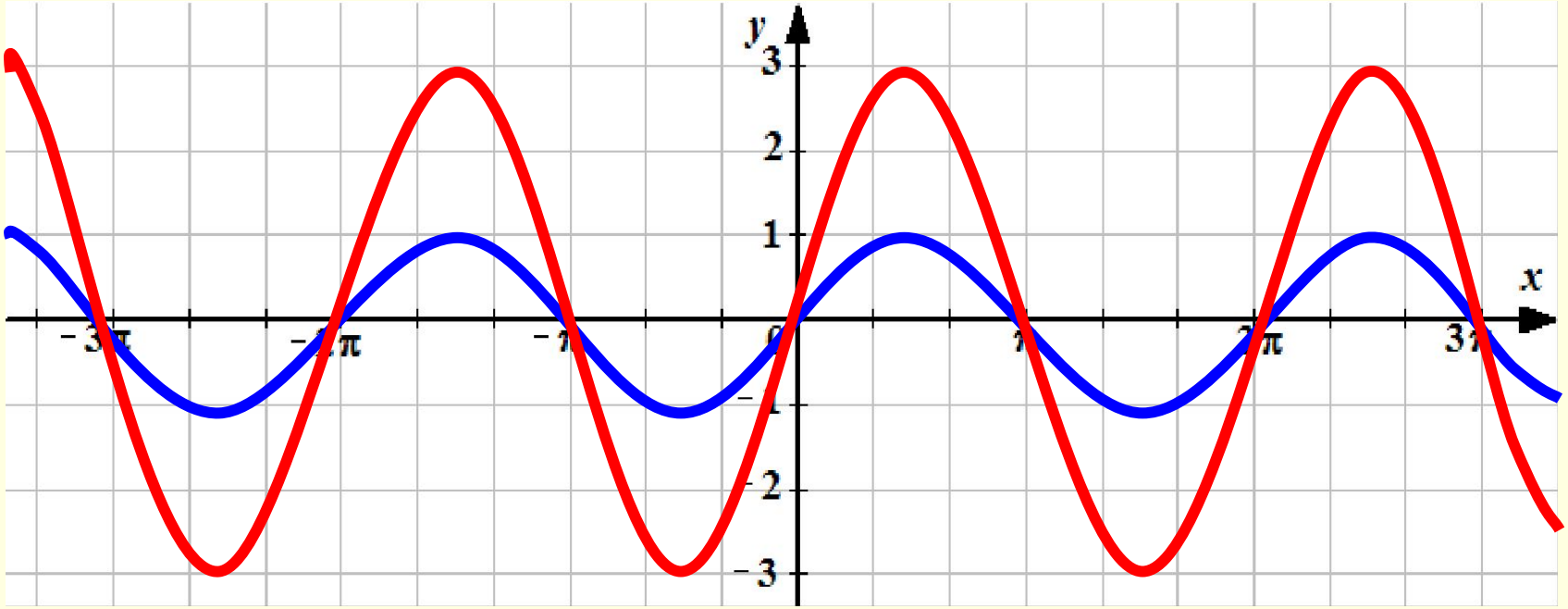
Сжатие

Если , $|k| < 1$, то происходит

1. Преобразование вида *y = kf(x)*

Пример: *y = 3sin x*

- *Строим график функции y = sin x*
- *Строим график функции y = 3sin x*



2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

— *Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на b единиц вдоль оси ординат*

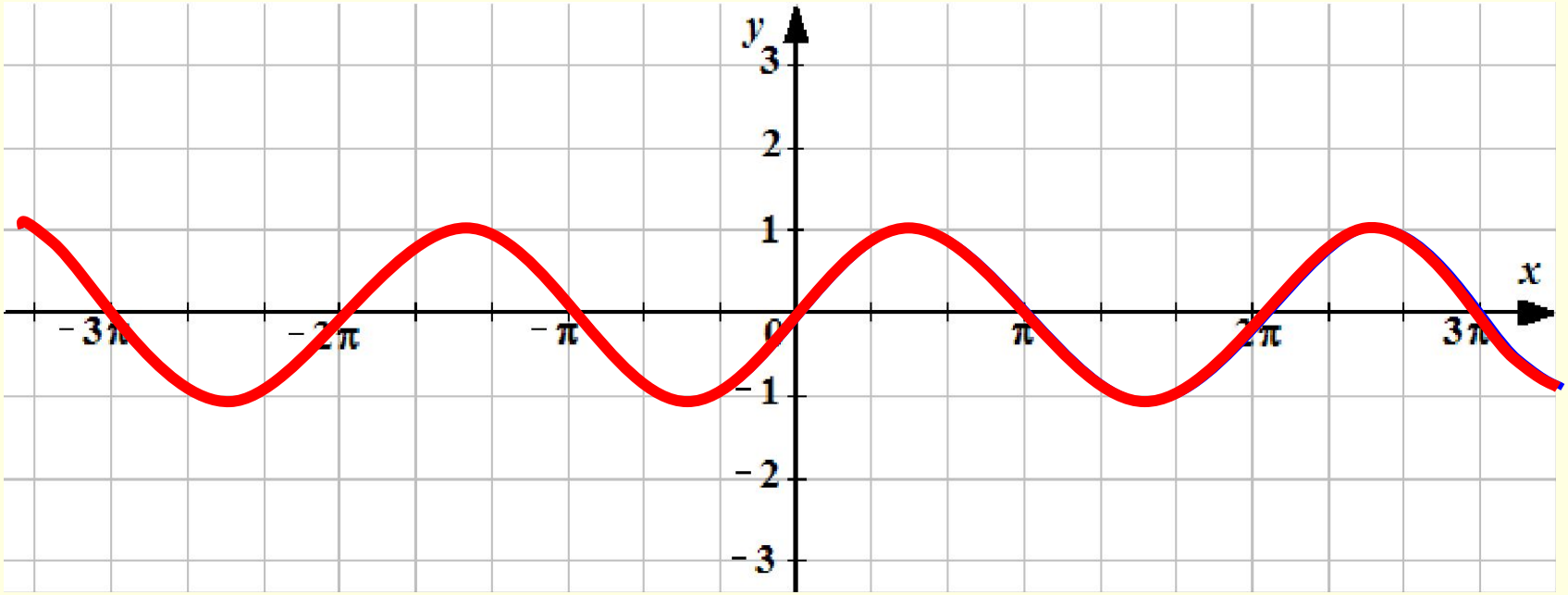
Если $b > 0$, то происходит смещение

Если $b < 0$, то происходит смещение

2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

<u>Пример:</u> $y = \sin x - 2$

- *Строим график функции* $y = \sin x$
- *Строим график функции* $y = \sin x - 2$



3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на a единиц вдоль оси абсцисс

Если $a > 0$, то происходит

смещение

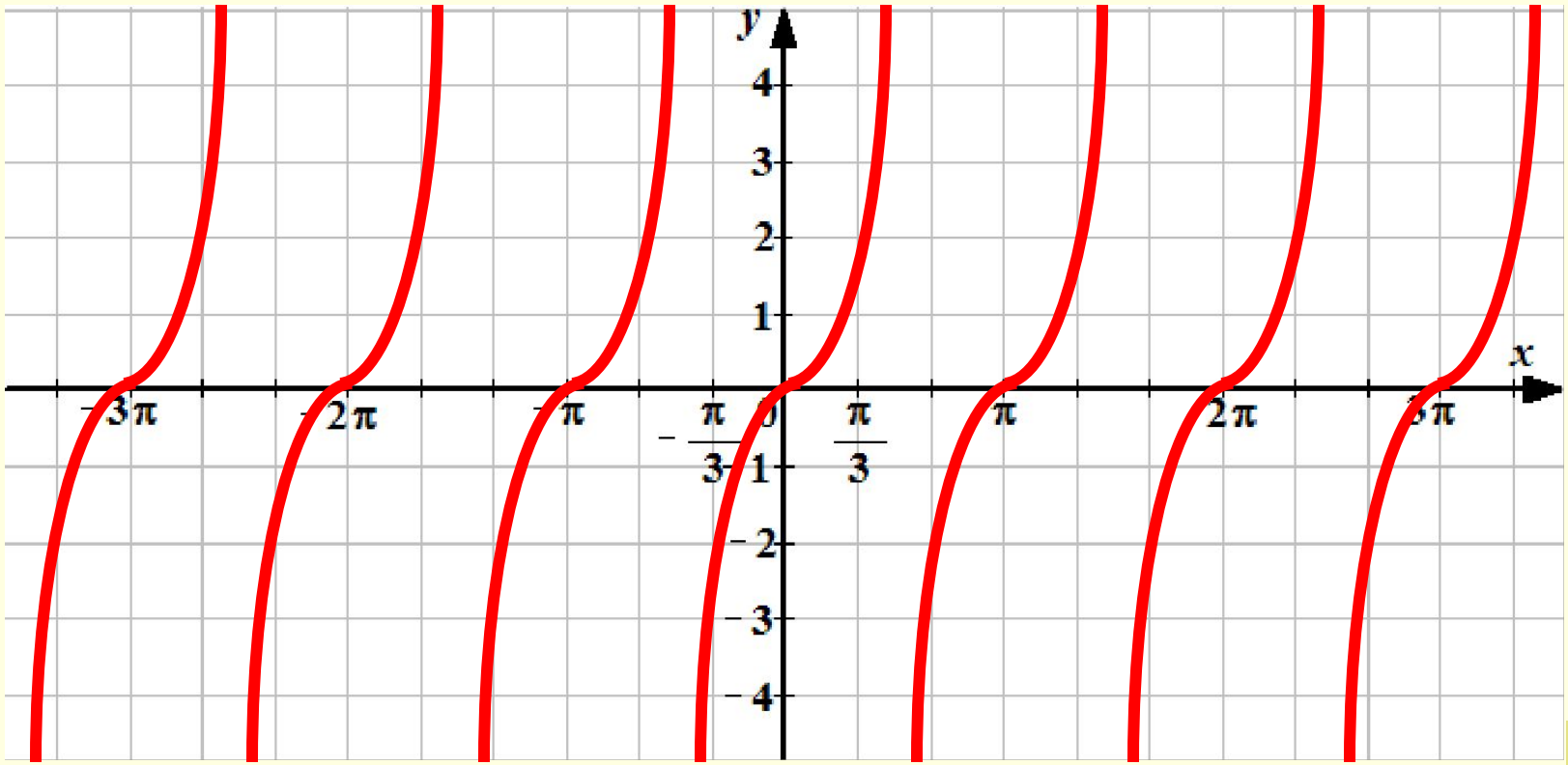
Если $a < 0$, то происходит

смещение

3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

<u>*Пример:*</u> $y = tg\,(x - \frac{П}{3})$

- *Строим график функции* $y = tg\,x$
- *Строим график функции* $y = tg\,(x - \frac{П}{3})$



4. Преобразование вида $y = f(mx)$

— *Это растяжение (сжатие) в m раз графика функции $y = f(x)$ вдоль оси абсцисс*

Если , $|m| > 1$, то происходит

Сжатие

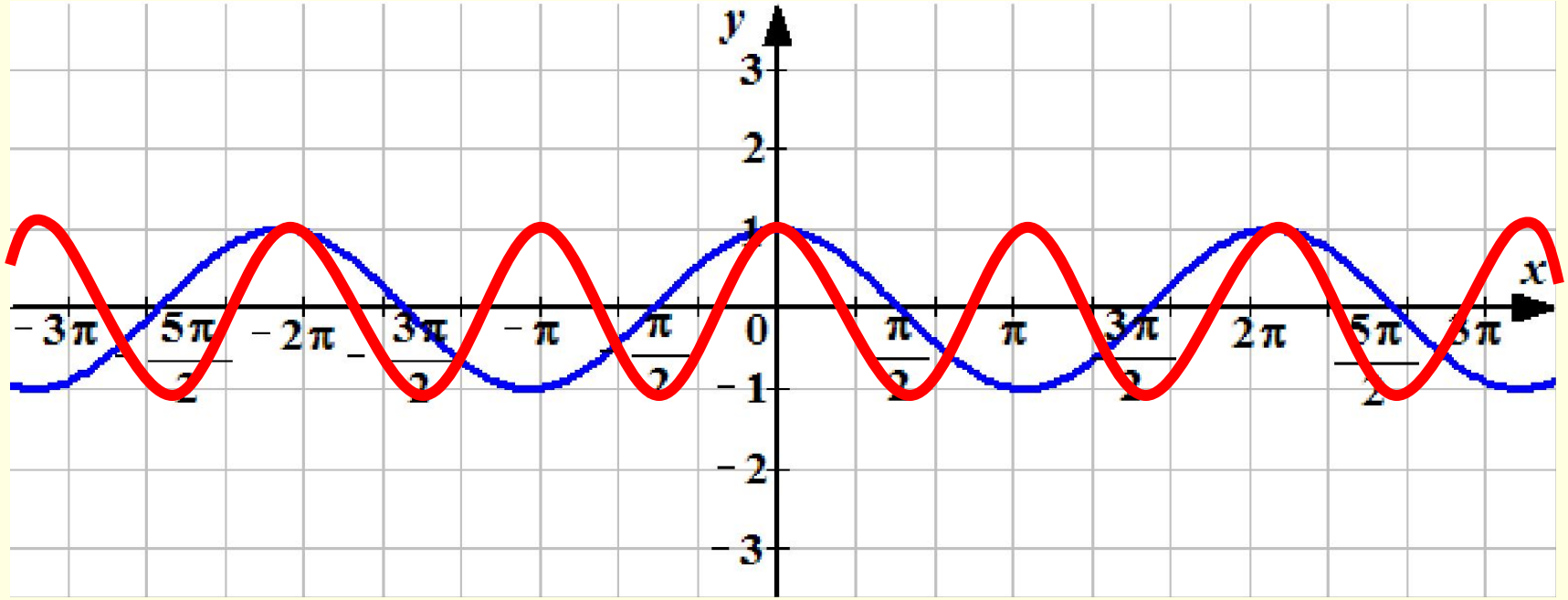
Растяжение

Если , $|m| < 1$, то происходит

4. Преобразование вида $y = f(mx)$

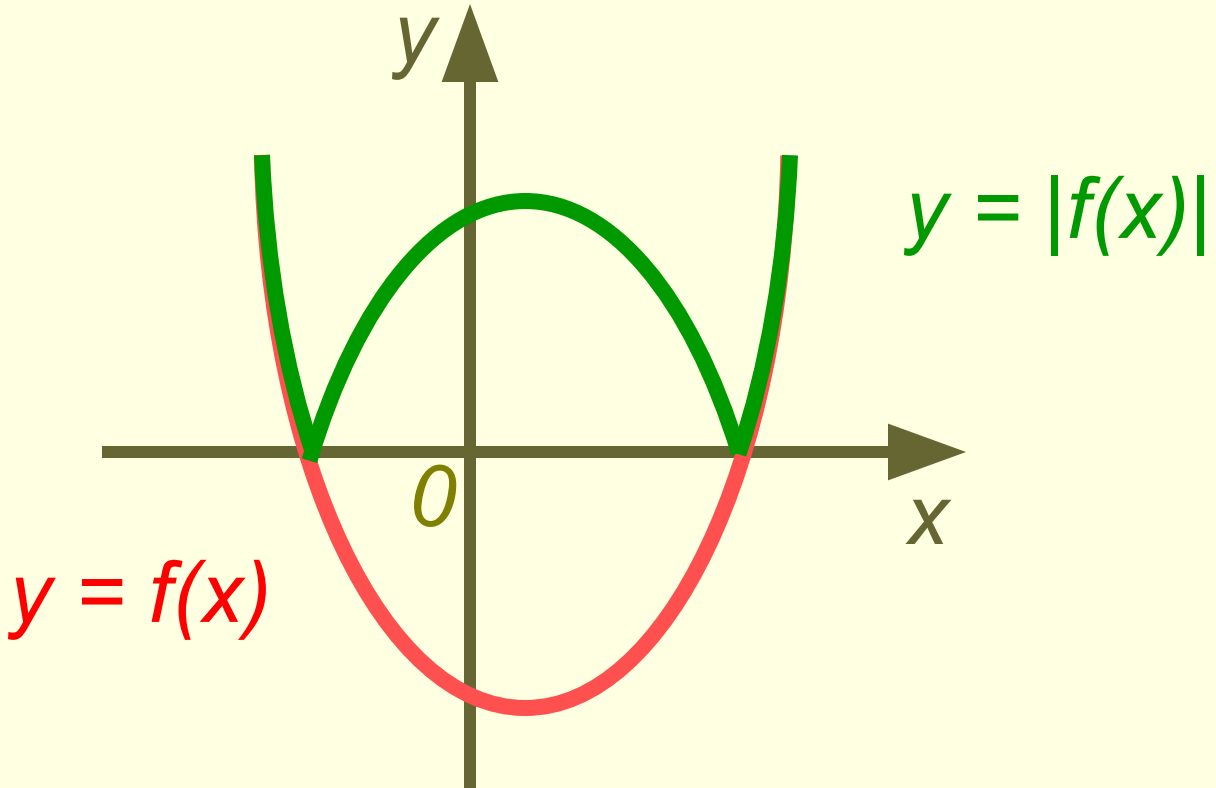
<u>Пример:</u> $y = \cos 2x$

- Строим график функции $y = \cos x$
- Строим график функции $y = \cos 2x$



5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

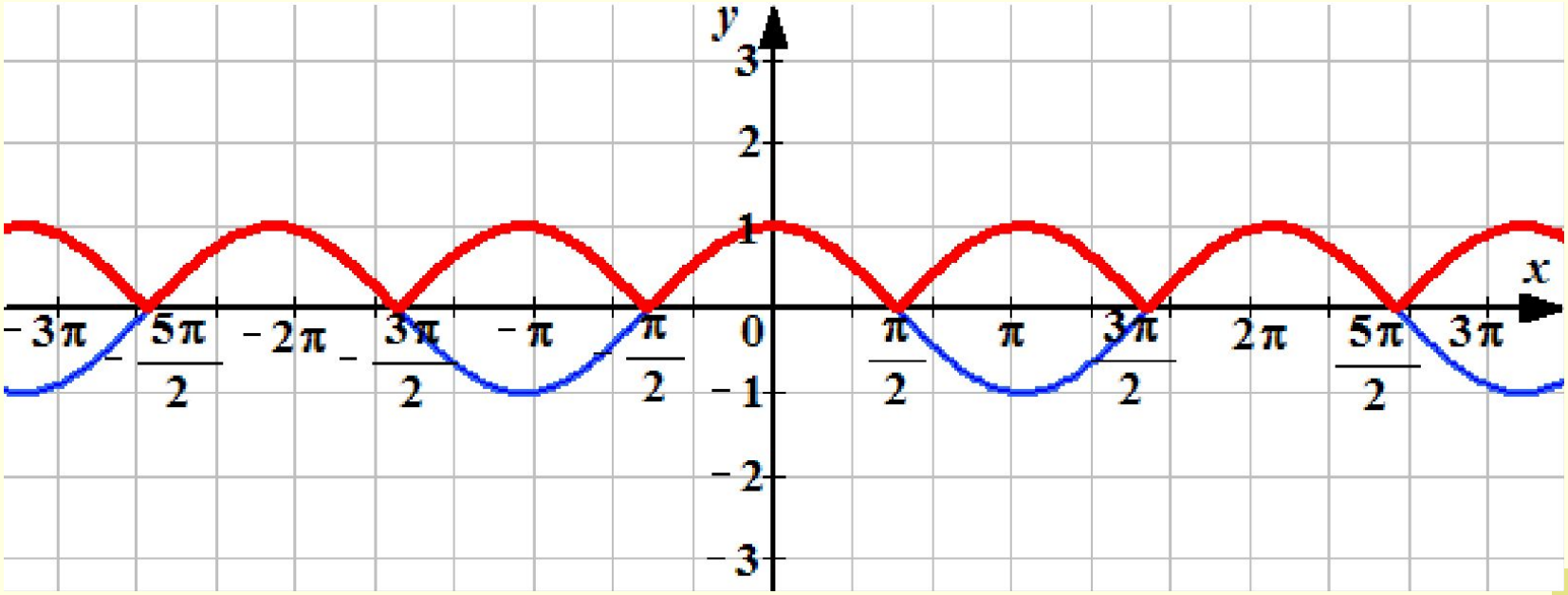
— *Это отображение нижней части графика функции $y = f(x)$ в верхнюю полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением верхней части графика*



5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

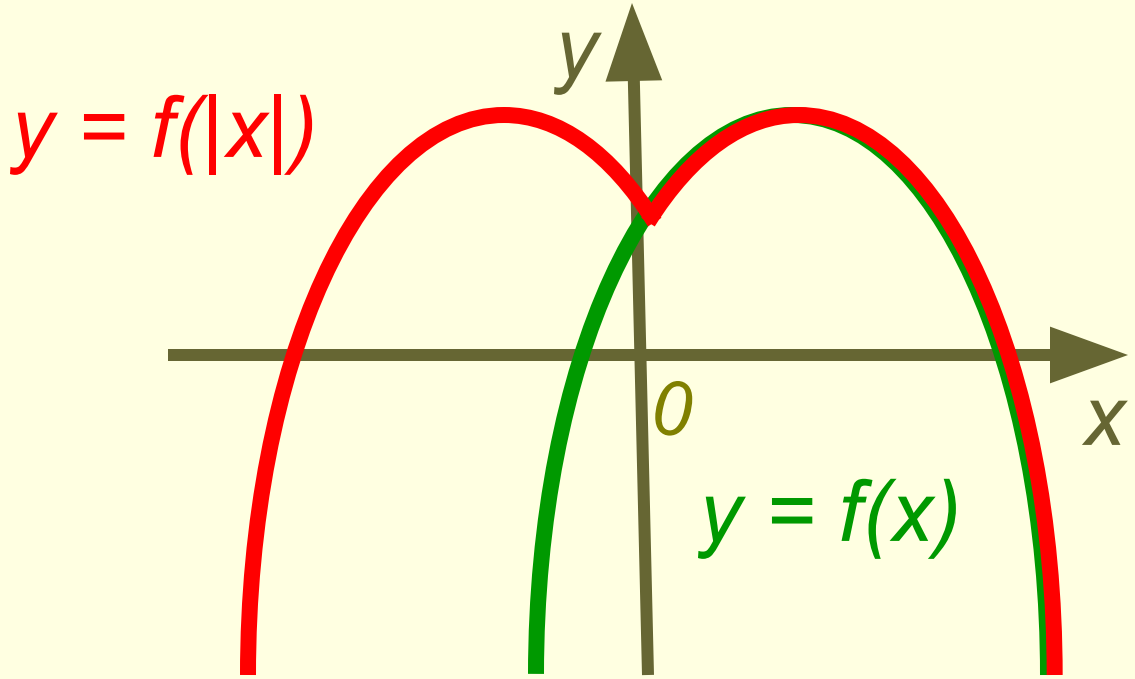
<u>*Пример:*</u> $y = |\cos x|$

- *Строим график функции* $y = \cos x$
- *Строим график функции* $y = |\cos x|$



6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

— *Это отображение правой части графика функции $y = f(x)$ в левую полуплоскость относительно оси ординат с сохранением правой части графика*

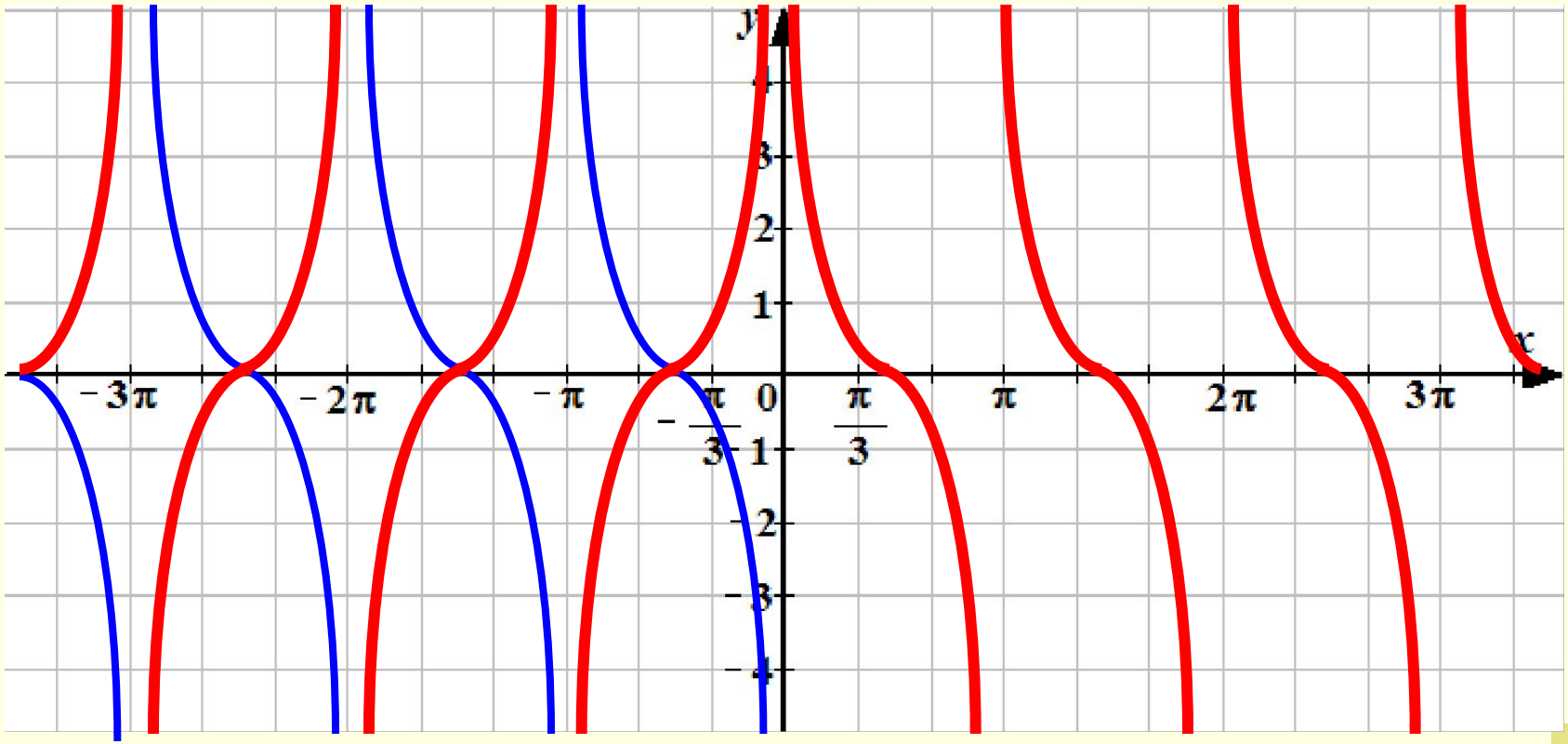


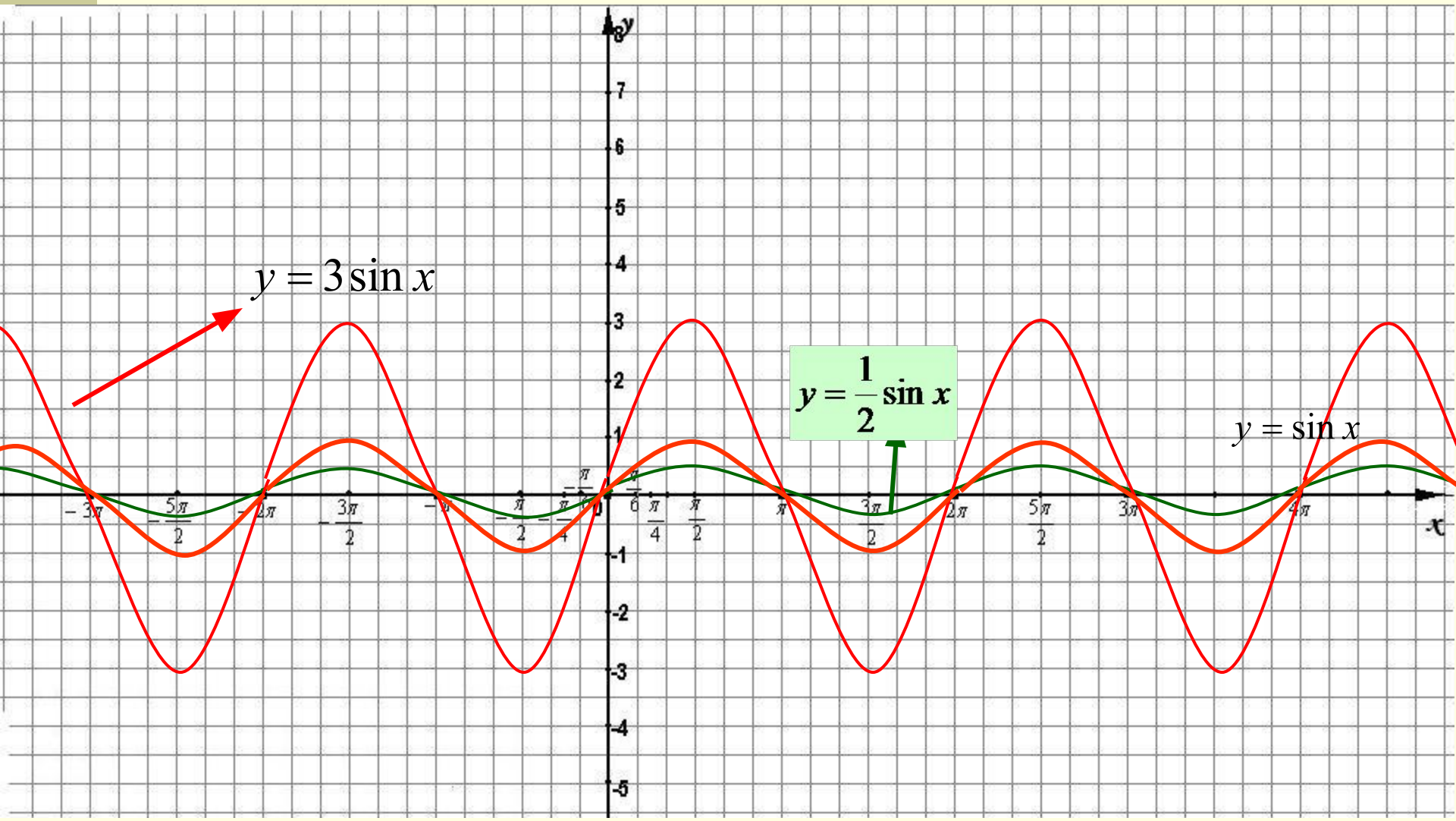
6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

Пример: $y = ctg\,|x|$

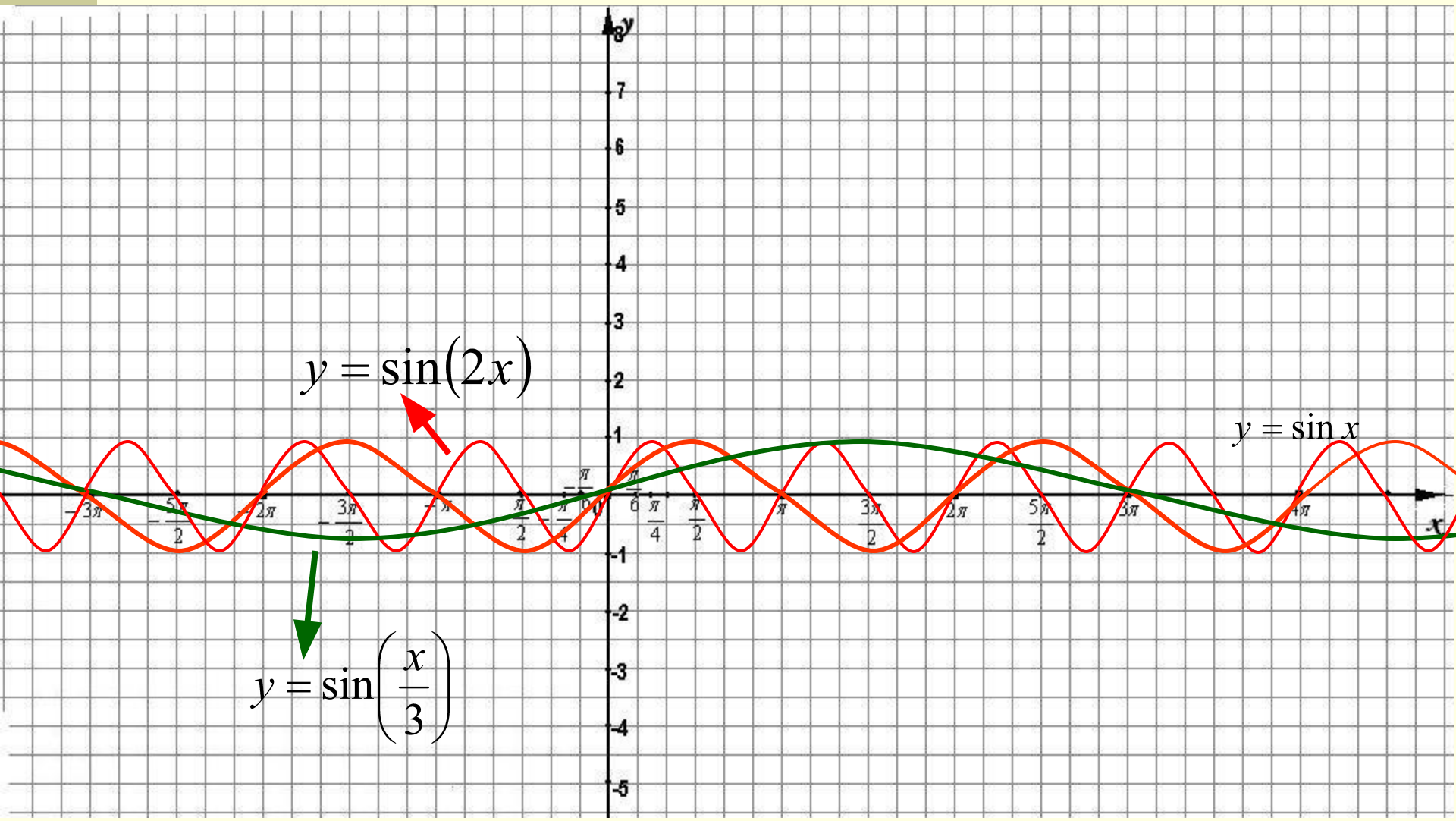
- Строим график функции $y = ctg\,x$

- Строим график функции $y = ctg\,|x|$





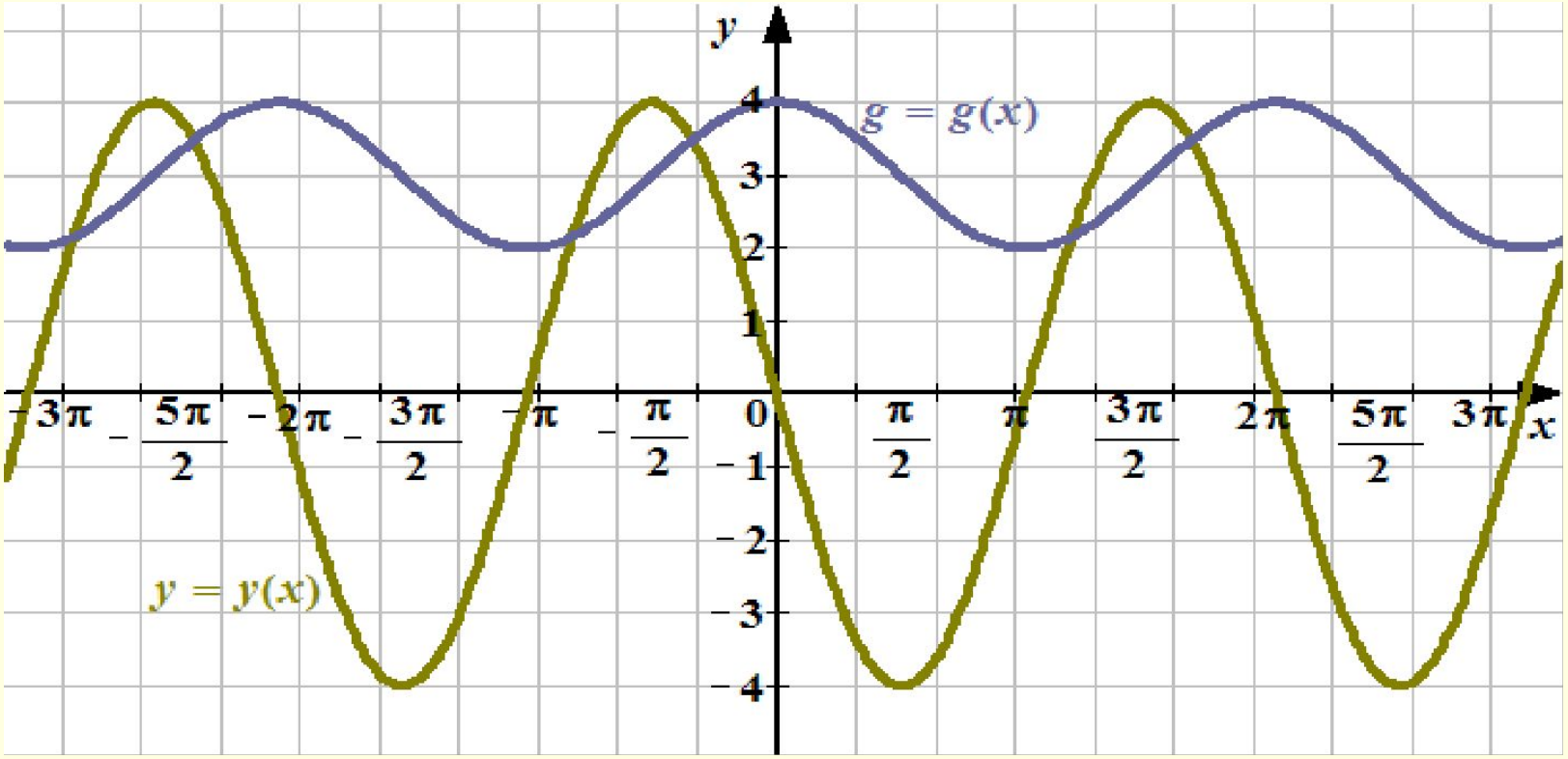
Растяжение (сжатие) в m раз вдоль оси ОУ



Растяжение (сжатие) в к раз вдоль оси ОХ

Э.п.

По заданным графикам определите вид функции:

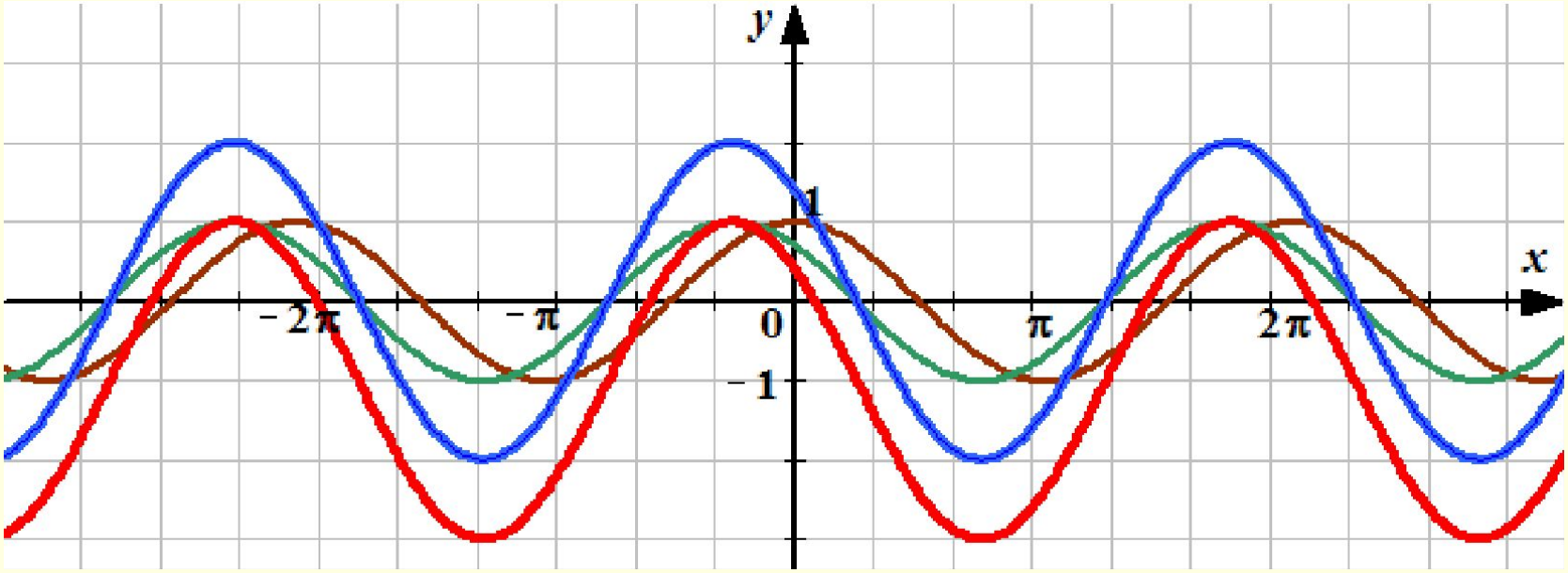


y(x) = ?

g(x) = ?

График функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

- ~~Строим график функции $y = \cos x$~~
- Строим график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$
- Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$
- Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$



Постройте графики функций

1

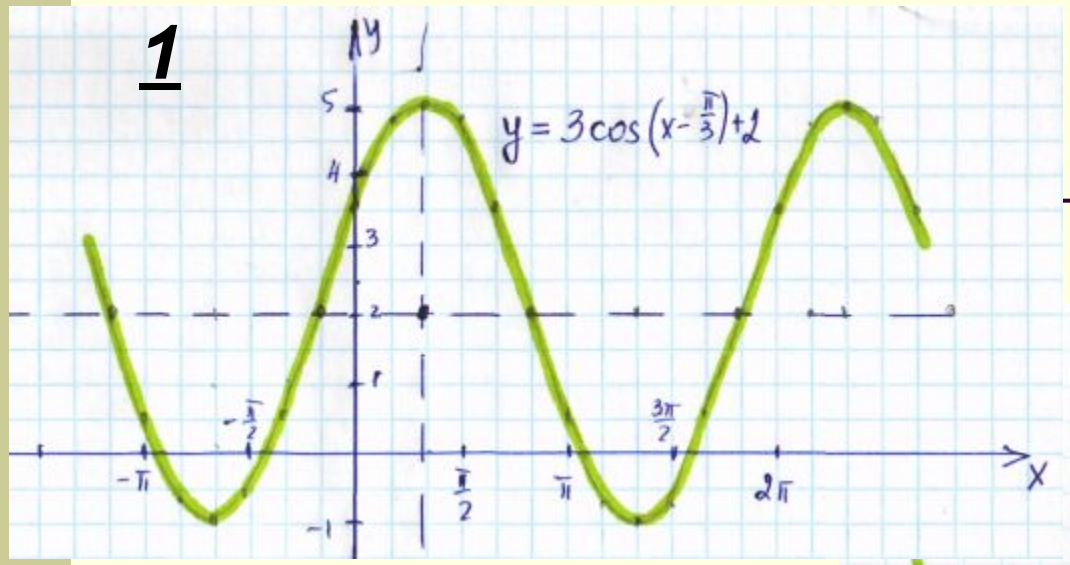
$$y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 3$$

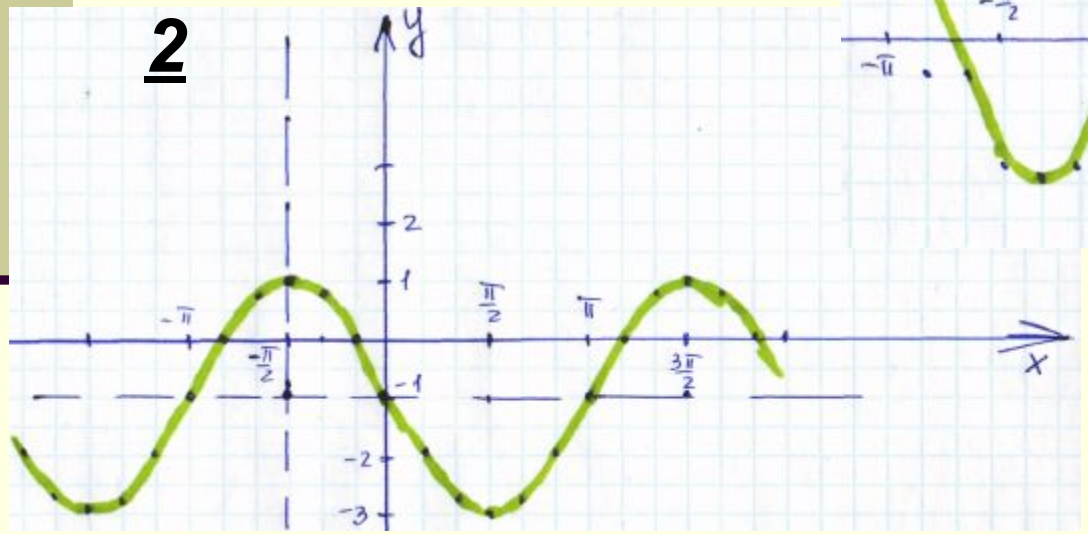
2

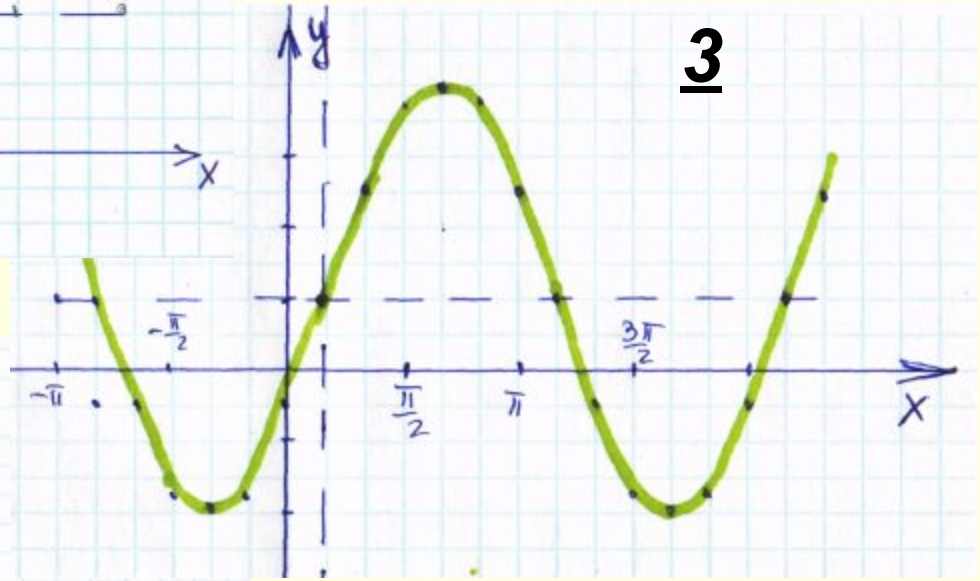
$$y = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$$

3

$$y = \frac{1}{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$$


1
y
x
$y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$
5
4
3
2
1
-1
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π


2
y
x
2
1
-1
-2
-3
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$


3
y
x
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$

Алгоритм построения функции $y=|f(x)|$

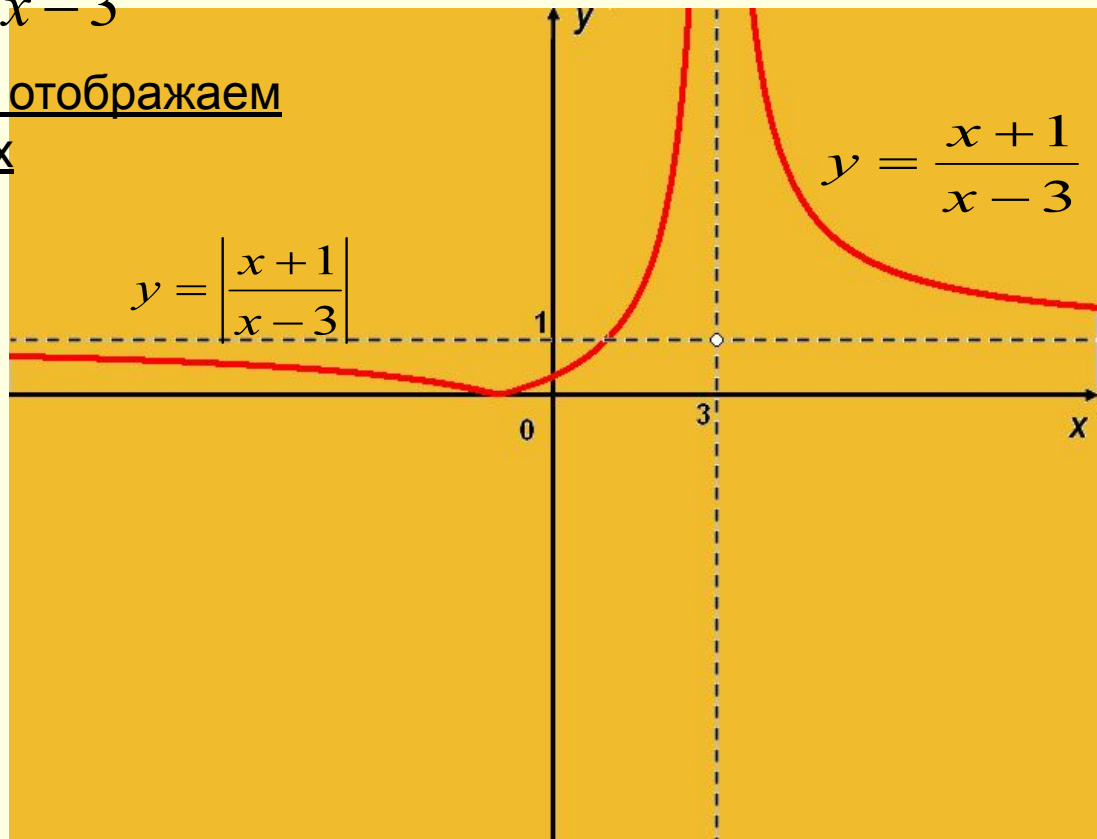
1) Строим график функции $y=f(x)$

2)Часть графика лежащую ниже оси Ox отображаем зеркально вверх, при этом не меняя часть графика выше оси Ox

Пример $y = \left|\frac{x+1}{x-3}\right|$

1)Строим $y = \frac{x+1}{x-3}$

2)Часть лежащею ниже оси Ox отображаем зеркально вверх



Алгоритм построения функции y=f|x|

1) Строим график функции y=f(x), где $x \geq 0$
2) Эту часть графика отображаем симметрично относительно O_y.
3) Исходный график: y=f(x), где $x \geq 0$ и его отображение.

Пример

$$y = \frac{|x| + 1}{|x| - 3}$$

1)Строим $y = \frac{x+1}{x-3}$, где X≥0

2)Отображаем график симметрично относительно Oy.

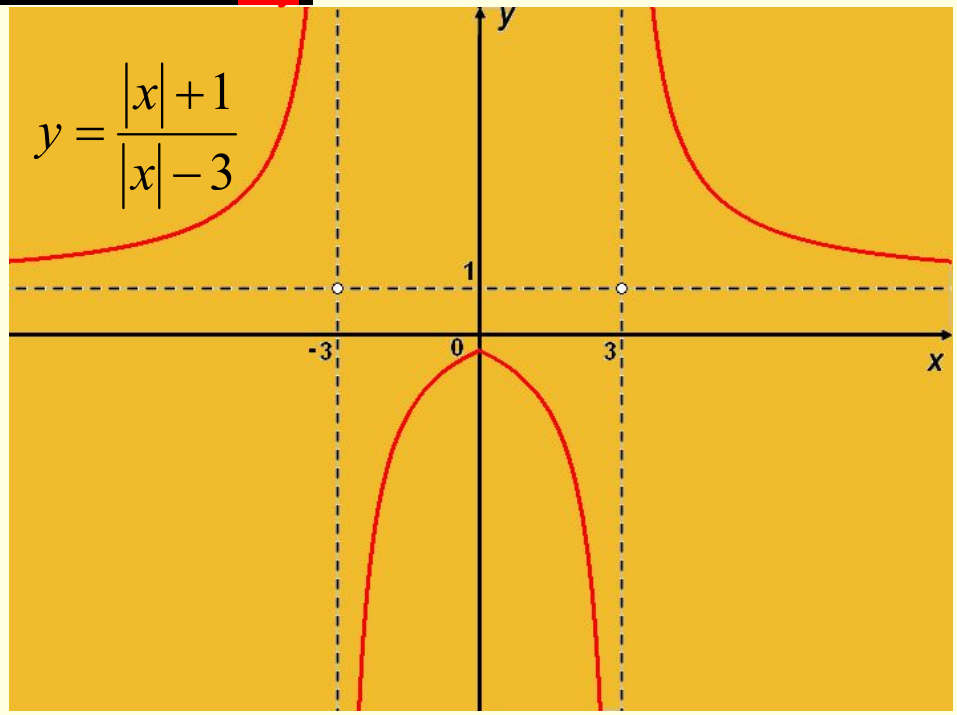


График y=tgx

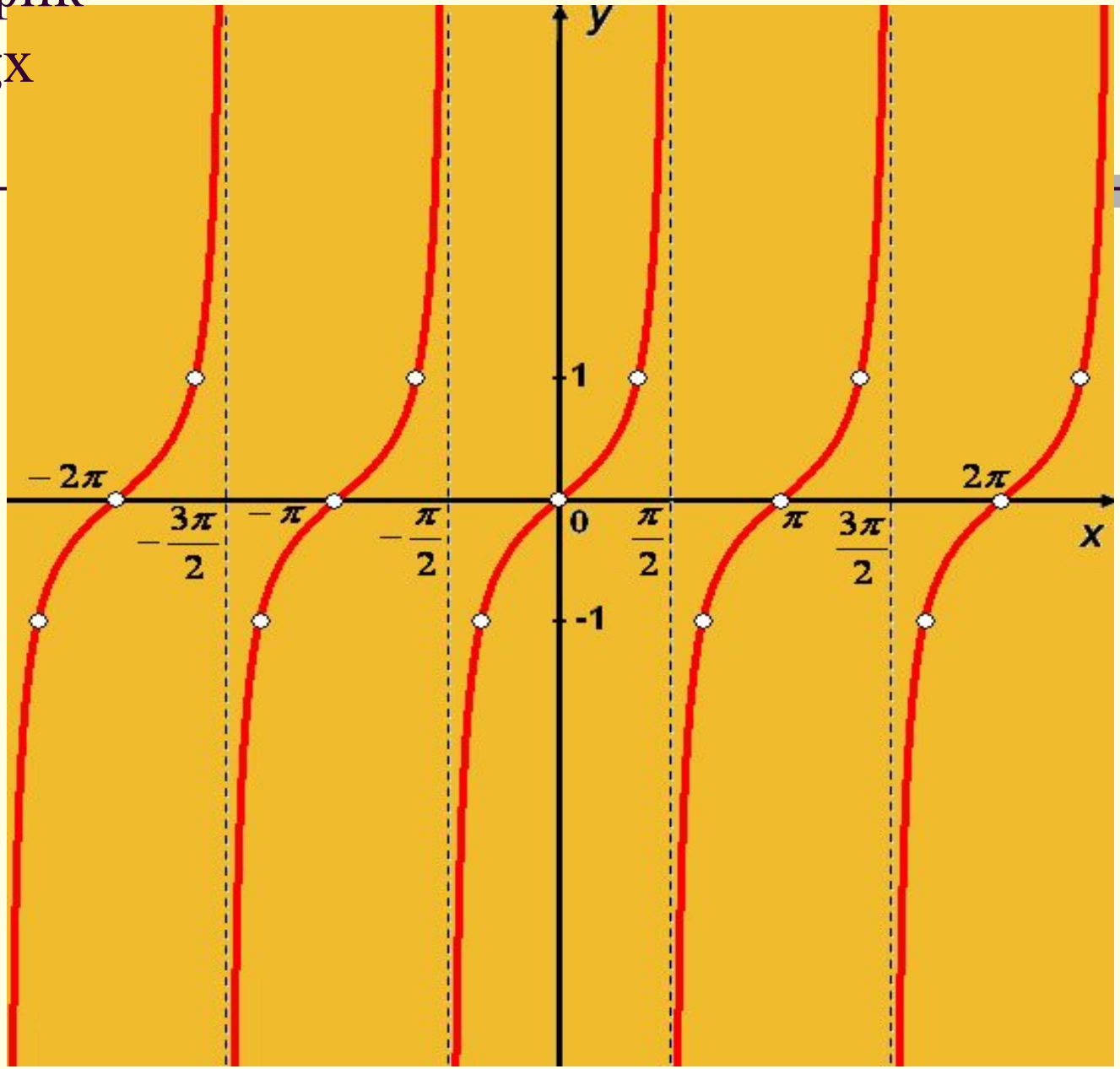


График y=|tgx|

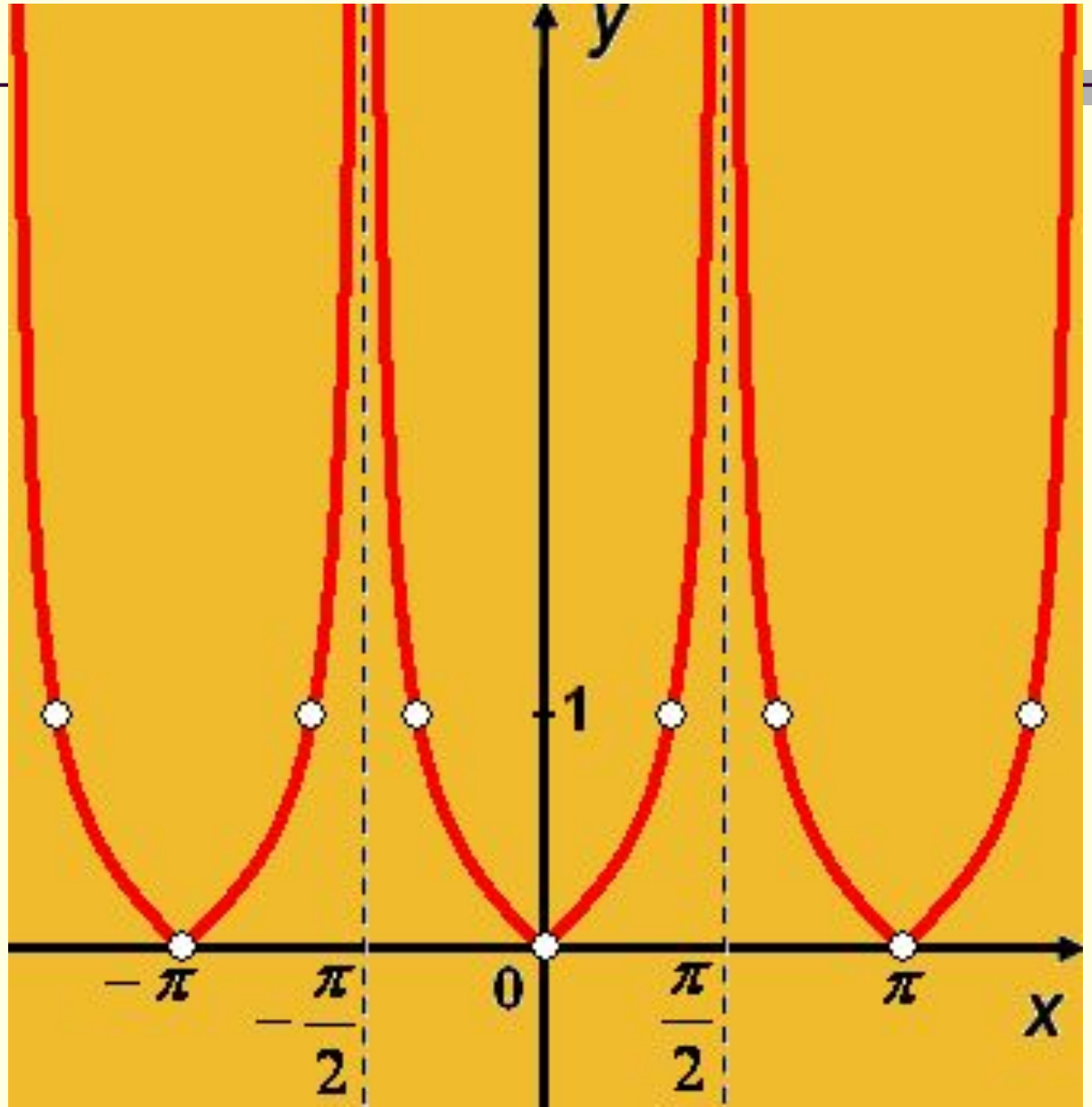
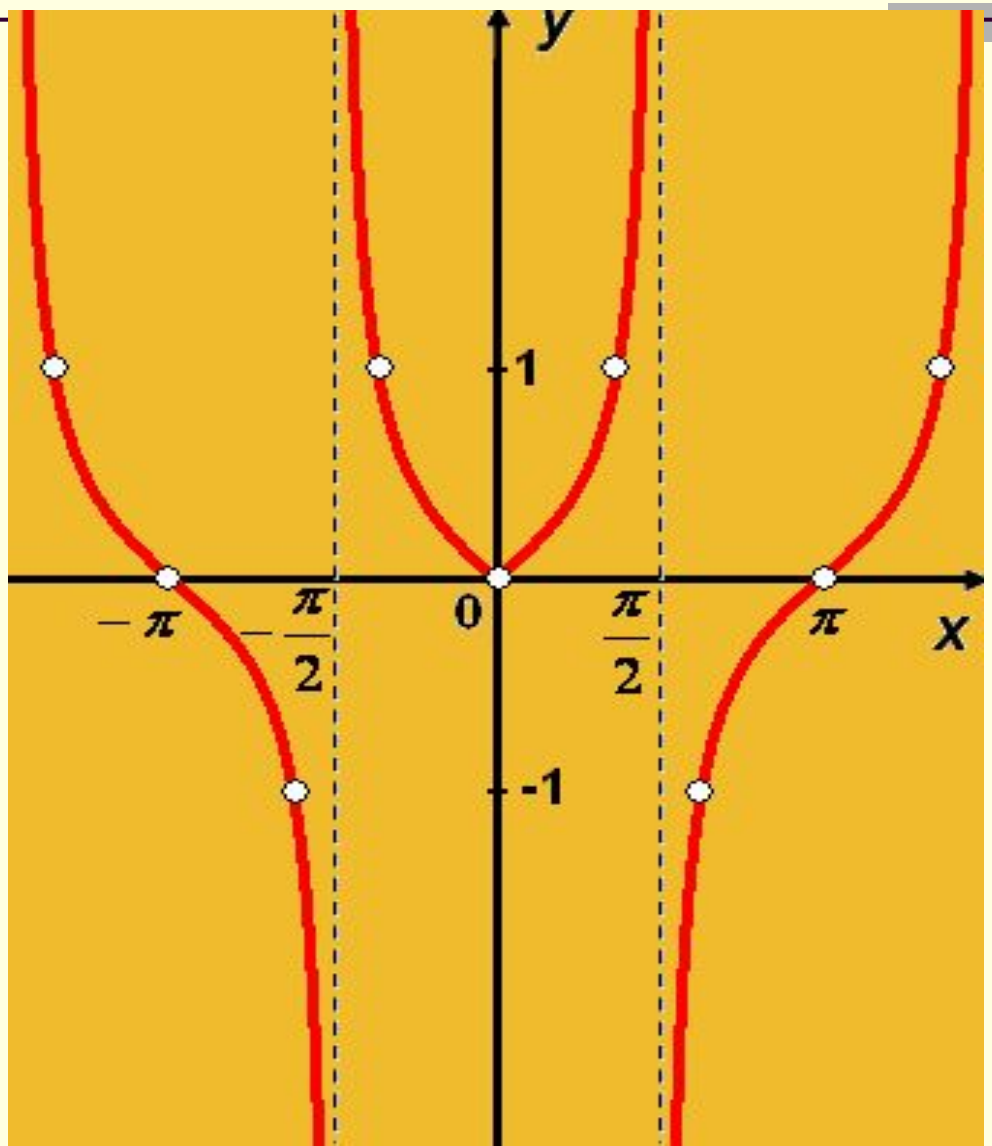


График
y=tg|x|



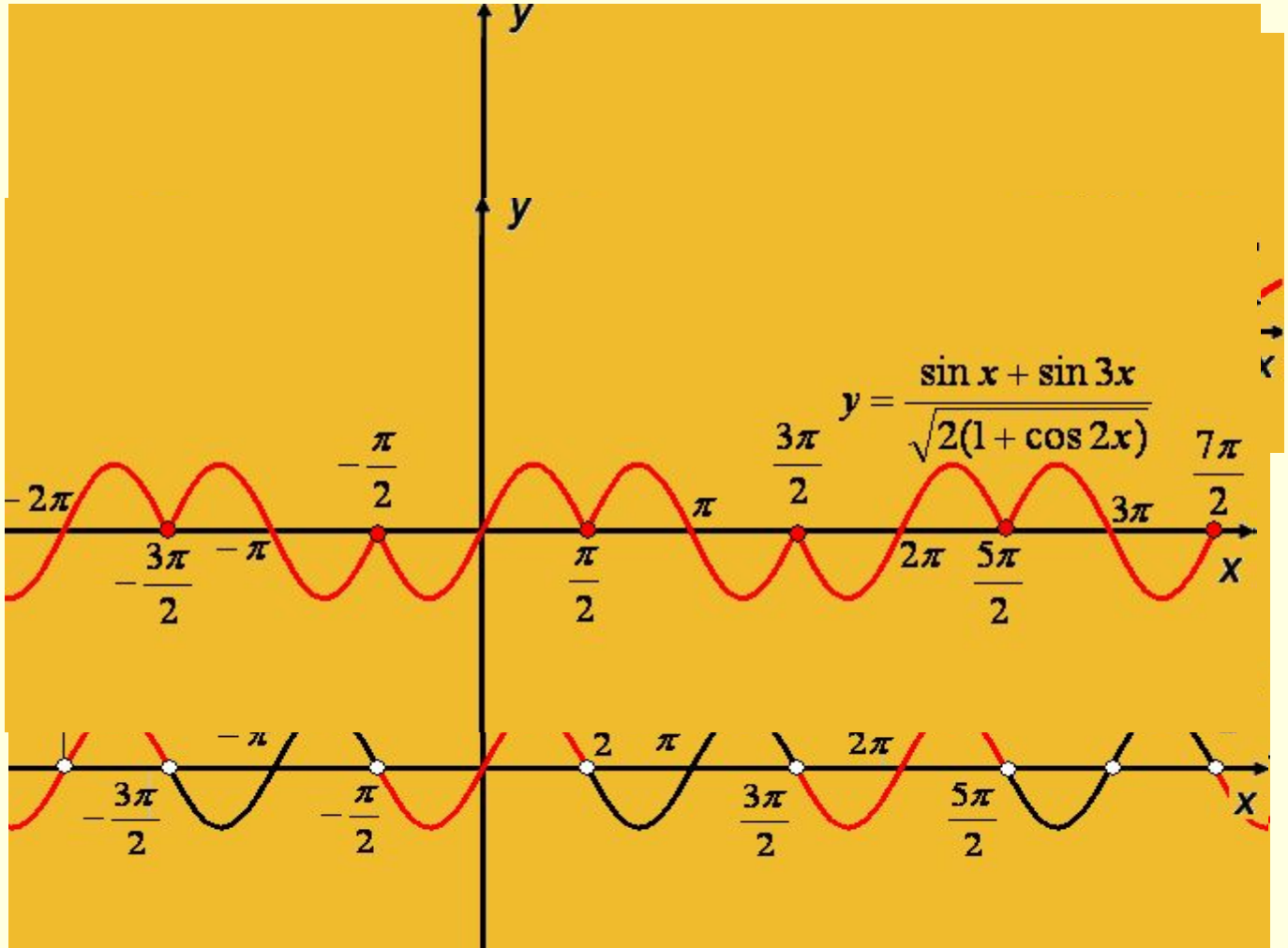
Примеры построения графиков сложных функций

Постройте график:

$$y = \frac{\sin x + \sin 3x}{\sqrt{2(1 + \cos 2x)}}$$

Для начала преобразуем эту функцию

$$y=\frac{2\sin 2x\cdot\cos x}{\sqrt{4\cos^2 x}}=\frac{2\sin 2x\cdot\cos x}{2|\cos x|}=\begin{cases}\sin 2x, \cos x>0\\ -\sin 2x, \cos x<0\end{cases}$$

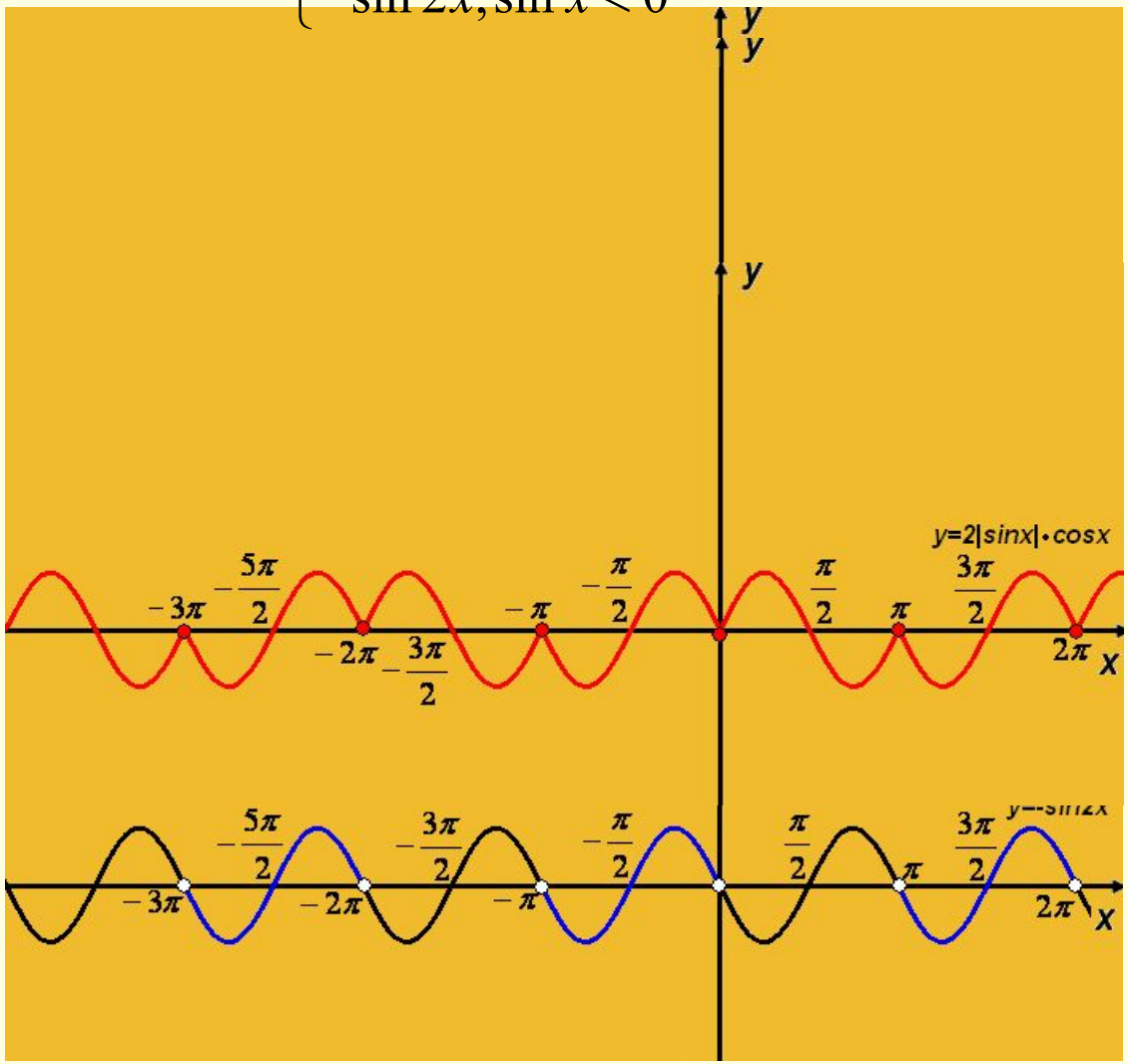


Теперь построим график другой функции

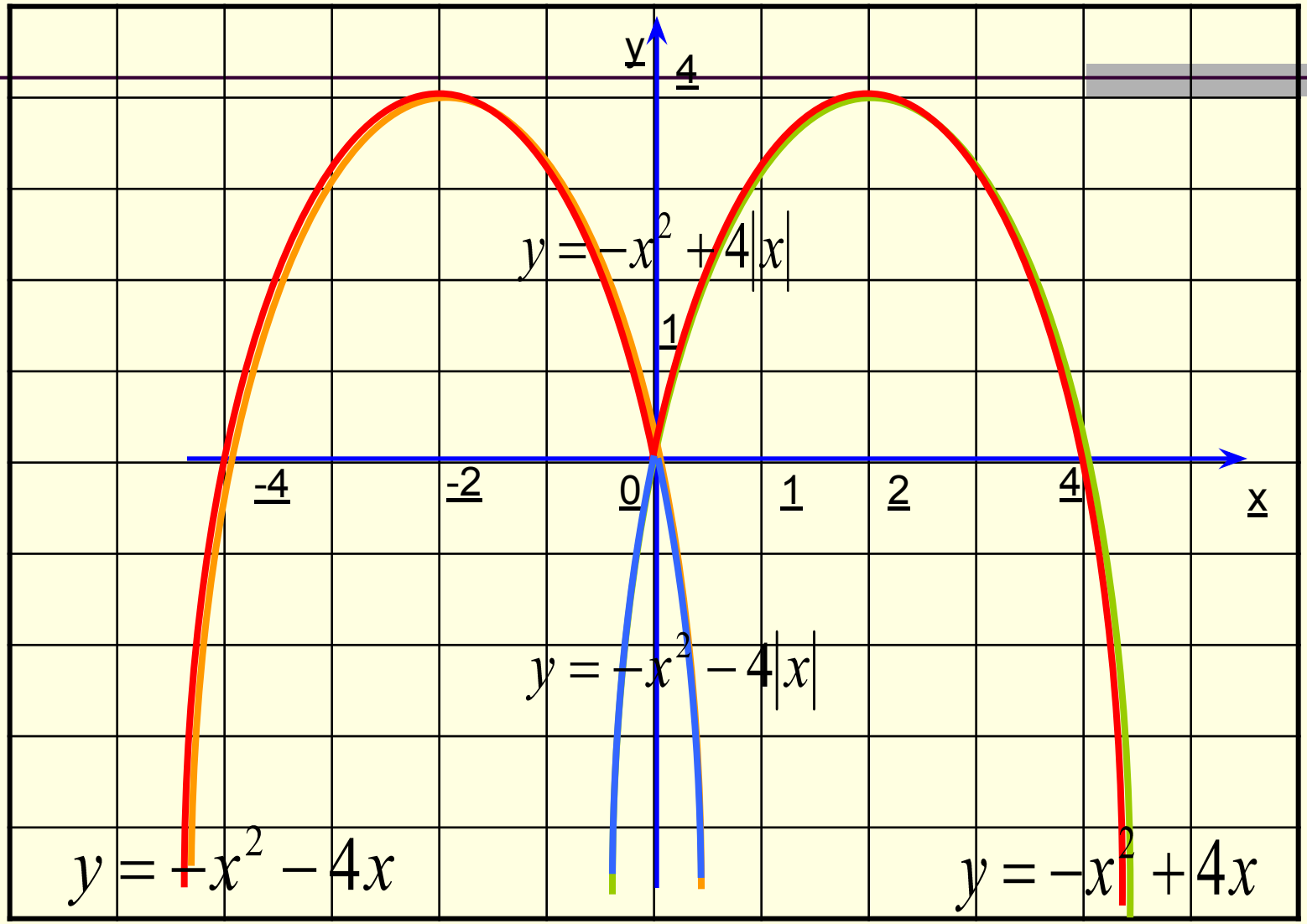
$$y = 2|\sin x| \cdot \cos x$$

После преобразования данной функции получим:

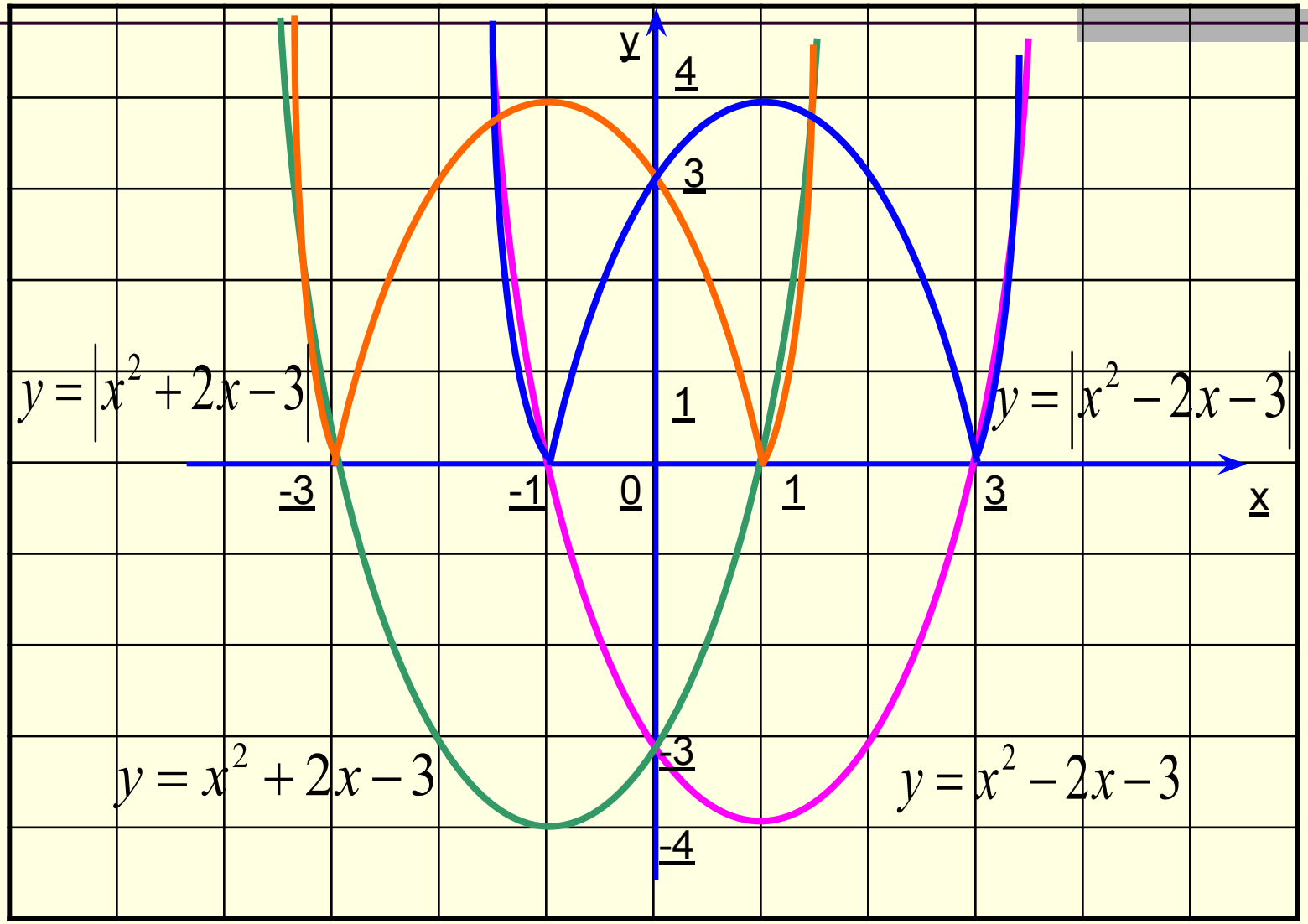
$$y = \begin{cases} \sin 2x, \sin x \geq 0 \\ -\sin 2x, \sin x < 0 \end{cases}$$



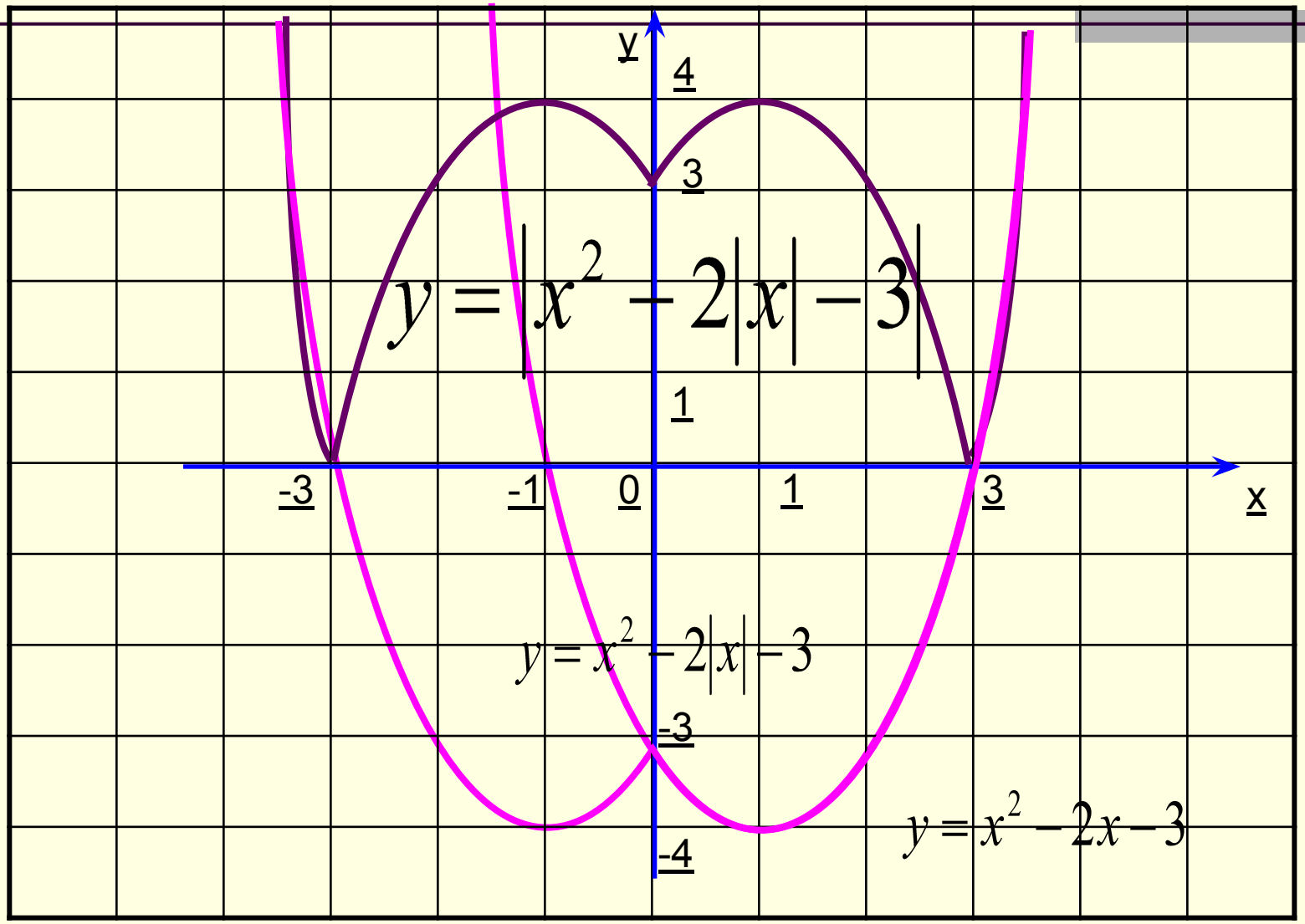
Построить график функции $y=-x^2+4|x|$ и $y=-x^2-4|x|$



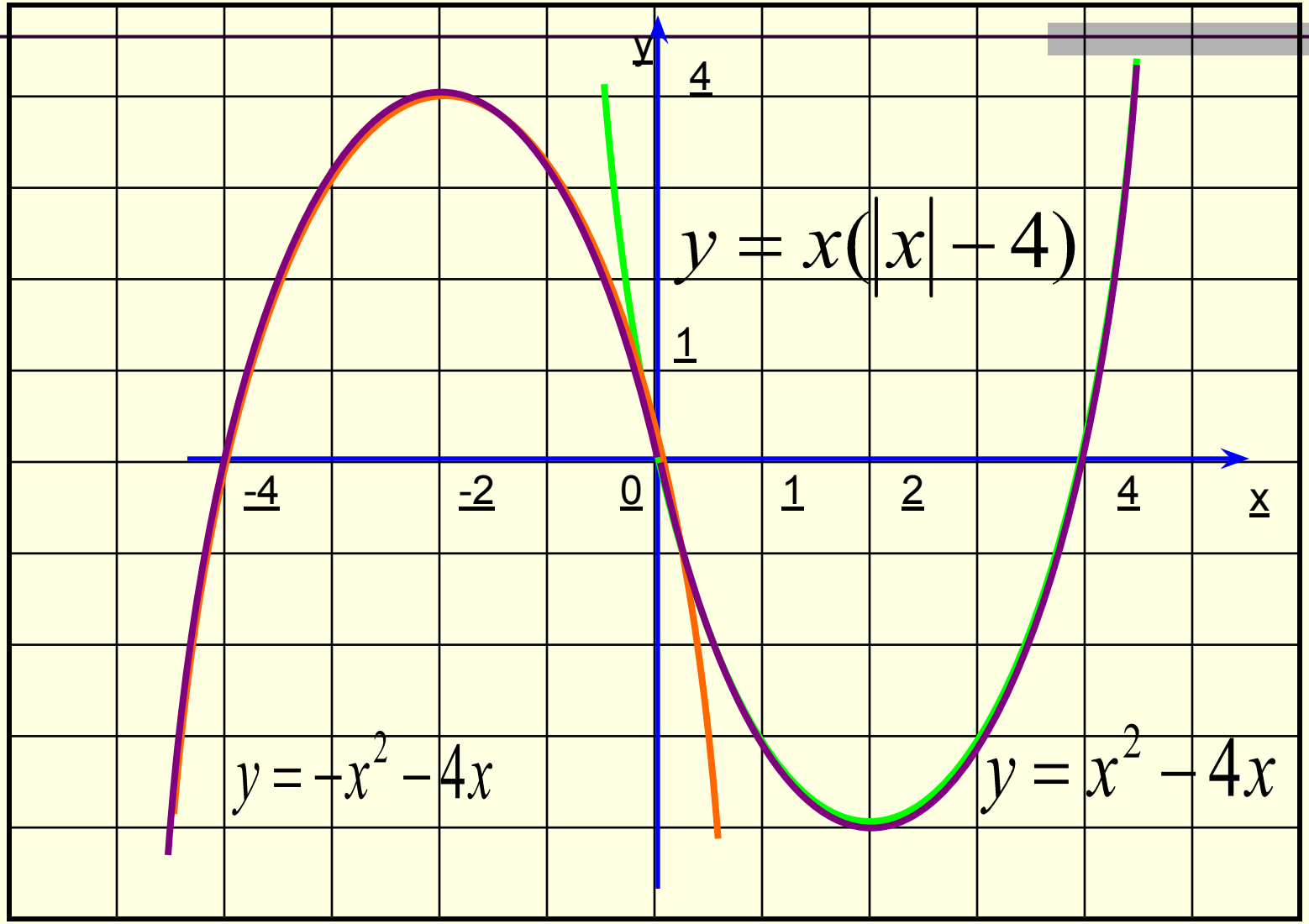
Построить графики функций $y=\left|x^2-2x-3\right|$ И $y=\left|x^2+2x-3\right|$



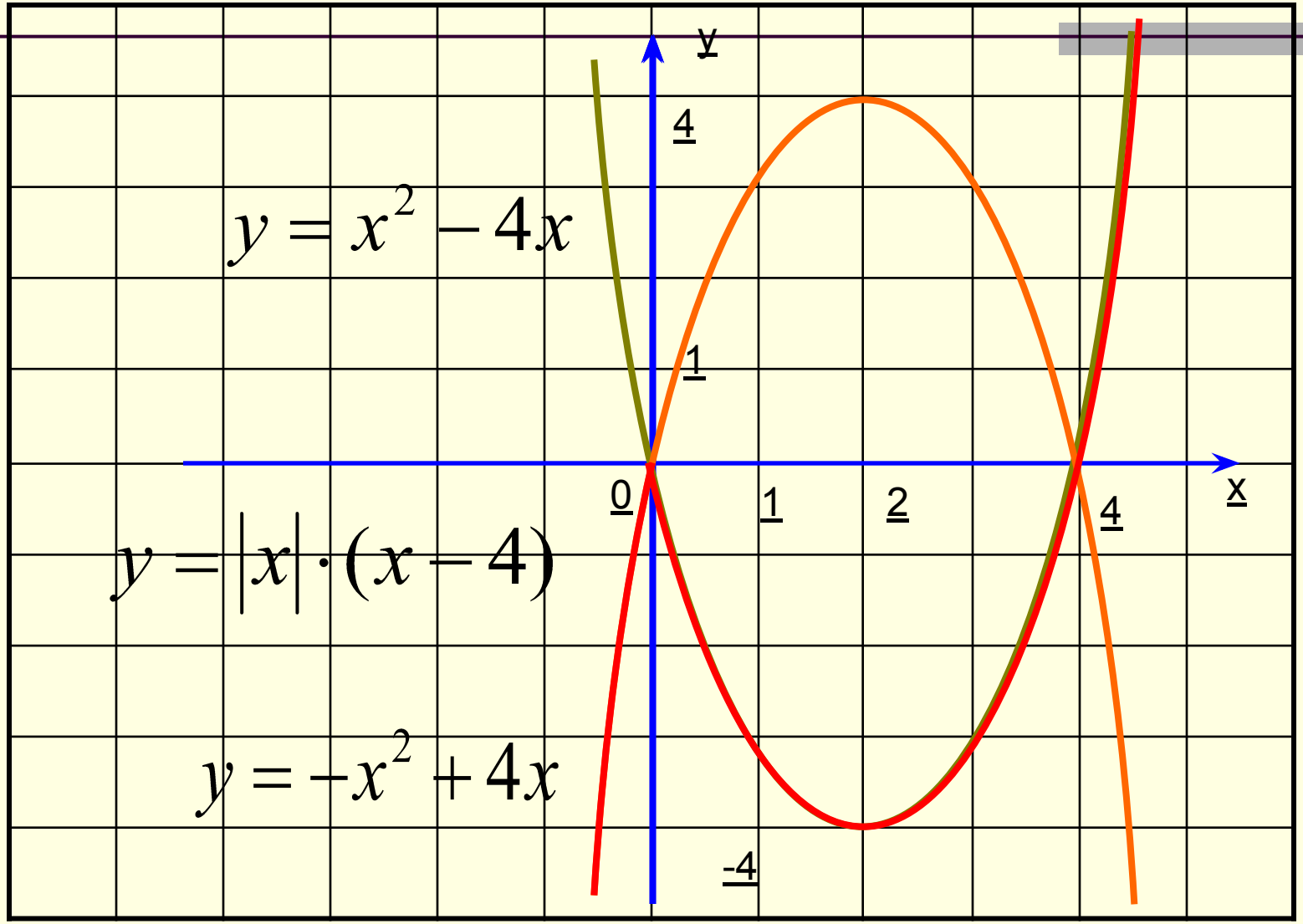
Построить график функции $y = \left| x^2 - 2|x| - 3 \right|$



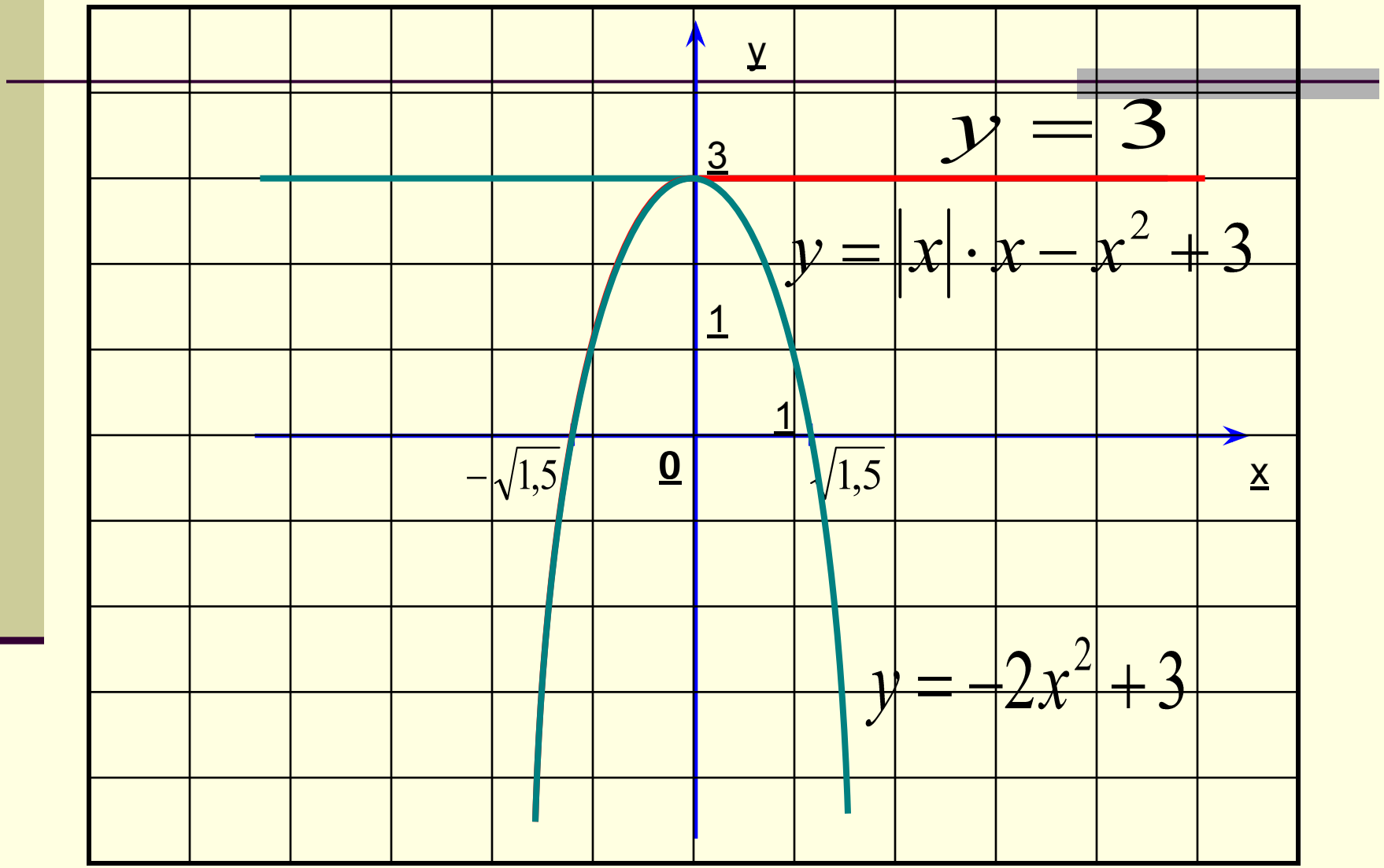
Построить график функции $y = x(|x| - 4)$



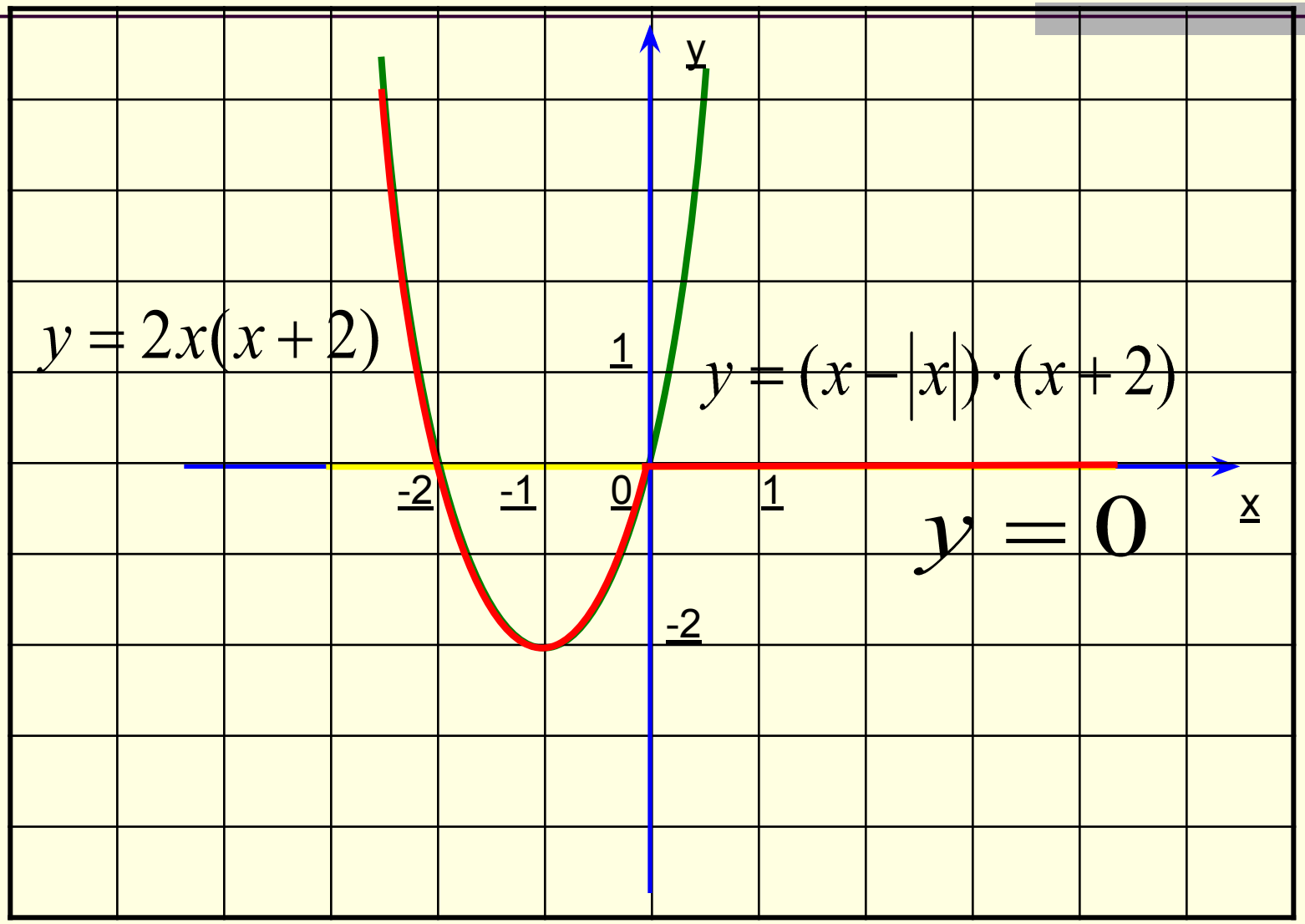
Построить график функции $y = |x| \cdot (x - 4)$



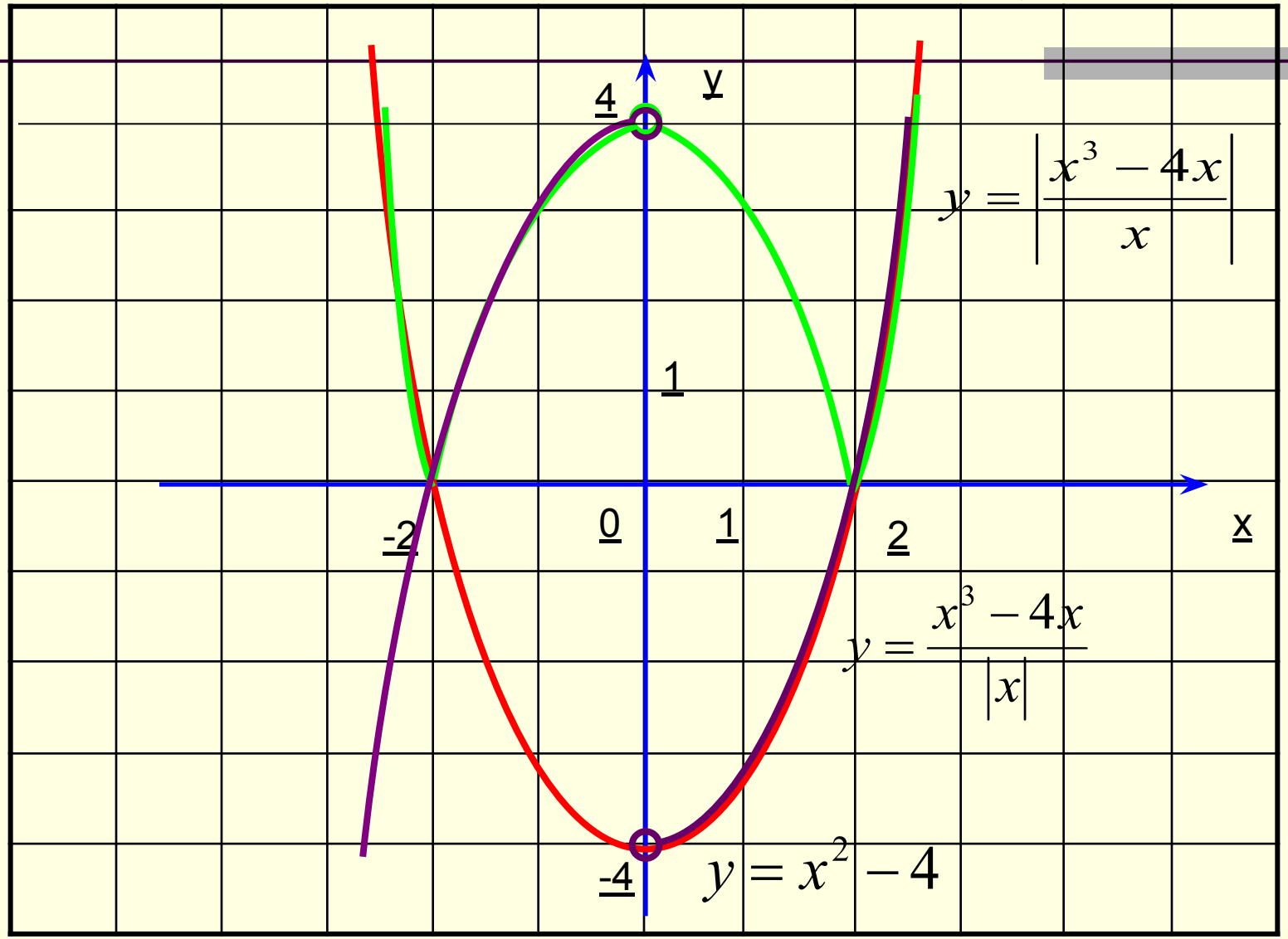
Построить график функции $y = |x| \cdot x - x^2 + 3$



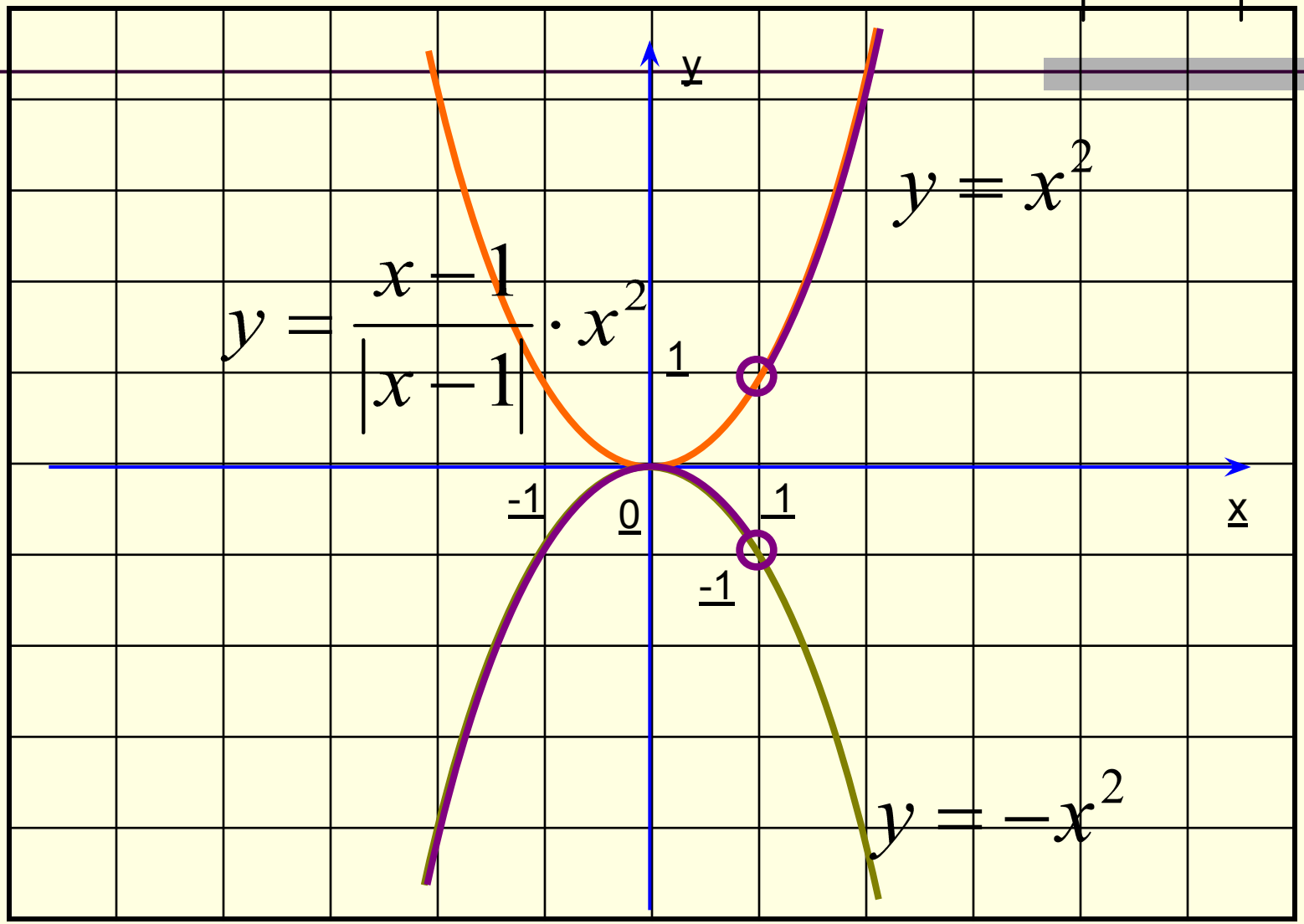
Построить график функции $y=(x-|x|)\cdot(x+2)$



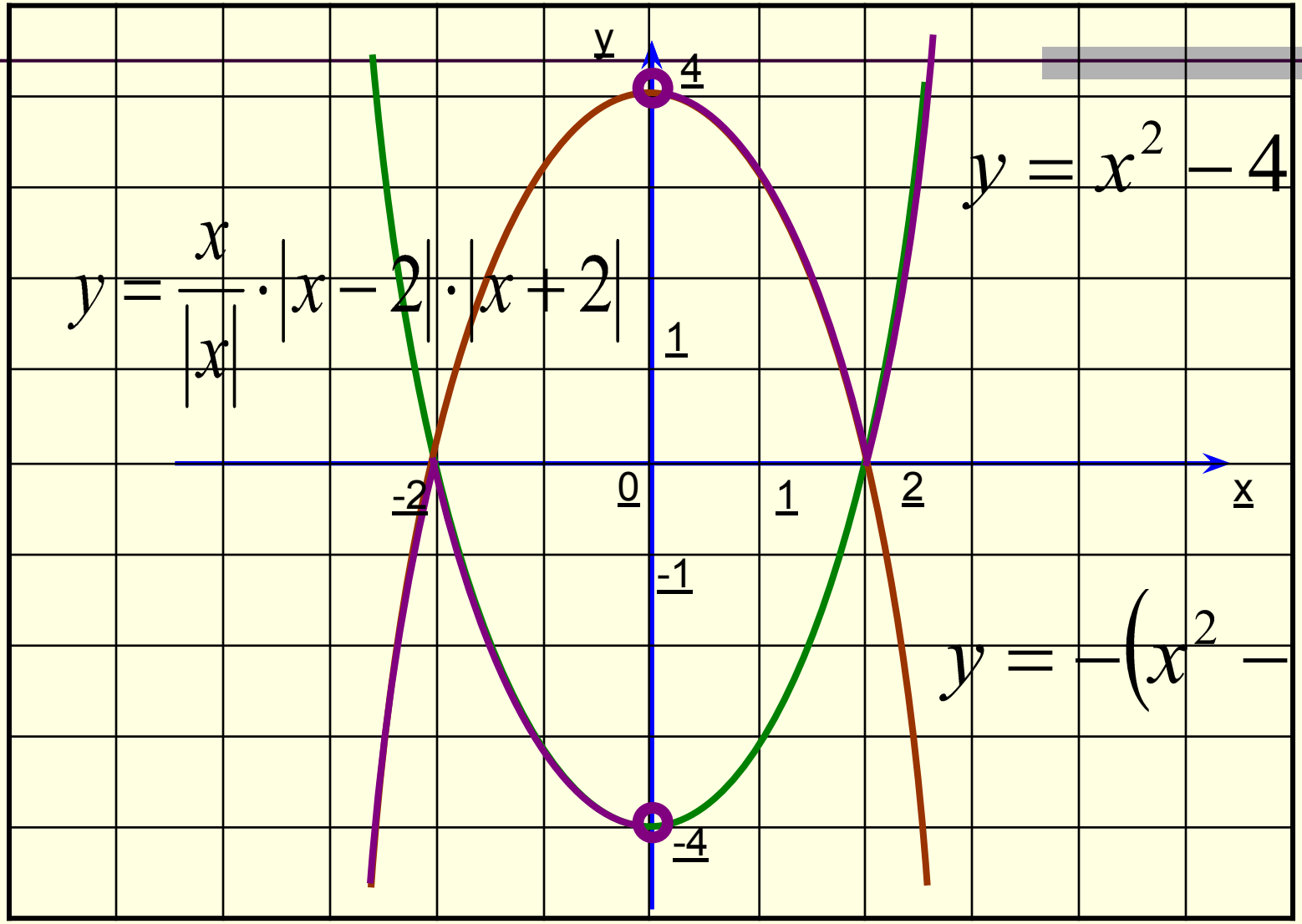
Построить графики функций $y=\left|\frac{x^3-4x}{x}\right|$ и $y=\frac{x^3-4x}{|x|}$



Построить график функции $y = \frac{x-1}{|x-1|} \cdot x^2$

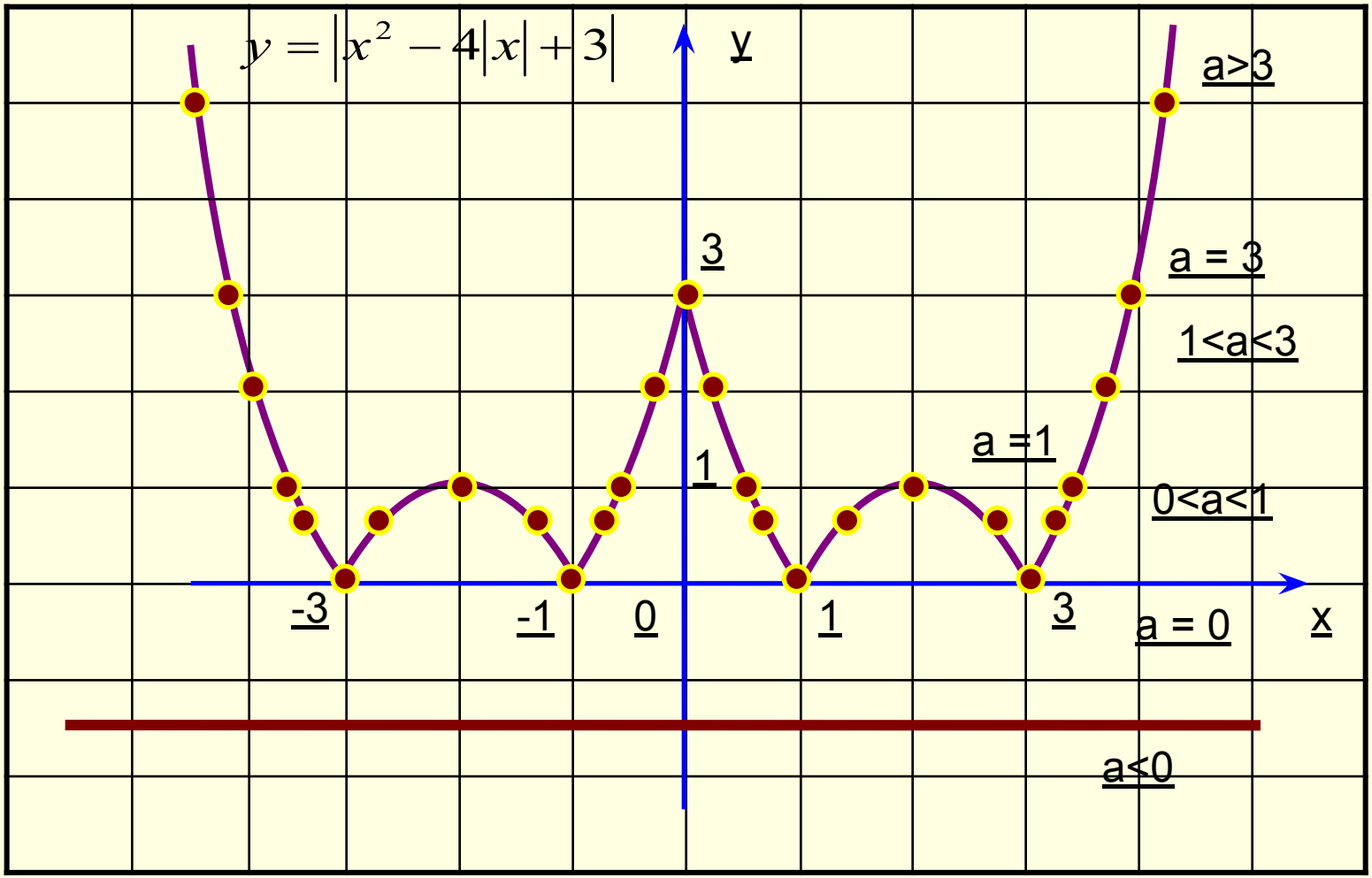


Построить график функции $y = \frac{x}{|x|} \cdot |x-2| \cdot |x+2|$



Назовите число корней уравнения в зависимости от "а"

$$\left|x^2 - 4|x| + 3\right| = a$$



Ответ:

при $a<0$ решений нет;

при $a=0$ и $1 < a < 3$ четыре корня;

при $0 < a < 1$ восемь корней;

при $a=1$ шесть корней;

при $a=3$ три корня;

при $a >3$ два корня.

Спасибо за внимание