

Преобразование графиков тригонометрических функций

Пусть задан график функции $y = f(x)$

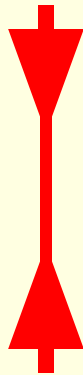
- ▶ Преобразование вида $y = kf(x)$
- ▶ Преобразование вида $y = f(x) + b$
- ▶ Преобразование вида $y = f(x - a)$
- ▶ Преобразование вида $y = f(mx)$
- ▶ Преобразование вида $y = |f(x)|$
- ▶ Преобразование вида $y = f(|x|)$

1. Преобразование вида $y = kf(x)$

— Это растяжение (сжатие) в k раз
графика функции $y = f(x)$
вдоль оси ординат

Если , $|k| > 1$, то
происходит

Сжатие



Растяжение



Если , $|k| < 1$,
то происходит

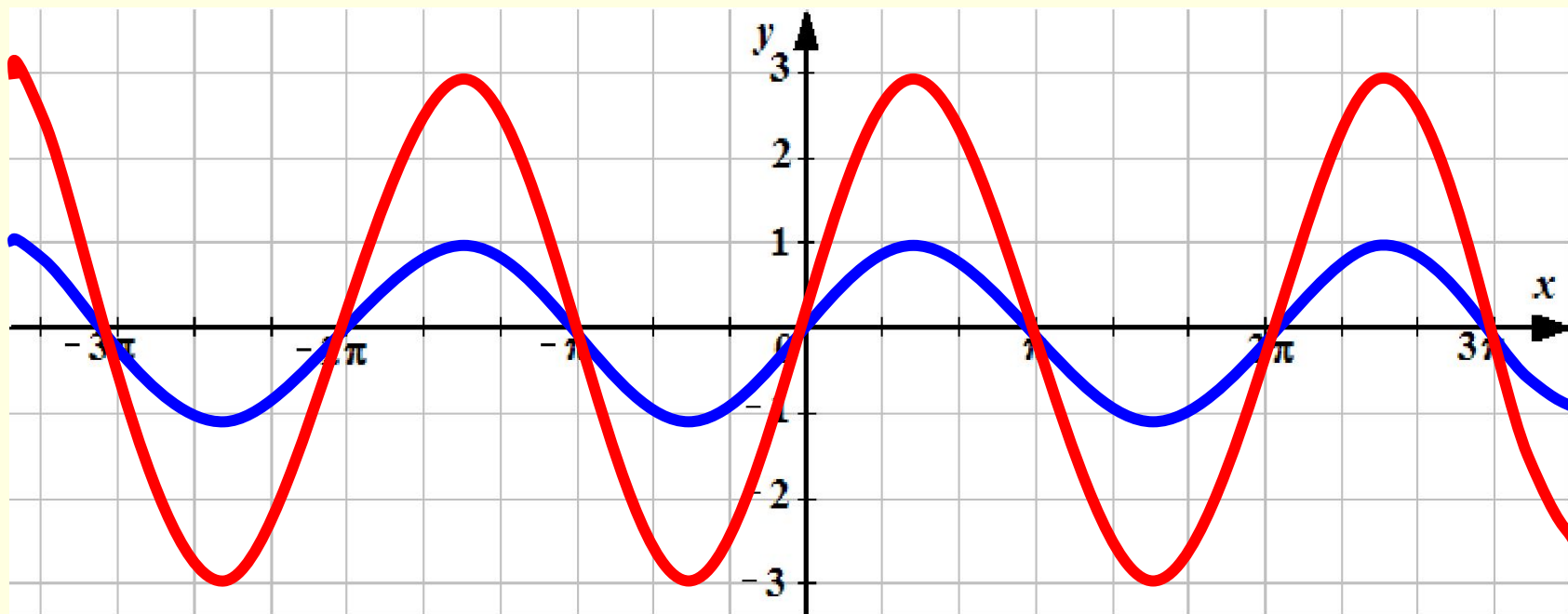


1. Преобразование вида $y = kf(x)$

Пример: $y = 3\sin x$

❄ Строим график функции $y = \sin x$

❄ Строим график функции $y = 3\sin x$



2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на b единиц вдоль оси ординат

Если $b > 0$, то происходит

смещение



Если $b < 0$, то происходит

смещение

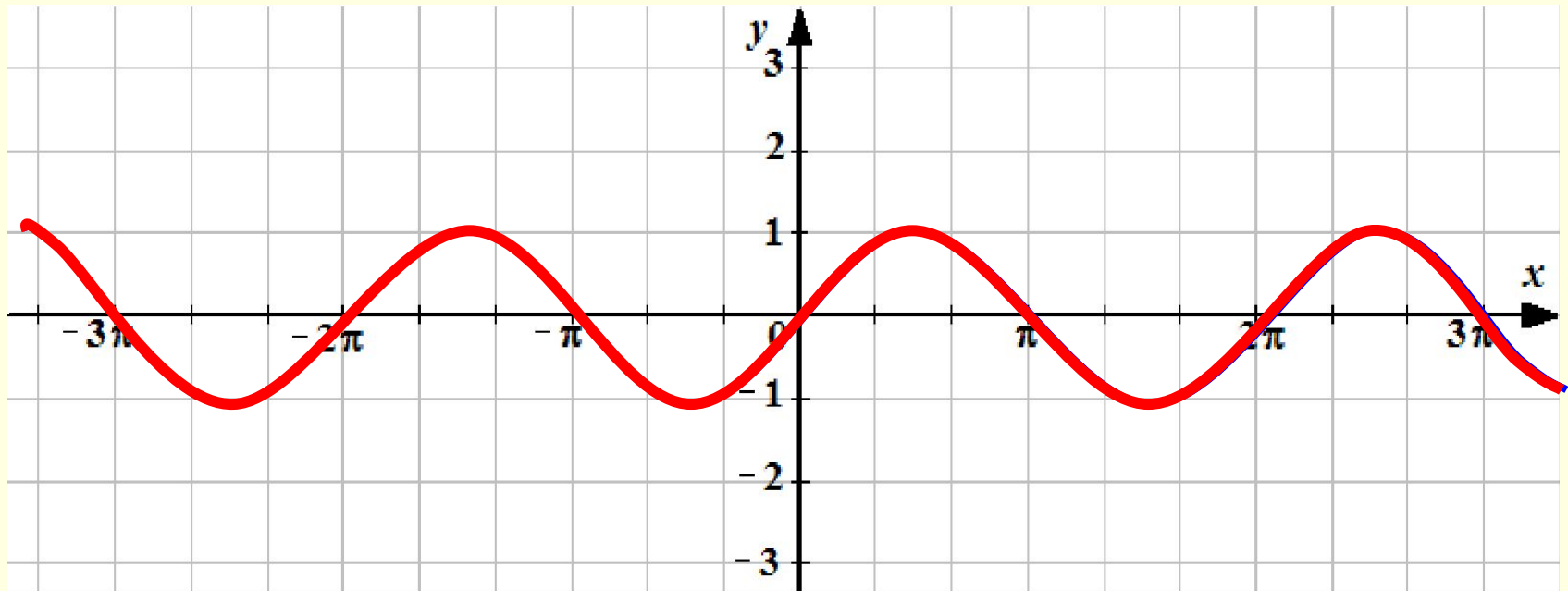


2. Преобразование вида $y = f(x) + b$

Пример: $y = \sin x - 2$

❖ Строим график функции $y = \sin x$

❖ Строим график функции $y = \sin x - 2$



3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на a единиц вдоль оси абсцисс

Если $a > 0$, то происходит

смещение



смещение



Если $a < 0$, то происходит

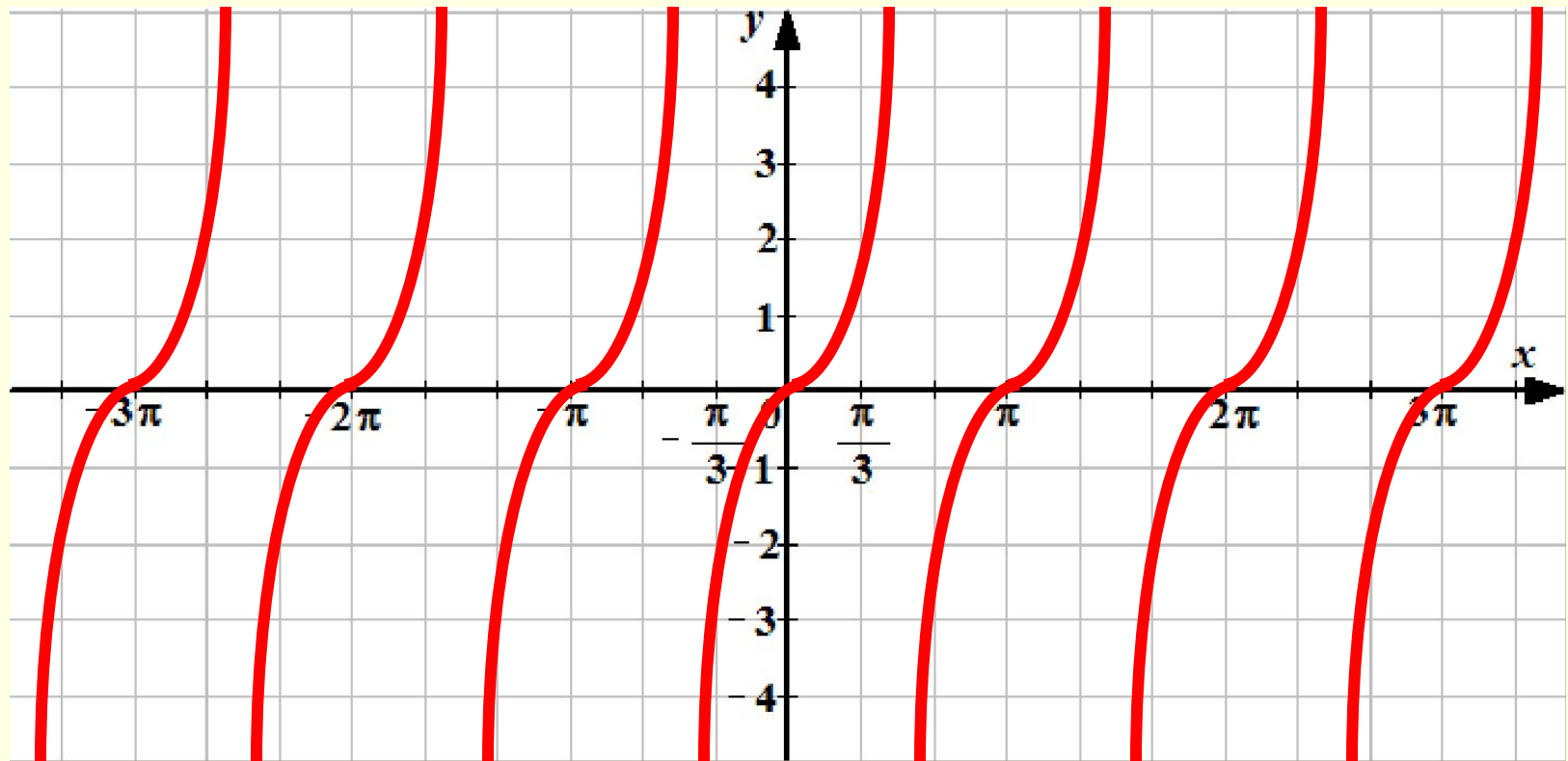


3. Преобразование вида $y = f(x - a)$

Пример: $y = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$

☀ Строим график функции $y = \operatorname{tg} x$

☀ Строим график функции $y = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$



4. Преобразование вида $y = f(mx)$

— Это растяжение (сжатие) в m раз графика функции $y = f(x)$ вдоль оси абсцисс

Если , $|m| > 1$, то происходит



Растяжение



Если , $|m| < 1$, то происходит

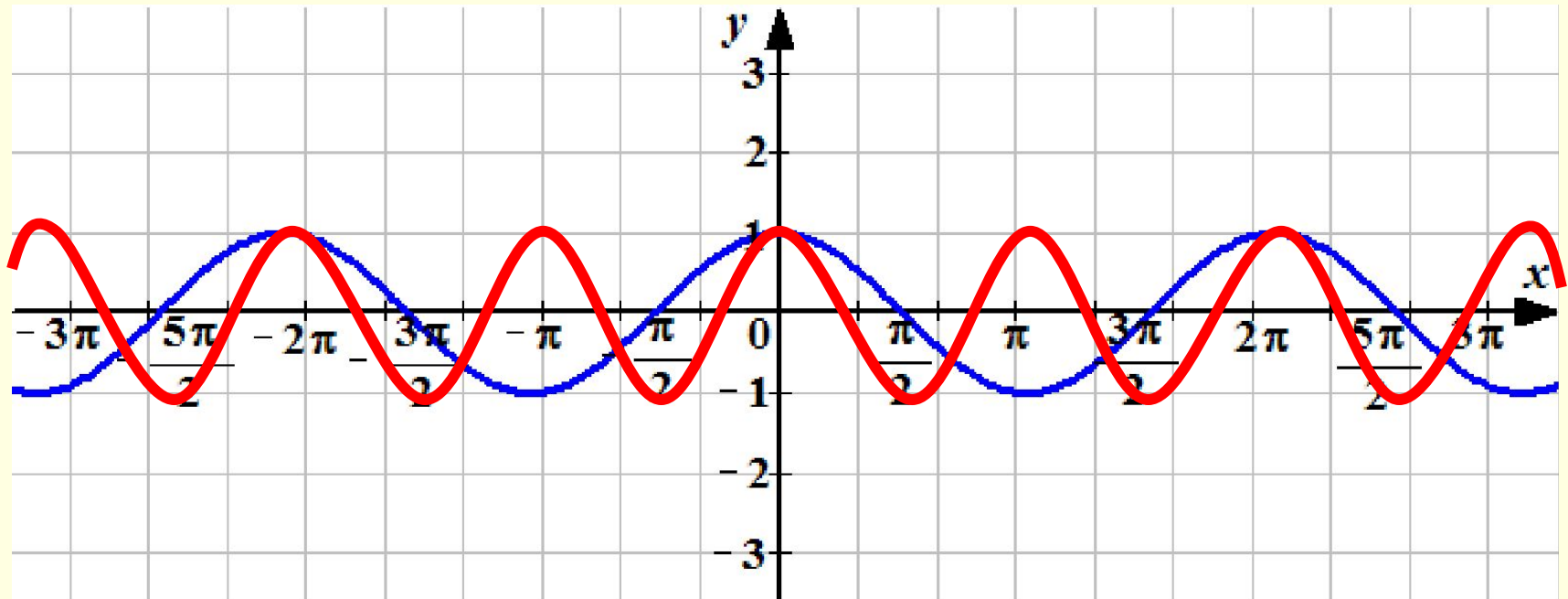


4. Преобразование вида $y = f(mx)$

Пример: $y = \cos 2x$

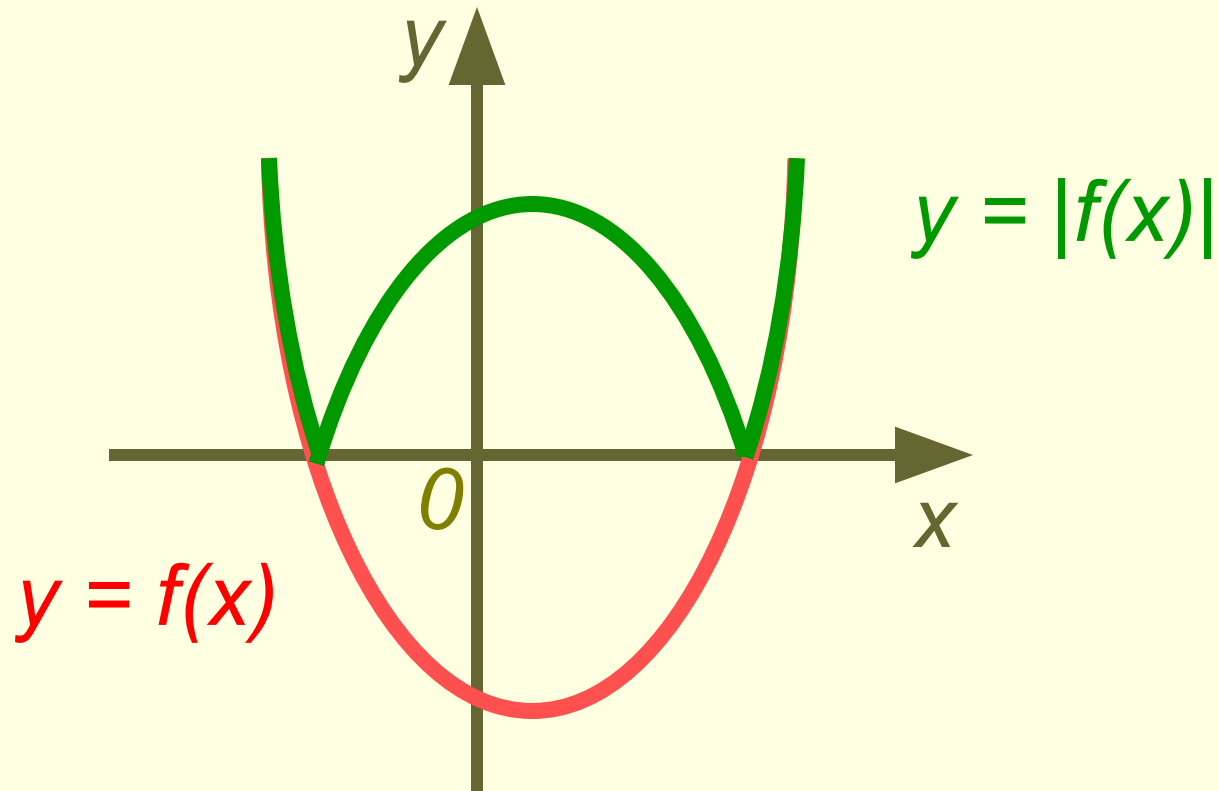
⊗ Строим график функции $y = \cos x$

⊗ Строим график функции $y = \cos 2x$



5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

- Это отображение нижней части графика функции $y = f(x)$ в верхнюю полуплоскость *относительно оси абсцисс* с сохранением верхней части графика

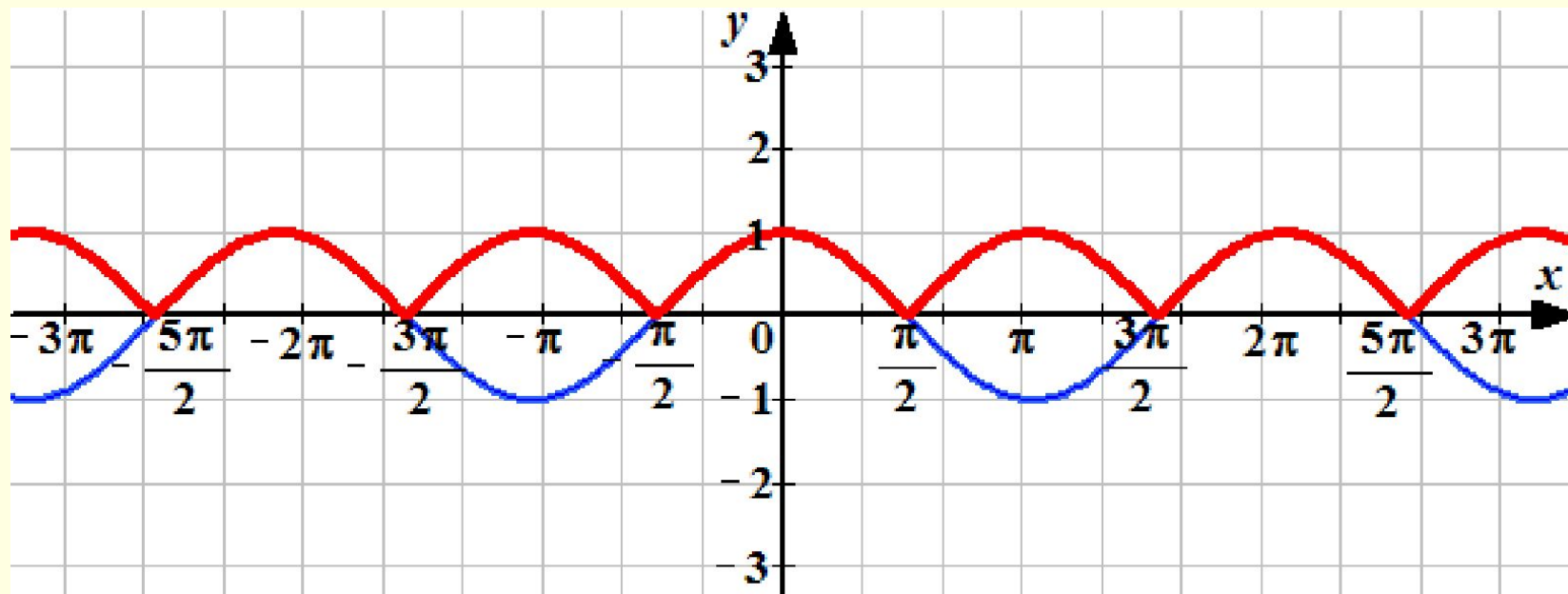


5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

Пример: $y = |\cos x|$

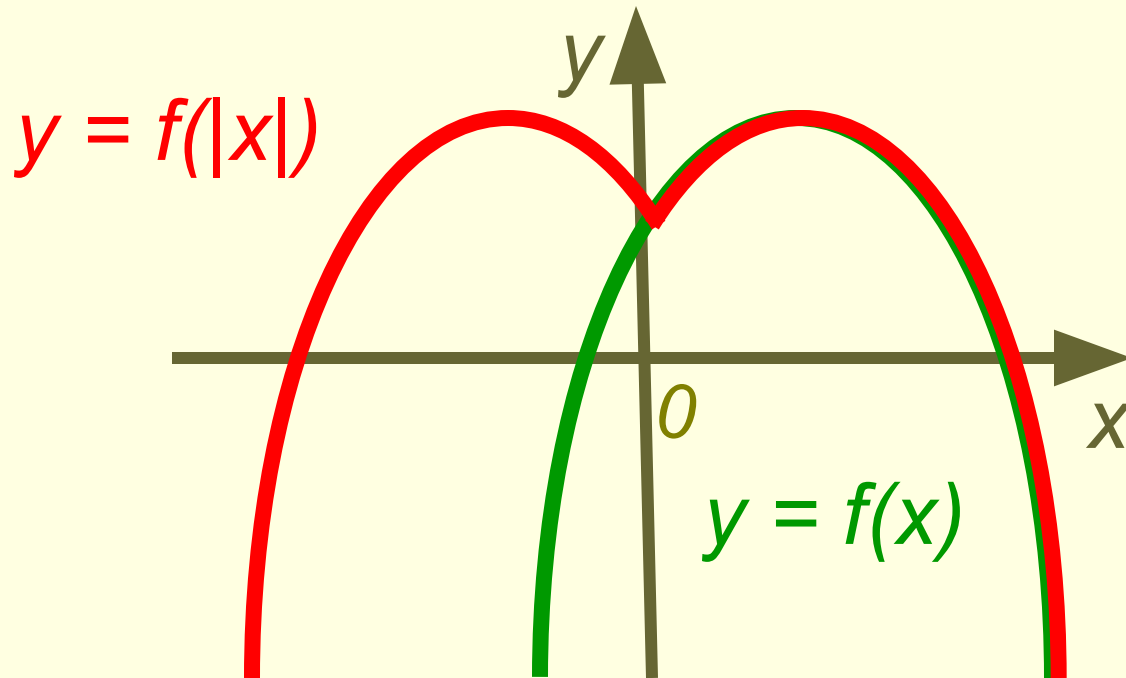
🌸 Строим график функции $y = \cos x$

🌸 Строим график функции $y = |\cos x|$



6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

- Это отображение правой части графика функции $y = f(x)$ в левую полуплоскость относительно оси ординат с сохранением правой части графика

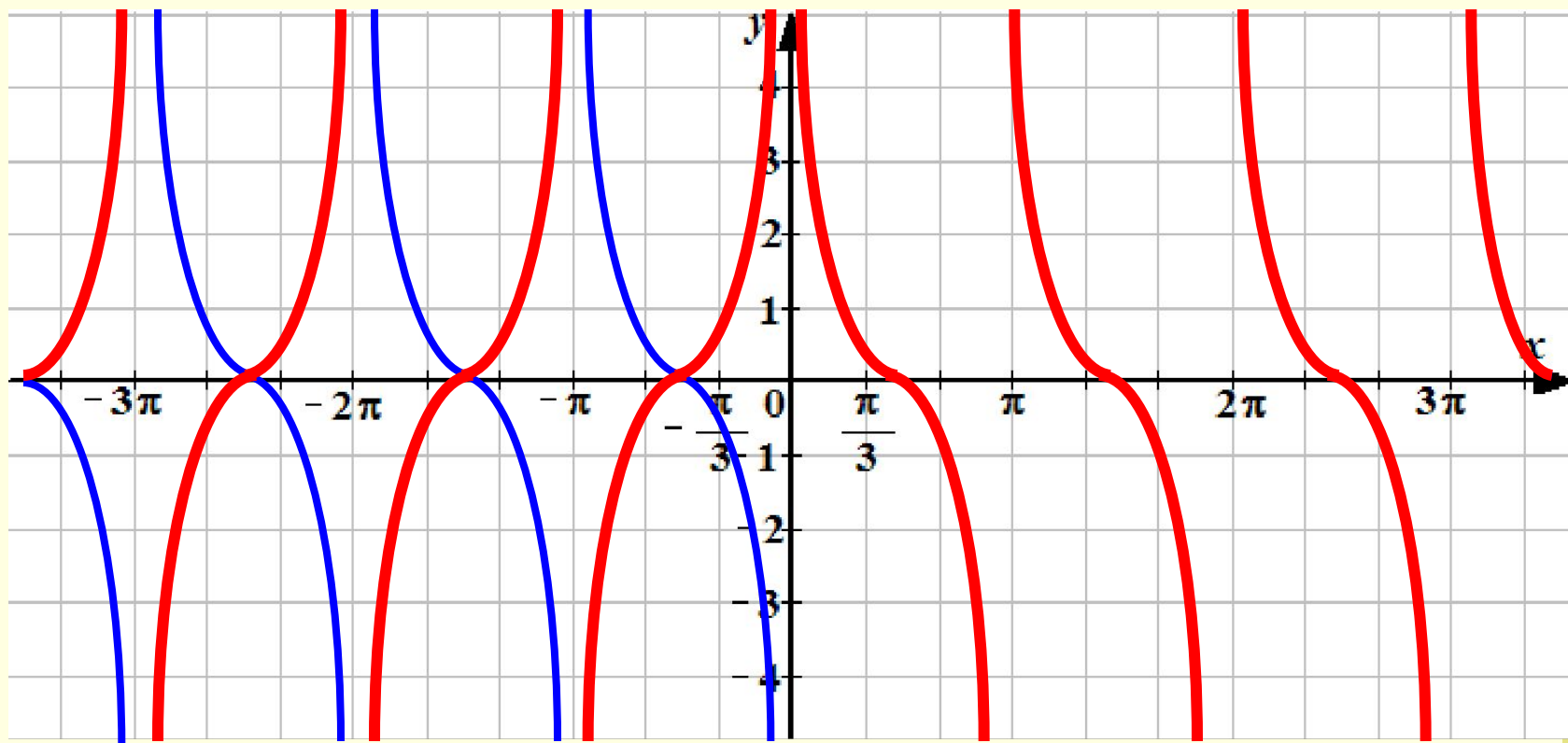


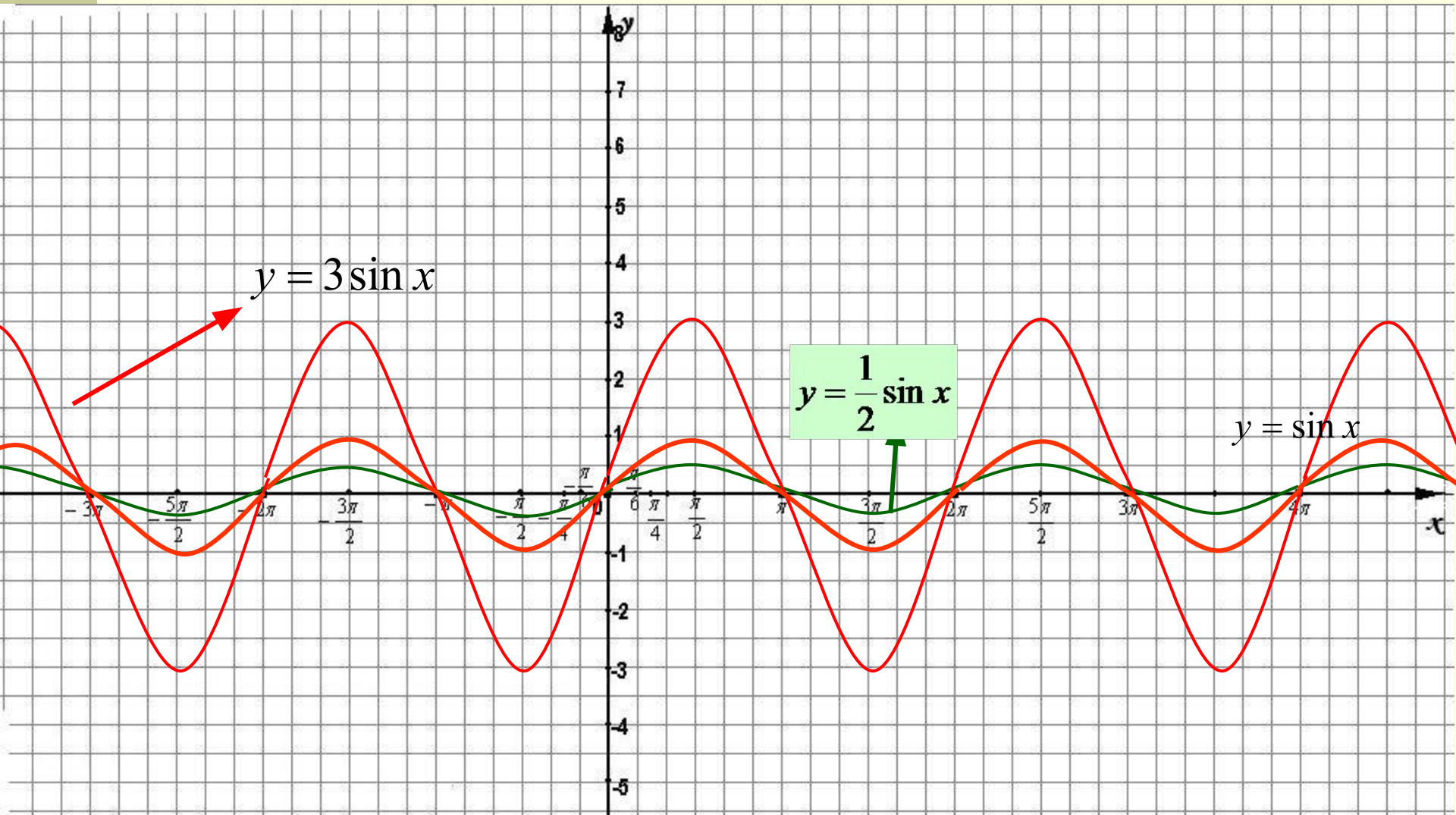
6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

Пример: $y = \operatorname{ctg} |x|$

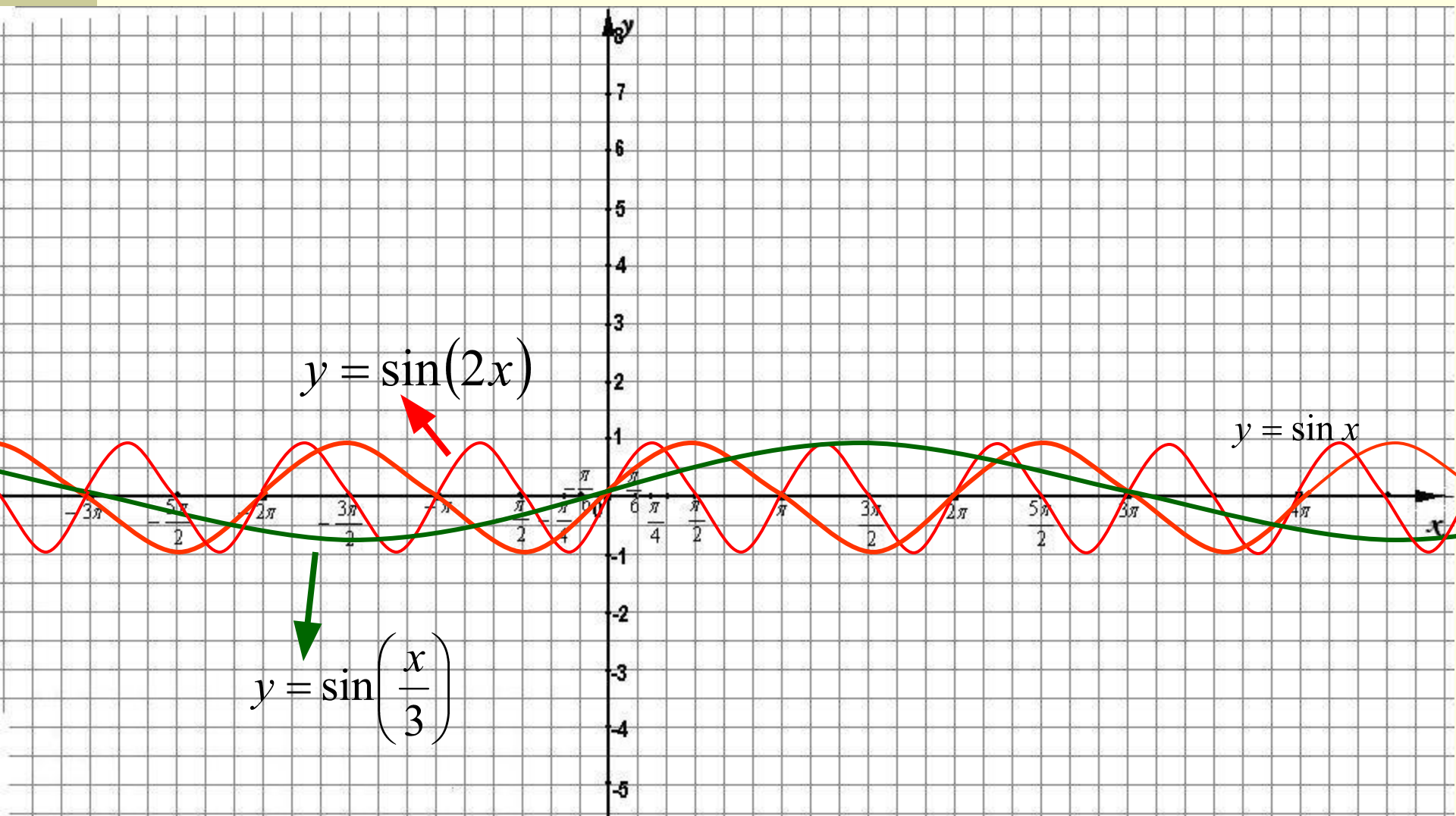
□ Строим график функции $y = \operatorname{ctg} x$

□ Строим график функции $y = \operatorname{ctg} |x|$



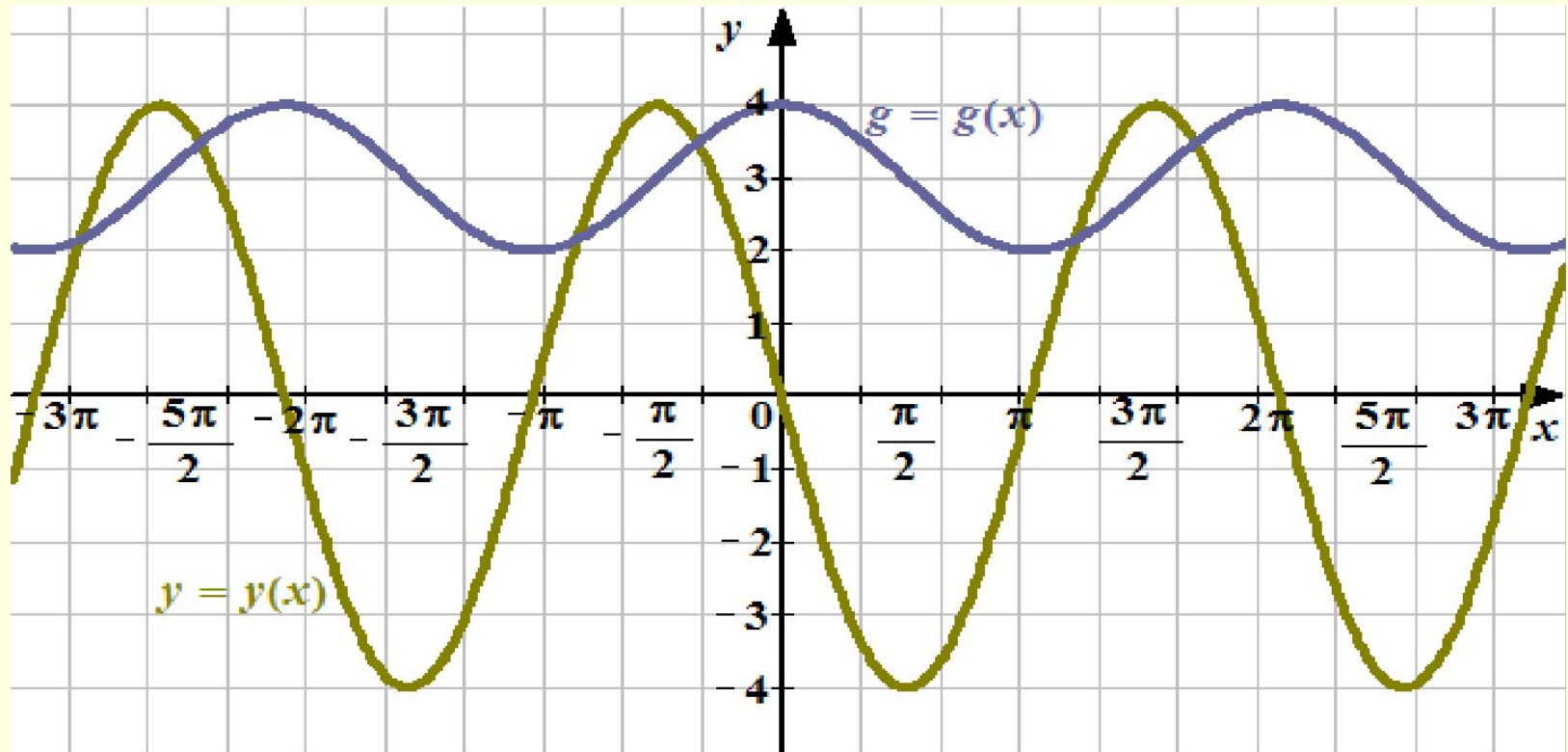


Растяжение (сжатие) в n раз вдоль оси OY



Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси Ox

По заданным графикам
определите вид функции:



$$y(x) = ?$$



$$g(x) = ?$$

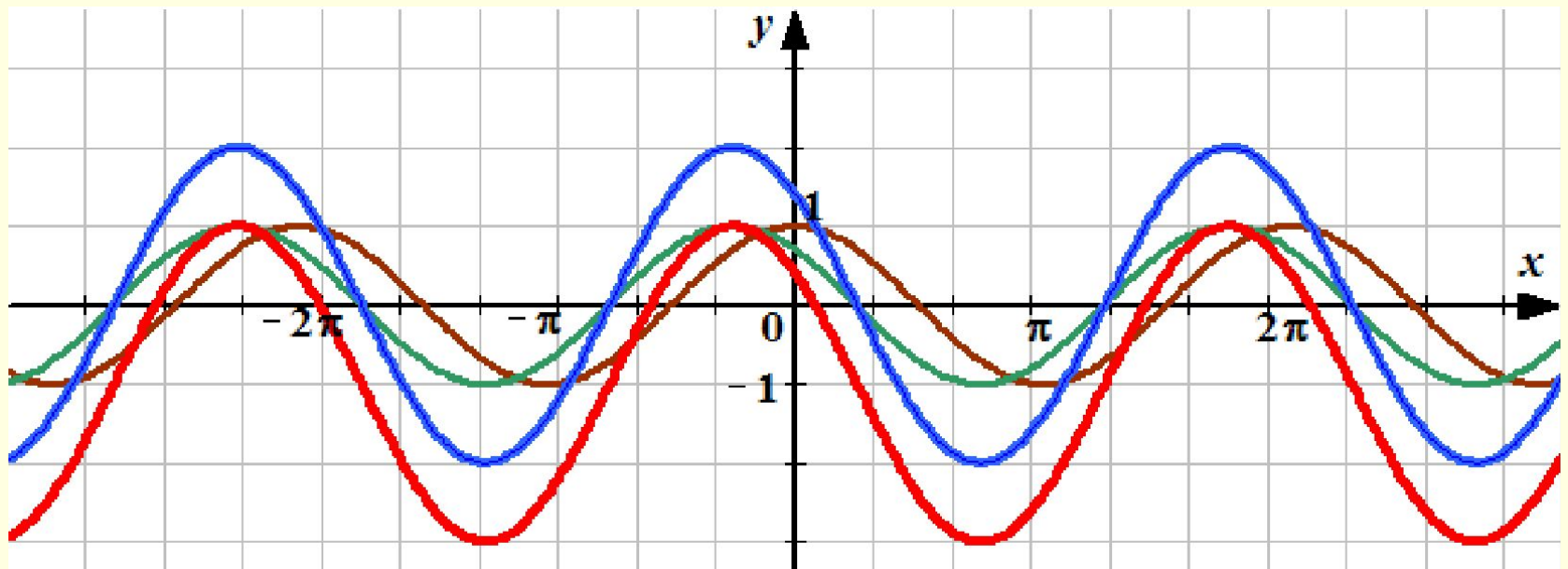
График функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

* Строим график функции $y = \cos x$

* Строим график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$

* Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$

* Строим график функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$





Постройте графики функций



1

$$y = 3 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 3$$

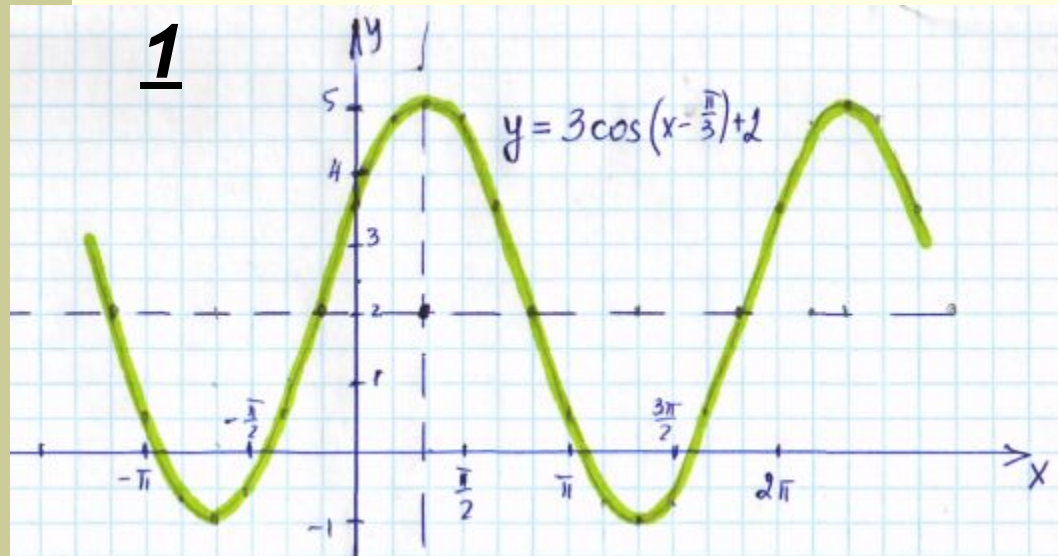
2

$$y = 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) - 1$$

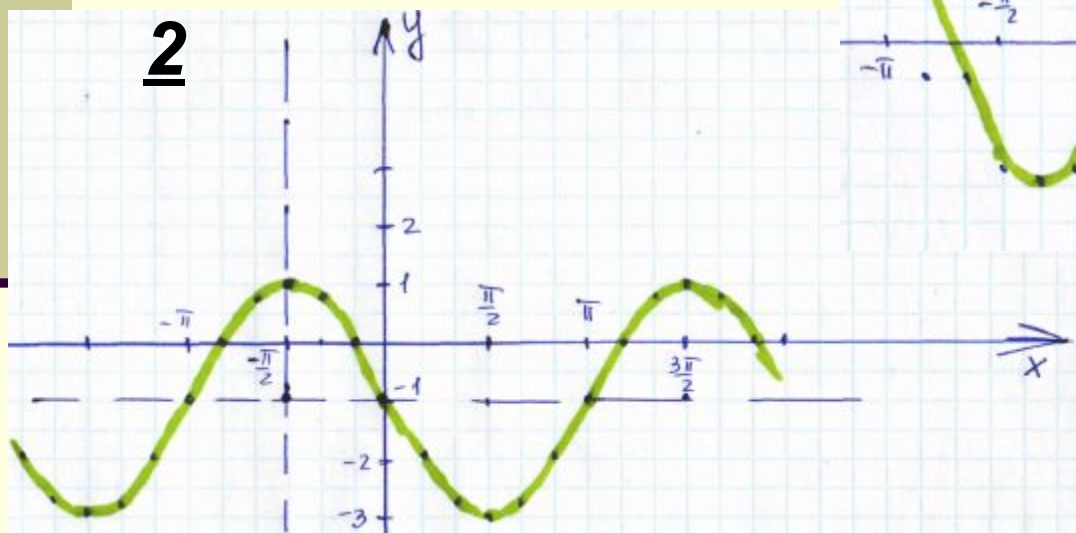
3

$$y = \frac{1}{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2$$

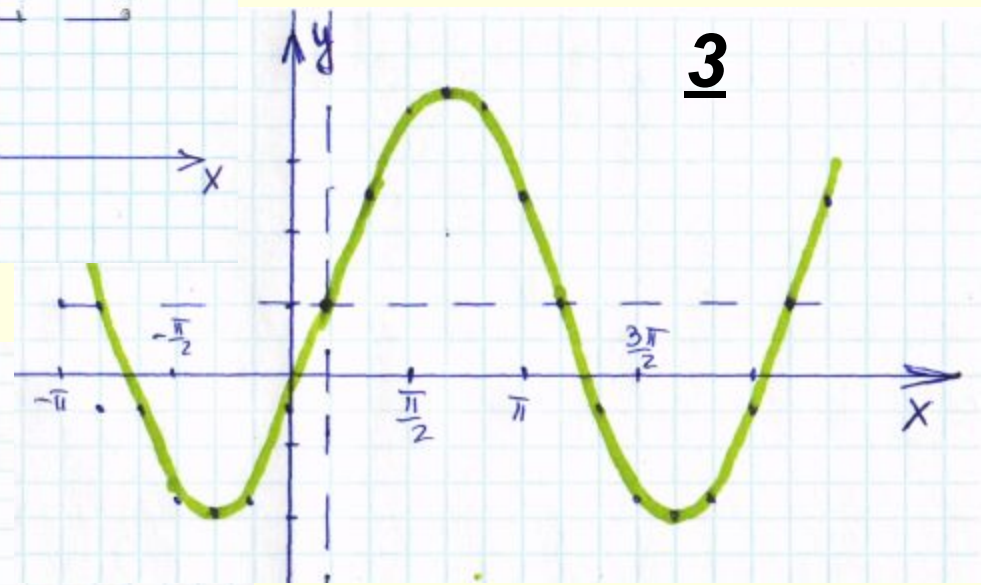
1



2



3



Алгоритм построения функции $y=|f(x)|$

1) Строим график функции $y=f(x)$

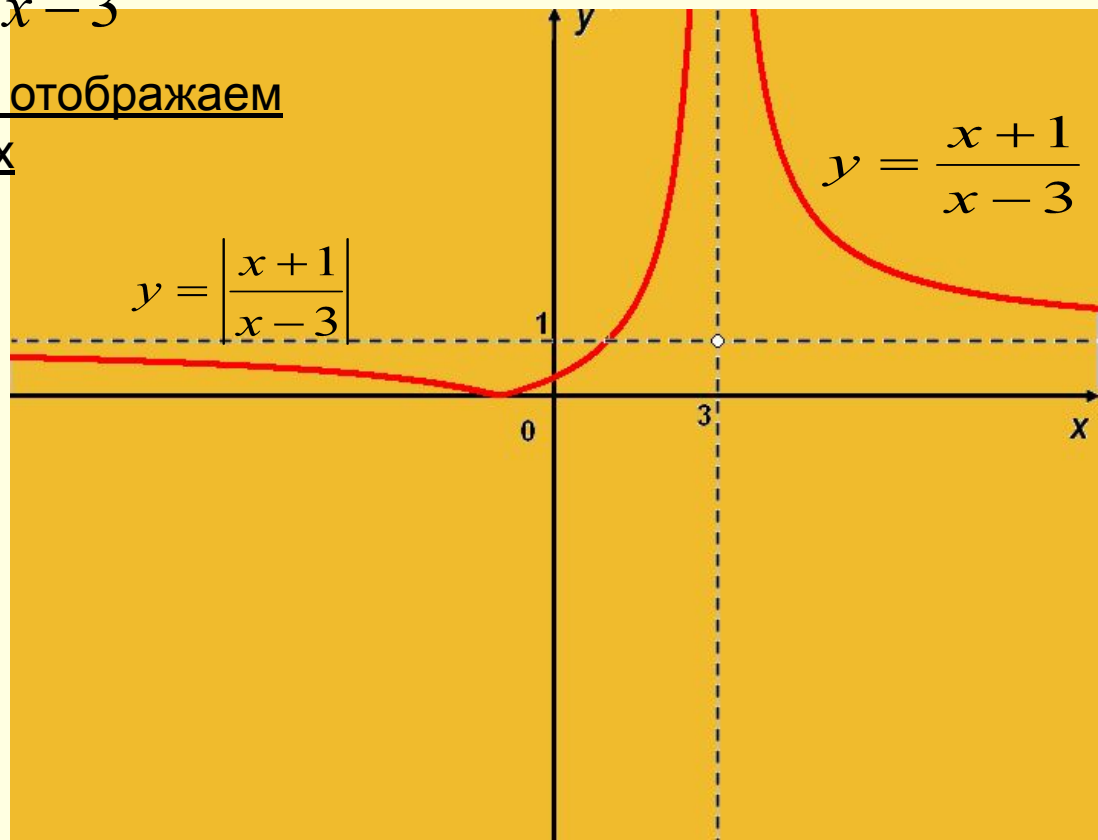
2) Часть графика лежащую ниже оси Ox
отображаем зеркально вверх, при этом не
меняя часть графика выше оси Ox

Пример

$$y = \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$$

1) Строим $y = \frac{x+1}{x-3}$

2) Часть лежащую ниже оси Ox отображаем зеркально вверх



Алгоритм построения функции $y=f|x|$

- 1) Строим график функции $y=f(x)$, где $x \geq 0$
- 2) Эту часть графика отображаем симметрично относительно Oy .
- 3) Исходный график: $y=f(x)$, где $x \geq 0$ и его отображение.

Пример

$$y = \frac{|x| + 1}{|x| - 3}$$

1) Строим $y = \frac{x + 1}{x - 3}$, где $x \geq 0$

2) Отображаем график симметрично относительно Oy .

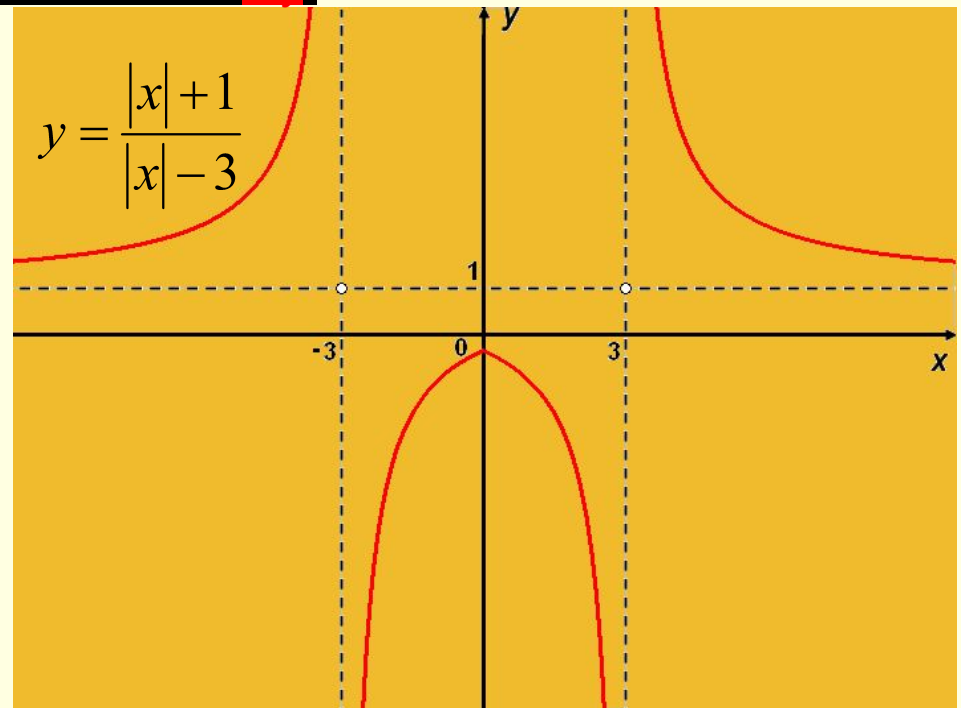


График
 $y = \operatorname{tg} x$

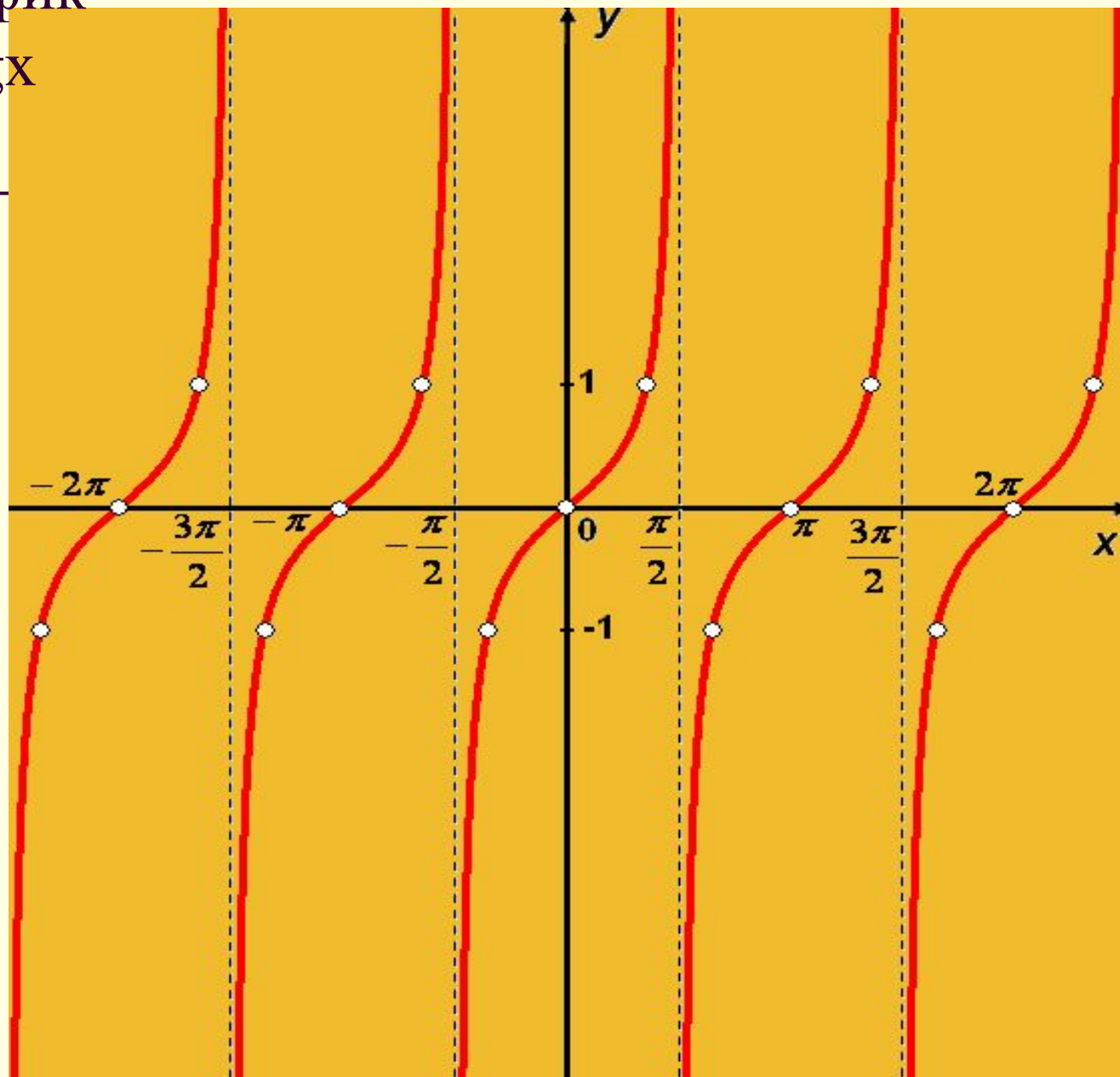


График $y=|\operatorname{tg}x|$

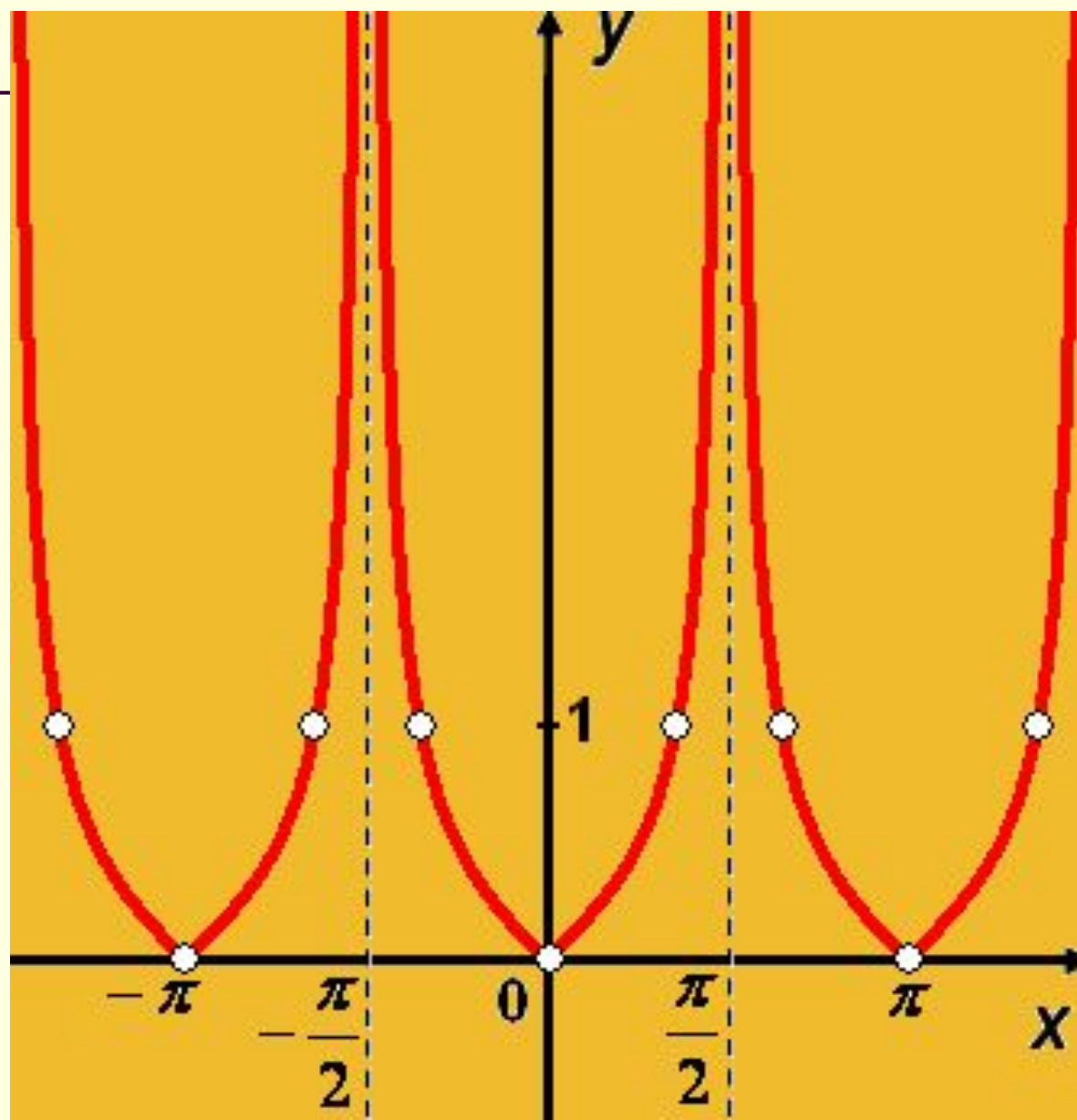
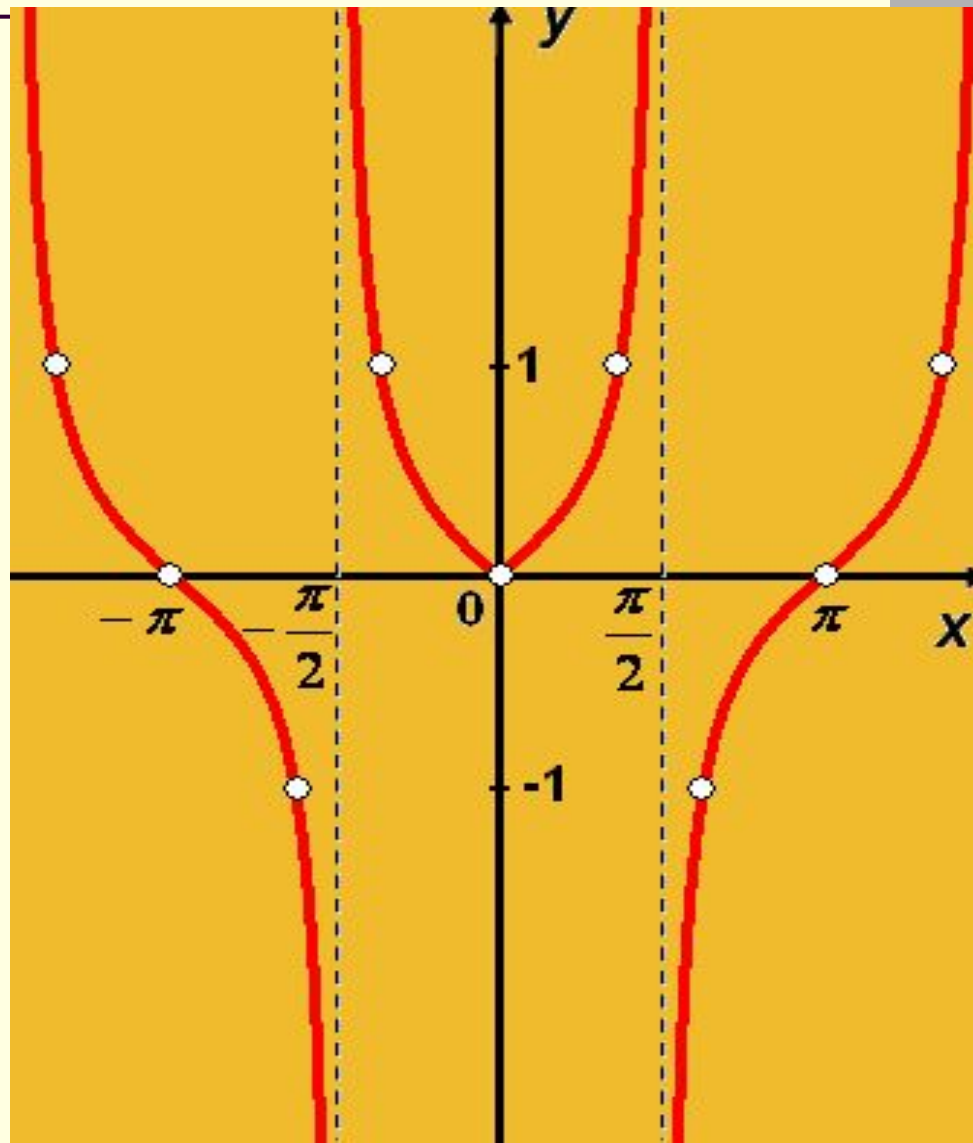


График
 $y = \text{tg}|x|$



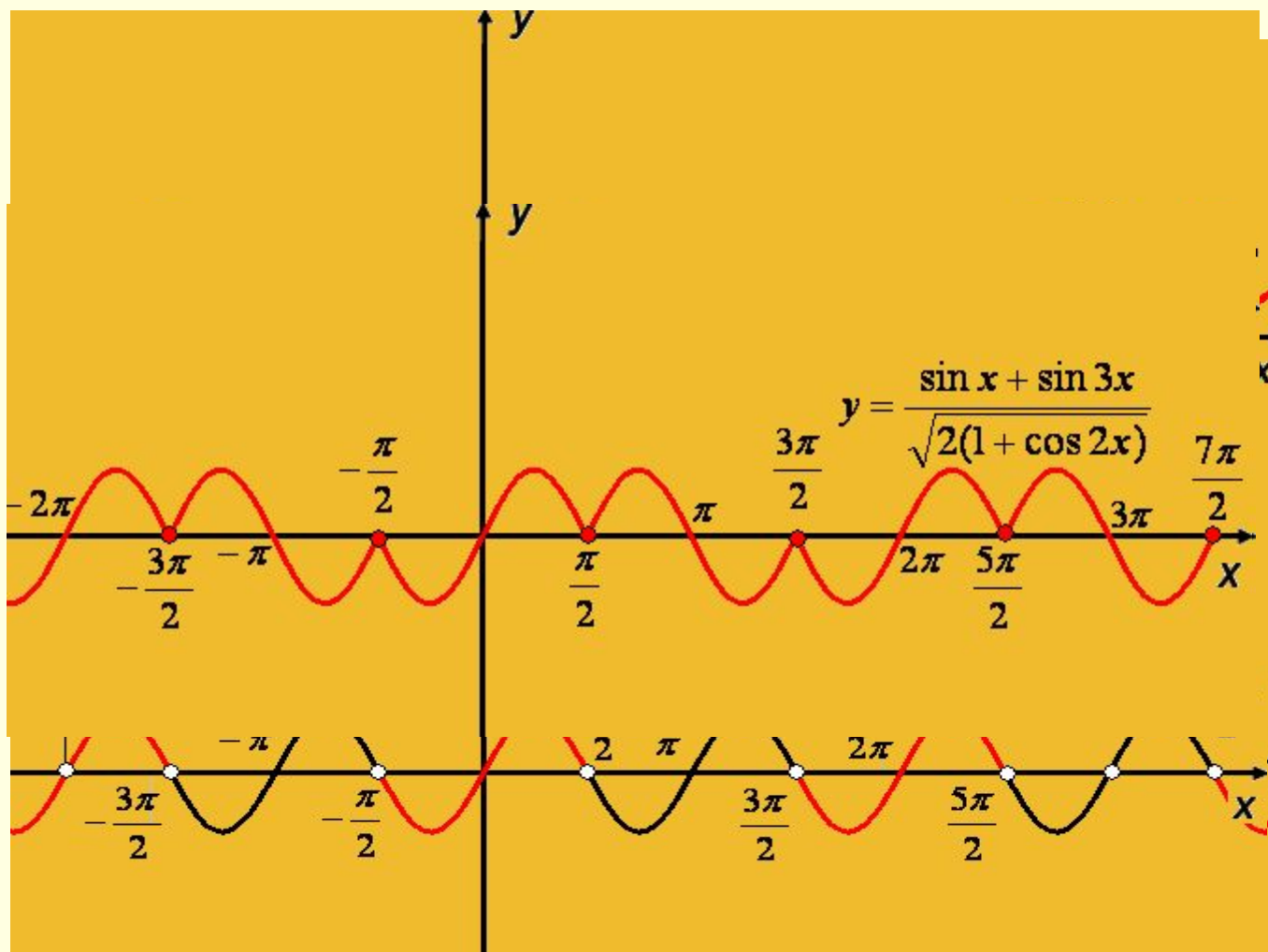
Примеры построения графиков сложных функций

Постройте график:

$$y = \frac{\sin x + \sin 3x}{\sqrt{2(1 + \cos 2x)}}$$

Для начала преобразуем эту функцию

$$y = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x}{\sqrt{4 \cos^2 x}} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x}{2|\cos x|} = \begin{cases} \sin 2x, & \cos x > 0 \\ -\sin 2x, & \cos x < 0 \end{cases}$$

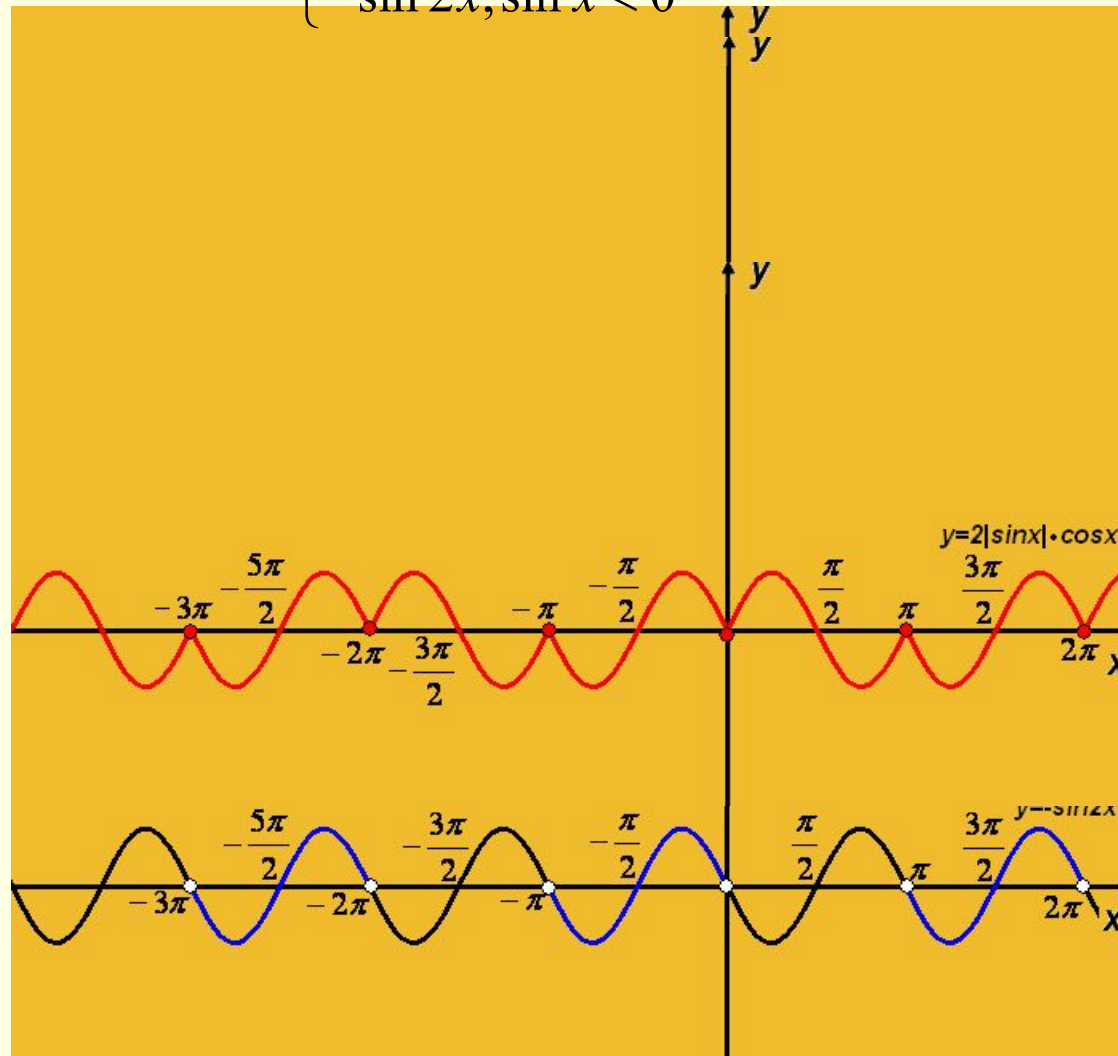


Теперь построим график другой функции

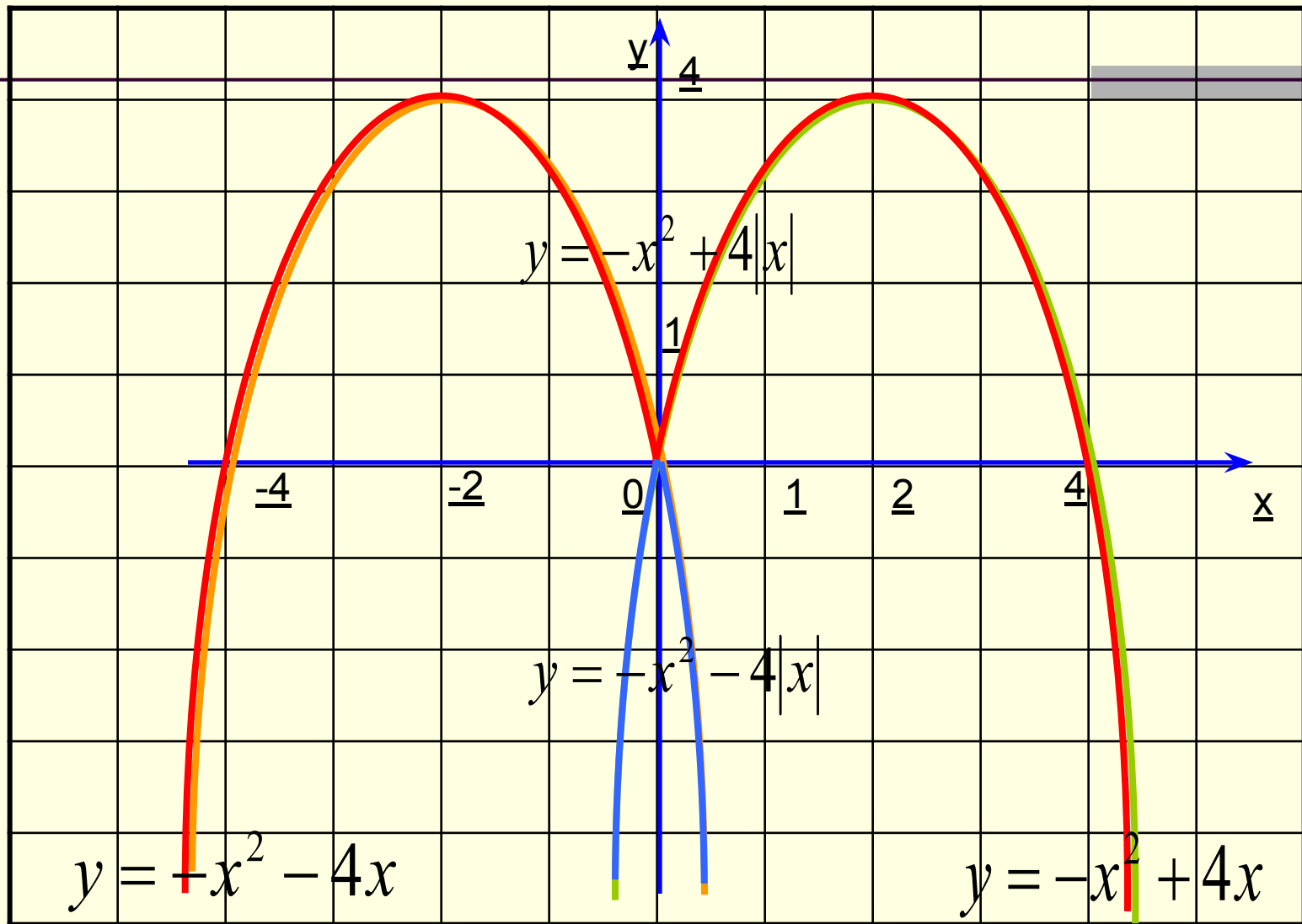
$$y = 2|\sin x| \cdot \cos x$$

После преобразования данной функции получим:

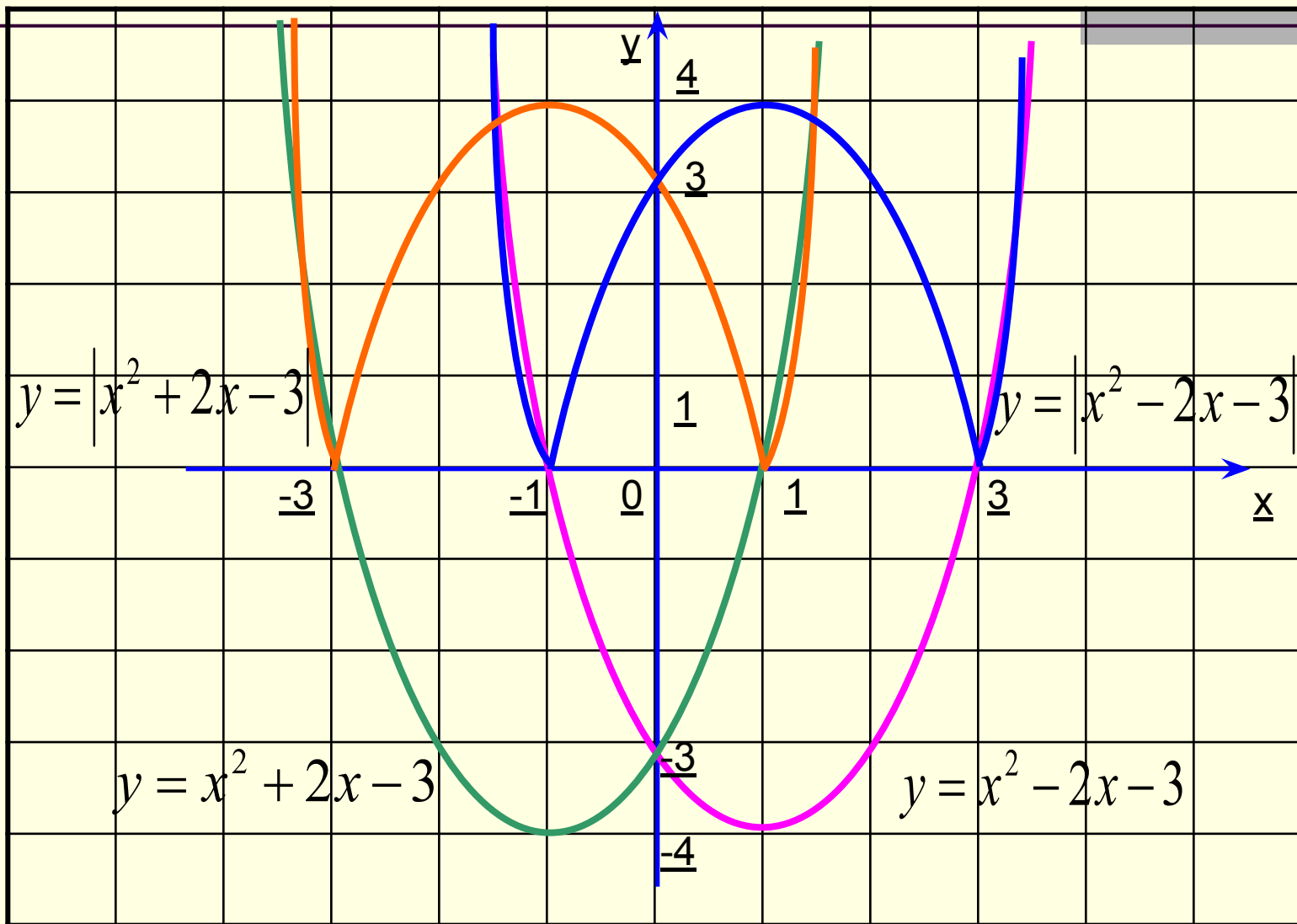
$$y = \begin{cases} \sin 2x, & \sin x \geq 0 \\ -\sin 2x, & \sin x < 0 \end{cases}$$



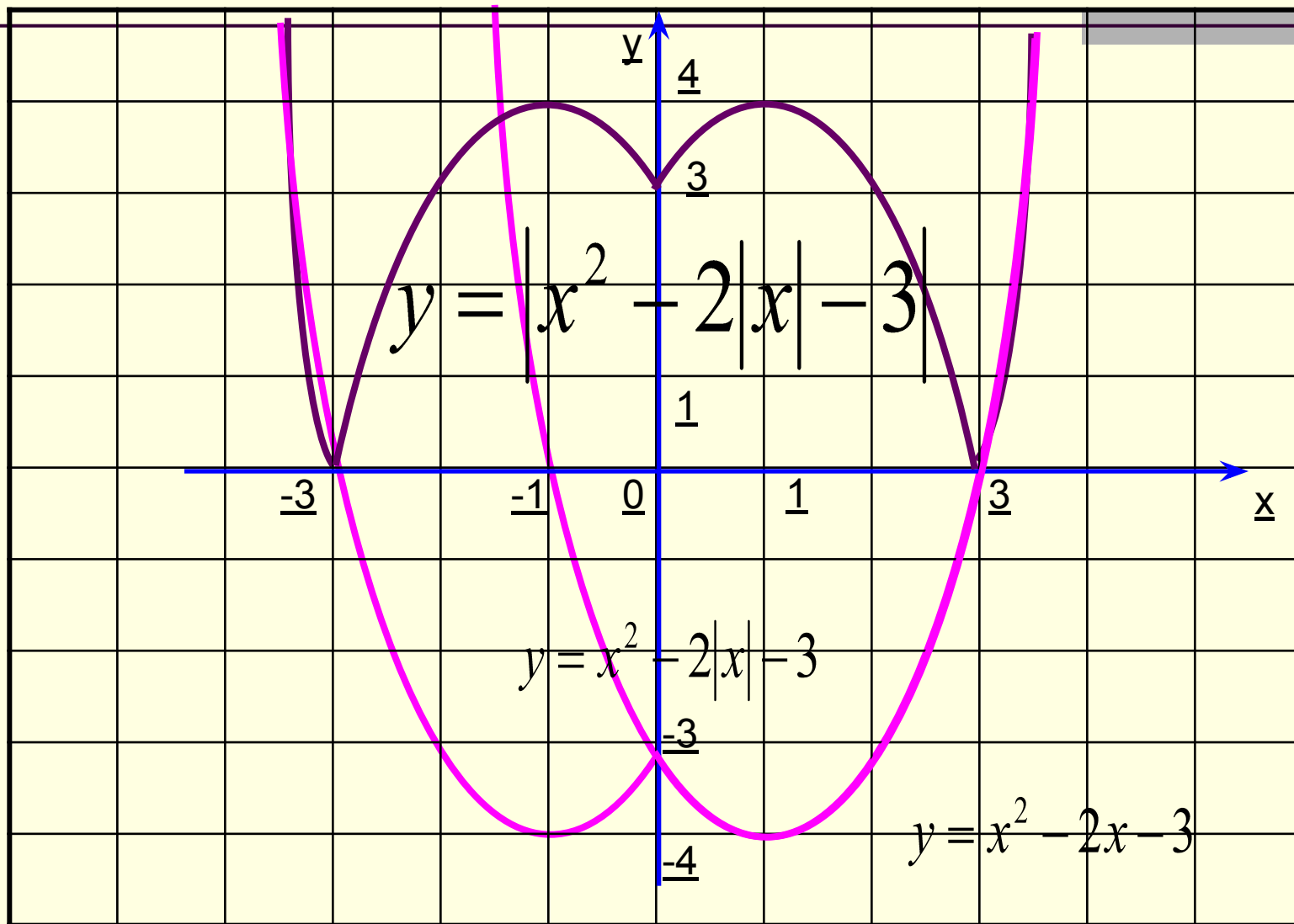
Построить график функции $y = -x^2 + 4|x|$ И $y = -x^2 - 4|x|$



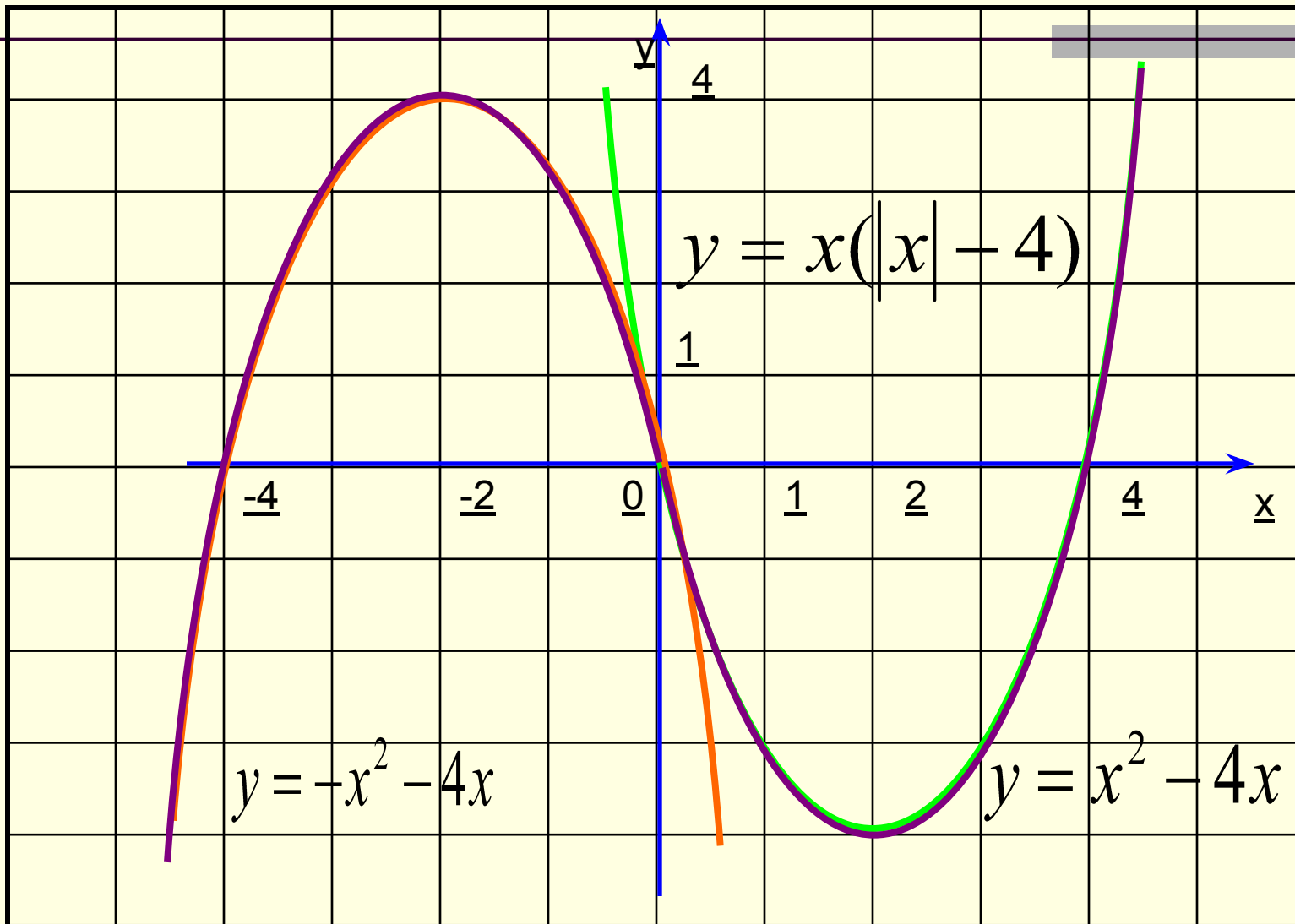
Построить графики функций $y = |x^2 - 2x - 3|$ И $y = |x^2 + 2x - 3|$



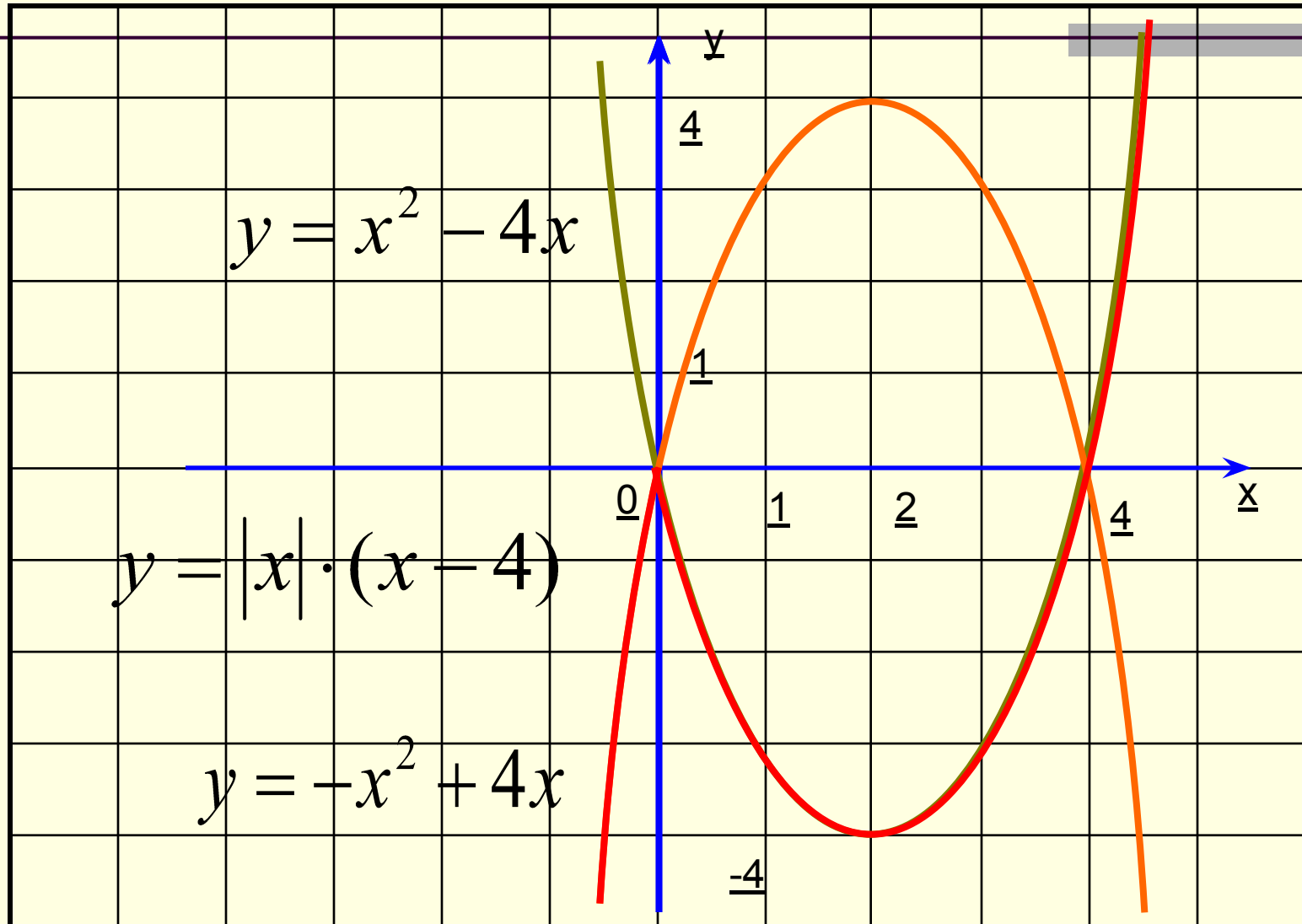
Построить график функции $y = |x^2 - 2|x| - 3|$



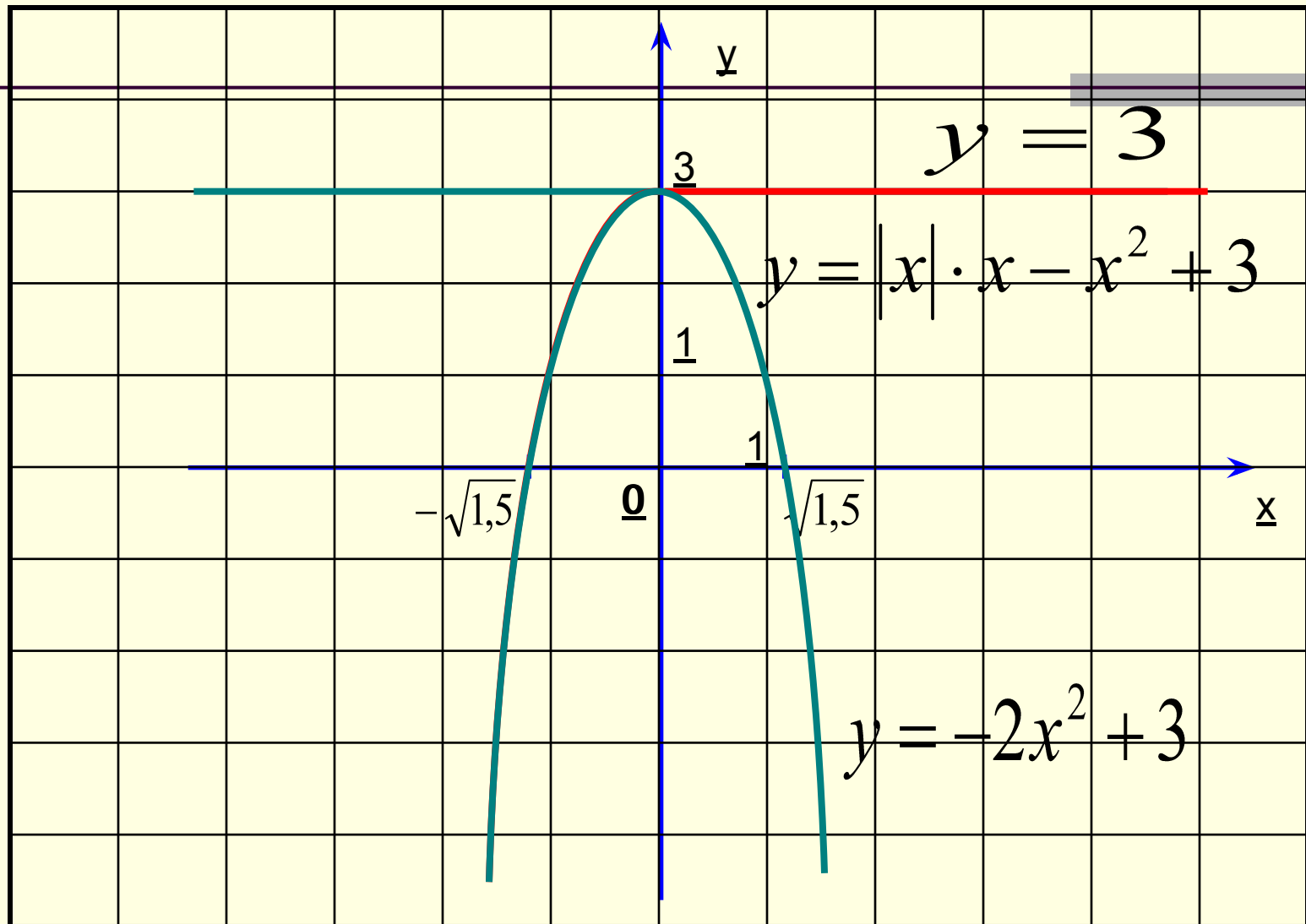
Построить график функции $y = x(|x| - 4)$



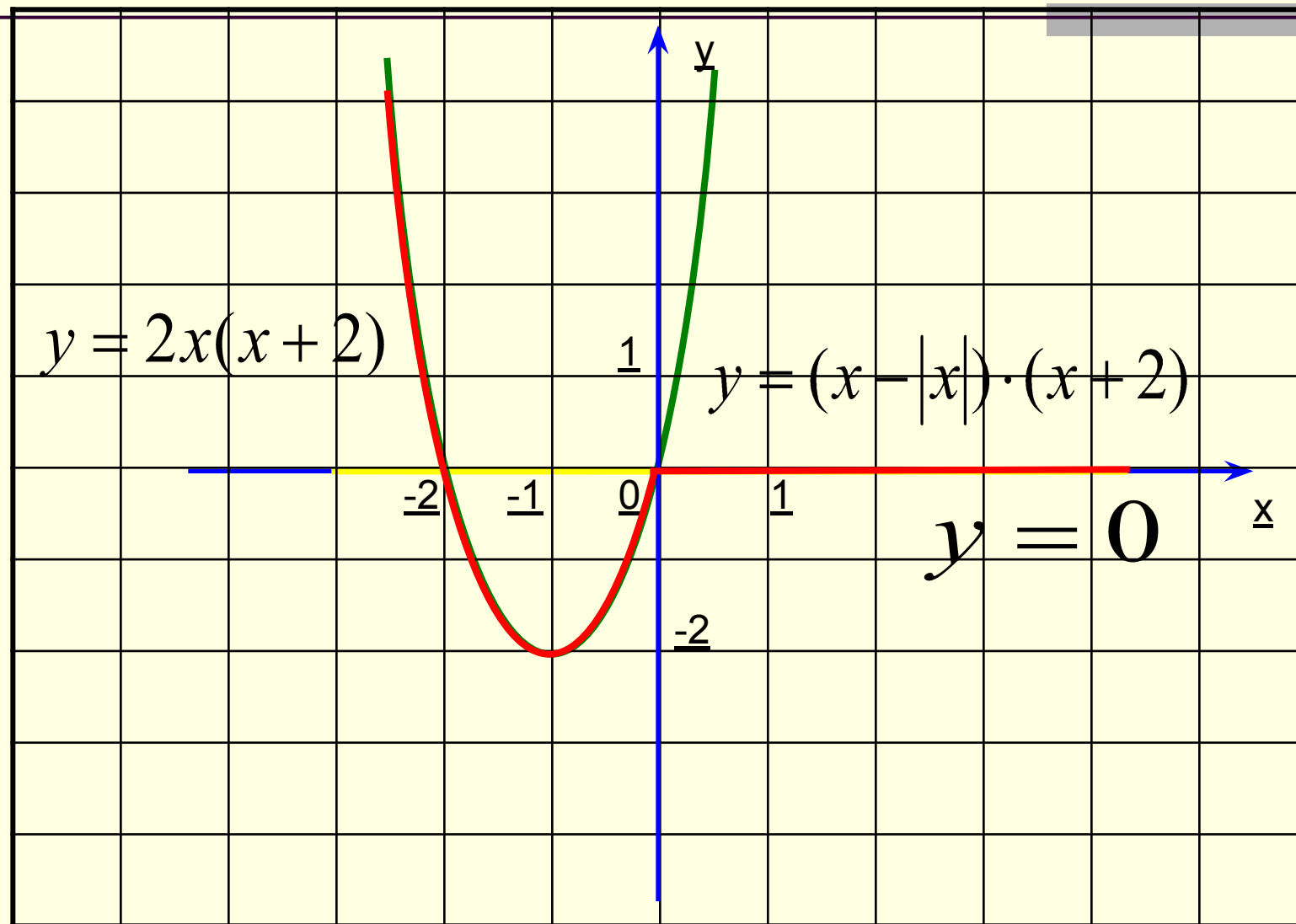
Построить график функции $y = |x| \cdot (x - 4)$



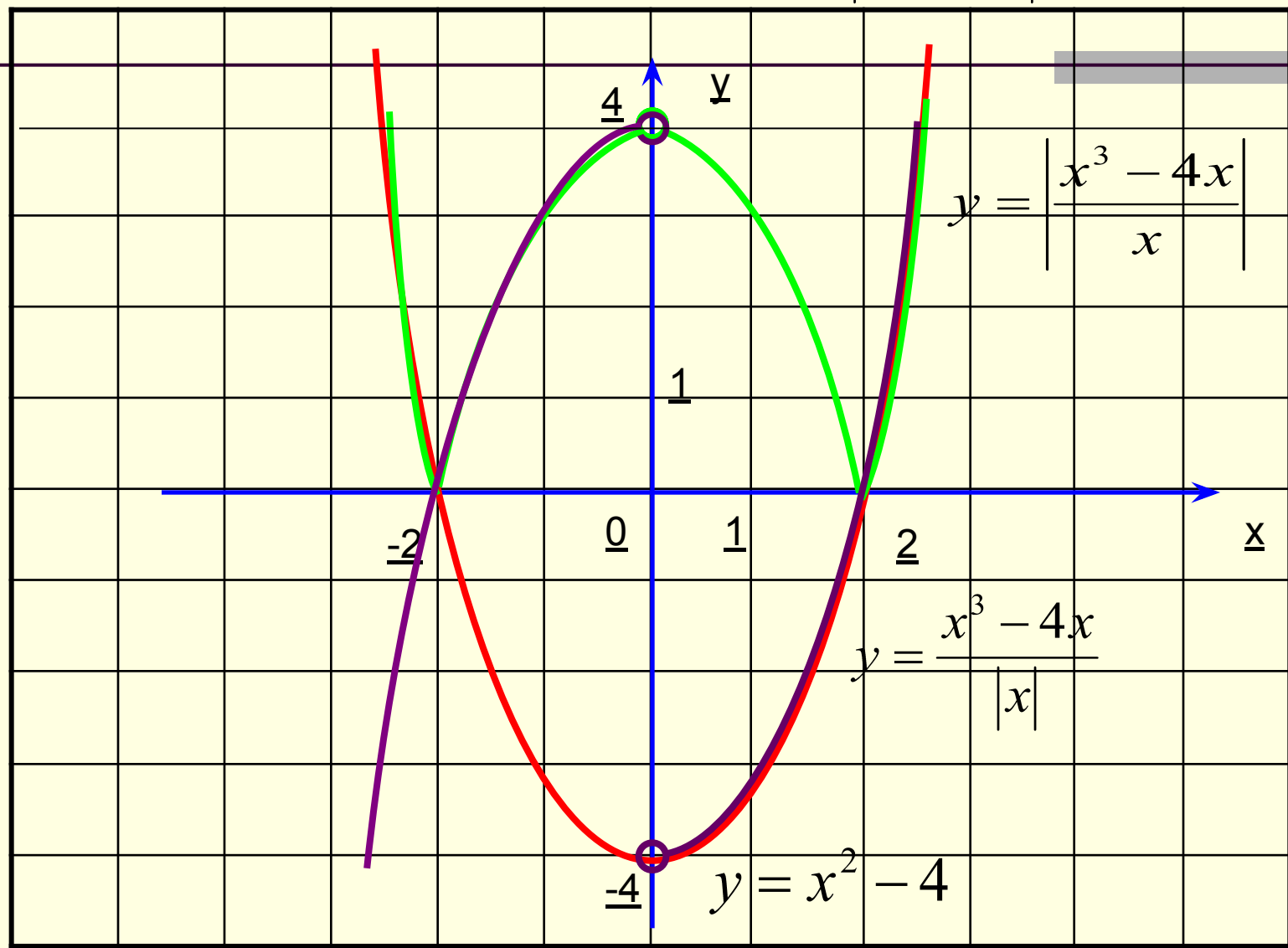
Построить график функции $y = |x| \cdot x - x^2 + 3$



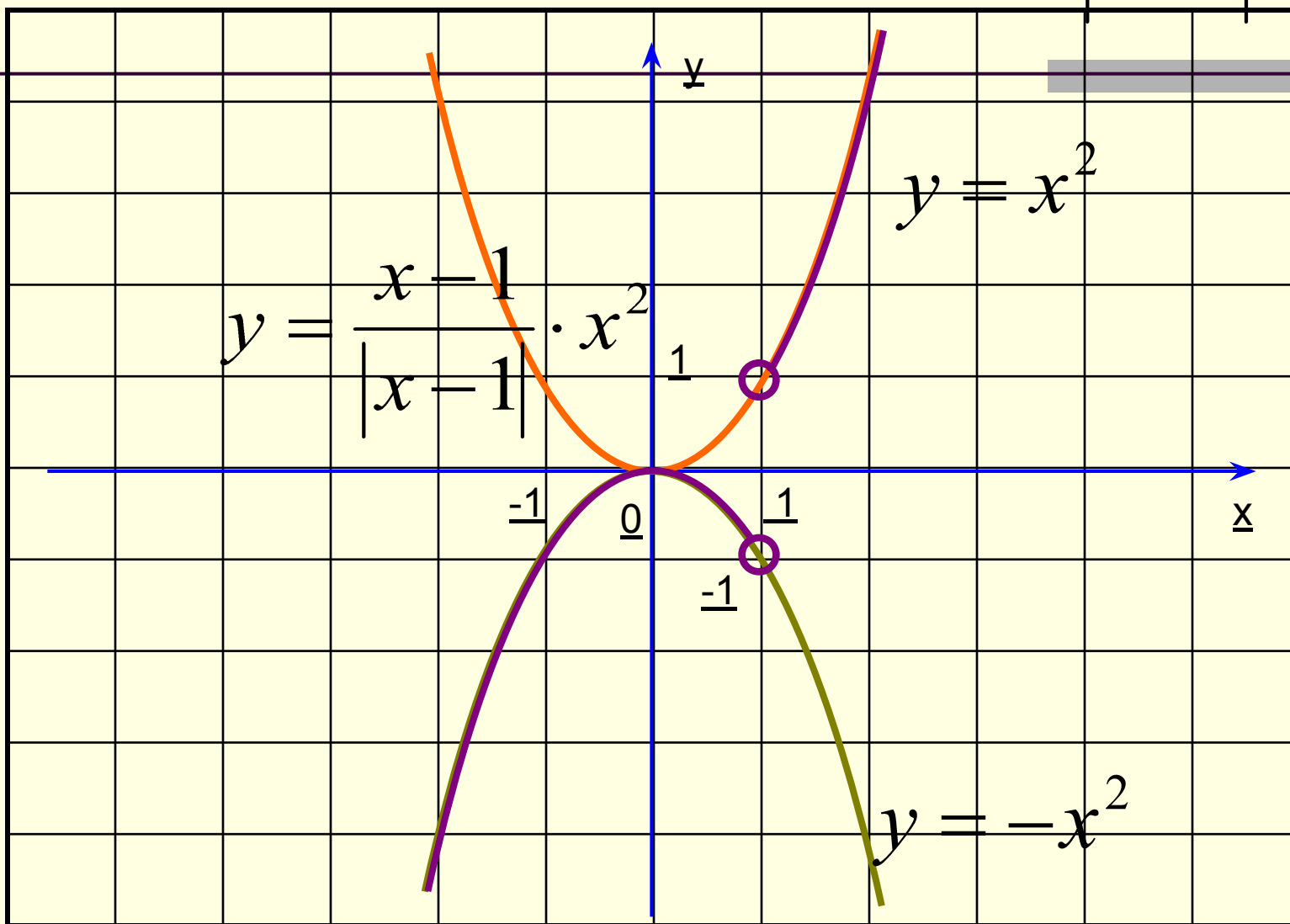
Построить график функции $y = (x - |x|) \cdot (x + 2)$



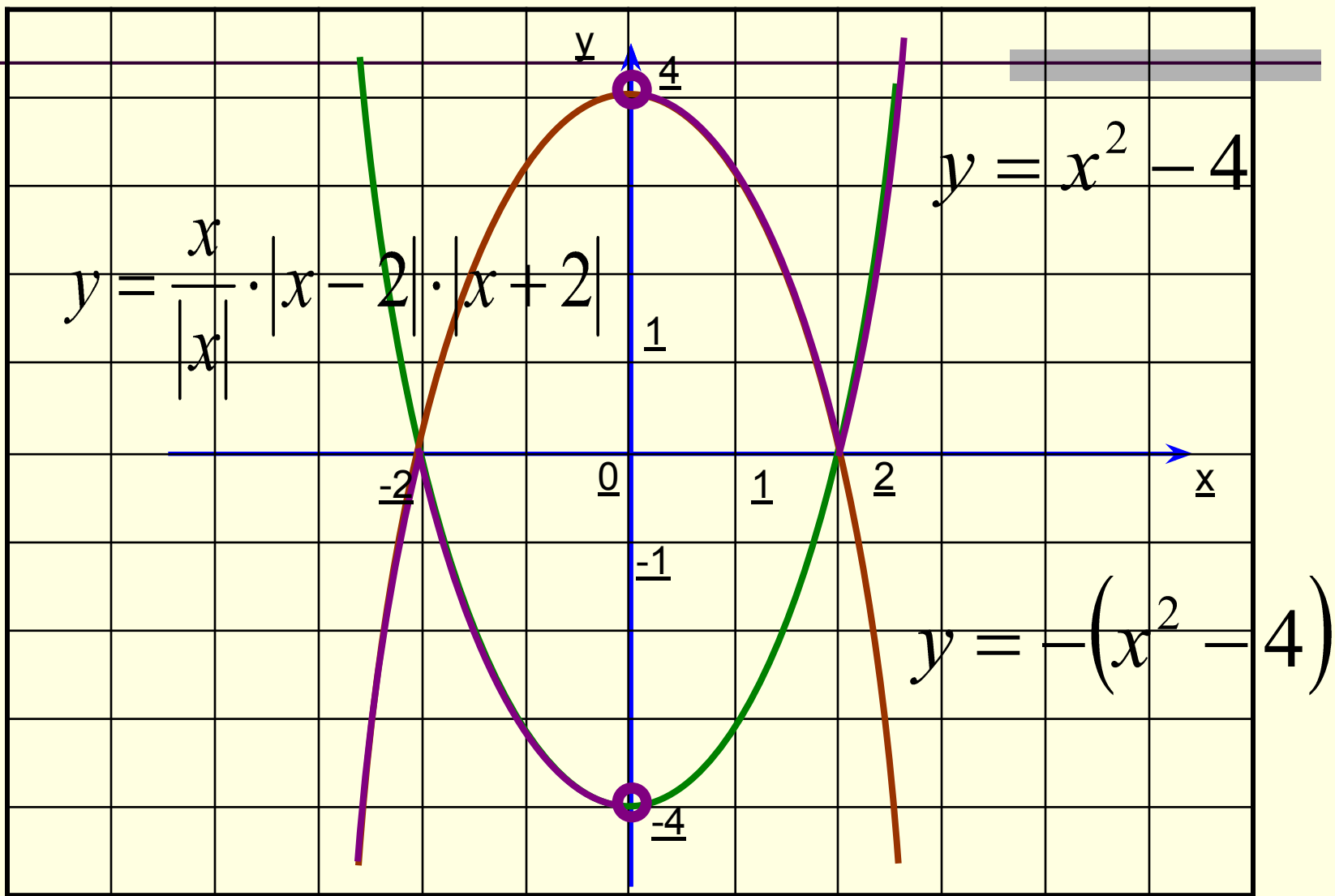
Построить графики функций $y = \frac{x^3 - 4x}{x}$ и $y = \frac{x^3 - 4x}{|x|}$



Построить график функции $y = \frac{x-1}{|x-1|} \cdot x^2$

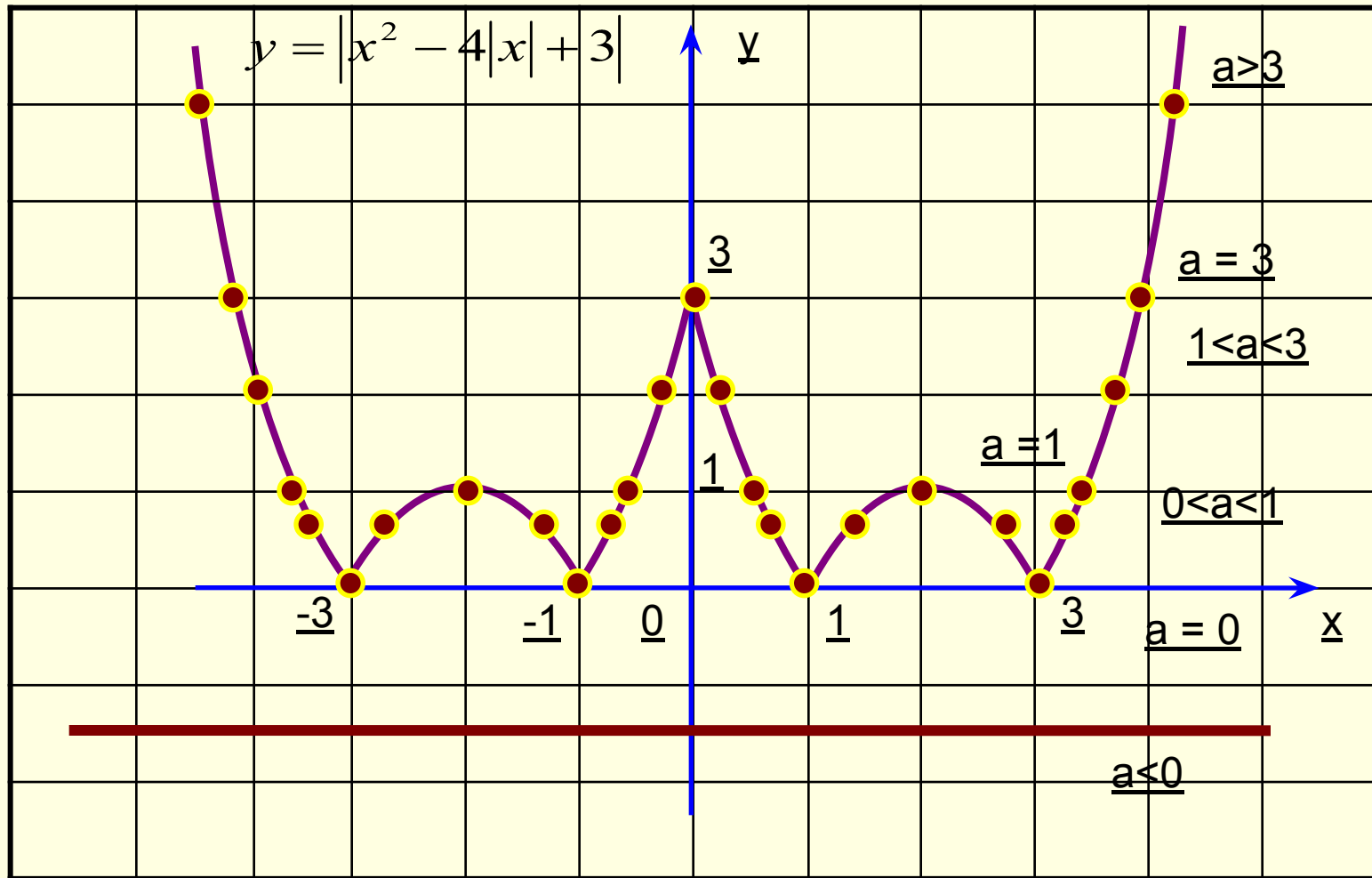


Построить график функции $y = \frac{x}{|x|} \cdot |x - 2| \cdot |x + 2|$



Назовите число корней уравнения в зависимости от "a"

$$|x^2 - 4|x| + 3| = a$$



ОТВЕТ:

при $a < 0$ решений нет;

при $a = 0$ и $1 < a < 3$ четыре корня;

при $0 < a < 1$ восемь корней;

при $a = 1$ шесть корней;

при $a = 3$ три корня;

при $a > 3$ два корня.

Спасибо за внимание

