

# **Функция** $y = \frac{k}{x}$ ,

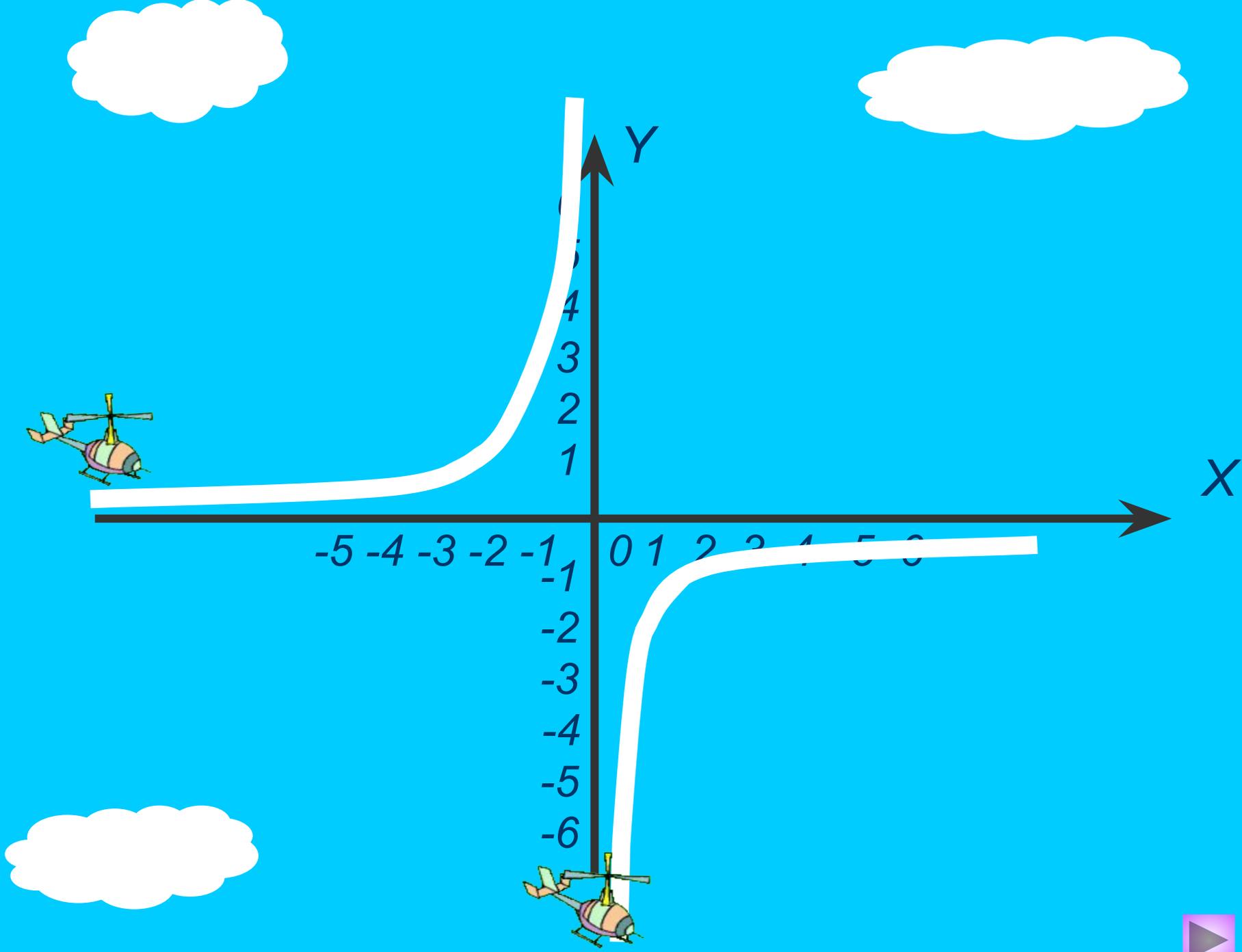
## **её свойства и график.**

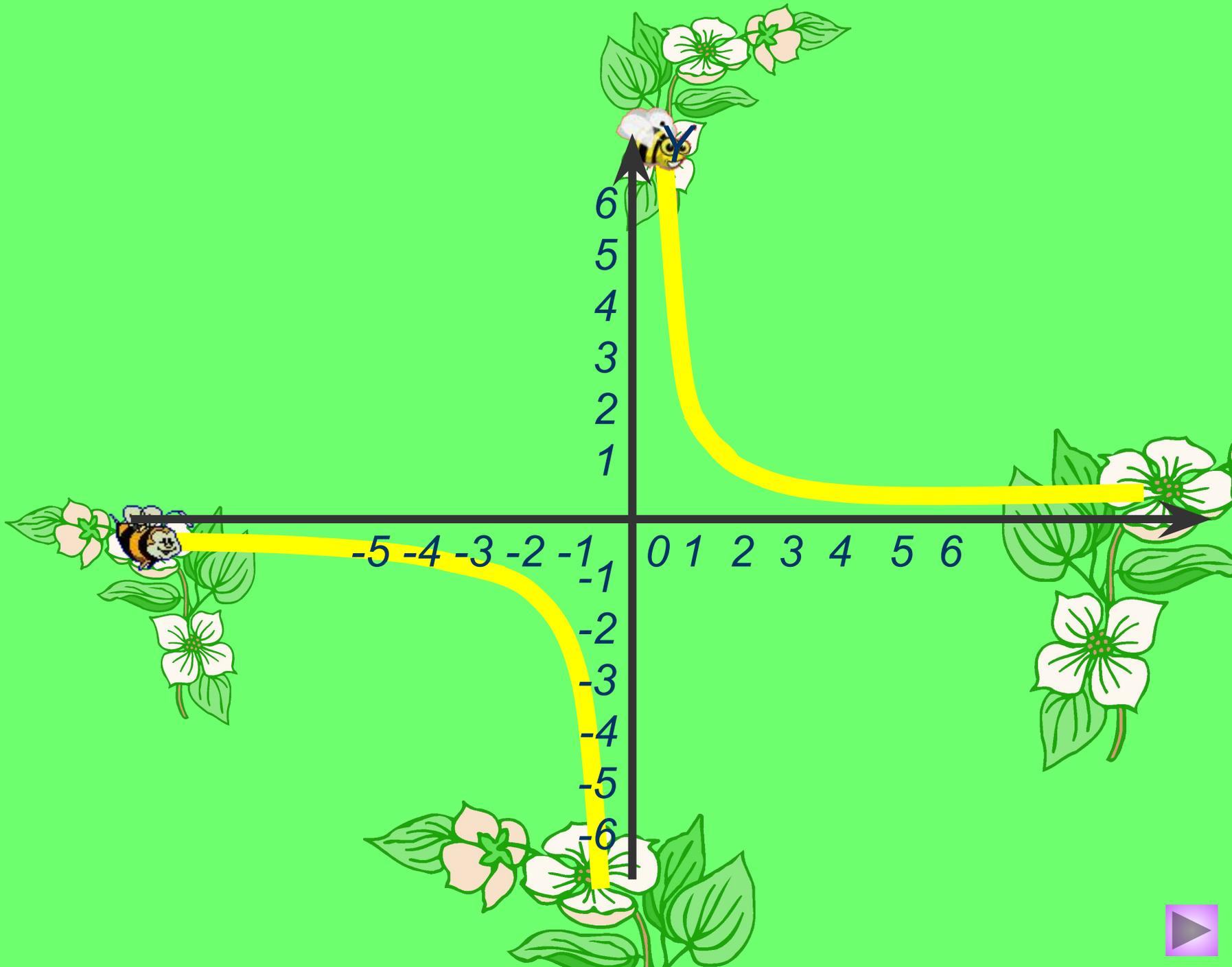
**8 класс**

**учебник Мордковича А. Г.**

**Ткаченко И. В.  
гимназия №5  
г. Мурманск**



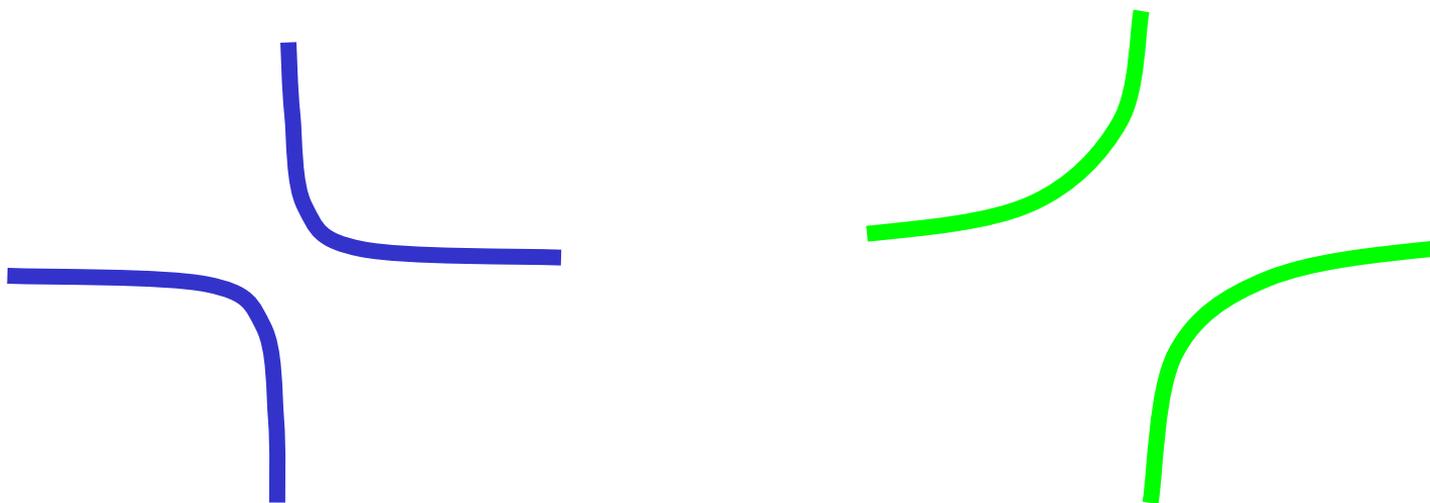





$$y = \frac{k}{x} - \text{обратная}$$

*пропорциональность,*  
где  $k \neq 0$  – заданное число.

Графиком является *гипербола*



Построим график функции:

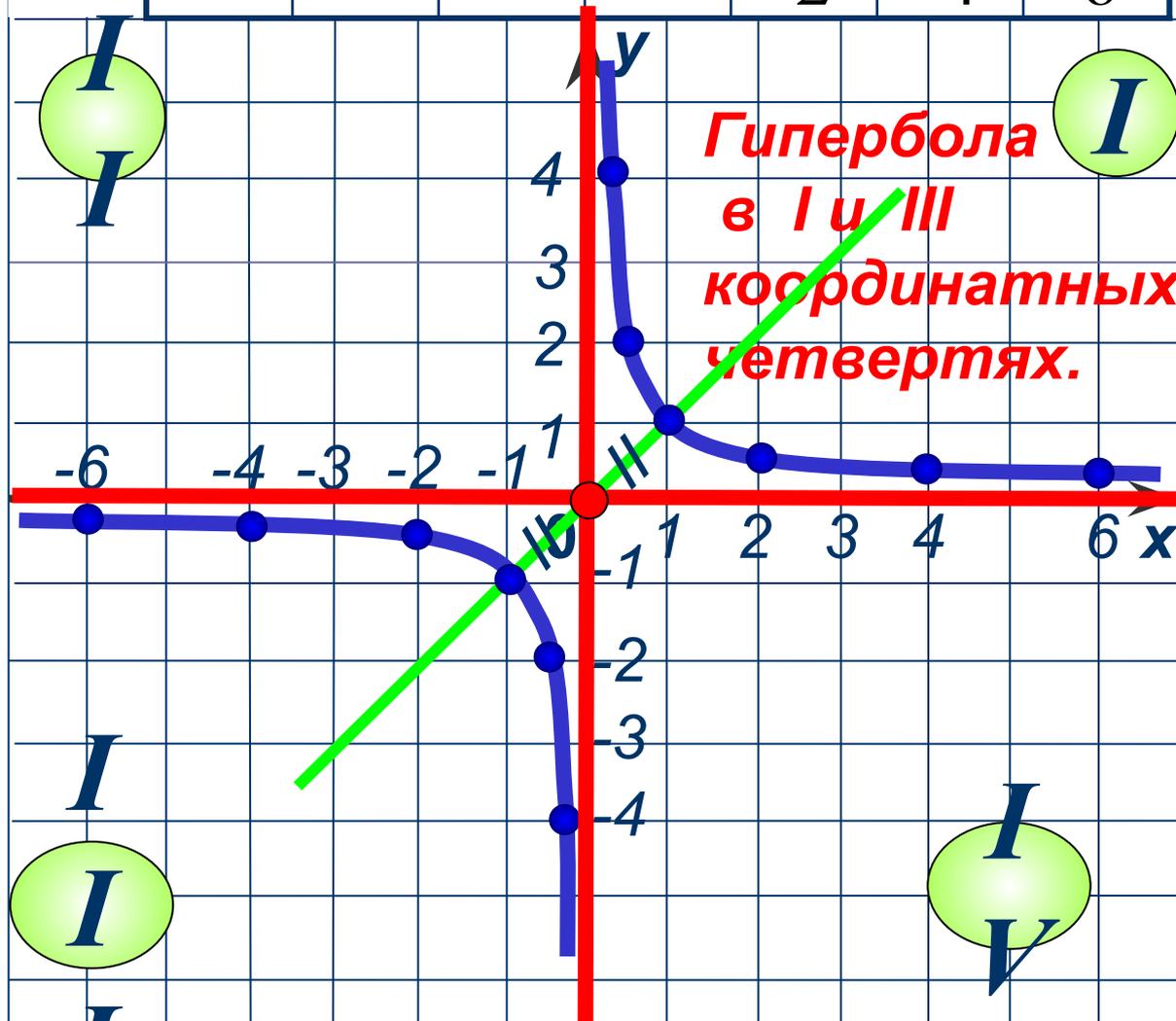
$$y = \frac{1}{x}$$

$$x \neq 0$$

$x$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-1$	$-2$	$-4$	$-6$
$y$	$-4$	$-2$	$-1$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{6}$

Гипербола  
симметрична  
относительно  
начала  
координат.

Ось  $x$  и ось  $y$  –  
асимптоты  
гиперболы.



# Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ , где $k > 0$ :

1. Область определения  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

определения

2. Область значений  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

3. Знак: если  $x \in (0; +\infty)$   
 $y < 0$ , если  $x \in (-\infty; 0)$

4. Функция

убывает при

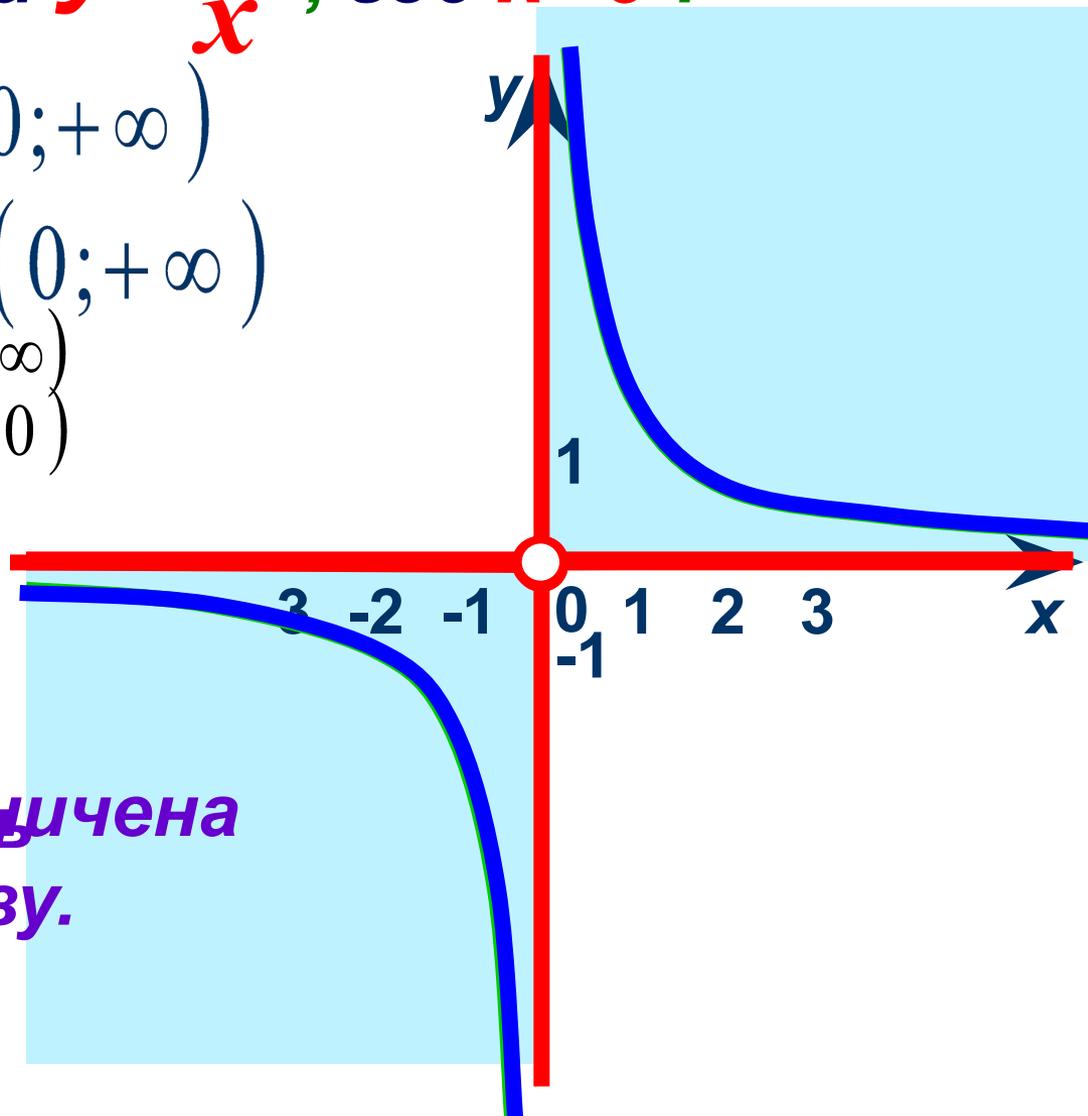
$x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

5. Функция не ограничена ни сверху, ни снизу.

6.  $y_{\text{наим.}} = \text{НЕТ}$

$y_{\text{наиб.}} = \text{НЕТ}$

7. Прерывает ось при  $x = 0$ .



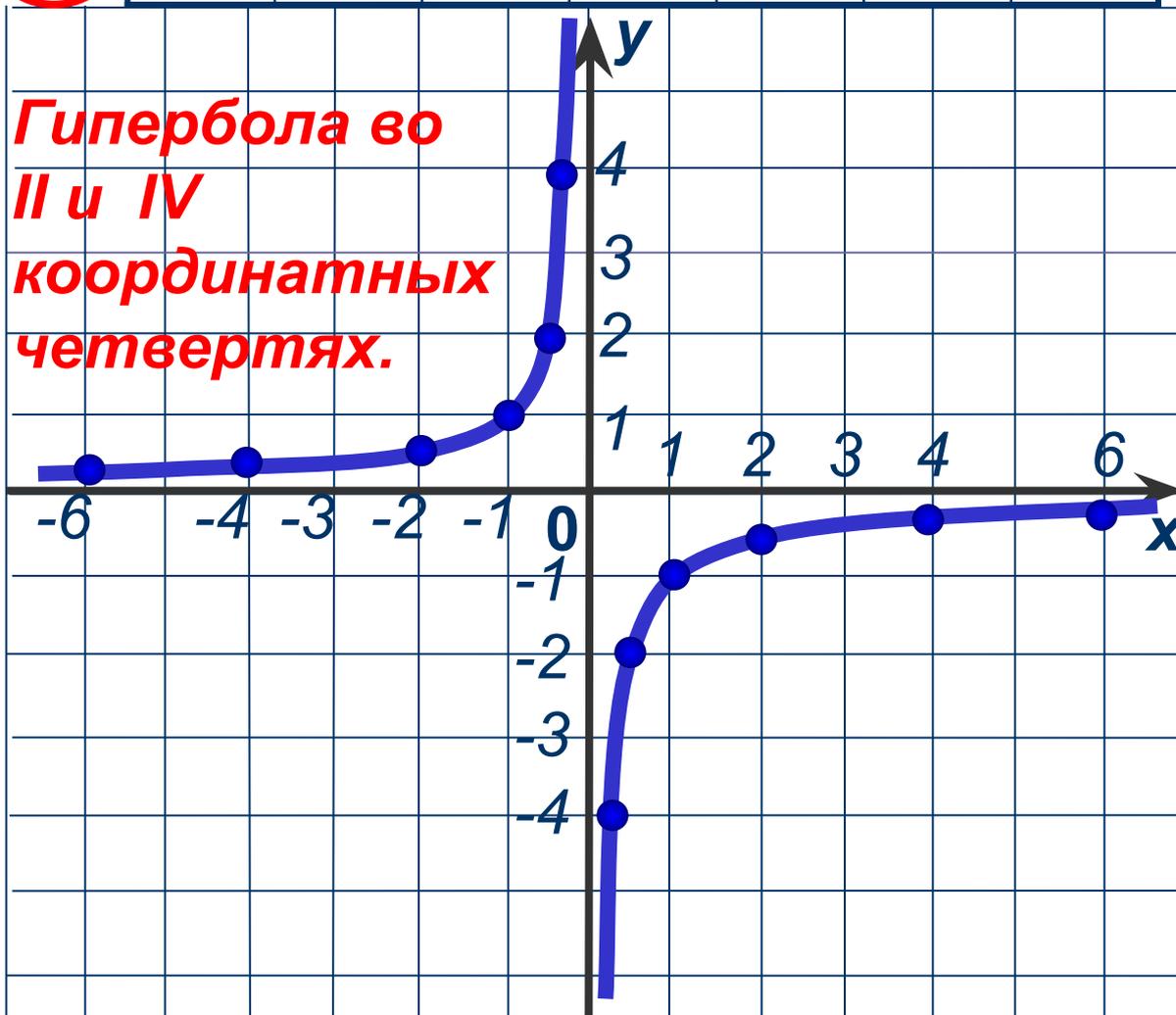
Построим график функции:

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$x \neq 0$$

$x$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-1$	$-2$	$-4$	$-6$
$y$	$-4$	$-2$	$-1$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{6}$

Гипербола во  
II и IV  
координатных  
четвертях.



# Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ , где $k < 0$ :

1. Область определения  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

определения

2. Область значений  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

3. Функция, если  $x \in (0; +\infty)$   
 $y < 0$ , если  $x \in (-\infty; 0)$

4. Функция

возрастает при

$x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

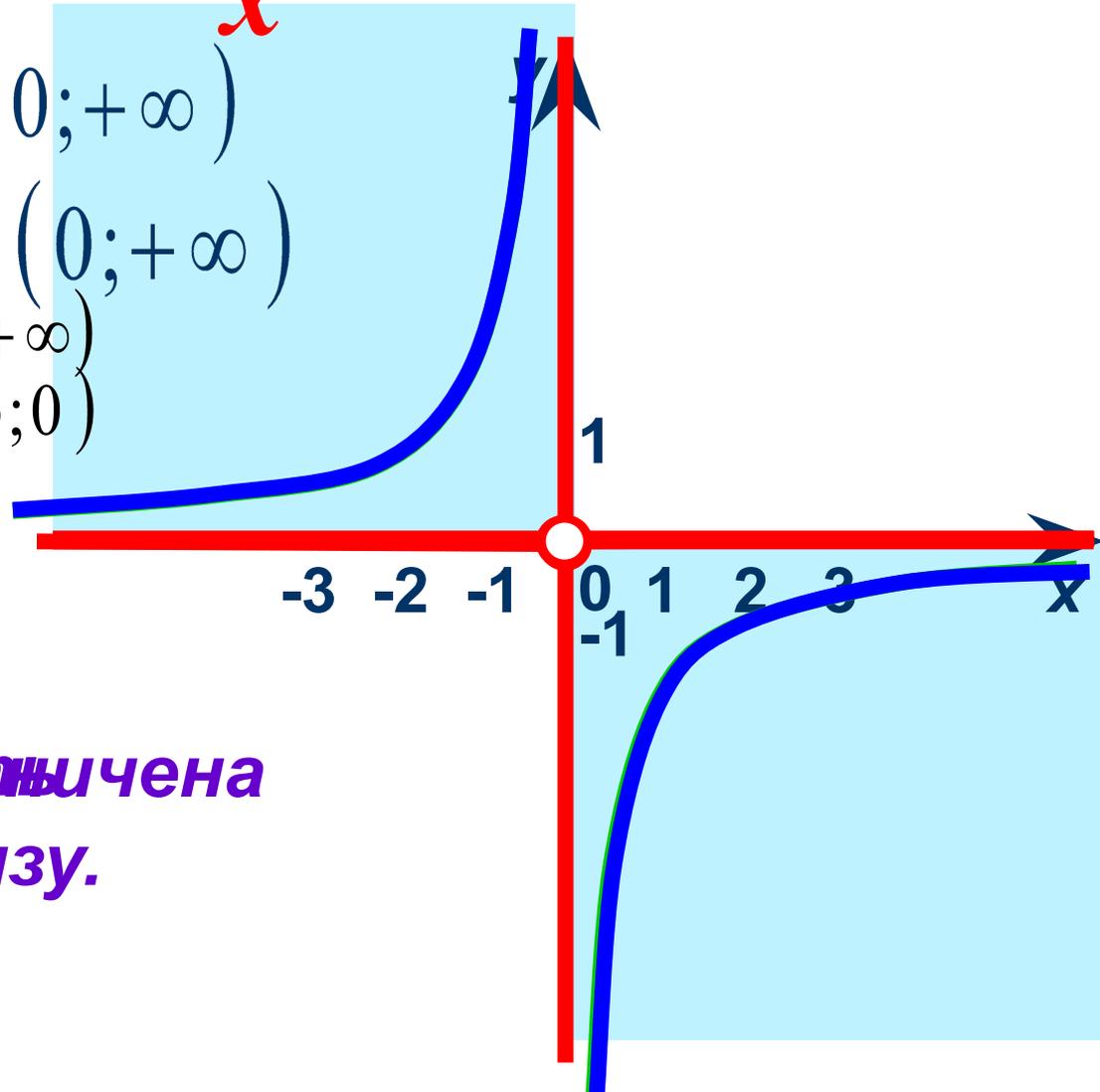
5. Функция не ограничена

ни сверху, ни снизу.

6.  $y_{\text{наим.}} = \text{НЕТ}$

$y_{\text{наиб.}} = \text{НЕТ}$

7. Прерывна в точке  $x = 0$ .



Найдите

$y_{\text{наиб.}}$  и  $y_{\text{наим.}}$

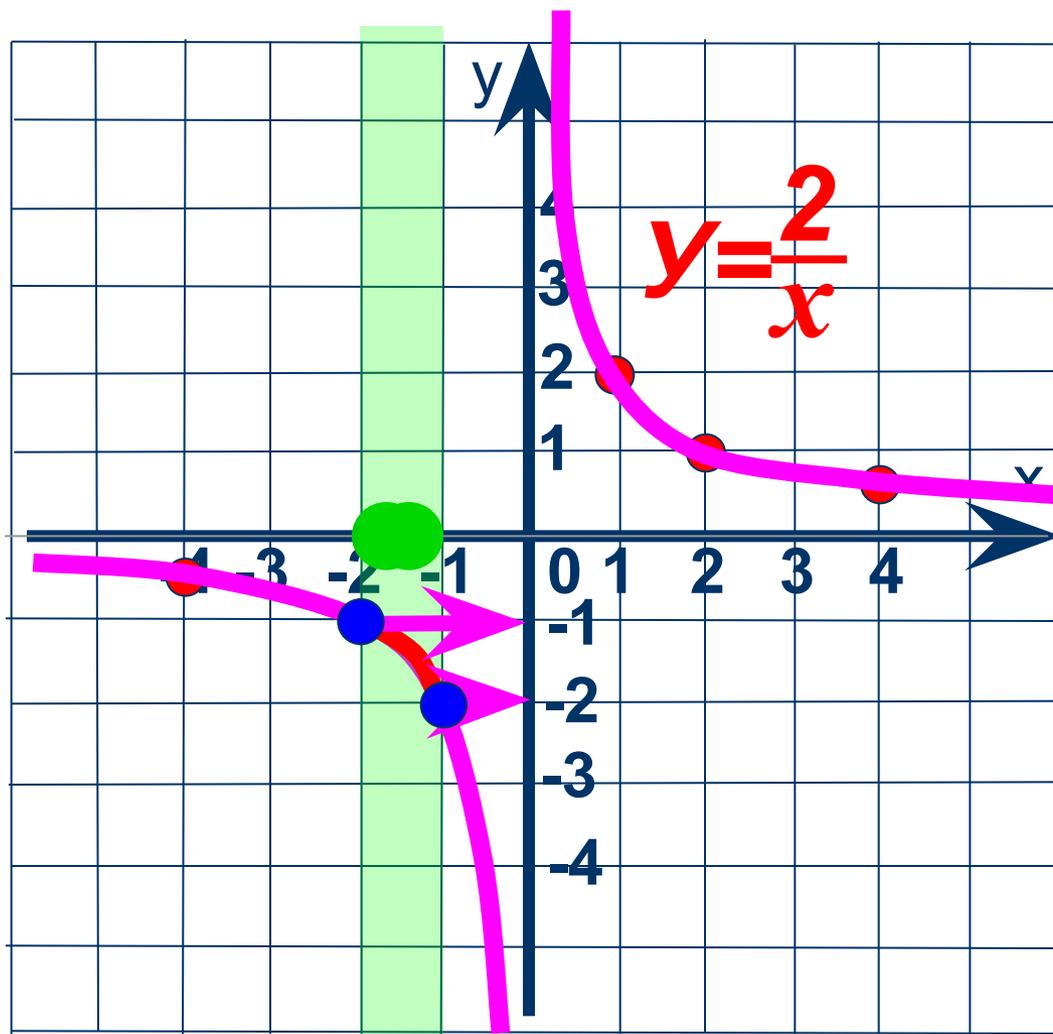
функции  $y = \frac{2}{x}$

на отрезке

$[-2; -1]$

$y_{\text{наиб.}} = -1$

$y_{\text{наим.}} = -2$





Найдите

$y_{\text{наиб.}}$  и  $y_{\text{наим.}}$

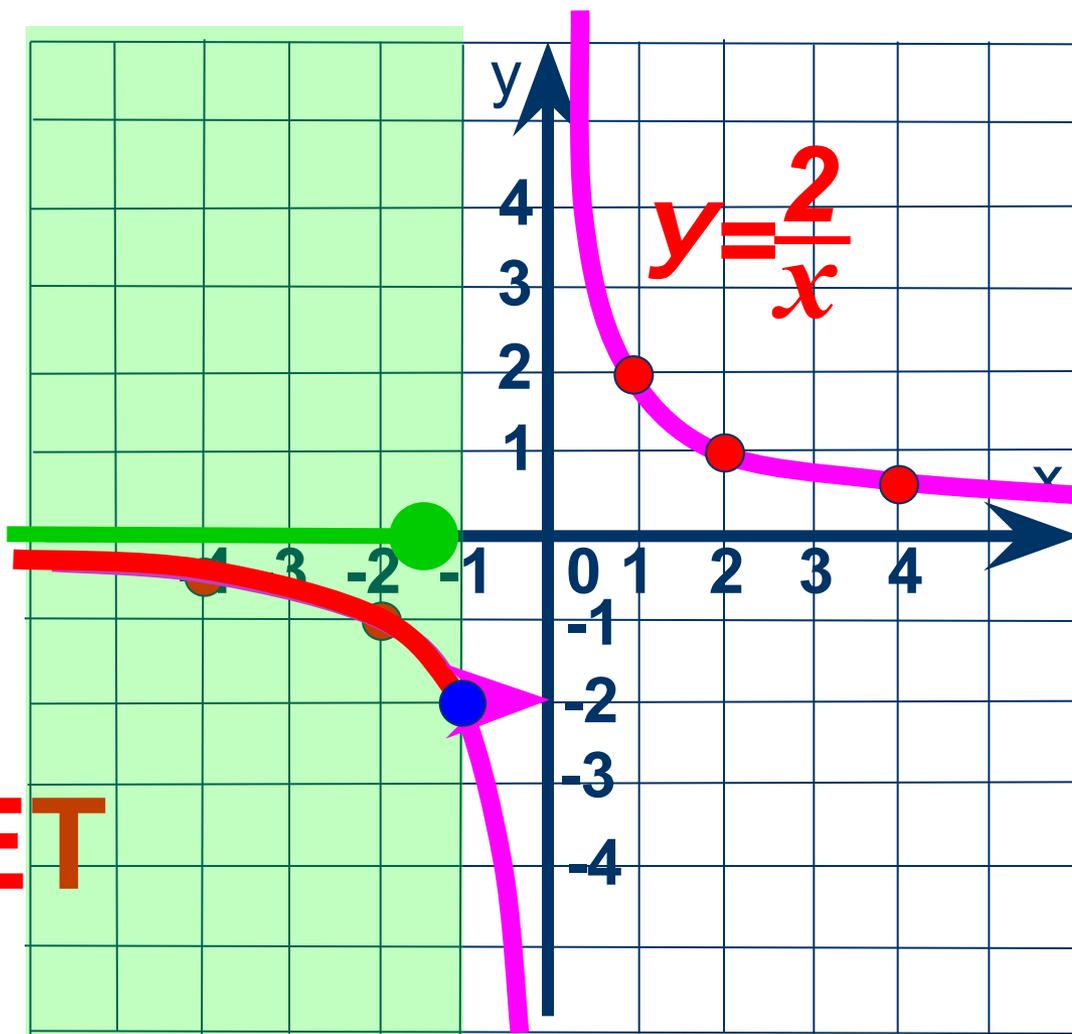
функции  $y = \frac{2}{x}$

на луче

$(-\infty; -1]$

$y_{\text{наиб.}} = \text{НЕТ}$

$y_{\text{наим.}} = -2$



Найдите

$y_{\text{наиб.}}$  и  $y_{\text{наим.}}$

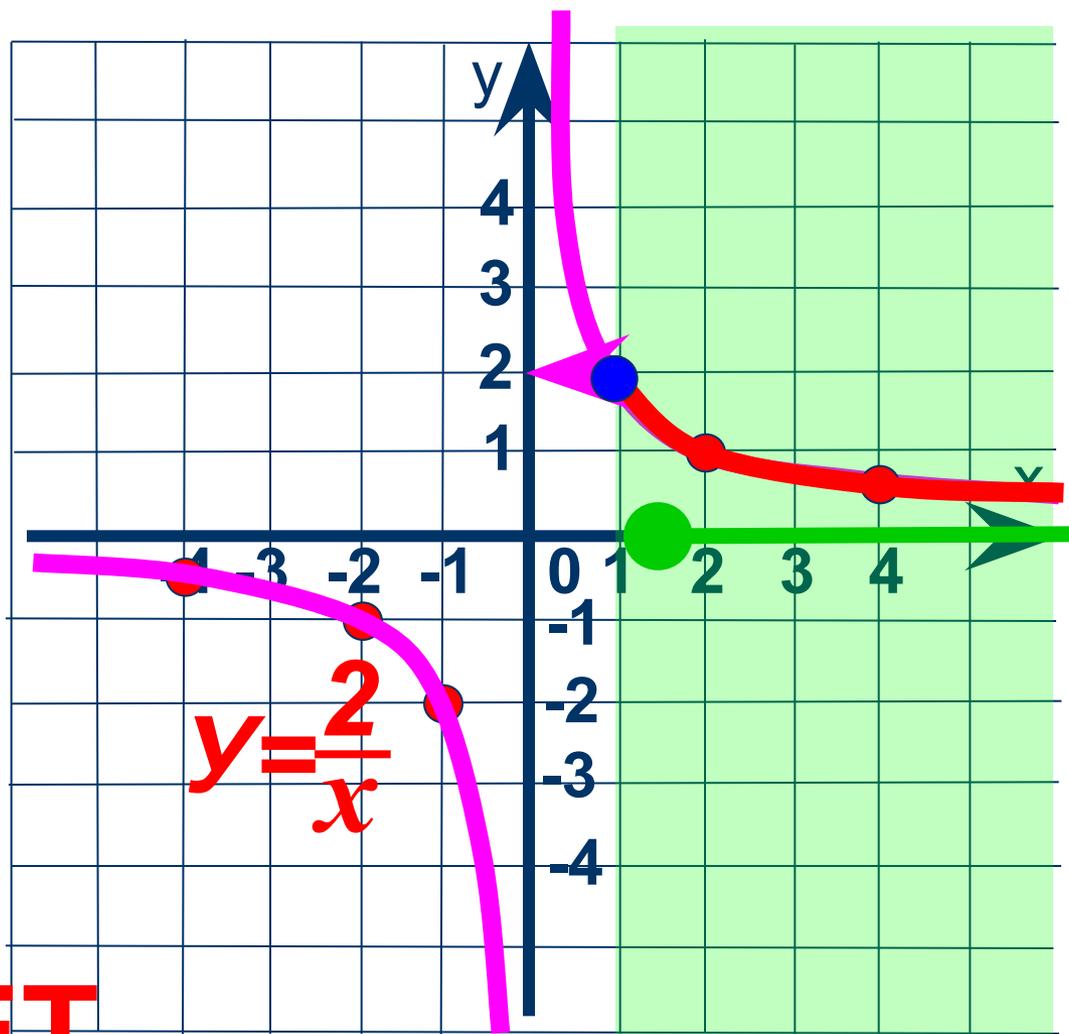
функции  $y = \frac{2}{x}$

на луче

$[1; +\infty)$

$y_{\text{наиб.}} = 2$

$y_{\text{наим.}} = \text{НЕТ}$



# Решить графически уравнение:

$$x - 2 = \frac{3}{x}$$

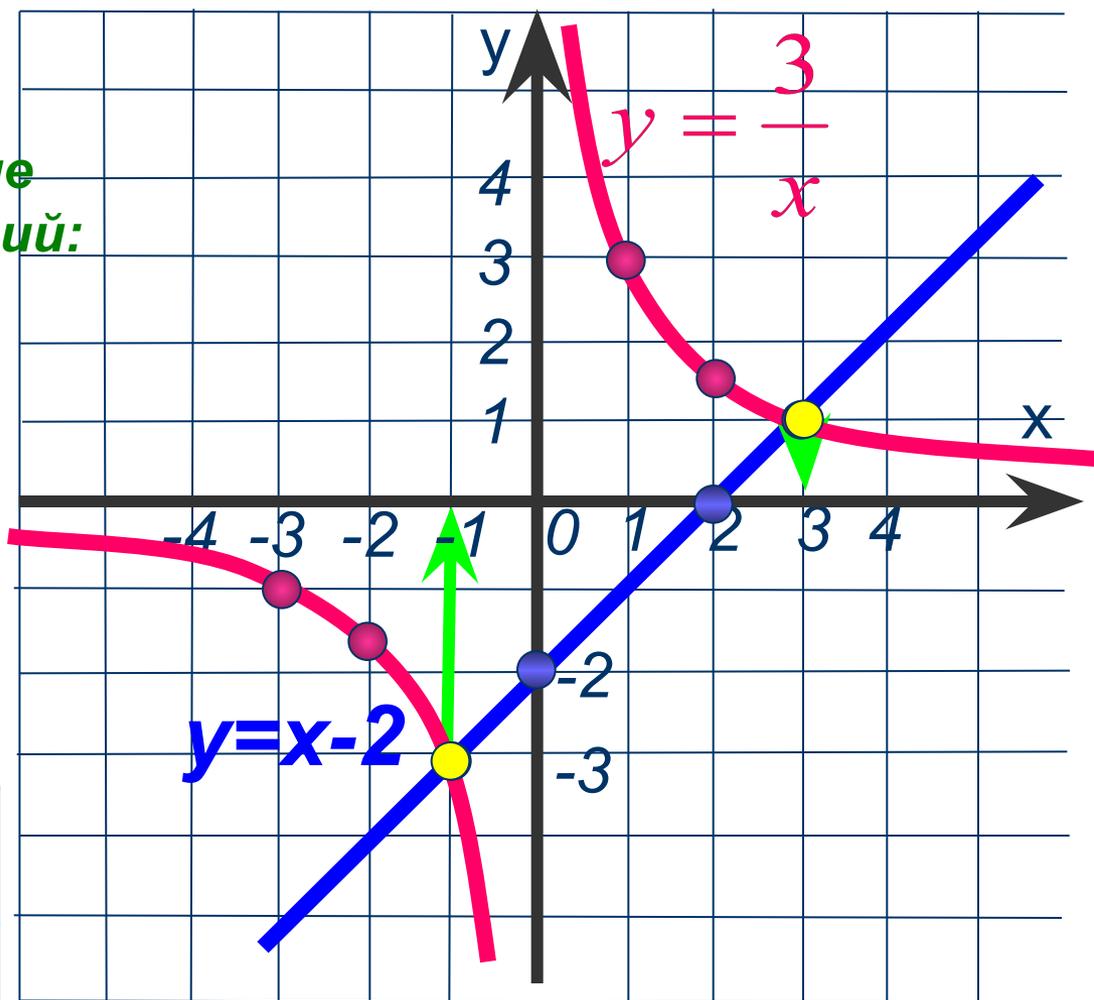
1 Построим в одной системе координат графики функций:

$$y = x - 2$$

x	0	2
y	-2	0

$$y = \frac{3}{x}$$

x	1	2	3	-1	-2	-3
y	3	1,5	1	-3	-1,5	-1



2 Найдём абсциссы точек пересечения графиков

3 ОТВЕТ:  $x = -1, x = 3$

# Решить графически уравнение:

$$-\frac{4}{x} = x + 3$$

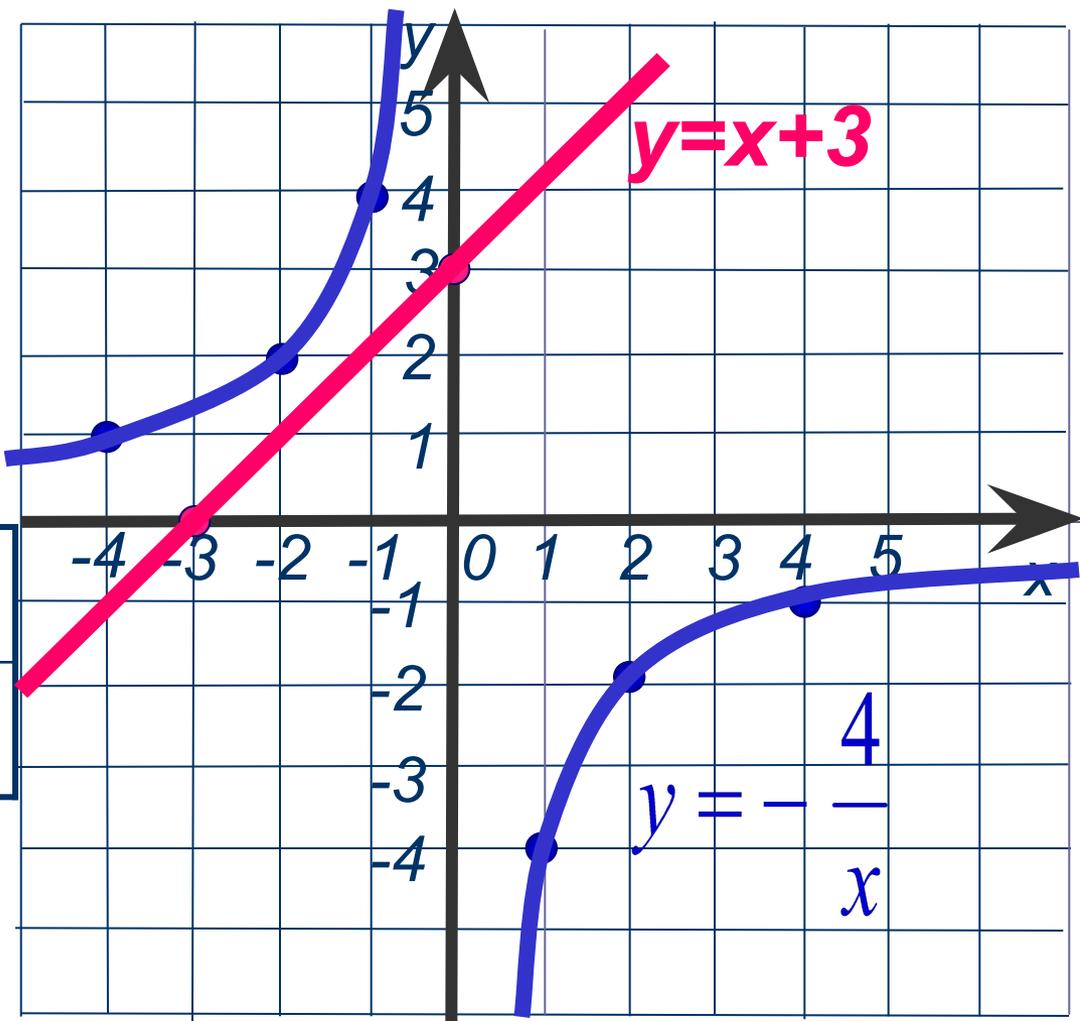
**1** Построим в одной с. к. графики функций:

$$y = -\frac{4}{x}$$

<b>x</b>	1	2	4	-1	-2	-4
<b>y</b>	-4	-2	-1	4	2	1

$$y = x + 3$$

<b>x</b>	0	-3
<b>y</b>	3	0



**2** Нет точек пересечения графиков

**3** ОТВЕТ: Нет корней

Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = 3x^2 \end{cases}$$

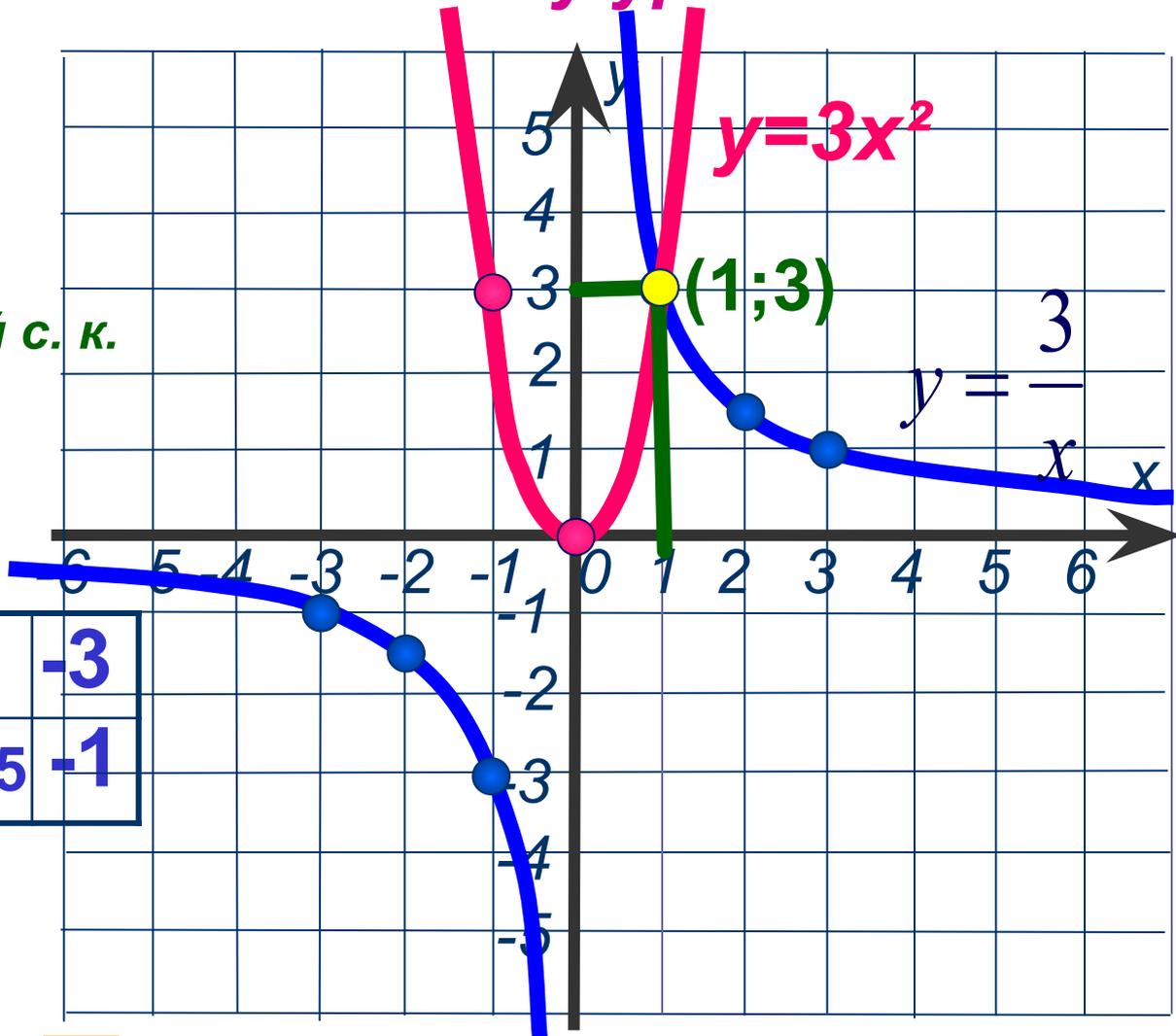
1 Построим в одной с. к. графики функций:

$$y = \frac{3}{x}$$

$x$	1	2	3	-1	-2	-3
$y$	3	1,5	1	-3	-1,5	-1

$$y = 3x^2$$

$x$	0	$\pm 1$
$y$	0	3



2 Найдём координаты точек пересечения графиков

3 ОТВЕТ (1; 3)





***Постройте график функции***

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

***и опишите её свойства.***



$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$y = -x^2$$

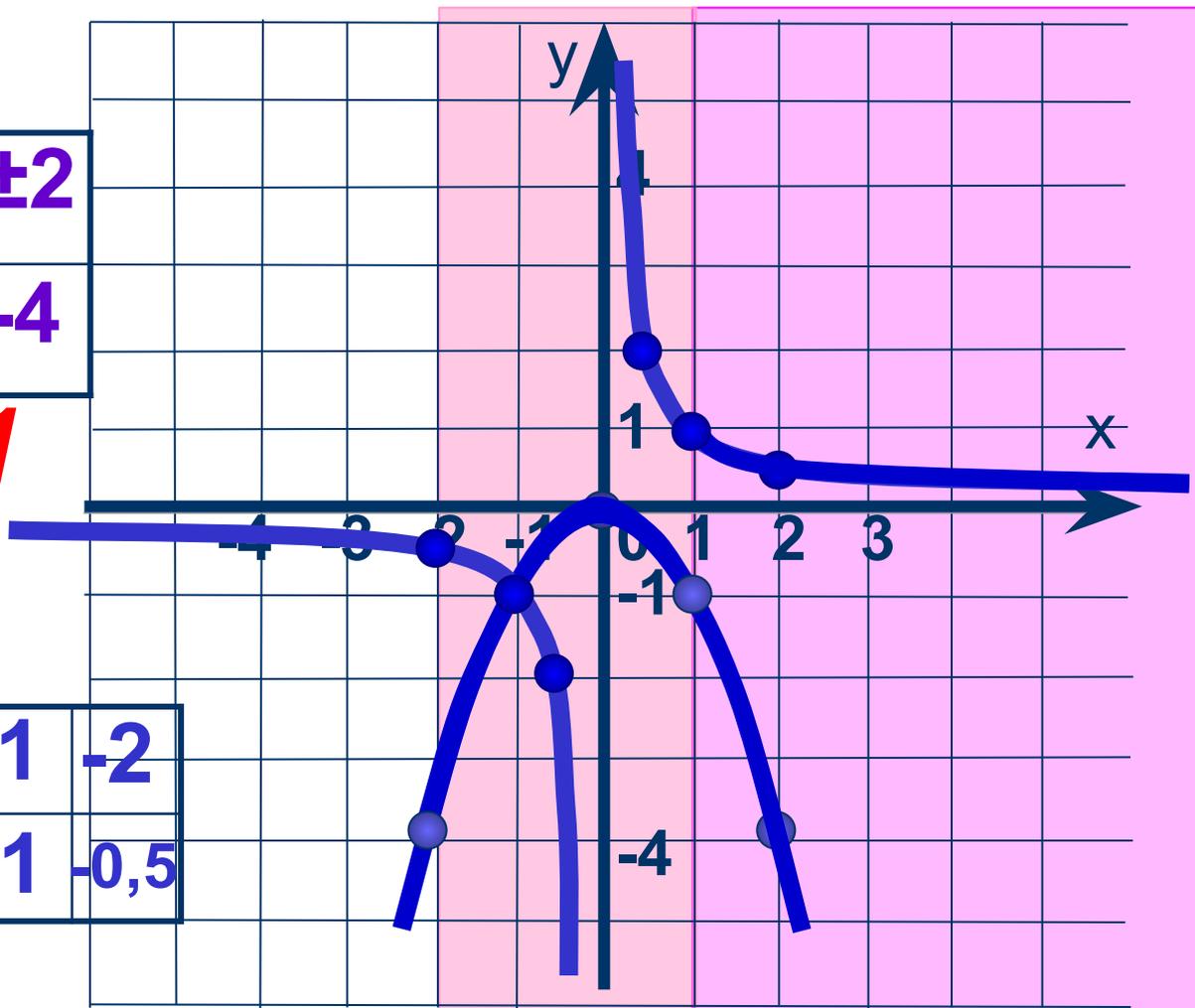
$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$
$y$	0	-1	-4

$$-2 \leq x \leq 1$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$x$	0,5	1	2	-0,5	-1	-2
$y$	2	1	0,5	-2	-1	-0,5

$$x > 1$$



# Свойства функции:

1. Область определения  $D(f) = [-2; +\infty)$

2. Область значений  $E(f) = [-4; 1)$

3. Знак функции: если  $x = 0$   
 $y > 0$ , если  $x \in (1; +\infty)$

$y < 0$ , если  
 $x \in [-2; 0) \cup (0; 1]$

4. Функция убывает

при  $x \in [0; 1] \cup (1; +\infty)$

Функция возрастает

при  $x \in [-2; 0]$

5. Функция чётна сверху и снизу.

6.  $y_{\text{наим.}} = -4$        $y_{\text{наиб.}} = \text{НЕТ}$

7. Функция имеет разрыв при  $x = 1$ .

