Рассматриваемые вопросы:

1. Законы коммутации

2. Методы анализа переходных процессов в линейных эл. цепях

3. Классический метод расчета ПП эл. цепи первого порядка

4. Примеры расчета ПП линейной эл. цепи классическим методом

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ

Переходным называется процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому.

При коммутации в эл. цепи возникают переходные процессы, т.е. процессы перехода тока (или напряжения) от одного установившегося режима работы эл. цепи к другому режиму работы эл. цепи.

Изменение токов и напряжений вызывают одновременное **изменение энергии электрического поля $W_э$, связанного с элементами эл. цепи – <u>ёмкостью</u>, и магнитного поля $W_м$, связанного с элементами эл. цепи – <u>индуктивностью</u>.**

Энергия электрического поля и энергия магнитного поля **могут изменяться** **только непрерывно**, так как скачко-образное изменение потребовало бы от источника бесконечно большой мощности. **На этом основаны законы коммутации**.

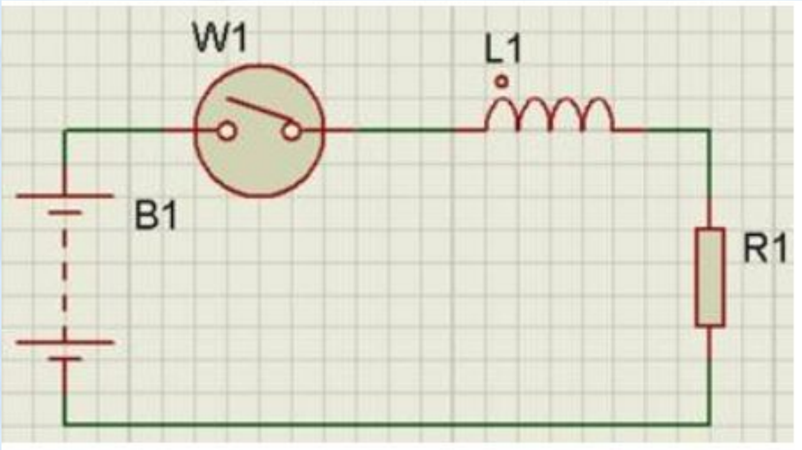
ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ

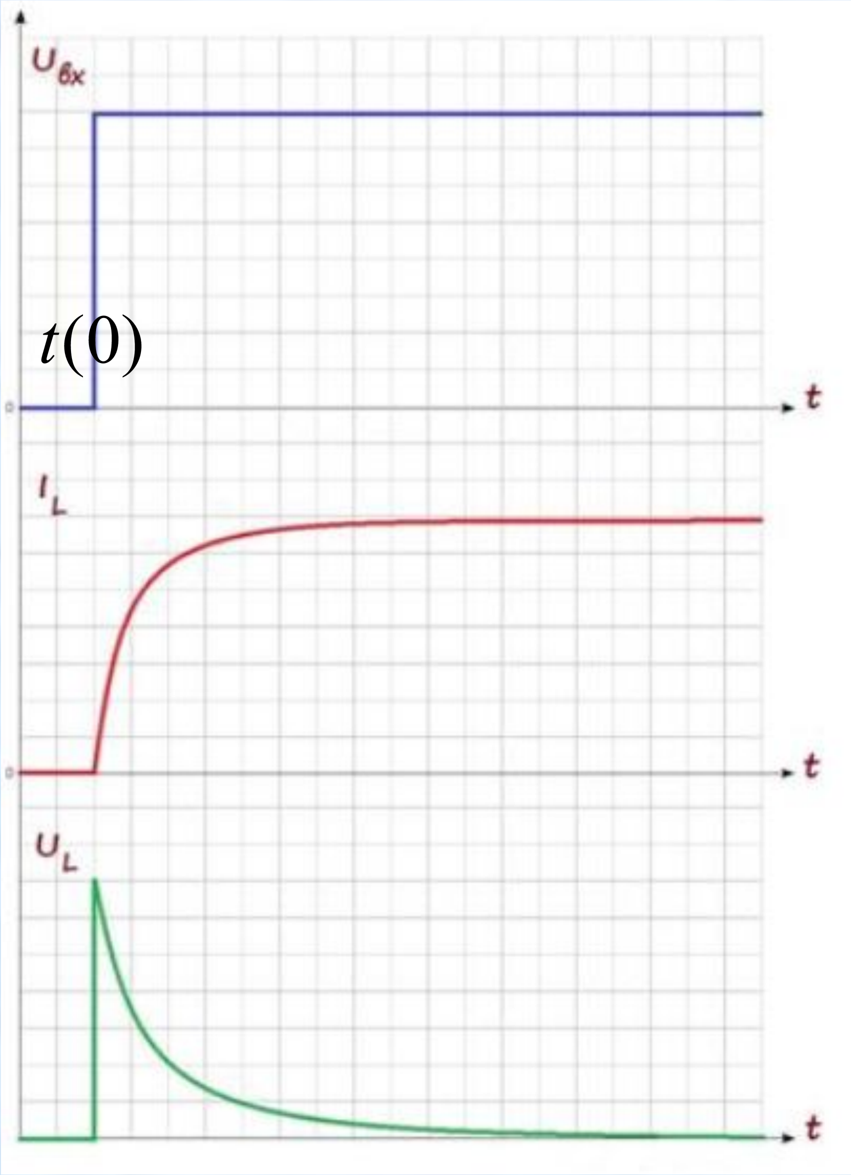
Первый закон коммутации:

В любой ветви с индуктивностью ток не может изменяться скачком и в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед моментом коммутации.

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ

Первый закон коммутации:





Первый закон коммутации (обозначения):

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

$i_L(0+)$ - ток в ветви с индуктивностью в момент коммутации, т.е. сразу после коммутации (знак "+"**).**
Время переходного процесса отсчитывается от момента коммутации;

$i_L(0-)$ - ток в индуктивности непосредственно перед коммутацией.

Второй закон коммутации:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

Напряжение на емкости сразу после коммутации сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед моментом коммутации.

Второй закон коммутации (обозначения):

$u_C(0+)$ - напряжение на емкости в момент коммутации;

$u_C(0-)$ - напряжение на емкости непосредственно перед моментом коммутации.

Допущения, применяемые при анализе ПП

1. Полагают, что ПП длится бесконечно большое время.

2. Считается, что замыкание и размыкание рубильника происходит мгновенно, без образования электрической дуги.

3. Принимают, что к моменту коммутации предыдущие ПП в цепи закончились.

Методы анализа переходных процессов в линейных цепях:

1. Классический метод
2. Операторный метод
3. Частотный метод
4. Метод расчета с помощью интеграла Дюамеля
5. Метод переменных состояния цепи

1. Классический метод расчета переходных процессов

заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе.

2. Операторный метод расчета переходных процессов

заключается в решении системы алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам.

3. Частотный метод расчета переходных процессов

основанный на преобразовании Фурье. Он находит широкое применение при решении задач синтеза.

4. Метод расчета переходных процессов с помощью итеграла Дюамеля,

используется при сложной форме кривой возмущающего воздействия.

5. Метод переменных состояния,

представляет собой упорядоченный способ определения электромагнитного состояния цепи на основе решения дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме (форме Коши).

Классический метод расчета

1. Классический метод расчета переходных процессов

заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе.

Классический метод расчета

__Алгоритм:__

__Общий случай при использовании этого метода:__

1. Составляется уравнение электромагнитного состояния электрической цепи __по законам Ома и Кирхгофа__ для __мгновенных значений напряжений и токов,__ которые связаны между собой (на отдельных элементах цепи) соотношениями:

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Элемент цепи: резистор (идеальное активное сопротивление):

$$\boxed{u_R(t) = R \cdot i_R(t)}$$

Элемент цепи: катушка индуктивности (идеальная индуктивность):

$$\boxed{u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}}$$

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Катушка индуктивности при наличии магнитной связи с катушкой, обтекаемой током i_M:

$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \pm M\frac{di_M(t)}{dt}$$

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Элемент цепи: конденсатор
(идеальная емкость):

$$\boxed{i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}}$$

$$\boxed{u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)\,dt}$$

Рассмотрим пример (общее решение):

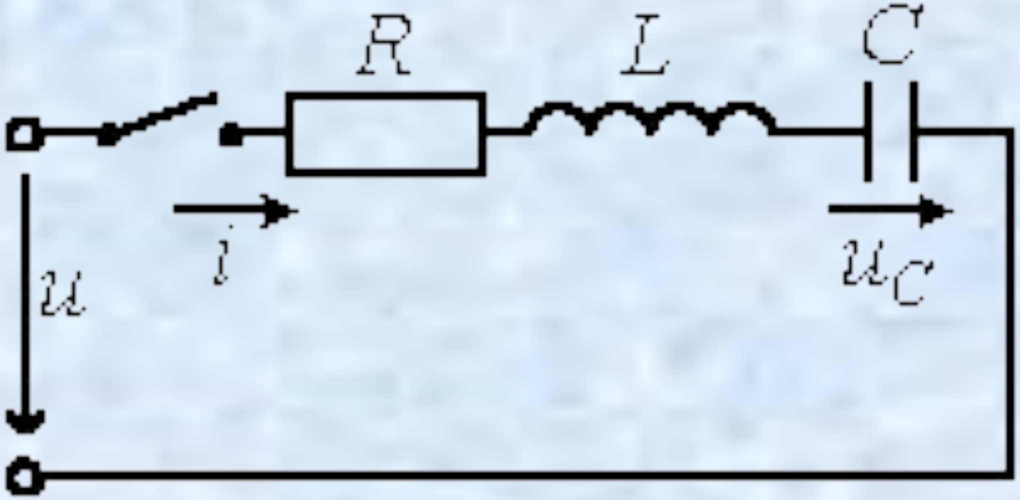


Рис.1

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

Пример_01:

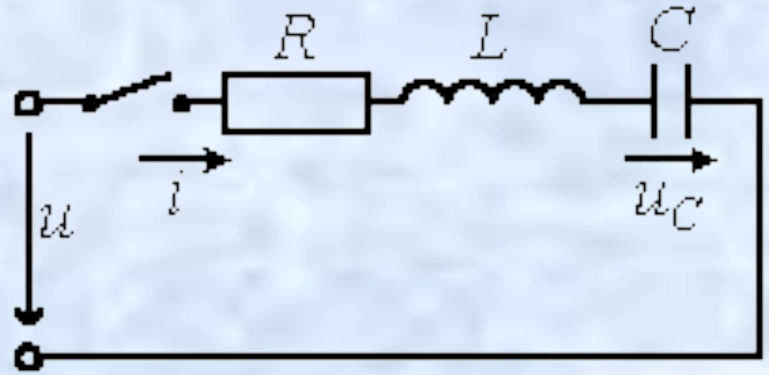


Рис.1

Последовательная электрическая цепь содержит:

- **резистор *R*,**
- **катушку индуктивности *L*,**
- **конденсатор *C*,**
- **источник напряжения *u*.**

Пример_01:

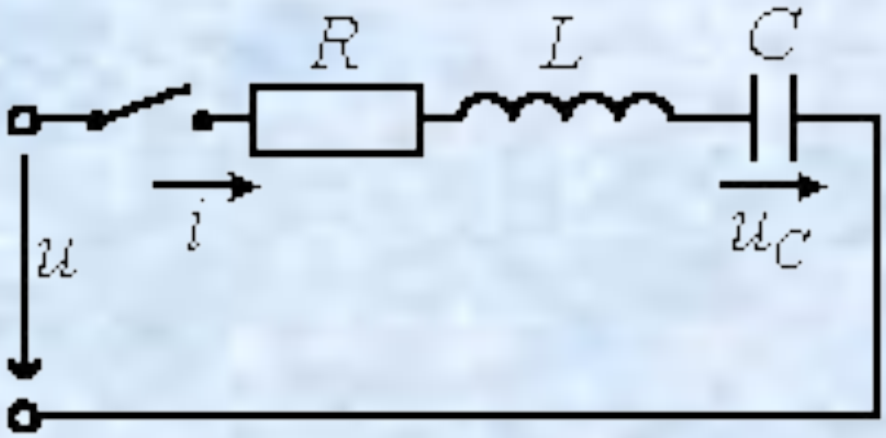


Рис.1

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

$$u(t) = Ri_R(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$

Пример_01:

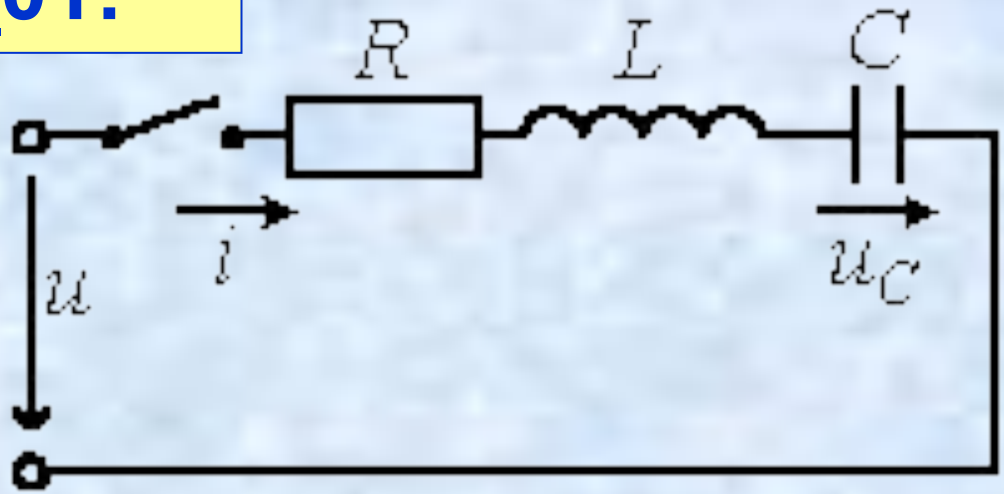


Рис.1

$$u(t) = Ri_R(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$

$$\boxed{i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}}$$

Пример_01:

…в итоге получаем линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно ***u*$_C$ (t):**

$$u(t) = Ri_R(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$

$$\boxed{i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}}$$

$$\boxed{u(t) = LC\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)}$$

ИТОГ примера_01:

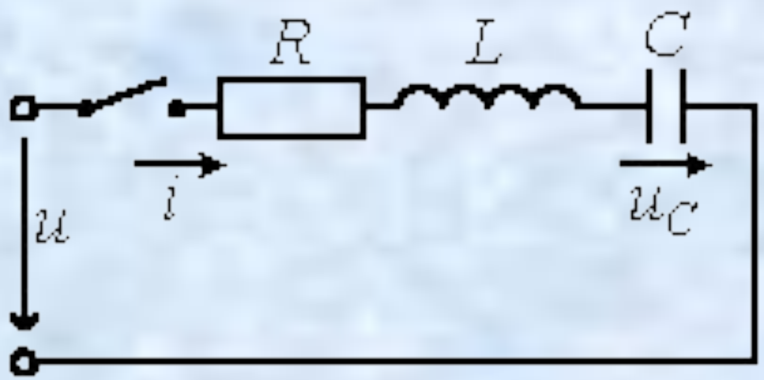
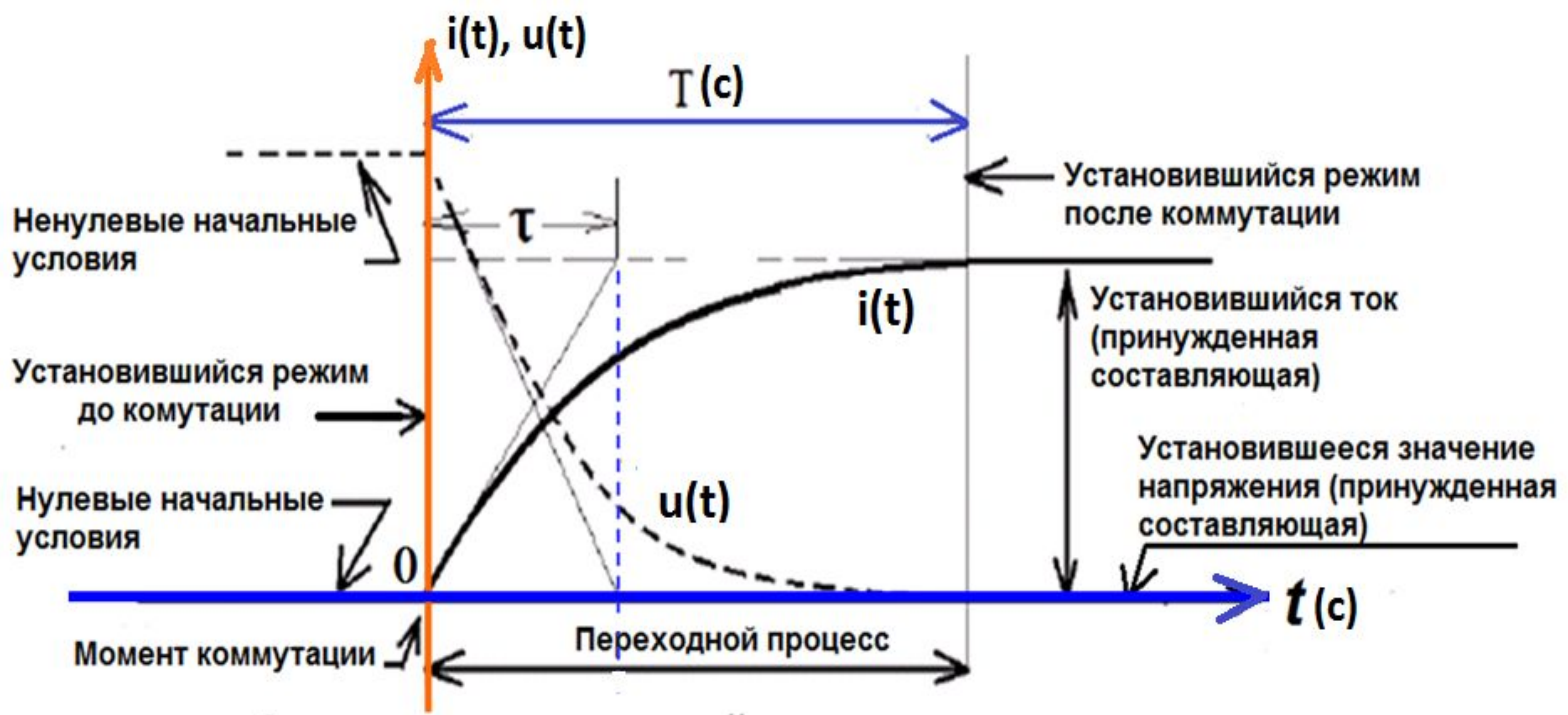


Рис.1

$$u(t) = LC\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

Вывод уравнения САМОСТОЯТЕЛЬНО !

Переходный процесс



Составление уравнений и отыскание решения

Методы расчета переходных процессов

1. Классический метод

1.1. Составляется система дифференциальных уравнений эл. цепи с использованием законов Кирхгофа и Ома.

Кроме этого, используются уравнения для отдельных элементов цепи:

$$\boxed{u_r = r i_r}$$

$$\boxed{u_L = L\frac{di_L}{dt}}$$

$$\boxed{u_C = C\frac{du_C}{dt}}$$

1. Классический метод

1.2. Полученную систему уравнений, путем замены переменных, сводят к дифференциальному уравнению *n*-го порядка относительно искомой величины.

В качестве искомой величины используют одну из переменных состояния: это ток в любой индуктивности или напряжение на одной из емкостей.

1. Классический метод

1.3. Общее решение полученного линейного дифференциального уравнения ищут в виде суммы двух выражений:

$$i_L = i_{L\,пр} + i_{L\,св}$$

или

$$u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св}$$

1. Классический метод

$$\boxed{i_L = i_{L\,пр} + i_{L\,св}}$$

или

$$\boxed{u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св}}$$

$i_{L\,св}$, $u_{C\,св}$ – соответствуют общим решениям, без независимых источников энергии.

$i_{L\,пр}$, $u_{C\,пр}$ – соответствуют частным решениям неоднородных уравнений, с независимыми источниками энергии (принужденные составляющие).

1. Классический метод

$$i_L = i_{L\,пр} + i_{L\,св}$$ или $$u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св}$$

Решения для свободных составляющих ищут в виде суммы *n* слагаемых (зависит от числа реактивных элементов):

$$i_{L\,св} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$ или $$u_{C\,св} = \sum_{k=1}^{n} B_k e^{p_k t}$$

A_k, B_k – постоянные интегрирования однородных диф. уравнений, которые определяются из начальных условий при помощи законов коммутации цепи.

1. Классический метод

$$i_{L\,св} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$ или $$u_{C\,св} = \sum_{k=1}^{n} B_k e^{p_k t}$$

p_k – корни соответствующих характеристических уравнений цепи, которые получают из диф. уравнений путем замены производных операторами p_k

1. Классический метод

$$i_{L\,св} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$

или

$$u_{C\,св} = \sum_{k=1}^{n} B_k e^{p_k t}$$

Для линейных эл. цепей, корни характеристических уравнений имеют отрицательные вещественные части, поэтому с увеличением времени t все свободные составляющие решений стремятся к нулю, т. е. затухают. Иначе, запасы энергии в реактивных элементах ограничены и стремятся к нулю при t стремящейся к бесконечности.

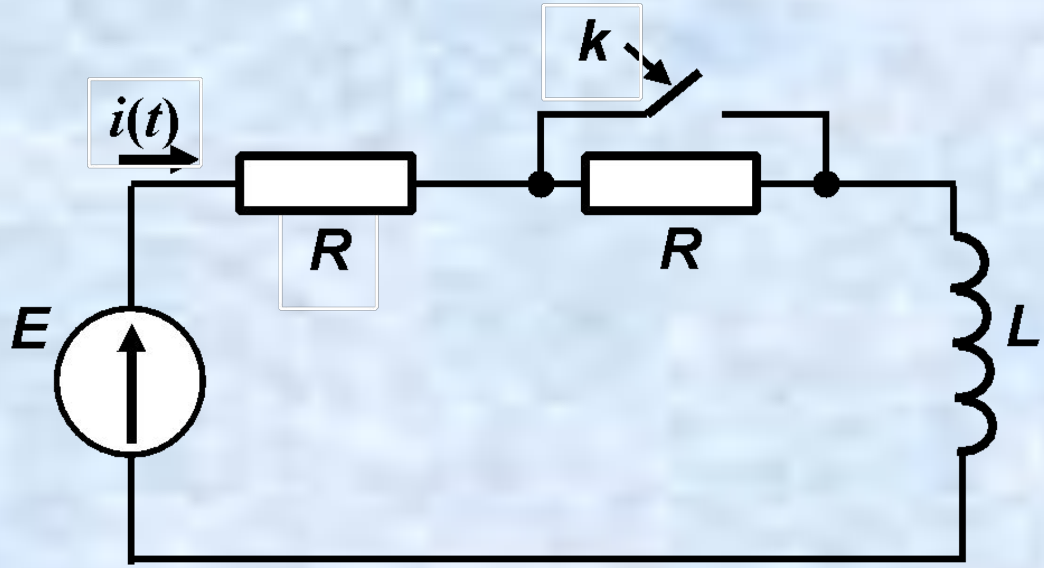
1. Классический метод

В итоге: расчет переходных процессов этим методом сводится к определению трех величин:

- постоянных интегрирования A_k (или B_k);
- *корней характеристического уравнения* p_k;
- *принужденных составляющих* $i_{L\,пр}$, $u_{C\,пр}$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

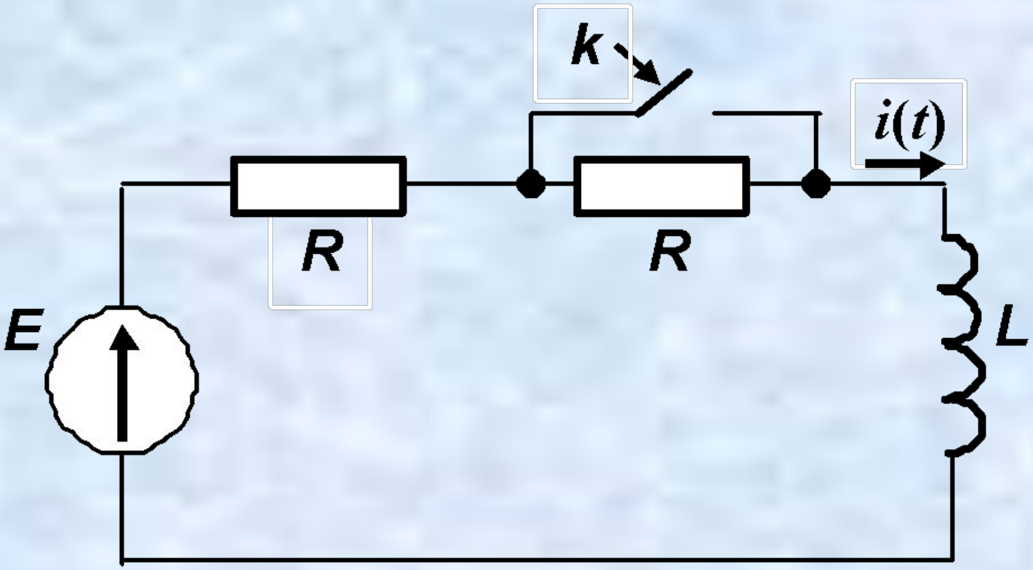
$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

1. Здесь ми имеем относительно простую схему 1-го порядка. Так говорят, если в схеме только одна катушка, или только один конденсатор.

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

2. **Дано:** ***E, R, L.*** ***Требуется найти закон изменения тока i(t) в общем виде классическим методом, т.е. в общем виде:***

$$i(t) = i_{L\,св} + i_{L\,пр} = i_{L\,пр} + \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

2. Дано: *E, R, L.* *Требуется найти закон изменения тока i(t) в общем виде классическим методом, т.е. в общем виде:*

$$i(t) = i_{L\,пр} + i_{L\,св} = i_{L\,пр} + \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$

$i(t) = i_{пр} + i_{св}$ - решение дифференциального уравнения

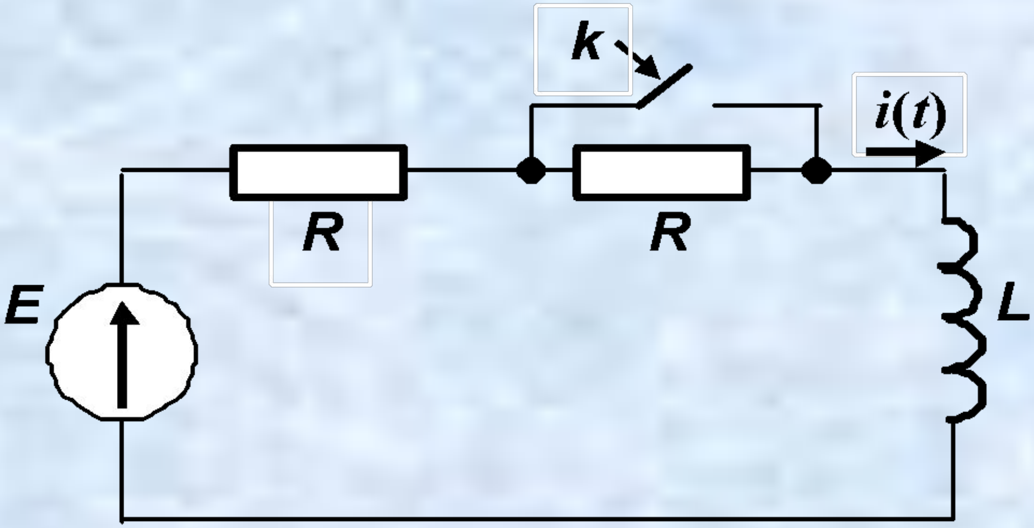
переходный ток

принужденный (установившийся) ток

свободный ток

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0,1$ Гн

$i(t) = ?$

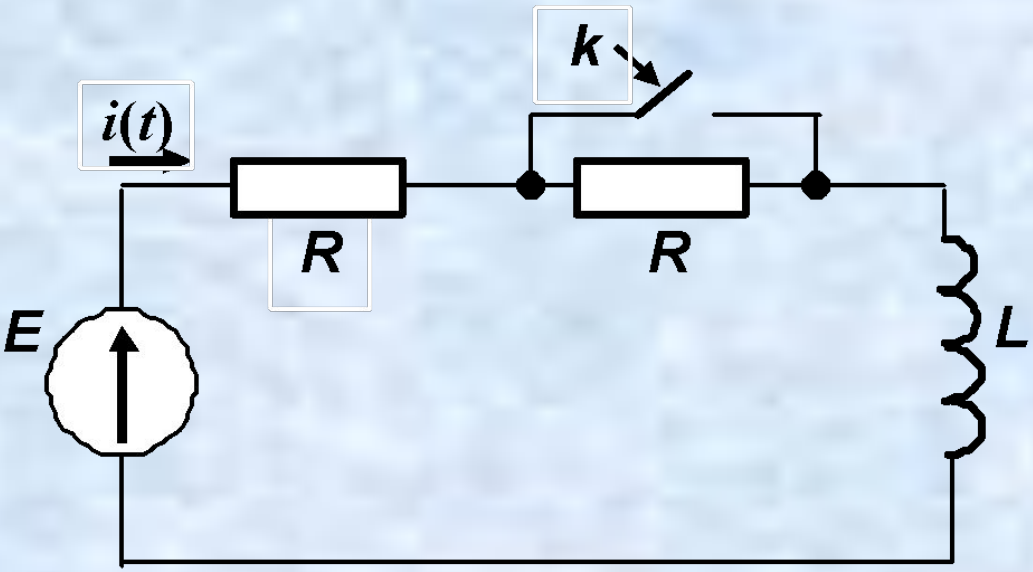
1 шаг: **Произведем расчет эл. цепи до коммутации, т.е в момент** ***t (0_)*****.**

– ключ «k» открыт,

– в цепи при этом имеется два последовательных резистора R и ЭДС.

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

1 шаг: катушку в схеме замещения можно представить замкнутым проводником на ее полюсах.

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

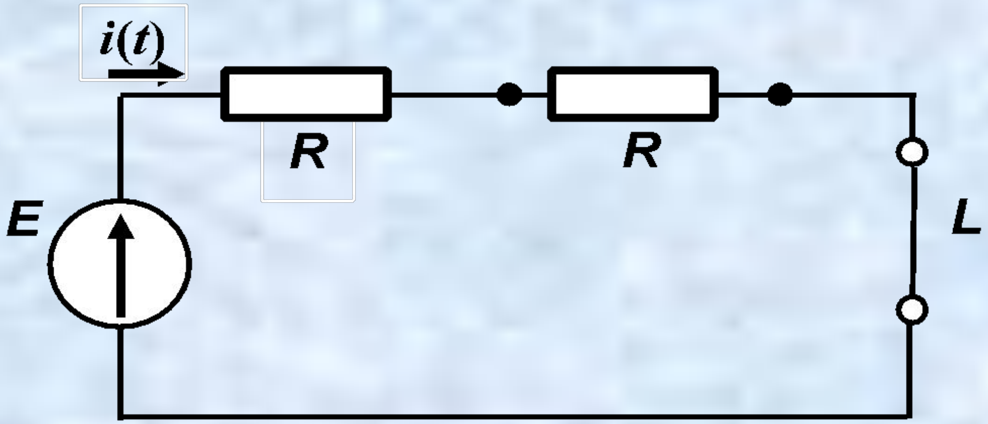


Схема замещения: в *t (0_)*

$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

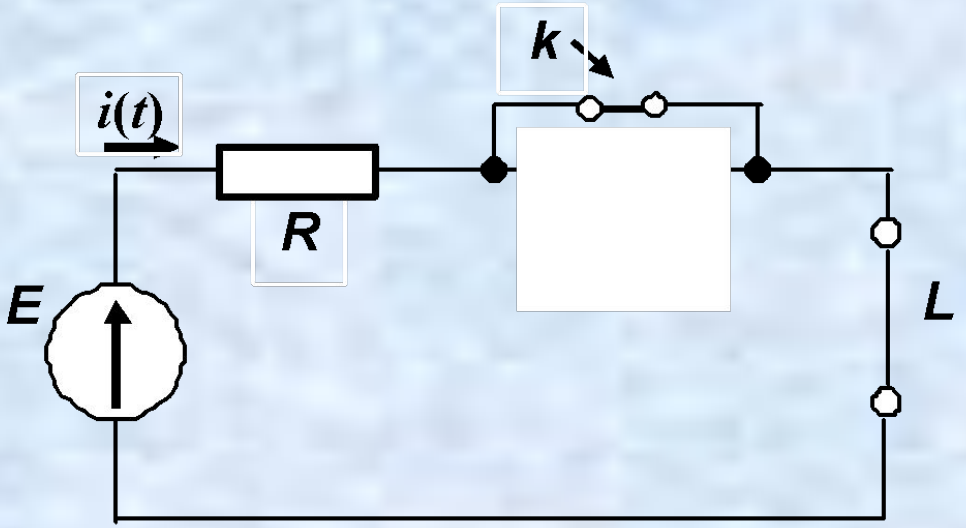
$i(t) = ?$

1 шаг: До коммутации в момент времени *t (0_)*,

$$i(0\_) = \frac{E}{R+R} = \frac{100}{10+10} = 5\,(A)$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



E = 100 В

R = 10 Ом

L = 0,1 Гн

$i\,(t) = ?$

Схема замещения: в $t\,(0_+)$

2 шаг: **В момент $t\,(0_+)$, *подсчитаем ток через катушку индуктивности.***

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

В соответствии с классическим методом расчета, **ПЕРЕХОДНОЙ** ток в ветви схемы представляют в виде суммы **ПРИНУЖДЕННОГО** и **СВОБОДНОГО** токов.

$i(t) = i_{ПР} + i_{СВ}$ - решение дифференциального уравнения

переходный ток

принужденный (установившийся) ток

свободный ток

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$i_{ПР}$ – принужденный ток, определяется в установившемся режиме после коммутации. Этот ток создается внешними источниками питания.

$$i(t) = i_{ПР} + i_{СВ}$$ - решение дифференциального уравнения

$i(t)$ – переходный ток

$i_{ПР}$ – принужденный (установившийся) ток

$i_{СВ}$ – свободный ток

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

i_{CB} – свободный ток, определяется в схеме после коммутации, из которой исключен внешний источник питания. Свободный ток создается внутренними источниками питания: ЭДС самоиндукции индуктивности или напряжением заряженной емкости.

$i(t) = i_{ПР} + i_{СВ}$ - решение дифференциального уравнения

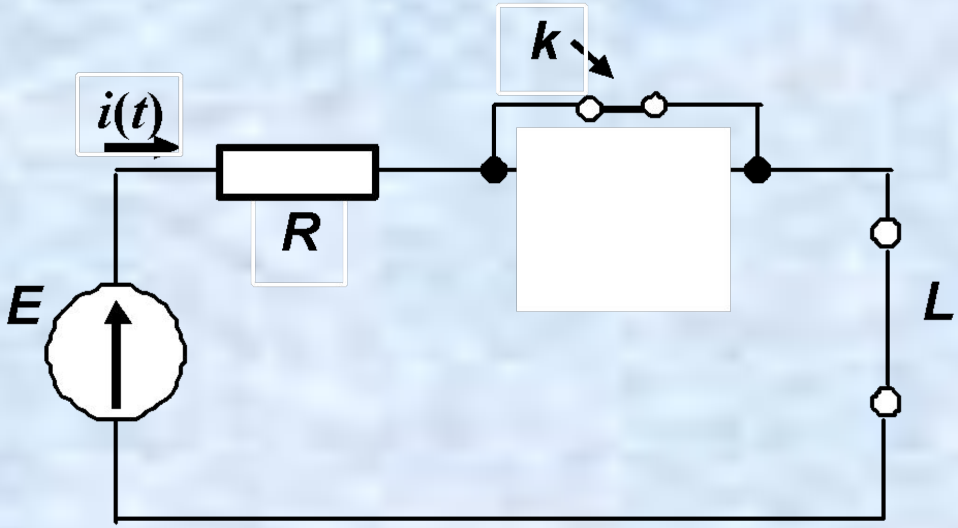
переходный ток

принужденный (установившийся) ток

свободный ток

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ *В*

$R = 10$ *Ом*

$L = 0,1$ *Гн*

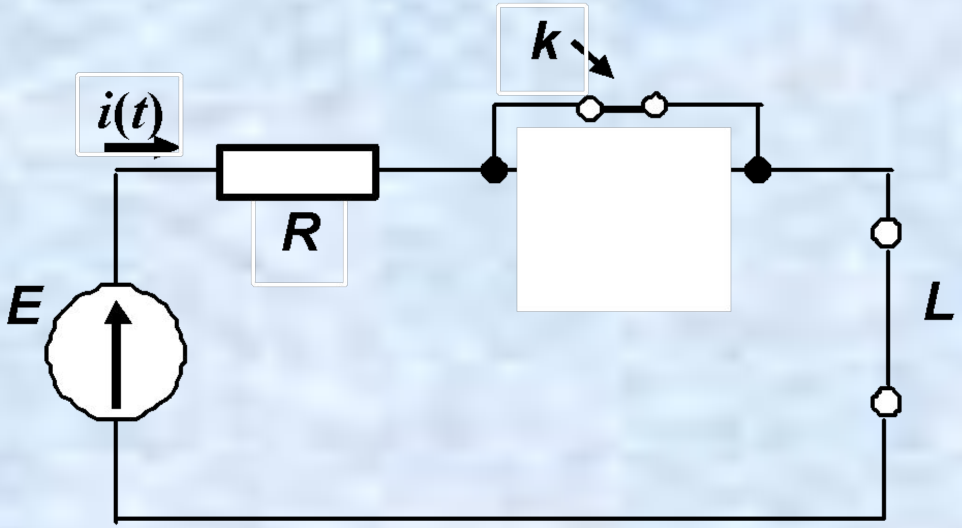
$i(t) = ?$

3 шаг: **Расчитывается схема установившегося режима, после коммутации:**

$$t \to +\infty$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

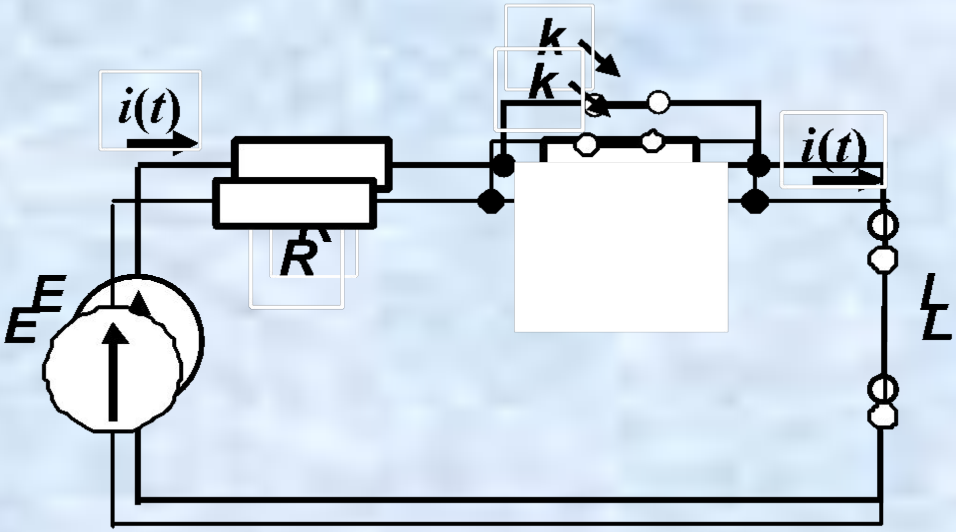
$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

3 шаг: Установившийся режим: $t = +\infty$

- ключ замкнут: в цепи один резистор, второй замкнут; катушка накоротко замкнута.

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

3 шаг: В <u>установившимся</u> режиме $t = +\infty$

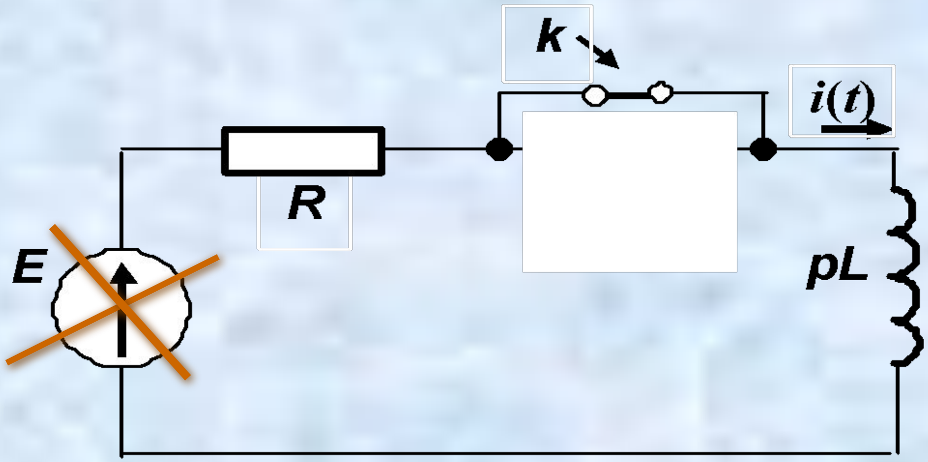
ток на ветви катушки называется принудительным:

$$i_{np} = \frac{E}{R} = \frac{100}{10} = 10\left(A\right)$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

4 шаг: Составим характеристическое уравнение и найдем корень *p* этого уравнения. Для этого отключим источник напряжения и найдем полное сопротивление цепи.



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

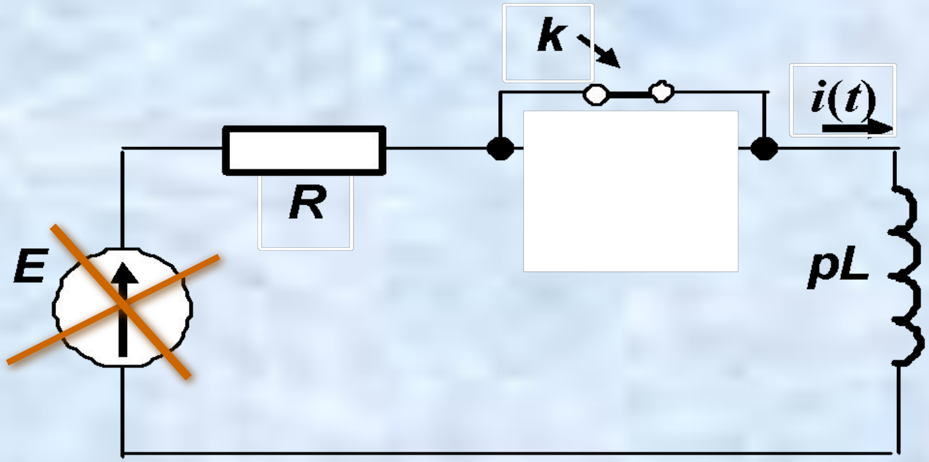
$i(t) = ?$

В таком режиме сопротивление индуктивности записывают в следующем виде:

$$j\omega = p \Longrightarrow j\omega \cdot L = pL;$$

p – корень харак. ур-ния

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

$$j\omega = p \Longrightarrow \boxed{j\omega \cdot L = pL,}$$

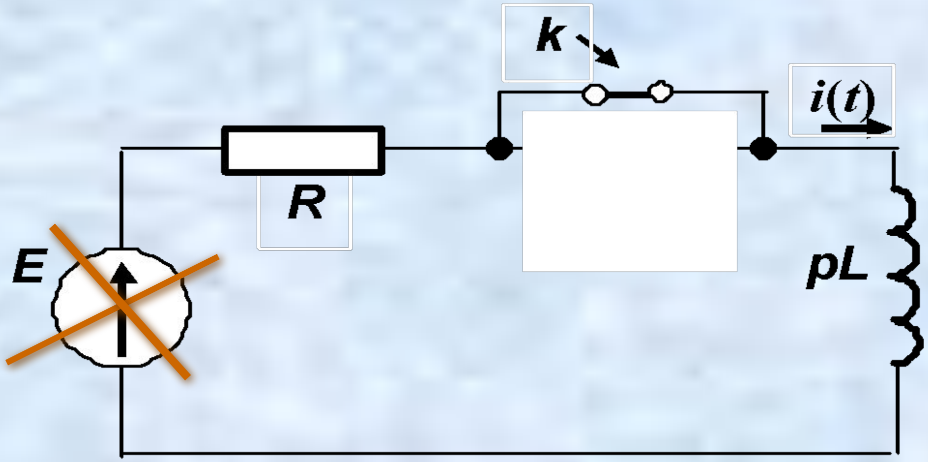
где p – корень характеристического уравнения

Тогда полное сопротивление цепи:

$$Z(p) = R + pL = 0 \Longrightarrow p = -\frac{R}{L}$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$E = 100$ В

$R = 10$ Ом

$L = 0{,}1$ Гн

$i(t) = ?$

$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{10}{0{,}1}\left(\frac{1}{c}\right) = -100\left(\frac{1}{c}\right) = -100\ c^{-1}$$

$$[p] = \left[\frac{Ом}{Гн}\right] = \left[\frac{B}{A \cdot Гн}\right] = \left[\frac{B \cdot A}{A \cdot B \cdot c}\right] = \left[\frac{1}{c}\right]$$

Индуктивность в 1 *Гн* – это если изменение тока в 1 *А/с* создает ЭДС индукции 1 *В*

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{10}{0,1}\left(\frac{1}{c}\right) = -100\left(\frac{1}{c}\right) = -100\ c^{-1}$$

5 шаг: Запишем выражение для свободной составляющей тока:

$$i_{св} = A \cdot e^{pt},\ где\ \ p - корень$$

$$\boxed{i_{св} = A \cdot e^{-100\,t}}$$

Здесь А – постоянная интегрирования

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Выражение для полного решения ищут в виде:

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$

$i_{пр}$ **– принужденное состояние тока**

$i_{св}$ **– свободный ток**

$$i(t) = 10 + A \cdot e^{-100t}$$

Найдем постоянную интегрирования *A* в момент времени *t* (0_+)

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Выражение для полного решения ищут в виде:

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$

$$i(t) = 10 + A \cdot e^{-100t}$$

Найдем постоянную интегрирования *A* в момент времени *t* (0_+)

$$i(0_+) = 10 + A$$

$$5 = 10 + A$$

$$A = -5\,(A)$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Выражение для полного решения ищут в виде:

$$i(t) = i_{пр} + i_{св}$$

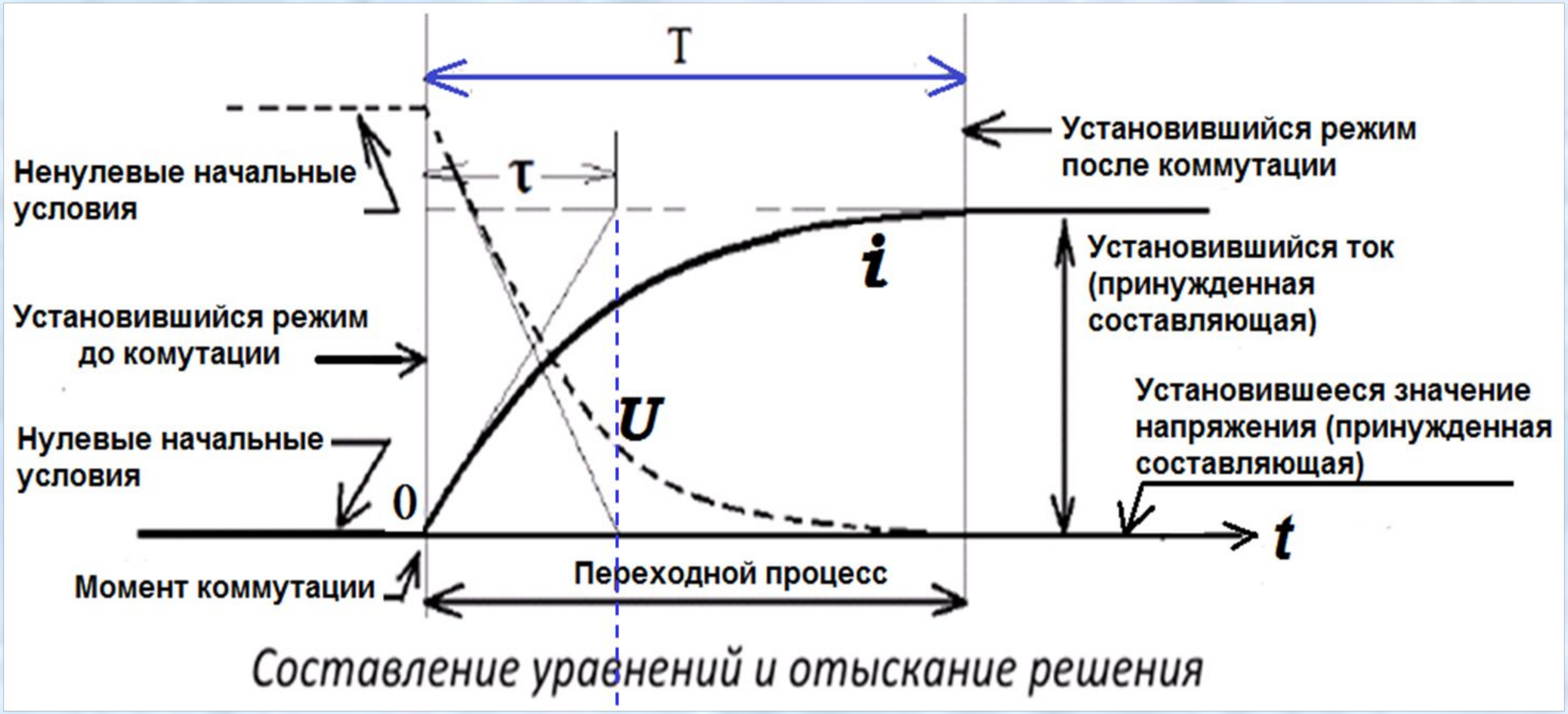
$$i(t) = 10 + A \cdot e^{-100t}$$

В окончательном виде, решения для тока, как функции времени, запишется так:

$$\boxed{i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} (A)}$$

В итоге, найден закон изменения тока (в схеме с индуктивностью) классическим методом!

Методы расчета переходных процессов



$$\tau = \left| -\frac{1}{p} \right| \textit{сек}$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} (A)$$

Построим график зависимости тока от времени:

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} (A)$$

– до коммутвции в момент *t (0_)* ток равнялся 5А,

– после коммутации, в установившемся режиме ток равнялся 10А,

– от 5А, после коммутации ток экспотенциально возрастает до 10А за время (по некоторым сведениям за (*t* = 5*τ*) с

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} (A)$$

i, A

t, c

t = 1τ

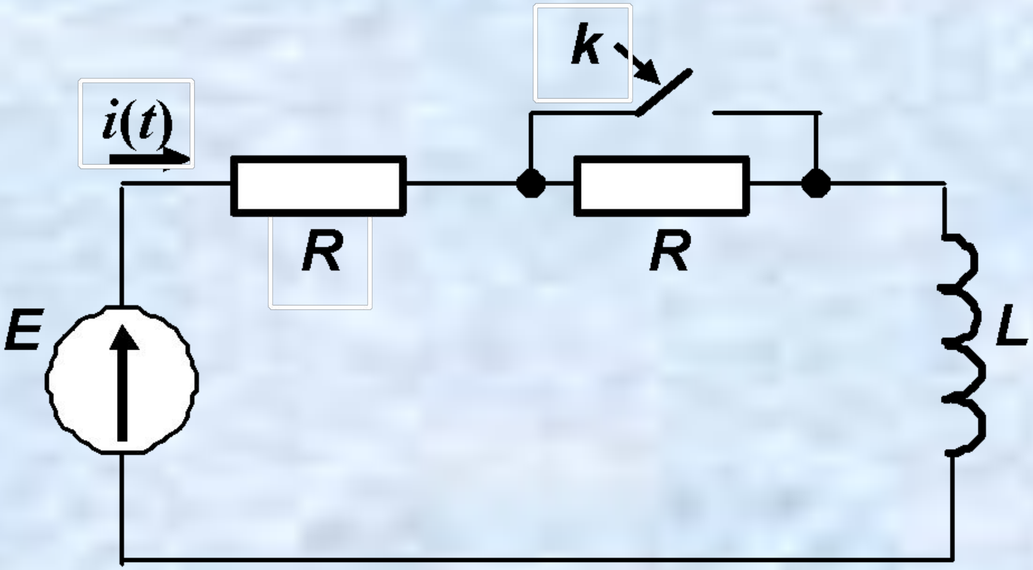
t = 2τ

t = 5τ

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

II ЧАСТЬ: Найдем напряжение на катушке:



$E = 100\ В$

$R = 10\ Ом$

$L = 0{,}1\ Гн$

$u_L(t) = ?$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

$$\boxed{i(t) = 10 - 5\cdot e^{-100t}\,(A)}$$

$$u_L(t) = 0{,}1\frac{d}{dt}\left(10 - 5e^{-100t}\right)(B)$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

II ЧАСТЬ: Найдем напряжение на катушке:

$$u_L(t) = 0{,}1\frac{d}{dt}\left(10 - 5e^{-100t}\right)(B)$$

$$u_L(t) = 0{,}1\cdot(-5)\cdot(-100)\cdot e^{-100t}\;(B)$$

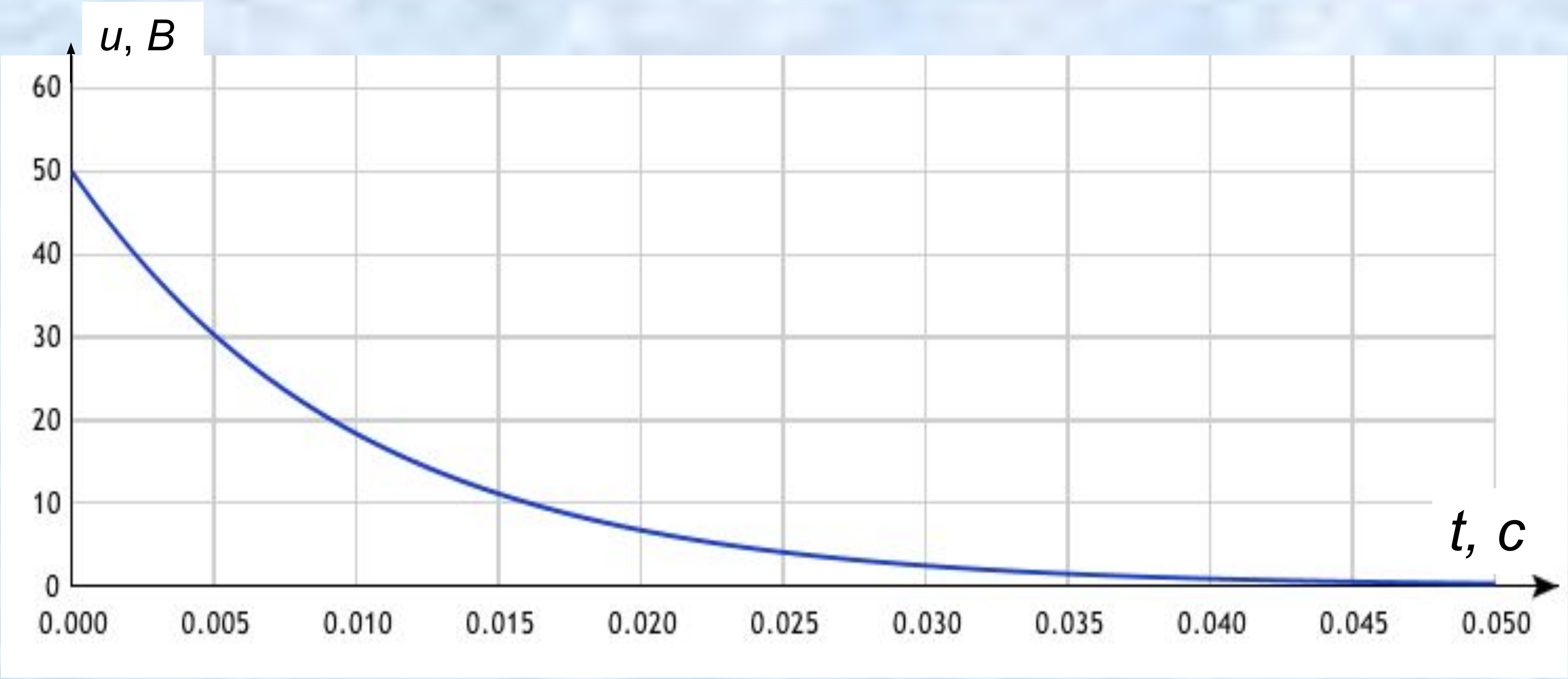
$$u_L(t) = 50\cdot e^{-100t}\;(B)$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Напряжение на катушке:

$$u_L(t) = 50 \cdot e^{-100t}\ (B)$$



П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Время переходного процесса:

$$\boldsymbol{p} = -100\ \frac{1}{\boldsymbol{c}}$$

$$\tau = \left| -\frac{1}{p} \right| = 0{,}01(c)$$

Тогда: t = 5т = 0,05 с