

Рассматриваемые вопросы:

1. Законы коммутации

2. Методы анализа переходных процессов в линейных эл. цепях

3. Классический метод расчета ПП эл. цепи первого порядка

4. Примеры расчета ПП линейной эл. цепи классическим методом

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ

Переходным называется процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому.

При коммутации в эл. цепи возникают переходные процессы, т.е. процессы перехода тока (или напряжения) от одного установившегося режима работы эл. цепи к другому режиму работы эл. цепи.

Изменение токов и напряжений вызывают одновременное изменение энергии электрического поля $W_{\text{э}}$, связанного с элементами эл. цепи – ёмкостью, и магнитного поля $W_{\text{м}}$, связанного с элементами эл. цепи – индуктивностью.

Энергия электрического поля и энергия магнитного поля могут изменяться только непрерывно, так как скачко-образное изменение потребовало бы от источника бесконечно большой мощности. На этом основаны законы коммутации.

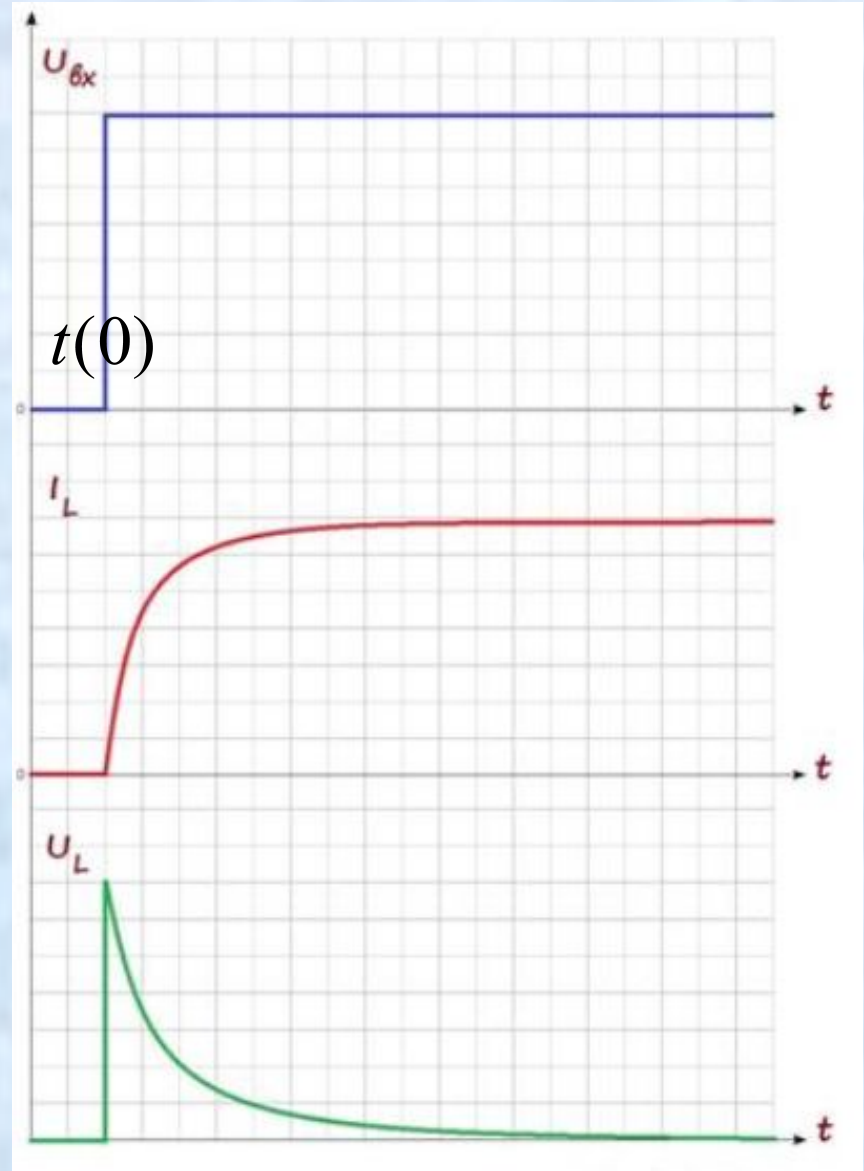
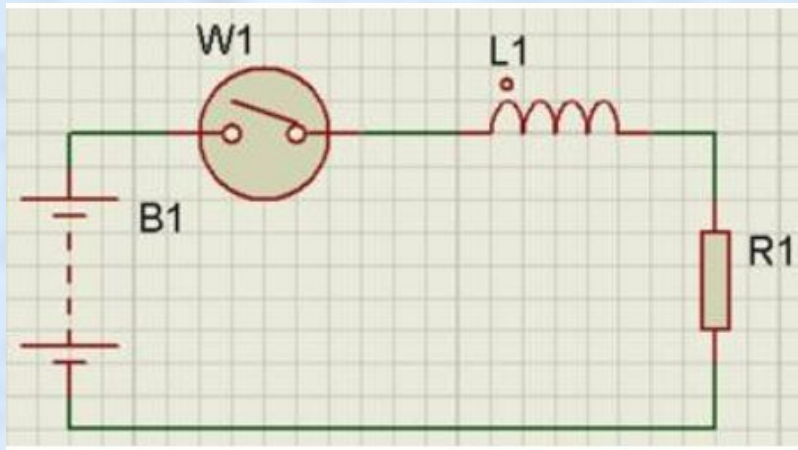
ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ

Первый закон коммутации:

В любой ветви с индуктивностью ток не может изменяться скачком и в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед моментом коммутации.

ЗАКОНЫ КОММУТАЦИИ

Первый закон коммутации:



Первый закон коммутации (обозначения):

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

$i_L(0_+)$ - ток в ветви с индуктивностью в момент коммутации, т.е. сразу после коммутации (знак "+").

Время переходного процесса отсчитывается от момента коммутации;

$i_L(0_-)$ - ток в индуктивности непосредственно перед коммутацией.

Второй закон коммутации:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

Напряжение на емкости сразу после коммутации сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед моментом коммутации.

Второй закон коммутации (обозначения):

$u_C(0+)$ - напряжение на емкости **в**
момент коммутации;

$u_C(0-)$ - напряжение на емкости
непосредственно перед
моментом коммутации.

Допущения, применяемые при анализе ПП

1. Полагают, что ПП длится бесконечно большое время.

2. Считается, что замыкание и размыкание рубильника происходит мгновенно, без образования электрической дуги.

3. Принимают, что к моменту коммутации предыдущие ПП в цепи закончились.

Методы анализа переходных процессов в линейных цепях:

1. Классический метод

2. Операторный метод

3. Частотный метод

4. Метод расчета с помощью интеграла Дюамеля

5. Метод переменных состояния цепи

1. Классический метод расчета переходных процессов

заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе.

2. Операторный метод расчета переходных процессов

заключается в решении системы алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам.

3. Частотный метод расчета переходных процессов

**основанный на преобразовании
Фурье. Он находит широкое
применение при решении задач
синтеза.**

4. Метод расчета переходных процессов с помощью интеграла Дюамеля,

используется при сложной форме кривой возмущающего воздействия.

5. Метод переменных состояния,

представляет собой упорядоченный способ определения электромагнитного состояния цепи на основе решения дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме (форме Коши).

Классический метод расчета

1. Классический метод расчета переходных процессов

**заключается в непосредственном
интегрировании дифференциальных
уравнений, описывающих изменения
токов и напряжений на участках цепи
в переходном процессе.**

Классический метод расчета

Алгоритм:

Общий случай при использовании
этого метода:

1. Составляется уравнение электромагнитного состояния электрической цепи по законам Ома и Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов, которые связаны между собой (на отдельных элементах цепи) соотношениями:

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Элемент цепи: **резистор** (идеальное активное сопротивление):

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$$

Элемент цепи: **катушка индуктивности** (идеальная индуктивность):

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Катушка индуктивности при наличии магнитной связи с катушкой, обтекаемой током i_M :

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \pm M \frac{di_M(t)}{dt}$$

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Элемент цепи: **конденсатор**
(идеальная емкость):

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$

Рассмотрим пример (общее решение):

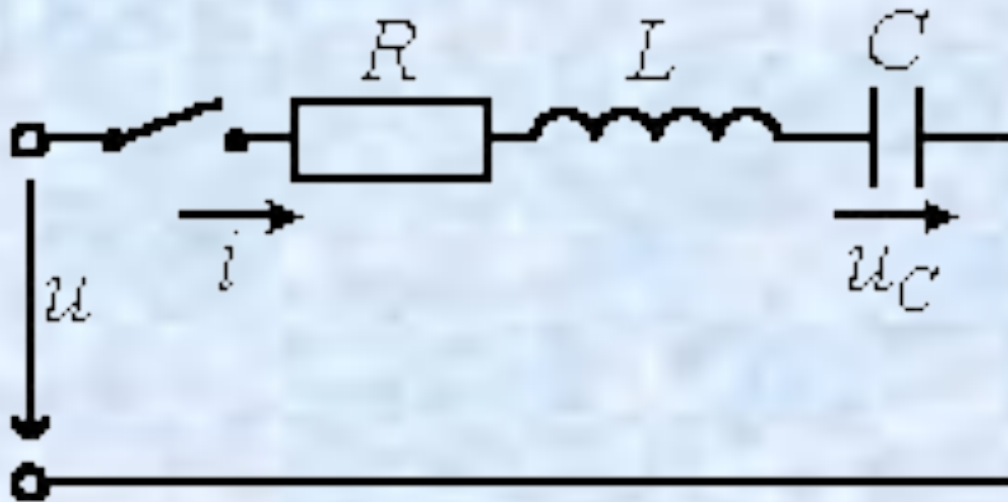


Рис.1

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

Пример_01:

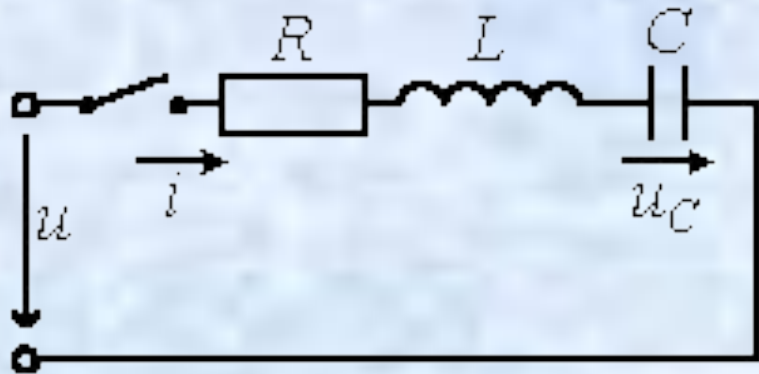


Рис.1

Последовательная электрическая цепь содержит:

- резистор R ,
- катушку индуктивности L ,
- конденсатор C ,
- источник напряжения u .

Пример_01:

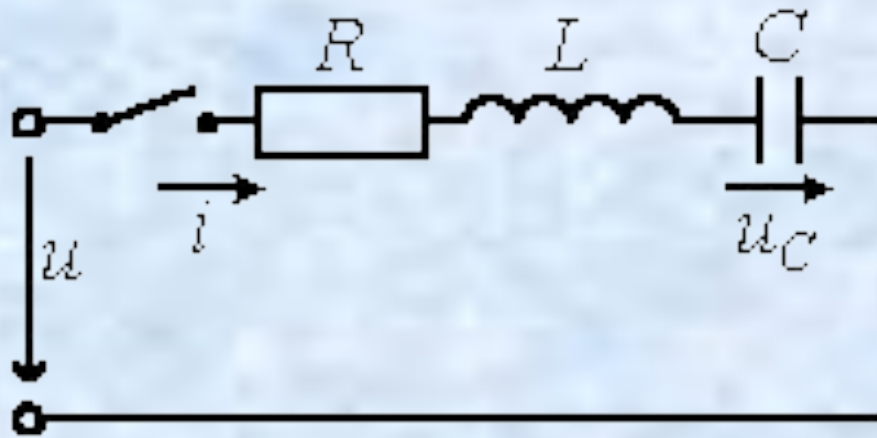


Рис.1

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

$$u(t) = Ri_R(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$



Пример_01:

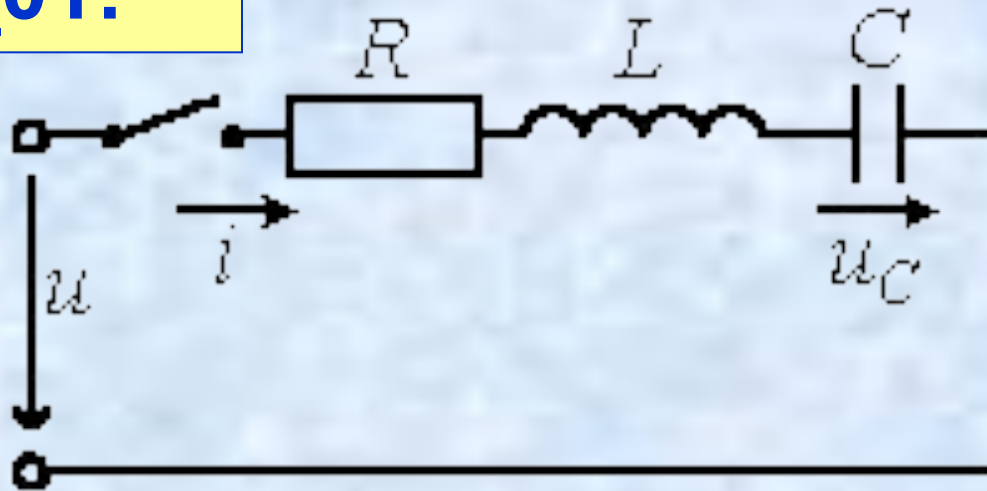


Рис.1

$$u(t) = Ri_R(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

Пример_01:

...в итоге получаем линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно $u_C(t)$:

$$u(t) = Ri_R(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u(t) = LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

ИТОГ примера_01:

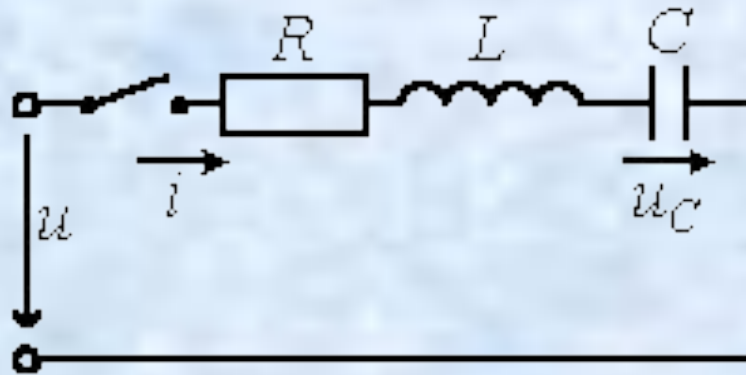
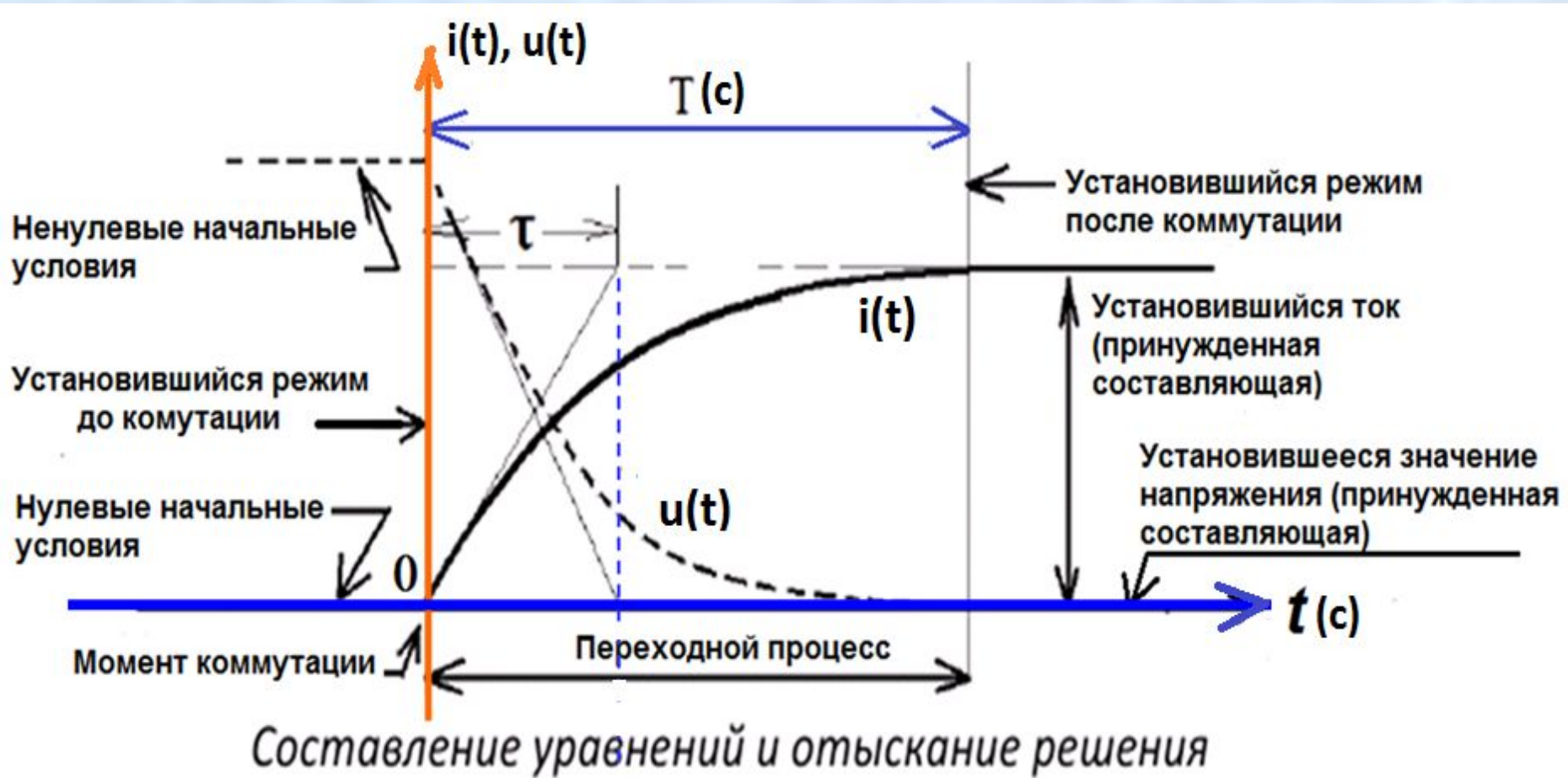


Рис.1

$$u(t) = LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

Вывод уравнения САМОСТОЯТЕЛЬНО !

Переходный процесс



1. Классический метод

1.1. Составляется система дифференциальных уравнений эл. цепи с использованием законов Кирхгофа и Ома.

Кроме этого, используются **уравнения для отдельных элементов цепи:**

$$u_r = r i_r$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$u_C = C \frac{du_C}{dt}$$

1. Классический метод

1.2. Полученную систему уравнений, путем замены переменных, сводят к дифференциальному уравнению n -го порядка относительно искомой величины.

В качестве искомой величины используют одну из переменных состояния: **это ток в любой индуктивности или напряжение на одной из емкостей.**

1. Классический метод

1.3. Общее решение полученного линейного дифференциального уравнения ищут в виде суммы двух выражений:

$$\dot{i}_L = \dot{i}_{L \text{ пр}} + \dot{i}_{L \text{ св}}$$

ИЛИ

$$u_C = u_{C \text{ пр}} + u_{C \text{ св}}$$

1. Классический метод

$$i_L = i_{L\text{ пр}} + i_{L\text{ св}}$$

или

$$u_C = u_{C\text{ пр}} + u_{C\text{ св}}$$

$$i_{L\text{ св}}, u_{C\text{ св}}$$

– соответствуют общим решениям, **без независимых источников энергии.**

$$i_{L\text{ пр}}, u_{C\text{ пр}}$$

– соответствуют частным решениям неоднородных уравнений, **с независимыми источниками энергии (принужденные составляющие).**

1. Классический метод

$$\dot{i}_L = \dot{i}_{L\text{ пр}} + \dot{i}_{L\text{ св}} \quad \text{или} \quad u_C = u_{C\text{ пр}} + u_{C\text{ св}}$$

Решения для свободных составляющих ищут в виде суммы n слагаемых (зависит от числа реактивных элементов):

$$\dot{i}_{L\text{ св}} = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t} \quad \text{или} \quad u_{C\text{ св}} = \sum_{k=1}^n B_k e^{p_k t}$$

A_k, B_k

– постоянные интегрирования однородных диф. уравнений, которые определяются из начальных условий при помощи законов коммутации цепи.

1. Классический метод

$$i_{L\text{ св}} = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

или

$$u_{C\text{ св}} = \sum_{k=1}^n B_k e^{p_k t}$$

p_k

– корни соответствующих характеристических уравнений цепи, которые получают из диф. уравнений путем замены производных операторами p_k

1. Классический метод

$$i_{L\text{св}} = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

или

$$u_{C\text{св}} = \sum_{k=1}^n B_k e^{p_k t}$$

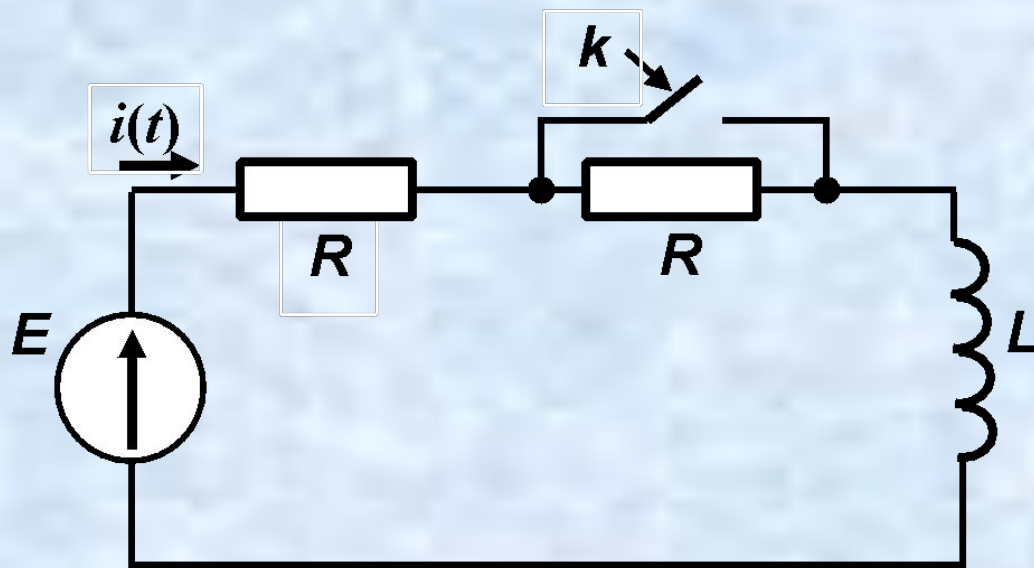
Для линейных эл. цепей, корни характеристических уравнений имеют отрицательные вещественные части, поэтому с увеличением времени t все свободные составляющие решений стремятся к нулю, т. е. затухают. Иначе, запасы энергии в реактивных элементах ограничены и стремятся к нулю при t стремящейся к бесконечности.

1. Классический метод

В итоге: расчет переходных процессов этим методом сводится к определению трех величин:

- **постоянных интегрирования A_k (или B_k);**
- **корней характеристического уравнения p_k ;**
- **принужденных составляющих $i_{L пр}, u_{C пр}$**

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

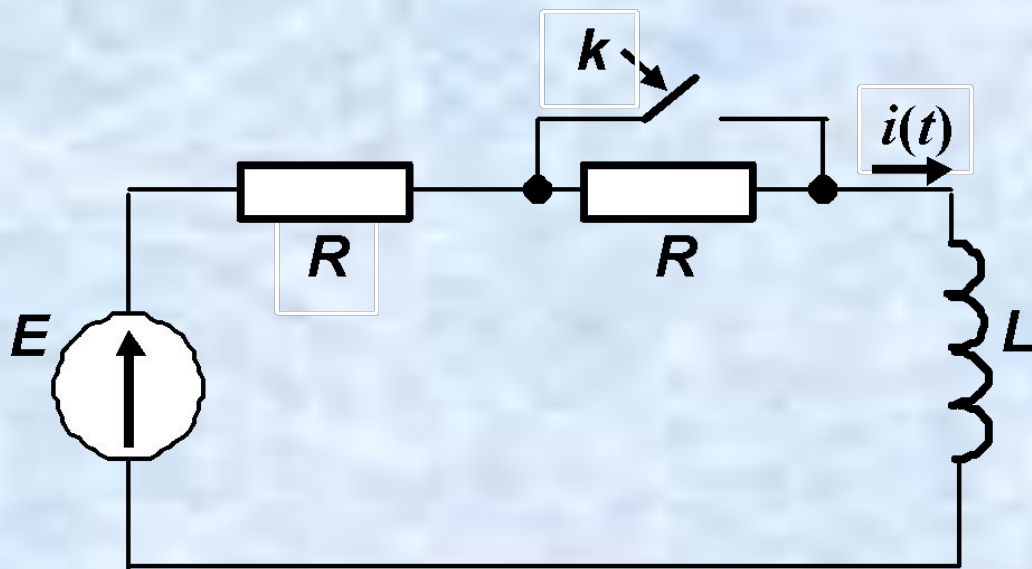
$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

1. Здесь ми имеем относительно простую схему 1-го порядка. Так говорят, если в схеме только одна катушка, или только один конденсатор.

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

2. Дано: E, R, L . Требуется найти закон изменения тока $i(t)$ в общем виде классическим методом, т.е. в общем виде:

$$i(t) = i_{L_{св}} + i_{L_{нр}} = i_{L_{нр}} + \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

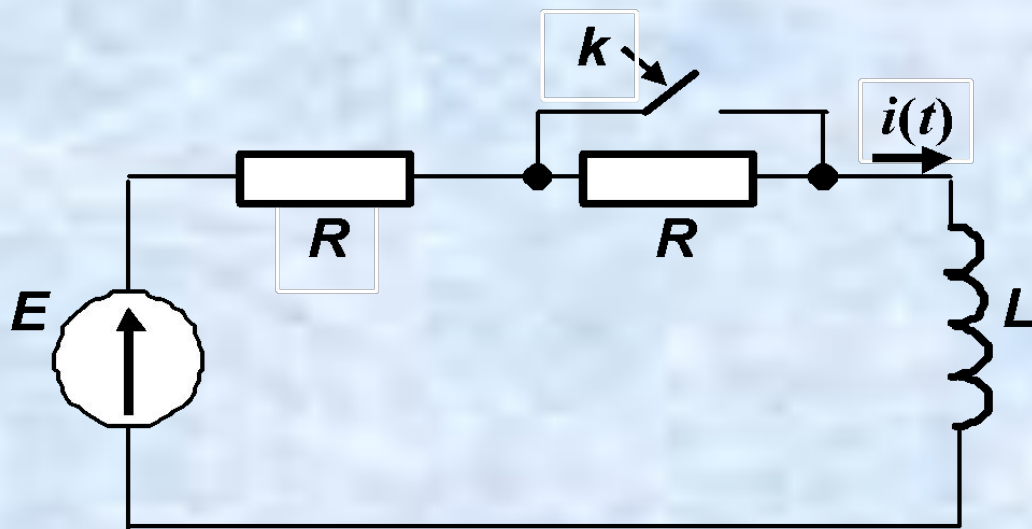
2. Дано: E, R, L . Требуется найти закон изменения тока $i(t)$ в общем виде классическим методом, т.е. в общем виде:

$$i(t) = i_{L np} + i_{L св} = i_{L np} + \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

$i(t) = i_{np} + i_{св}$ - решение дифференциального уравнения

переходный ток ток принужденный (установившийся) ток свободный ток

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

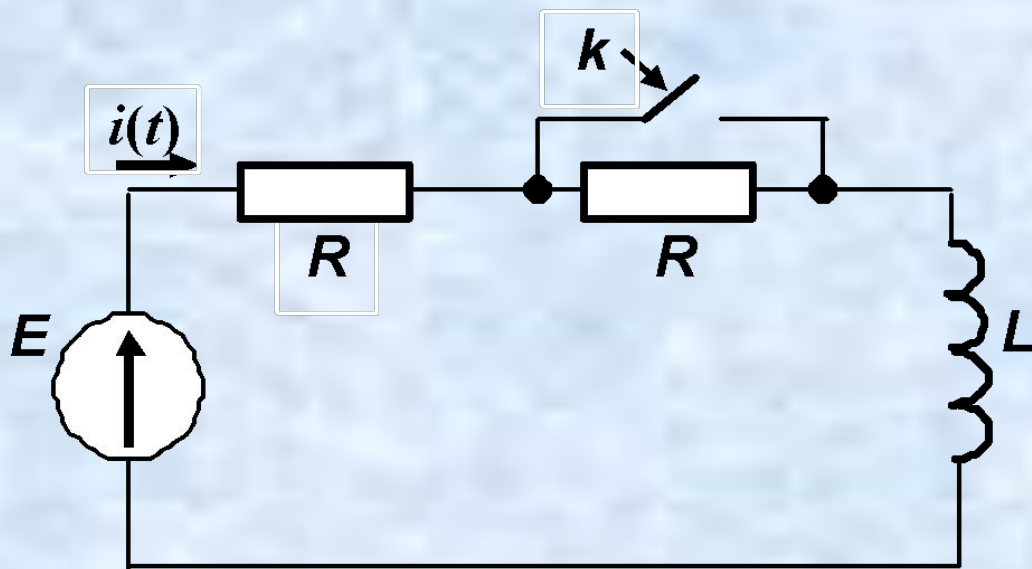
1 шаг: Произведем расчет эл. цепи **до коммутации**, т.е в момент **$t (0_-)$** .

– **ключ «k» открыт,**

– **в цепи при этом имеется два последовательных резистора R и ЭДС.**

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

1 шаг: катушку в схеме замещения можно представить замкнутым проводником на ее полюсах.

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

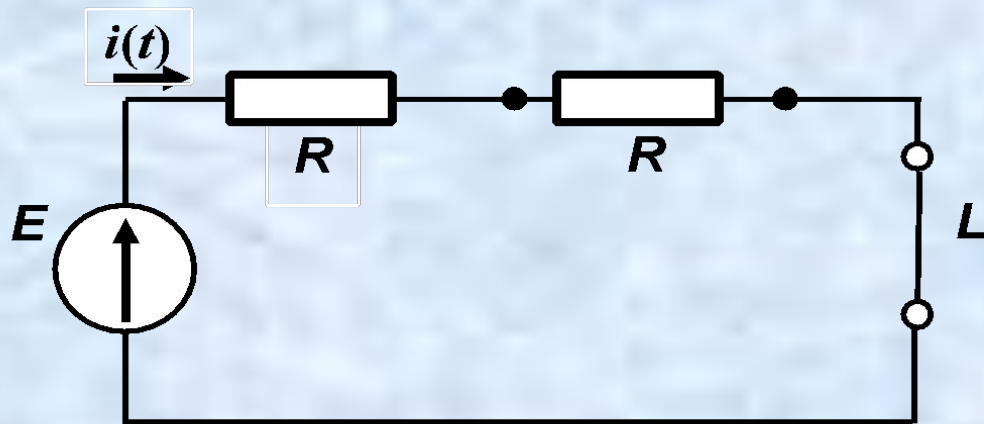


Схема замещения: в $t(0_-)$

$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

1 шаг: До коммутации в момент времени $t(0_-)$,

$$i(0_-) = \frac{E}{R + R} = \frac{100}{10 + 10} = 5 \text{ (А)}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

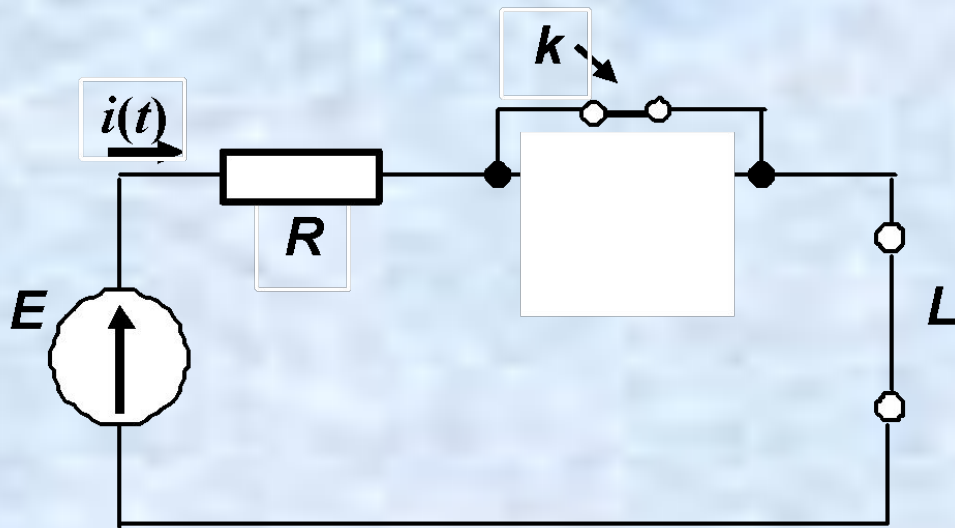


Схема замещения: в $t(0_+)$

$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

2 шаг: В момент $t(0_+)$, подсчитаем ток через катушку индуктивности.

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

В соответствии с классическим методом расчета, **ПЕРЕХОДНОЙ** ток в ветви схемы представляют в виде суммы **ПРИНУЖДЕННОГО** и **СВОБОДНОГО** ТОКОВ.

$$i(t) = i_{\text{ПР}} + i_{\text{СВ}} - \text{решение дифференциального уравнения}$$

переходный ток

принужденный ток
(установившийся)

ток

свободный ток

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$i_{ПР}$ – принужденный ток, определяется в установившемся режиме после коммутации. Этот ток создается внешними источниками питания.

$$i(t) = i_{ПР} + i_{СВ} - \text{решение дифференциального уравнения}$$

переходный ток принужденный ток (установившийся) свободный ток

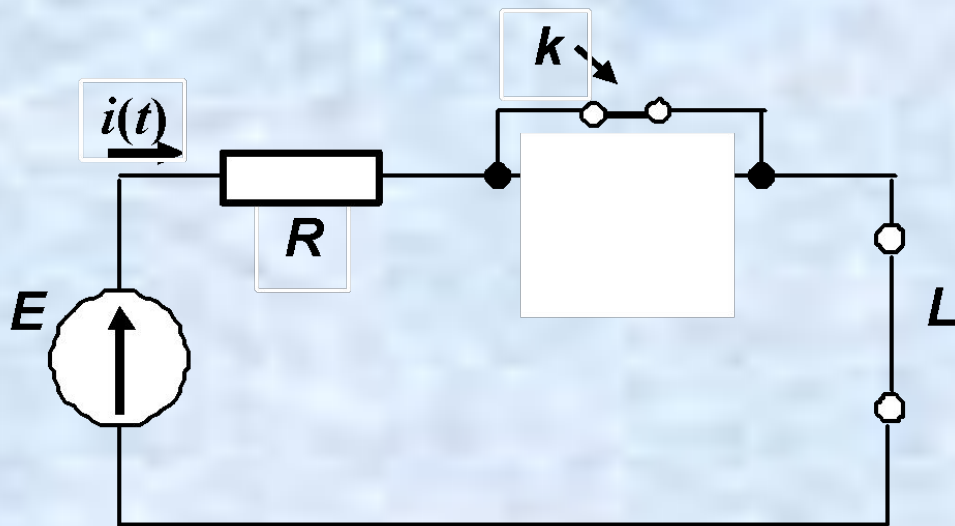
Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

i_{CB} – свободный ток, определяется в схеме после коммутации, из которой исключен внешний источник питания. Свободный ток создается внутренними источниками питания: ЭДС самоиндукции индуктивности или напряжением заряженной емкости.

$$i(t) = i_{ПР} + i_{CB} - \text{решение дифференциального уравнения}$$

переходный ток ток принужденный (установившийся) ток свободный ток

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

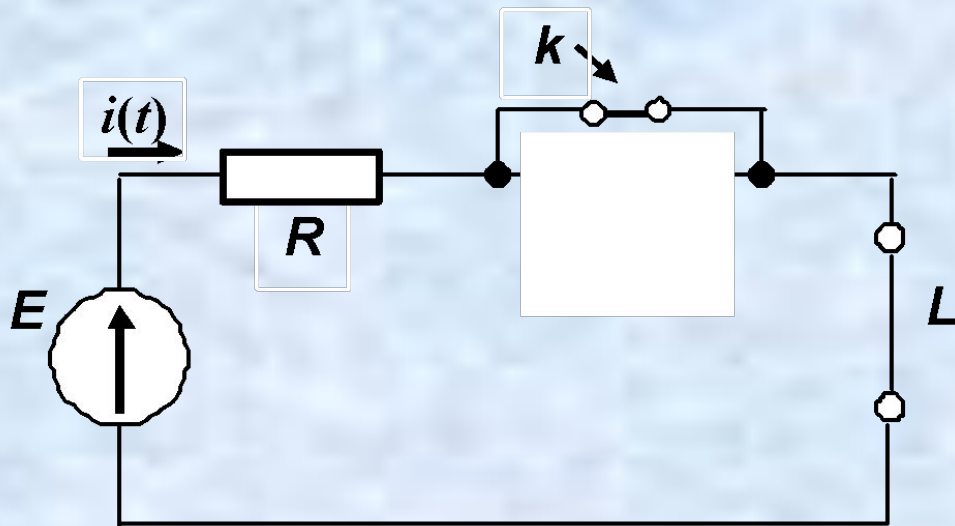
$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

3 шаг: Рассчитывается схема установившегося режима, после коммутации:

$$t \rightarrow +\infty$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

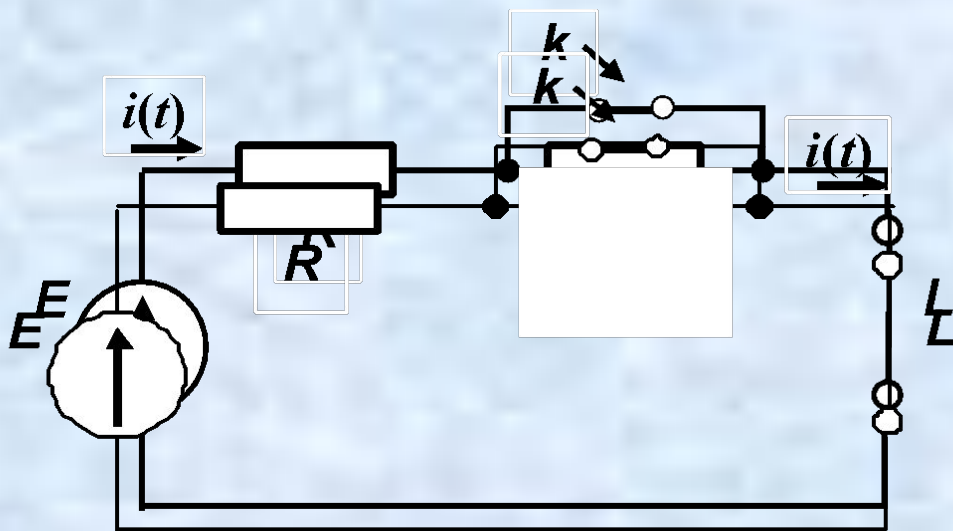
$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

3 шаг: Установившийся режим: $t = +\infty$

- ключ замкнут: в цепи один резистор, второй замкнут; катушка накоротко замкнута.

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$\begin{aligned} E &= 100 \text{ В} \\ E &= 100 \text{ В} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= 10 \text{ Ом} \\ R &= 10 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$\underline{i(t)} = ?$$

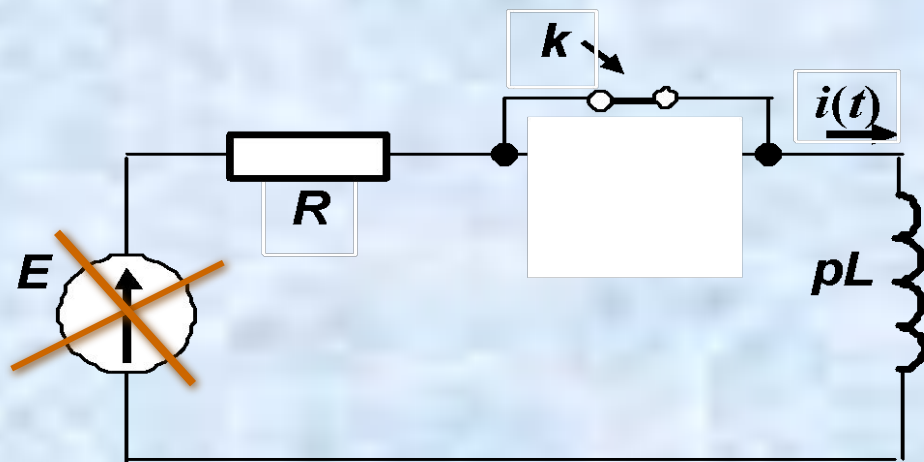
3 шаг: В установившемся режиме $t = +\infty$

**ток на ветви катушки называется
принудительным:**

$$i_{np} = \frac{E}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ (А)}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

4 шаг: Составим характеристическое уравнение и найдем корень p этого уравнения. Для этого отключим источник напряжения и найдем полное сопротивление цепи.



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

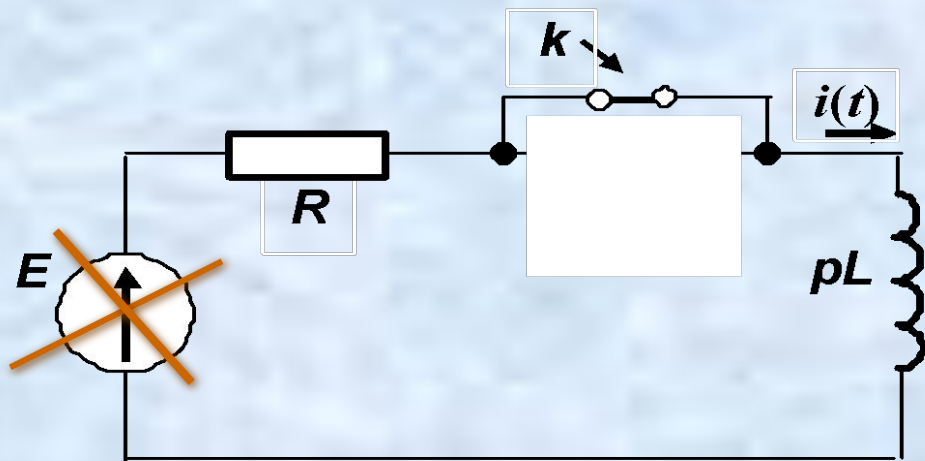
$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

В таком режиме сопротивление индуктивности записывают в следующем виде:

$$j\omega = p \implies j\omega \cdot L = pL; \quad p - \text{корень харак. ур-ния}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

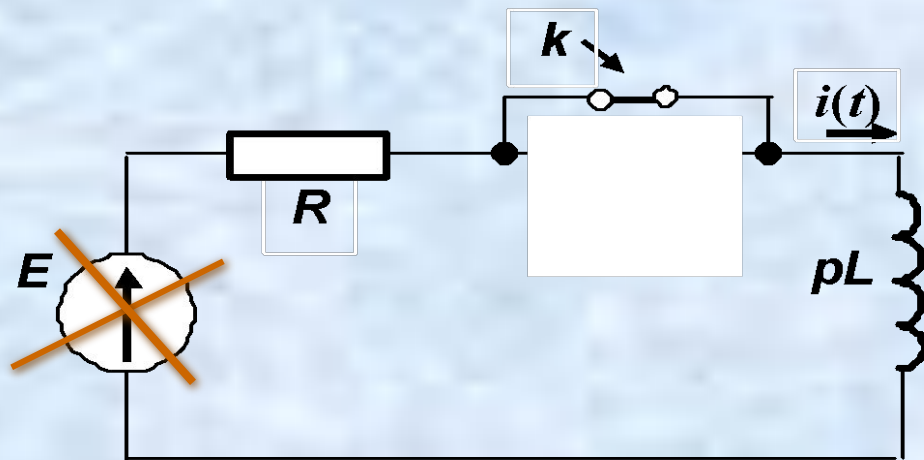
$$j\omega = p \implies j\omega \cdot L = pL,$$

где p – корень характеристического уравнения

Тогда полное сопротивление цепи:

$$Z(p) = R + pL = 0 \implies p = -\frac{R}{L}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$i(t) = ?$$

$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{10}{0,1} \left(\frac{1}{\text{с}} \right) = -100 \left(\frac{1}{\text{с}} \right) = -100 \text{ с}^{-1}$$

$$[p] = \left[\frac{\text{Ом}}{\text{Гн}} \right] = \left[\frac{\text{В}}{\text{А} \cdot \text{Гн}} \right] = \left[\frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{1}{\text{с}} \right]$$

Индуктивность в 1 Гн – это если изменение тока в 1 А/с создает ЭДС индукции 1 В

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$$p = -\frac{R}{L} = -\frac{10}{0,1} \left(\frac{1}{c} \right) = -100 \left(\frac{1}{c} \right) = -100 \text{ c}^{-1}$$

5 шаг: Запишем выражение для **свободной составляющей тока**:

$$i_{св} = A \cdot e^{pt}, \text{ где } p \text{ – корень}$$

$$i_{св} = A \cdot e^{-100 t}$$

Здесь A – постоянная интегрирования

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Выражение для полного решения ищут в виде:

$$i(t) = i_{np} + i_{св}$$

i_{np} – принужденное состояние тока

$i_{св}$ – свободный ток

$$i(t) = 10 + A \cdot e^{-100t}$$

Найдем постоянную интегрирования A в момент времени $t (0_+)$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Выражение для полного решения ищут в виде:

$$i(t) = i_{np} + i_{св}$$

$$i(t) = 10 + A \cdot e^{-100t}$$

Найдем постоянную интегрирования A в момент времени $t(0_+)$

$$i(0_+) = 10 + A$$

$$5 = 10 + A$$

$$A = -5 \text{ (A)}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Выражение для полного решения ищут в виде:

$$i(t) = i_{np} + i_{св}$$

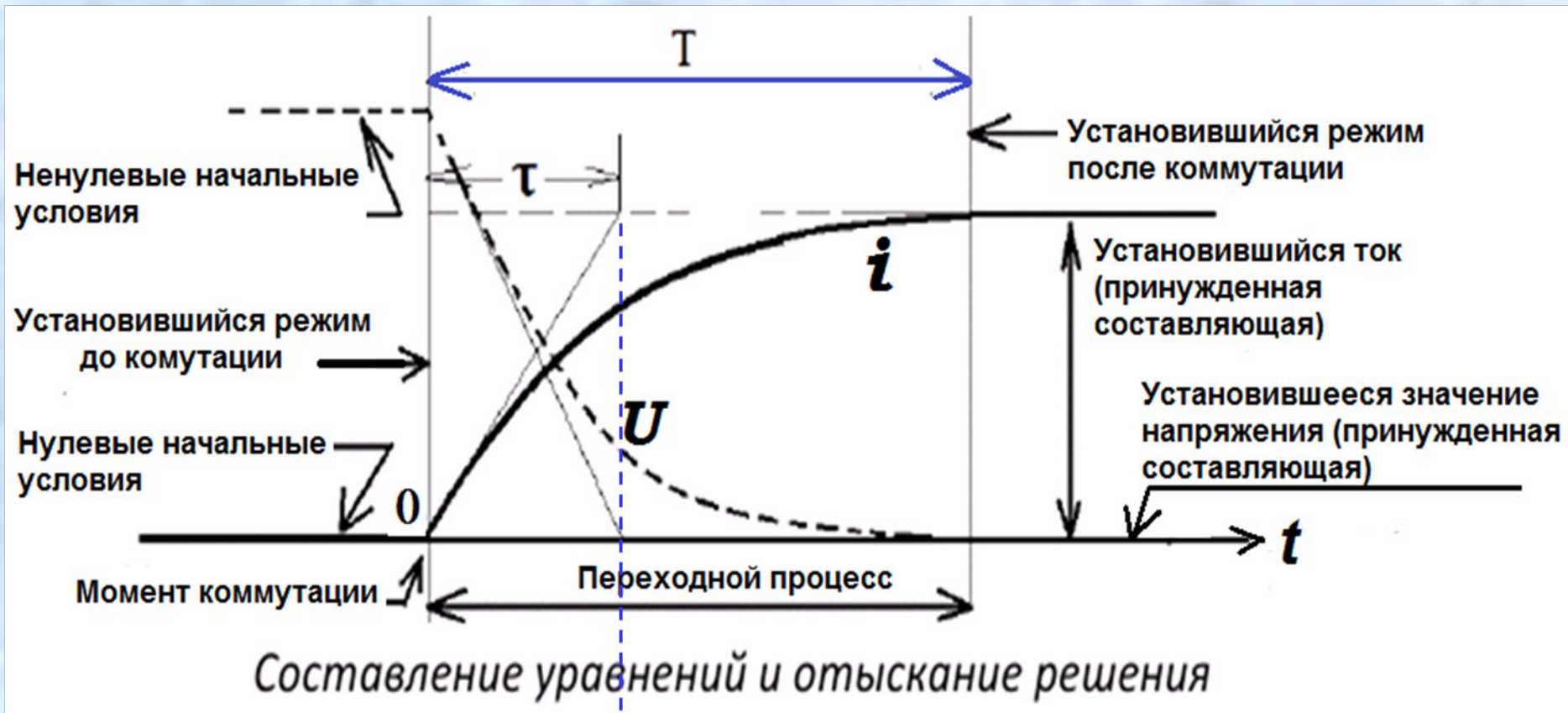
$$i(t) = 10 + A \cdot e^{-100t}$$

В окончательном виде, решения для тока, как функции времени, запишется так:

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} \text{ (A)}$$

В итоге, найден закон изменения тока (в схеме с индуктивностью) классическим методом!

Методы расчета переходных процессов



$$\tau = \left| -\frac{1}{p} \right| \text{сек}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} \text{ (A)}$$

Построим график зависимости тока от времени:

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} \text{ (A)}$$

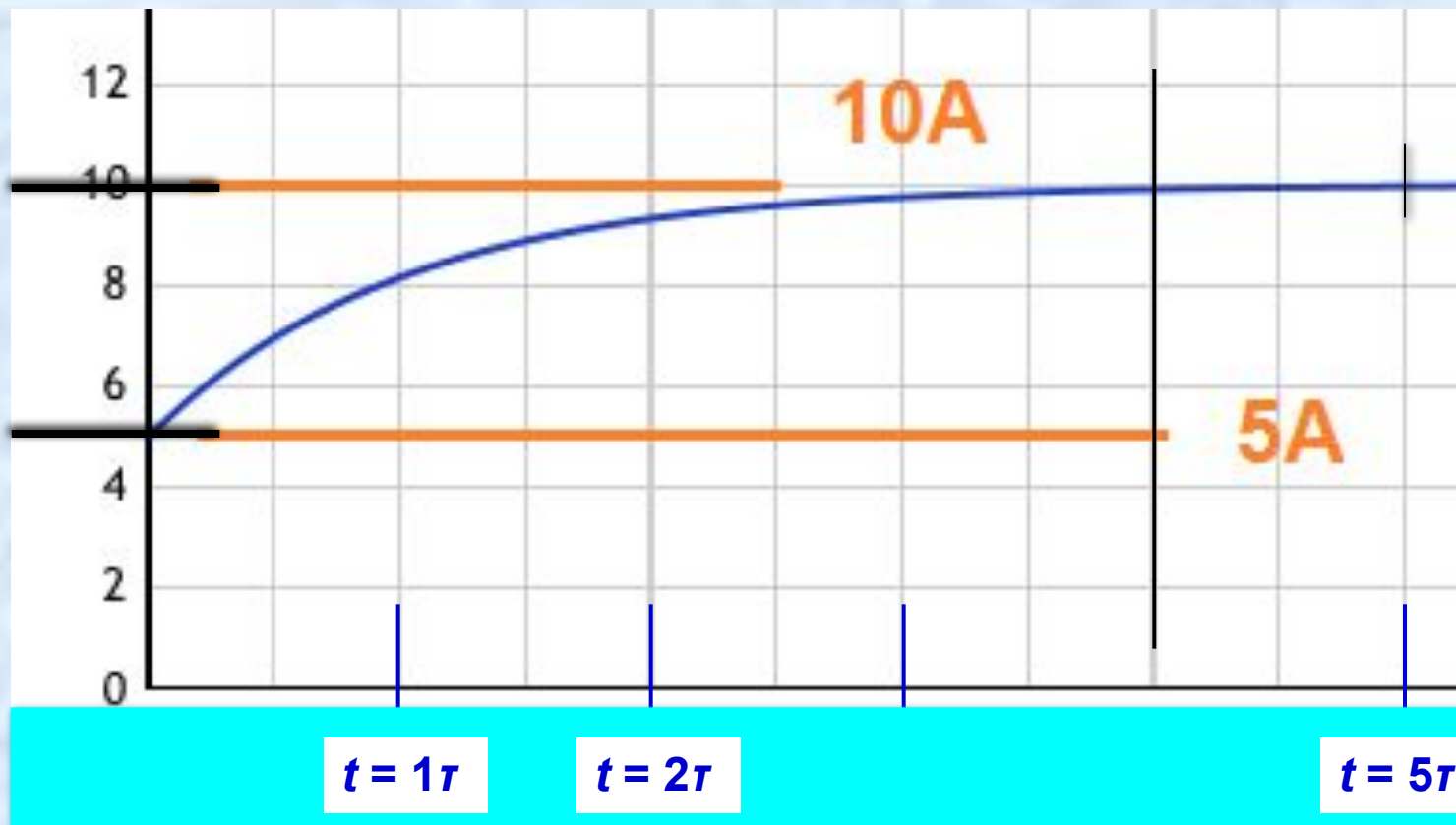
- до коммутации в момент $t (0_-)$ ток равнялся 5А,
- после коммутации, в установившемся режиме ток равнялся 10А,
- от 5А, после коммутации ток экспотенциально возрастает до 10А за время (по некоторым сведениям за $(t = 5\tau)$ с

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

i, A

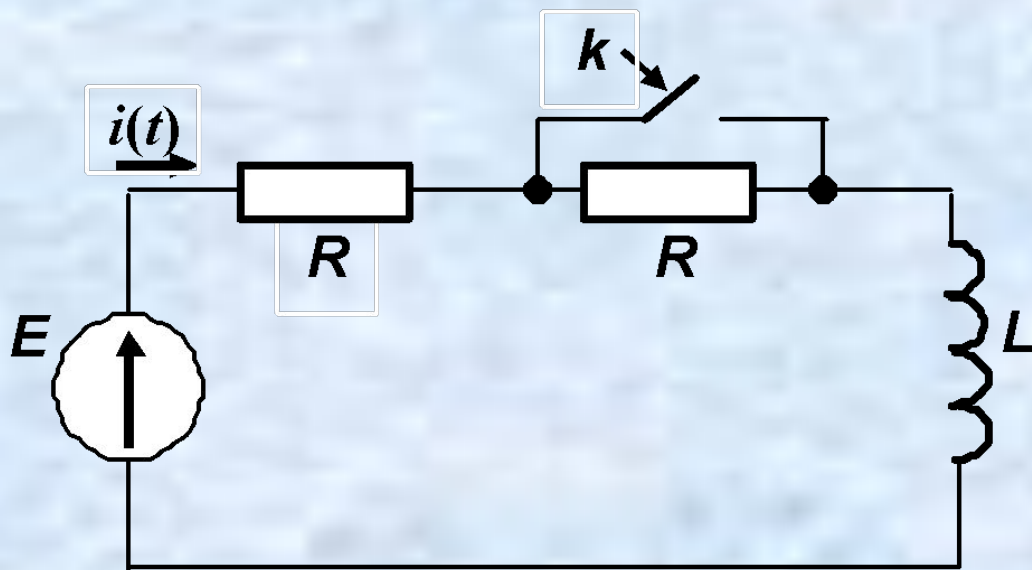
$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} (A)$$



t, c

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

II ЧАСТЬ: Найдем напряжение на катушке:



$$E = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Гн}$$

$$u_L(t) = ?$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$i(t) = 10 - 5 \cdot e^{-100t} \text{ (A)}$$

$$u_L(t) = 0,1 \frac{d}{dt} (10 - 5e^{-100t}) \text{ (В)}$$

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

II ЧАСТЬ: Найдем напряжение на катушке:

$$u_L(t) = 0,1 \frac{d}{dt} (10 - 5e^{-100t}) (B)$$

$$u_L(t) = 0,1 \cdot (-5) \cdot (-100) \cdot e^{-100t} (B)$$

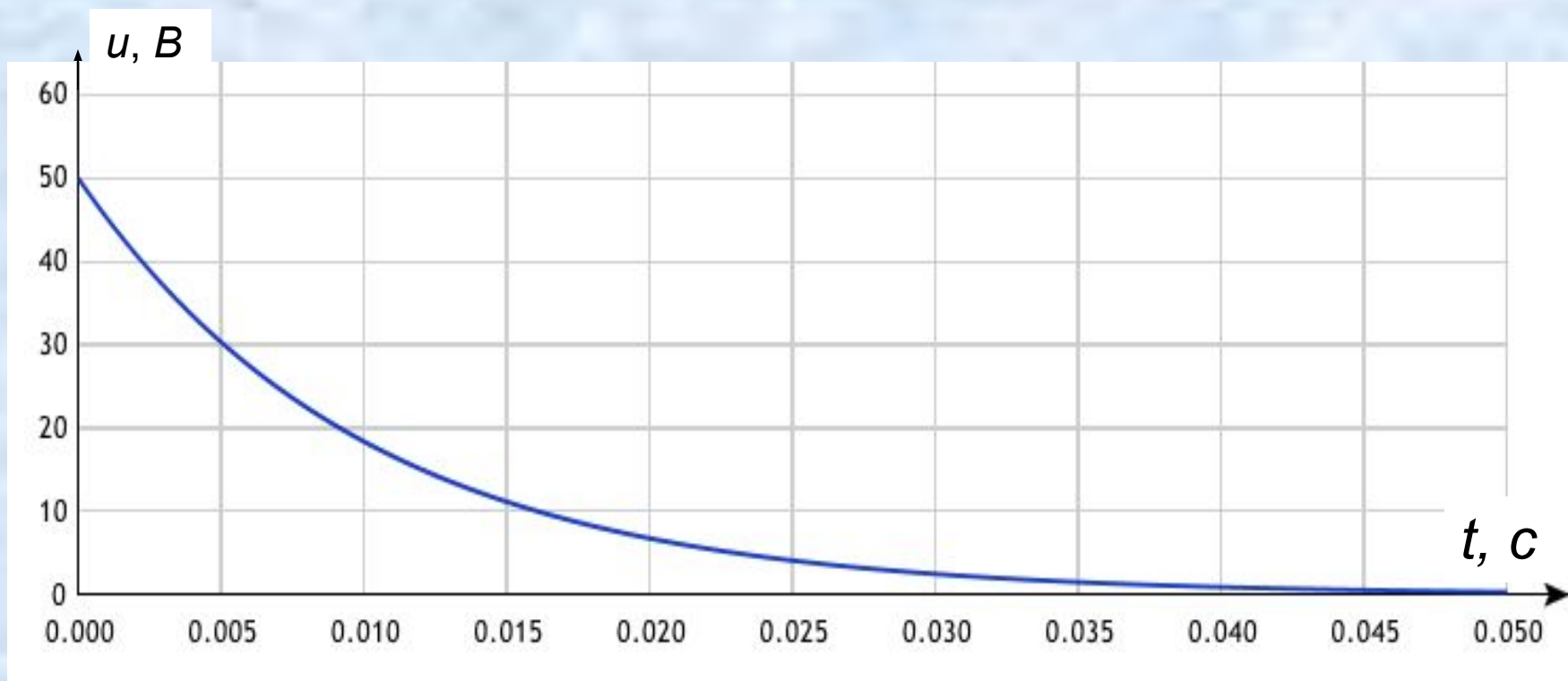
$$u_L(t) = 50 \cdot e^{-100t} (B)$$

П_01

Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Напряжение на катушке:

$$u_L(t) = 50 \cdot e^{-100t} \text{ (В)}$$



Расчет переходного процесса эл. цепи классическим методом

Время переходного процесса:

$$p = -100 \frac{1}{c}$$

$$\tau = \left| -\frac{1}{p} \right| = 0,01(c)$$

Тогда: $t = 5\tau = 0,05 c$