Успіху!

$$g(x) = 2^{\log_2(x+3)}$$

Розв’язування логарифмічних рівнянь

Логарифмічними рівняннями

називаються рівняння, які містять змінну під знаком логарифма

Які із даних рівняннь є логарифмічними?

1) $\log_2 x + 5 = 9$

2) $\log_{0,5} 0,25 + 4x^2 = 0$

3) $\log_3 27 - 2^{x-4} = 5$

4) $\log_2 x + \log_2^2 x - 5 = 9$

Найпростіші логарифмічні рівняння

Розв'язати логарифмічне рівняння – це означає знайти всі його корені або довести, що рівняння коренів не має.

Найпростіші логарифмічні рівняння мають вигляд:

1 $\log_a x = b$, *де* , $a > 0, a \neq 1, x > 0$. За означенням $x = a^в$

2 $\log_a x = \log_a b$, де $a > 0, a \neq 1, x > 0, b > 0 \longrightarrow x = b.$

3 $\log_x a = b$, де $a > 0, x \neq 1, x > 0, \longrightarrow x^b = a$, *звідси* $x = a^{\frac{1}{b}}$.

Розв'язати рівняння

1) $\log_3(2x+1)=2$

2) $\log_5(6-x^2)=\log_5 x$

3) $\log_{x+1}(2x^2+1)=2$

4) $\log_x 64=6$

5) $\log_x 5=-1$

x = x = x = x = 2 = 0 ; 2

Існують основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь:

Метод введення нової змінної;

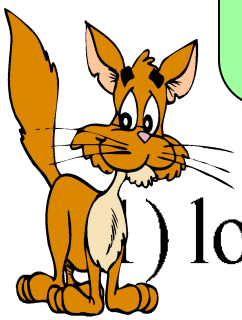
Метод потенціювання;

Метод логарифмування;

Функціонально – графічний метод;

Метод пильного погляду

Розв'язати рівняння



1) $\log_5 x^2 = 0;$

2) $\log_3 3^x = 4;$

3) $\log_3 x - 1 = 0;$

4) $\log_2 (2x - 1) = 3;$

5) $\log_3 (2x - 3) - 1 = 0;$

6) $\log_5 (2x - x^2) = 0;$

7) $\log_{0,7} (2x + 1) = \log_{0,7} (x - 1).$

1) $x = \pm 1$

2) $x = 4$

3) $x = 3$

4) $x = 4{,}5$

5) $x = 3$

6) $x = 1$

7) $x = -2$

Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_3^2 x - 4\log_3 x = -3$

Нехай $\log_2 x = a;\ a^2 - 4a + 3 = 0,$

$a_1 = 4; a_2 = -1.$

звідси $\log_2 x = 4,$ тому $x = 16;$

$\log_2 x = -1,\ x = 0{,}5.$ Відповідь :16; 0, 5.

Метод потенціювання.

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(x+2)$

Пропотенціюємо дану рівність і одержимо:

$\log_5(x-1)(x-2) = \log_5(x+2);$

$x^2-4x=0;\ x=0,\ x=4.$

Враховуючи ОДЗ: $\begin{cases} x-1>0, \\ x-2>0, \\ x+2>0; \end{cases}$

$x \in (2;\infty)$

Відповідь: 4.

Метод зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи.

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$\log_3 x - 2\log_{\frac{1}{3}} x = 3 \quad ОДЗ: x. > 0$$

$$\log_3 x - 2\frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3; \quad \log_3 x + 2\log_3 x = 3;\ 3\log_3 x = 3;\ \mathrm{x} = 3.$$

Відповідь : X = 3.

Метод логарифмування

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$\mathrm{x}^{\lg \mathrm{x}} = 100x. \qquad ОДЗ: x. > 0$$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння (x > 0): $\lg \mathrm{x}^{\lg \mathrm{x}} = \lg 100x$

.Одержимо $\lg x \lg x = \lg 100 + \lg x; \quad \lg^2 x - \lg x - 2 = 0.$

Замінемо : lgx = a, тому $\mathrm{a}^2 - a - 2 = 0. \quad a_1 = 2; a_2 = -1.$

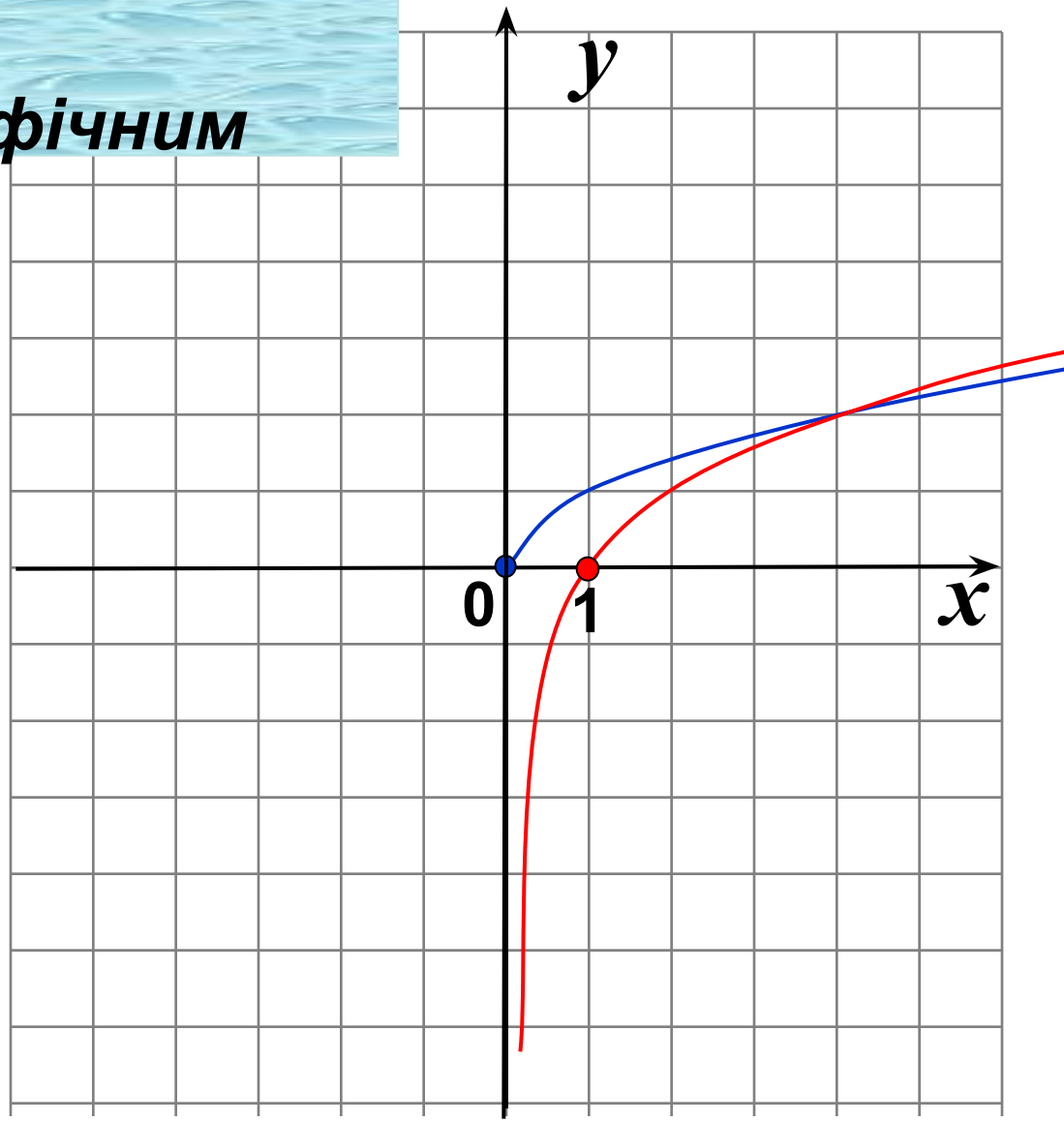
Тоді : 1)lgx = 2; $\mathrm{x} = 10^2, \quad x = 100.$

2)lgx = -1 : $\mathrm{x} = 10^{-1}, \quad x = 0{,}1.$

Відповідь : 100; 0,1.

Розв'язати рівняння функціонально – графічним методом;

Розв'язати рівняння

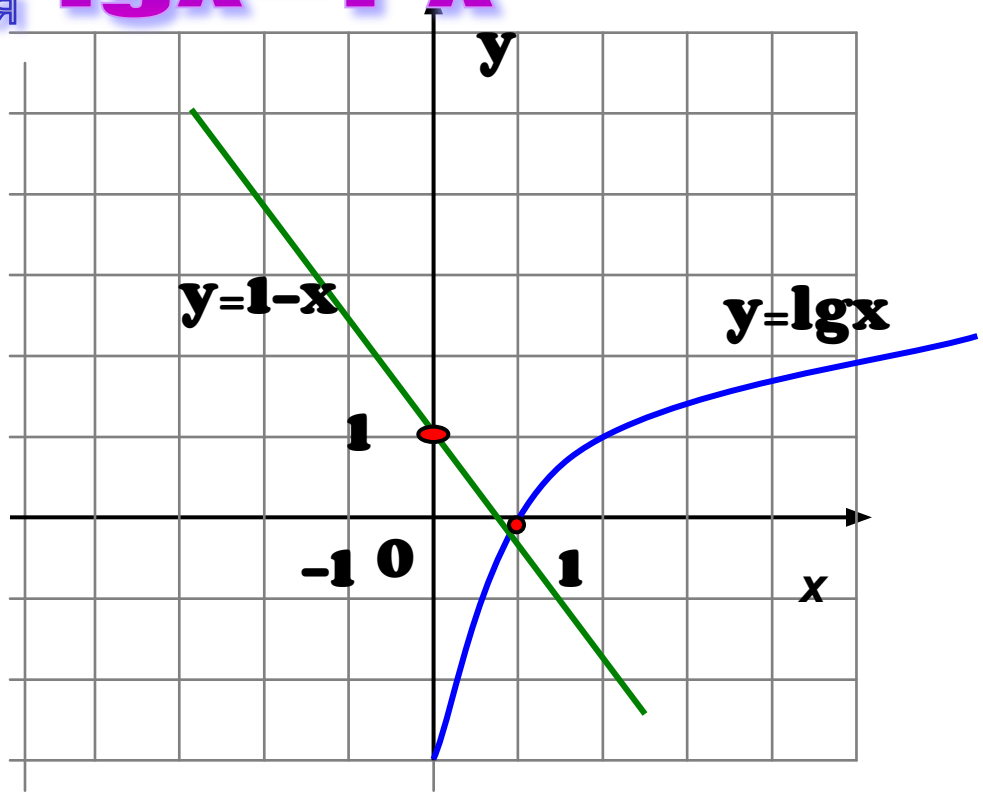


$$log_2(x+2) - 1 = \sqrt{x+2} - 2$$

$x = -1$

Графічний метод розв'язування рівнянь

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\lg x = 1 - x$



Подумай!

-0

Подумай!

-1

Подумай!

2

Вірно!

1

В одній і тій же системі координат будуємо графіки функцій $y = \lg x$ і $y = 1 - x$. Знаходимо абсцису точки перетину графіків функцій.

Іраціональні логарифмічні рівняння:

Розв'язати рівняння: $\lg 3 + 0,5\lg(x-28) = \lg\sqrt{x+10}$

Розв язування :

$$\lg 3 + 0,5\lg(x-28) = \lg\sqrt{x+10}$$

$$\lg(3\sqrt{x-28}) = \lg\sqrt{x+10}$$

Враховуючи ОДЗ, дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x-28>0, \\ x+10>0, \\ 3\sqrt{x-28} = \sqrt{x+10}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>28, \\ x>-10, \\ 9(x-28) = x+10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>28, \\ 9x-252 = x+10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>28, \\ x=32,75; \end{cases}$$

Відповідь: 32,75

Іраціональні логарифмічні рівняння:

Розв'язати рівняння: $\lg 3 + 0,5\lg(x-28) = \lg\sqrt{x+10}$

Розв язування :

$$\lg 3 + 0,5\lg(x-28) = \lg\sqrt{x+10}$$

$$\lg(3\sqrt{x-28}) = \lg\sqrt{x+10}$$

Враховуючи ОДЗ, дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x-28>0, \\ x+10>0, \\ 3\sqrt{x-28} = \sqrt{x+10}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>28, \\ x>-10, \\ 9(x-28) = x+10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>28, \\ 9x-252 = x+10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>28, \\ x=32,75; \end{cases}$$

Відповідь: 32,75

Логарифмічні рівняння, що містять модуль

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_3 x^2 = 6$

$$\log_3 x^2 = 6 \Leftrightarrow 2\log_3|x| = 6 \Leftrightarrow \log_3|x| = 3 \Leftrightarrow |x| = 27 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 27, \\ x = -27. \end{array}\right.$$

Відповідь : $-27;27.$

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_2^2(-x) - 3\log_2 x^2 + 5 = 0$

О.Д.З. x <0.

$$\log_2^2(-x) - 6\log_2 x + 5 = 0$$

Нехай $\log_2 x = t$, *отже*, $t^2 - 6t + 5 = 0$,

$t_1 = 5$, *то* $\log_2 x = 5, x = 32.$

$t_2 = 1$, то $\log_2 x = 1, x = 2.$

Відповідь: не має розв' язків

Розв'язування показникових логарифмічних рівня

Розв'язати нерівність:

$$\log_2 \frac{(\sqrt{4x+1})^2+15}{x^2+2} + \log_{1/2} \frac{28}{x+5} > 0$$

Розв'язування :

$$\log_2 \frac{(\sqrt{4x+1})^2+15}{x^2+2} + \log_{1/2} \frac{28}{x+5} > 0,$$

$$\begin{cases} 4x+1 \ge 0, \\ \log_2 \dfrac{4(x+4)}{x^2+2} + \log_2 \dfrac{x+5}{28} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \ge 0, \\ \log_2 \left(\dfrac{4(x+4)(x+5)}{28(x^2+2)} \right) > \log_2 1; \end{cases} _\ \grave{o}\ .\hat{e}._\ y = \log_2 t \uparrow, _\ \grave{o}\ \hat{\imath}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \ge 0, \\ \dfrac{(x+4)(x+5)}{7(x^2+2)} > 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \ge 0, \\ 2x^2-3x-2 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \ge -1/4, \\ x \in (-1/2\,;2). \end{cases}$$

$$2x^2-3x-2 < 0,$$

$$f(x) = 2x^2-3x-2$$

$$\hat{I}\ \ddot{A}\check{C}: x \in R$$

$$\acute{I}\ \acute{o}\ddot{e}\grave{e}\ _\hat{o}\ -\ddot{o}\grave{e}\ : x_1 = -1/2\,; x_2 = 2$$

Відповідь: $x \in [-\frac{1}{4}; 2).$

Домашнє завдання: