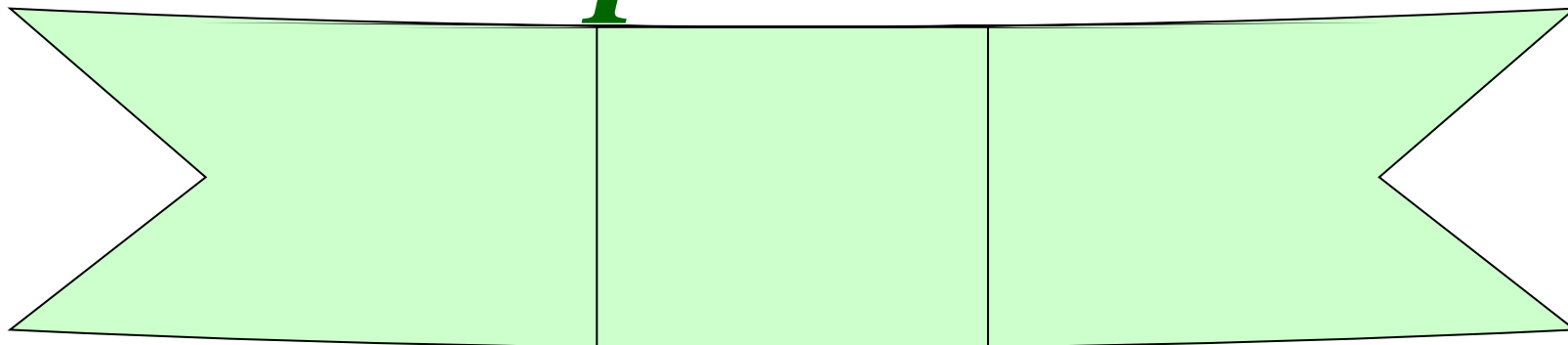


**Успіху!**

$$g(x) = 2^{\log_2(x+3)}$$



# **Розв'язування логарифмічних рівнянь**



Логарифмічними рівняннями  
називаються рівняння, які містять  
змінну під знаком логарифма

Які із даних рівнянь є логарифмічними?

1)  $\log_2 x + 5 = 9$

2)  $\log_{0,5} 0,25 + 4x^2 = 0$

3)  $\log_3 27 - 2^{x-4} = 5$

4)  $\log_2 x + \log_2^2 x - 5 = 9$



# Найпростіші логарифмічні рівняння

**Розв'язати логарифмічне рівняння – це означає знайти всі його корені або довести, що рівняння коренів не має.**

**Найпростіші логарифмічні рівняння мають вигляд:**

1  $\log_a x = b$ , де  $a > 0, a \neq 1, x > 0$ . За означенням  $x = a^b$

2  $\log_a x = \log_a b$ , де  $a > 0, a \neq 1, x > 0, b > 0 \longrightarrow x = b$ .

3  $\log_x a = b$ , де  $a > 0, x \neq 1, x > 0, \longrightarrow x^b = a$ , звідси  $x = a^{\frac{1}{b}}$ .

# Розв'язати рівняння

1)

$$\log_3(2x + 1) = 2$$

2)

$$\log_5(6 - x^2) = \log_5 x$$

3)

$$\log_{x+1}(2x^2 + 1) = 2$$

4)

$$\log_x 64 = 6$$

5)

$$\log_x 5 = -1$$



x

=

x

=

x

=

2x

=

x

=

0

2

# Існують основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь:



**Метод введення нової змінної;**

**Метод потенціювання;**

**Метод логарифмування;**

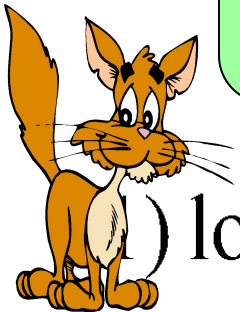
**Функціонально – графічний метод;**

**Метод пильного**

**погляду**



# Розв'язати рівняння



1)  $\log_5 x^2 = 0;$

1)  $x = \pm 1$

2)  $\log_3 3^x = 4;$

2)  $x = 4$

3)  $\log_3 x - 1 = 0;$

3)  $x = 3$

4)  $\log_2 (2x - 1) = 3;$

4)  $x = 4,5$

5)  $\log_3 (2x - 3) - 1 = 0;$

5)  $x = 3$

6)  $\log_5 (2x - x^2) = 0;$

6)  $x = 1$

7)  $\log_{0,7} (2x + 1) = \log_{0,7} (x - 1).$

7)  $x = -2$

## Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\log_3^2 x - 4 \log_3 x = -3$

Нехай  $\log_3 x = a$ ;  $a^2 - 4a + 3 = 0$ ,

$a_1 = 4$ ;  $a_2 = -1$ .

звідси  $\log_3 x = 4$ , тому  $x = 16$ ;

$\log_3 x = -1$ ,  $x = 0,5$ . Відповідь : 16; 0,5.

## Метод потенціювання.

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(x+2)$

Пропотенціюємо дану рівність і

одержимо:

$$\log_5(x-1)(x-2) = \log_5(x+2);$$

$$x^2 - 4x = 0; x = 0, x = 4.$$

Враховуючи ОДЗ:  $x-1 > 0$ ,

$$x-2 > 0,$$

$$x+2 > 0;$$

$$x \in (2; \infty)$$

Відповідь: 4.

## Метод зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи.

$$\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 3 \quad \text{ОДЗ : } x > 0$$

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$\log_3 x - 2 \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3; \quad \log_3 x + 2 \log_3 x = 3; \quad 3 \log_3 x = 3; \quad x = 3.$$

Відповідь :  $x = 3$ .

## Метод логарифмування

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $x^{\lg x} = 100x$ . ОДЗ :  $x > 0$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння ( $x > 0$ ):  $\lg x^{\lg x} = \lg 100x$

Одержимо  $\lg x \lg x = \lg 100 + \lg x$ ;  $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$ .

Замінемо :  $\lg x = a$ , тому  $a^2 - a - 2 = 0$ .  $a_1 = 2; a_2 = -1$ .

Тоді : 1)  $\lg x = 2$ ;  $x = 10^2$ ,  $x = 100$ .

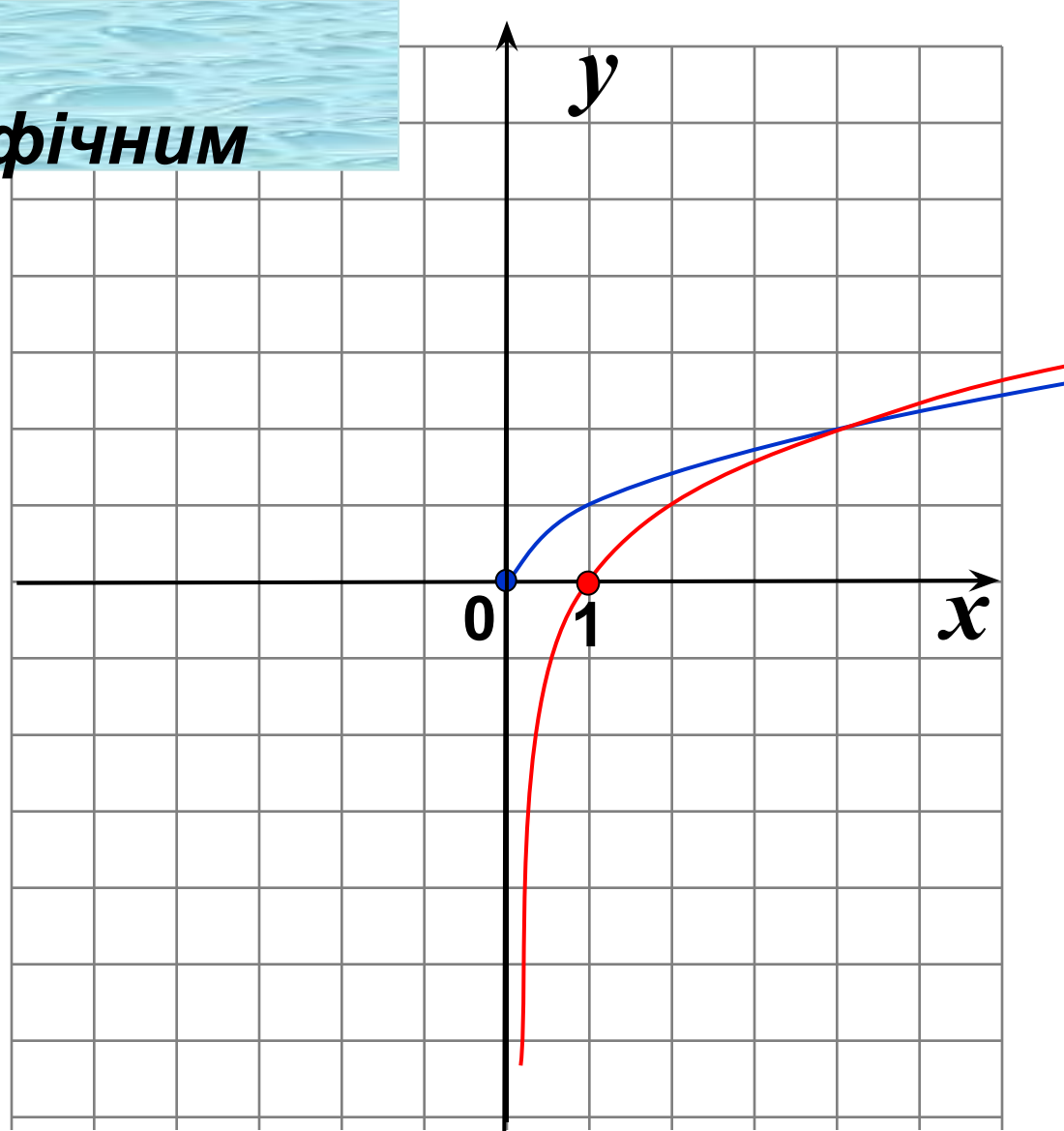
2)  $\lg x = -1$ ;  $x = 10^{-1}$ ,  $x = 0,1$ .

Відповідь : 100; 0,1.



**Розв'язати рівняння  
функціонально – графічним  
методом;**

**Розв'язати  
рівняння**



$$\log_2(x + 2) - 1 = \sqrt{x + 2} - 2 \quad x = -$$

**1**

# Графічний метод розв'язування рівнянь

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\lg x = 1 - x$

Подумай!

-  
0

Подумай!

-  
1

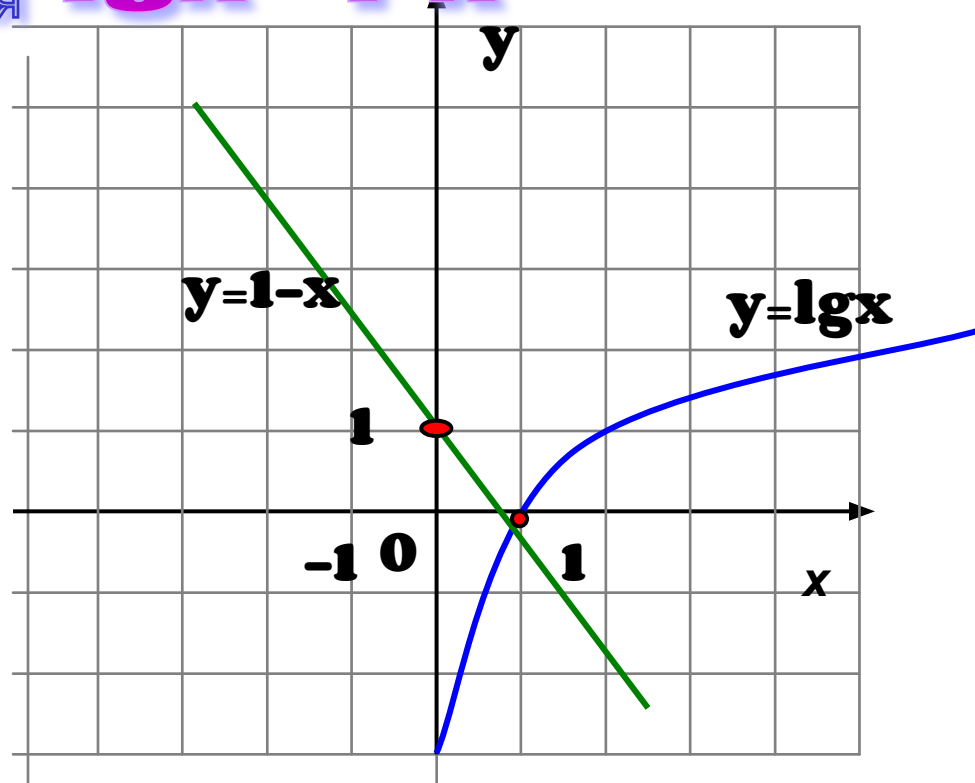
Подумай!

2

Вірно!

1

В одній і тій же системі координат будемо графіки функцій  $y = \lg x$  і  $y = 1 - x$ . Знаходимо абсцису точки перетину графіків функцій.



# Іраціональні логарифмічні рівняння:

**Розв'язати рівняння:**  $\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$

**Розв'язування:**

$$\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$$
$$\lg(3\sqrt{x - 28}) = \lg \sqrt{x + 10}$$

**Враховуючи ОДЗ, дане рівняння рівносильне системі:**

$$\begin{cases} x - 28 > 0, \\ x + 10 > 0, \\ 3\sqrt{x - 28} = \sqrt{x + 10}; \\ x > 28, \\ x > -10, \\ 9(x - 28) = x + 10; \\ x > 28, \\ 9x - 252 = x + 10; \\ x > 28, \\ x = 32,75; \end{cases}$$

**Відповідь: 32,75**



# Іраціональні логарифмічні рівняння:

**Розв'язати рівняння:**  $\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$

**Розв'язування:**

$$\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$$
$$\lg(3\sqrt{x - 28}) = \lg \sqrt{x + 10}$$

**Враховуючи ОДЗ, дане рівняння рівносильне системі:**

$$\begin{cases} x - 28 > 0, \\ x + 10 > 0, \\ 3\sqrt{x - 28} = \sqrt{x + 10}; \\ x > 28, \\ x > -10, \\ 9(x - 28) = x + 10; \\ x > 28, \\ 9x - 252 = x + 10; \\ x > 28, \\ x = 32,75; \end{cases}$$

**Відповідь: 32,75**

# Логарифмічні рівняння, що містять модуль

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\log_3 x^2 = 6$

$$\log_3 x^2 = 6 \Leftrightarrow 2 \log_3 |x| = 6 \Leftrightarrow \log_3 |x| = 3 \Leftrightarrow |x| = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27, \\ x = -27. \end{cases}$$

Відповідь:  $-27; 27$ .

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\log_2^2(-x) - 3 \log_2 x^2 + 5 = 0$

О.Д.З.  $x$   
<0.

$$\log_2^2(-x) - 6 \log_2 x + 5 = 0$$

Нехай  $\log_2 x = t$ , отже,  $t^2 - 6t + 5 = 0$ ,

$$t_1 = 5, \quad \text{то} \quad \log_2 x = 5, x = 32.$$

$$t_2 = 1, \quad \text{то} \quad \log_2 x = 1, x = 2.$$

**Відповідь: не має розв'язків**

# Розв'язування показникових логарифмічних рівнянь

**Розв'язати нерівність:**

$$\log_2 \frac{(\sqrt{4x+1})^2 + 15}{x^2 + 2} + \log_{1/2} \frac{28}{x+5} > 0$$

**Розв'язування:**

$$\log_2 \frac{(\sqrt{4x+1})^2 + 15}{x^2 + 2} + \log_{1/2} \frac{28}{x+5} > 0,$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ \log_2 \frac{4(x+4)}{x^2+2} + \log_2 \frac{x+5}{28} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ \log_2 \left( \frac{4(x+4)(x+5)}{28(x^2+2)} \right) > \log_2 1; \end{cases} \text{ _ò .ê. _y = log}_2 t \uparrow, \text{ _ò î}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ \frac{(x+4)(x+5)}{7(x^2+2)} > 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ 2x^2 - 3x - 2 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1/4, \\ x \in (-1/2; 2). \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x - 2 < 0,$$

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$$

$$\hat{I} \text{ ÄÇ: } x \in R$$

$$\hat{I} \text{ öèè _ò - öèè : } x_1 = -1/2; x_2 = 2$$



**Відповідь:**  $x \in [-\frac{1}{4}; 2)$ .

# *Домашнє завдання:*

