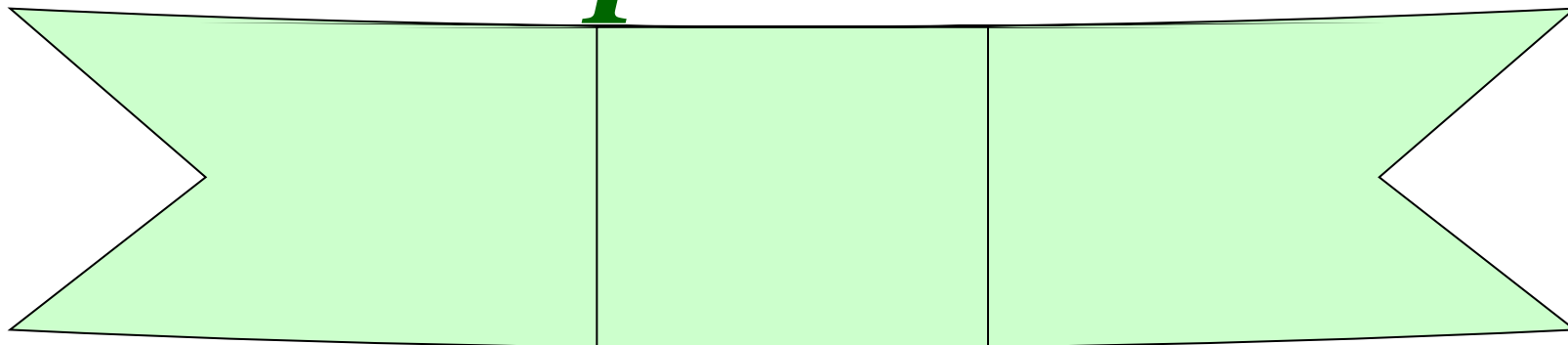


Успіху!

$$g(x) = 2^{\log_2(x+3)}$$



Розв'язування логарифмічних рівнянь



Логарифмічними рівняннями
називаються рівняння, які містять
змінну під знаком логарифма

Які із даних рівнянь є логарифмічними?

1) $\log_2 x + 5 = 9$

2) $\log_{0,5} 0,25 + 4x^2 = 0$

3) $\log_3 27 - 2^{x-4} = 5$

4) $\log_2 x + \log_2^2 x - 5 = 9$



Найпростіші логарифмічні рівняння

Розв'язати логарифмічне рівняння – це означає знайти всі його корені або довести, що рівняння коренів не має.

Найпростіші логарифмічні рівняння мають вигляд:

1 $\log_a x = b$, де $a > 0, a \neq 1, x > 0$. За означенням $x = a^b$

2 $\log_a x = \log_a b$, де $a > 0, a \neq 1, x > 0, b > 0 \longrightarrow x = b$.

3 $\log_x a = b$, де $a > 0, x \neq 1, x > 0, \longrightarrow x^b = a$, звідси $x = a^{\frac{1}{b}}$.

Розв'язати рівняння

1)

$$\log_3(2x + 1) = 2$$

2)

$$\log_5(6 - x^2) = \log_5 x$$

3)

$$\log_{x+1}(2x^2 + 1) = 2$$

4)

$$\log_x 64 = 6$$

5)

$$\log_x 5 = -1$$



x

=

x

=

x

=

2x

=

x

=

0

,

2

Існують основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь:



Метод введення нової змінної;

Метод потенціювання;

Метод логарифмування;

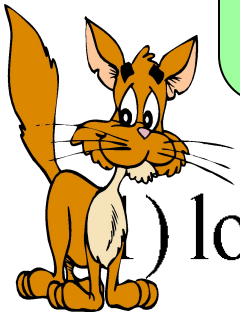
Функціонально – графічний метод;

Метод пильного

погляду



Розв'язати рівняння



1) $\log_5 x^2 = 0;$

1) $x = \pm 1$

2) $\log_3 3^x = 4;$

2) $x = 4$

3) $\log_3 x - 1 = 0;$

3) $x = 3$

4) $\log_2 (2x - 1) = 3;$

4) $x = 4,5$

5) $\log_3 (2x - 3) - 1 = 0;$

5) $x = 3$

6) $\log_5 (2x - x^2) = 0;$

6) $x = 1$

7) $\log_{0,7} (2x + 1) = \log_{0,7} (x - 1).$

7) $x = -2$

Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_3^2 x - 4 \log_3 x = -3$

Нехай $\log_3 x = a$; $a^2 - 4a + 3 = 0$,

$a_1 = 4$; $a_2 = -1$.

звідси $\log_3 x = 4$, тому $x = 16$;

$\log_3 x = -1$, $x = 0,5$. Відповідь : $16; 0,5$.

Метод потенціювання.

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(x+2)$

Пропотенціюємо дану рівність і

одержимо:

$$\log_5(x-1)(x-2) = \log_5(x+2);$$

$$x^2 - 4x = 0; x = 0, x = 4.$$

Враховуючи ОДЗ: $x-1 > 0$,

$$x-2 > 0,$$

$$x+2 > 0;$$

$$x \in (2; \infty)$$

Відповідь: 4.

Метод зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи.

$$\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 3 \quad \text{ОДЗ : } x > 0$$

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$\log_3 x - 2 \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3; \quad \log_3 x + 2 \log_3 x = 3; \quad 3 \log_3 x = 3; \quad x = 3.$$

Відповідь : $x = 3$.

Метод логарифмування

Приклад: Розв'яжіть рівняння $x^{\lg x} = 100x$. ОДЗ : $x > 0$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння ($x > 0$): $\lg x^{\lg x} = \lg 100x$

Одержимо $\lg x \lg x = \lg 100 + \lg x$; $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$.

Замінемо : $\lg x = a$, тому $a^2 - a - 2 = 0$. $a_1 = 2; a_2 = -1$.

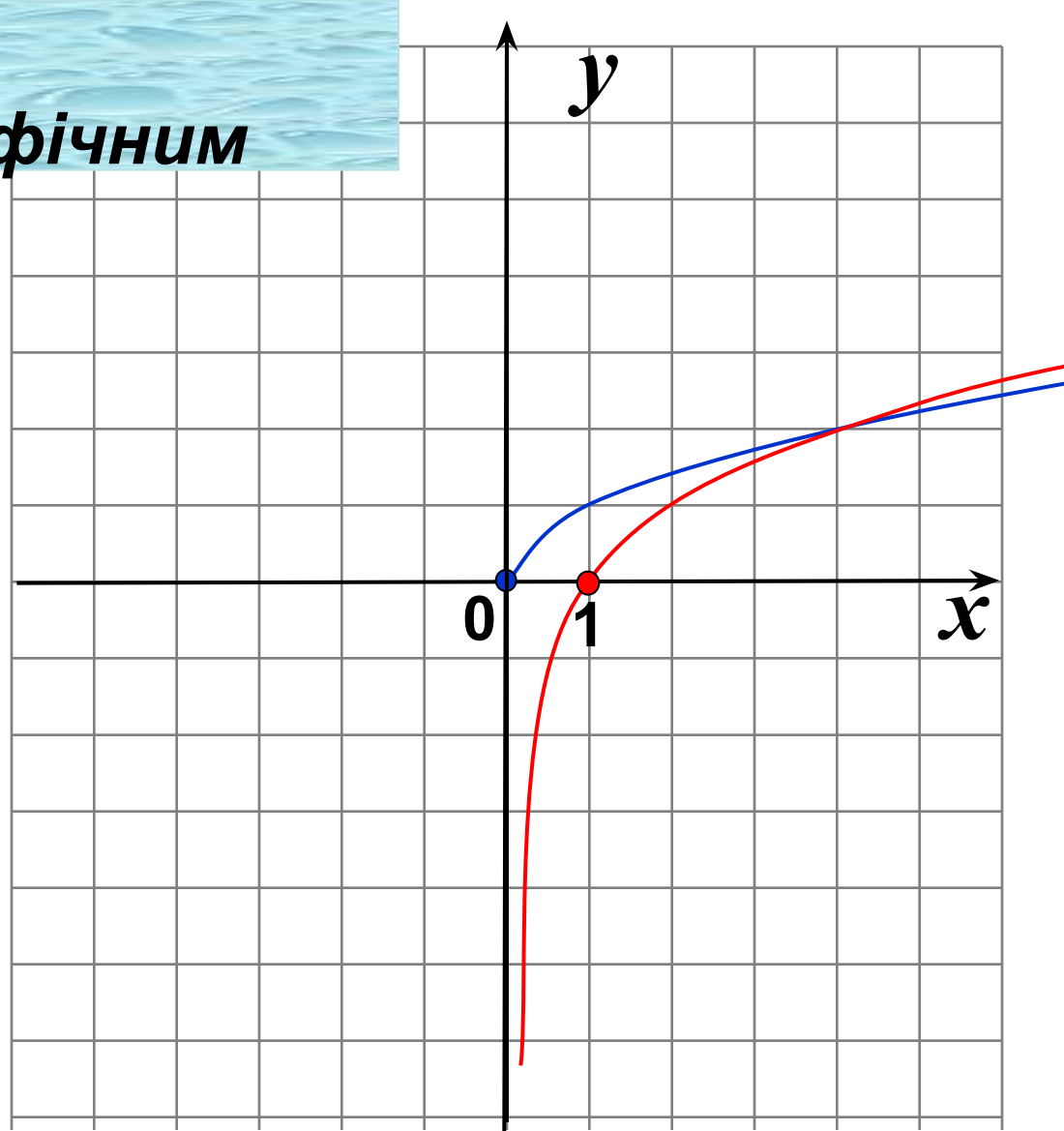
Тоді : 1) $\lg x = 2$; $x = 10^2$, $x = 100$.

2) $\lg x = -1$; $x = 10^{-1}$, $x = 0,1$.

Відповідь : 100; 0,1.

**Розв'язати рівняння
функціонально – графічним
методом;**

**Розв'язати
рівняння**



$$\log_2(x + 2) - 1 = \sqrt{x + 2} - 2 \quad x = -$$

1

Графічний метод розв'язування рівнянь

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\lg x = 1 - x$

Подумай!

-
0

Подумай!

-
1

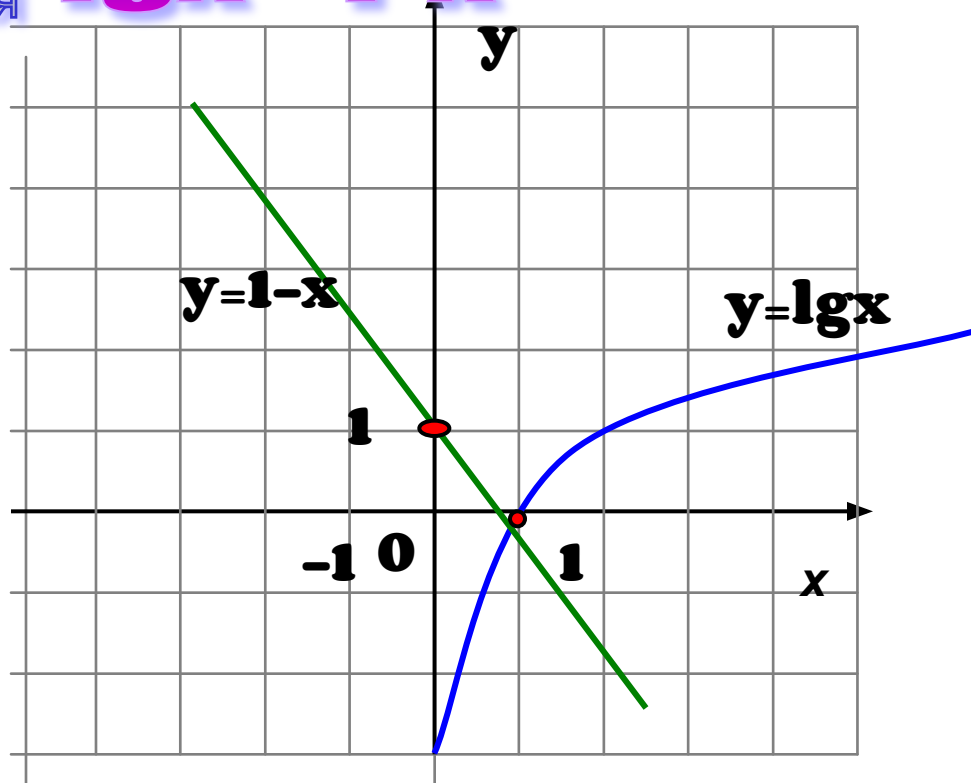
Подумай!

2

Вірно!

1

В одній і тій же системі координат будемо графіки функцій $y = \lg x$ і $y = 1 - x$. Знаходимо абсцису точки перетину графіків функцій.



Іраціональні логарифмічні рівняння:

Розв'язати рівняння: $\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$

Розв'язування:

$$\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$$
$$\lg(3\sqrt{x - 28}) = \lg \sqrt{x + 10}$$

Враховуючи ОДЗ, дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x - 28 > 0, \\ x + 10 > 0, \\ 3\sqrt{x - 28} = \sqrt{x + 10}; \\ x > 28, \\ x > -10, \\ 9(x - 28) = x + 10; \\ x > 28, \\ 9x - 252 = x + 10; \\ x > 28, \\ x = 32,75; \end{cases}$$

Відповідь: 32,75



Іраціональні логарифмічні рівняння:

Розв'язати рівняння: $\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$

Розв'язування:

$$\lg 3 + 0,5 \lg(x - 28) = \lg \sqrt{x + 10}$$
$$\lg(3\sqrt{x - 28}) = \lg \sqrt{x + 10}$$

Враховуючи ОДЗ, дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x - 28 > 0, \\ x + 10 > 0, \\ 3\sqrt{x - 28} = \sqrt{x + 10}; \\ x > 28, \\ x > -10, \\ 9(x - 28) = x + 10; \\ x > 28, \\ 9x - 252 = x + 10; \\ x > 28, \\ x = 32,75; \end{cases}$$

Відповідь: 32,75

Логарифмічні рівняння, що містять модуль

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_3 x^2 = 6$

$$\log_3 x^2 = 6 \Leftrightarrow 2 \log_3 |x| = 6 \Leftrightarrow \log_3 |x| = 3 \Leftrightarrow |x| = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27, \\ x = -27. \end{cases}$$

Відповідь: $-27; 27$.

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_2^2(-x) - 3 \log_2 x^2 + 5 = 0$

О.Д.З. x
<0.

$$\log_2^2(-x) - 6 \log_2 x + 5 = 0$$

Нехай $\log_2 x = t$, отже, $t^2 - 6t + 5 = 0$,

$$t_1 = 5, \quad \text{то} \quad \log_2 x = 5, x = 32.$$

$$t_2 = 1, \quad \text{то} \quad \log_2 x = 1, x = 2.$$

Відповідь: не має розв'язків

Розв'язування показникових логарифмічних рівнянь

Розв'язати нерівність:

$$\log_2 \frac{(\sqrt{4x+1})^2 + 15}{x^2 + 2} + \log_{1/2} \frac{28}{x+5} > 0$$

Розв'язування:

$$\log_2 \frac{(\sqrt{4x+1})^2 + 15}{x^2 + 2} + \log_{1/2} \frac{28}{x+5} > 0,$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ \log_2 \frac{4(x+4)}{x^2+2} + \log_2 \frac{x+5}{28} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ \log_2 \left(\frac{4(x+4)(x+5)}{28(x^2+2)} \right) > \log_2 1; \end{cases} \quad \text{ò.ê. } y = \log_2 t \uparrow, \text{ò } t$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ \frac{(x+4)(x+5)}{7(x^2+2)} > 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0, \\ 2x^2 - 3x - 2 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1/4, \\ x \in (-1/2; 2). \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x - 2 < 0,$$

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$$

$$\hat{I} \text{ ÄÇ: } x \in R$$

$$\hat{I} \text{ öè } \hat{o} - \text{öè} : x_1 = -1/2; x_2 = 2$$



Відповідь: $x \in [-\frac{1}{4}; 2)$.

Домашнє завдання:

