

**Логические
законы и правила
преобразования
логических выражений**

РАВНОСИЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ

Определение. Две формулы алгебры логики A и B называются *равносильными*, если они принимают одинаковые логические значения на любом наборе значений переменных, входящих в формулы.

Обозначение $A \equiv B$.

Для доказательства равносильности формул A и B достаточно составить их таблицы истинности и сравнить их.

- **Закон тождества.** Всякое высказывание тождественно самому себе:

$$A = A$$

- **Закон непротиворечия.** Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание истинно, то его отрицание должно быть ложным. Значит, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

$$A \& \bar{A} = 0$$

- **Закон исключенного третьего.** Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано. Это означает, что результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение «истина»:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

- **Закон двойного отрицания.** Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание:

$$\bar{\bar{A}} = A$$

- **Закон идемпотентности** (от лат. слов *idem* – тот же самый и *potens* – сильный; дословно – равносильный):

$$A \vee A = A$$

$$A \& A = A$$

- **Законы исключения констант**

$$A \vee 1 = 1, \quad A \vee 0 = A$$

$$A \& 1 = A, \quad A \& 0 = 0$$

- **Законы де Моргана**

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$$

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

- **Закон коммутативности**

$$A \& B = B \& A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

- **Закон ассоциативности**

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

- **Закон дистрибутивности**

$$(A \& B) \vee (A \& C) = A \& (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \& (A \vee C) = A \vee (B \& C)$$

- **Закон поглощения**

$$A \vee (A \& B) = A$$

$$A \& (A \vee B) = A$$

- **Законы склеивания**

$$(A \& B) \vee (\bar{A} \& B) = B$$

$$(A \vee B) \& (\bar{A} \vee B) = B$$

- **Закон контрапозиции** (*правило перевертывания*)

$$(A \Leftrightarrow B) = (B \Leftrightarrow A)$$

Задания

1. Доказать справедливость 1-го и 2-го законов де Моргана, используя таблицы истинности.
2. Упростить логические выражения:

а) $(A \vee \bar{A}) \& B$

б) $A \& (A \vee B) \& (B \vee \bar{B})$

3. Найдите X , если $\overline{X \vee A} \vee \overline{X \vee \bar{A}} = B$

Задания

Упростите логическое выражение

$$4. (A \vee B \vee C) \& \overline{A \vee \bar{B} \vee C}$$

$$5. (A \& B \& \bar{B}) \vee (A \& \bar{A}) \vee (B \& C \& \bar{C})$$