

# Магнитное поле в вакууме

Лекция 5

Главы 6.1-6.12

# Список литературы

- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 2. Электричество и магнетизм. ISBN - 978-5-8114-1208-2. Издательство «Лань». 2021 г.
- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 4. Волны. Оптика. ISBN - 978-5-8114-1210-5. Издательство «Лань». 2021 г.
- Трофимова Т. И. Руководство к решению задач по физике : учебное пособие для прикладного бакалавриата: Учебное пособие/Трофимова Т. И..-М:Издательство Юрайт,2019, ISBN 978-5-9916-3429-8.-265. <https://elis.psu.ru/node/557918>

# Основные темы

- Взаимодействие токов
- Магнитное поле
- Закон Био-Савара-Лапласа
- Поле движущегося заряда
- Сила Лоренца
- Закон Ампера
- Контур с током в магнитном поле
- Магнитное поле контура с током
- Поле соленоида и тороида

# Взаимодействие токов

- Опыт показывает, что электрические токи взаимодействуют между собой
- Два тонких проводника притягиваются друг к другу, если ток в них течет в одном направлении и отталкиваются если токи противоположны
- Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины каждого из параллельных проводников, прямо пропорциональна токам в них  $I_1$  и  $I_2$  и обратно пропорциональна расстоянию между ними  $b$

$$F_{ed} = k \frac{2I_1 I_2}{b} \quad (6.1)$$

# Взаимодействие токов

- Коэффициент пропорциональности взят в виде  $2k$ .
- Закон взаимодействия токов был установлен Ампером в 1820 г.
- **Единица силы** тока в СИ – **ампер** – определяется как **сила** неизменяющегося **тока**, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным **на расстоянии 1 м** один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками **силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н** на каждый **метр длины**.
- Единицу заряда кулон определяют как заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника, по которому течет<sup>5</sup>

# Взаимодействие токов

- В рационализированной форме выражение (6.1) записывается

$$F_{ed} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} \quad (6.2)$$

где  $\mu_0$  – так называемая магнитная постоянная. Значение  $\mu_0$

$$2 \cdot 10^{-7} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{1}$$

$$\text{следовательно } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Гн / м} \quad (6.3)$$

где Гн/м – Генри на метр

# Взаимодействие токов

- Коэффициент  $k$  в формуле (6.1) можно сделать равным 1 за счет выбора единицы силы тока.
- Абсолютная электромагнитная единица силы тока (СГСМ-ед. силы тока) определяется как сила такого тока, который, протекая по тонкому прямолинейному бесконечно длинному проводу, действует на равный ему прямой ток, отстоящий на 1 см, с силой 2 дин на каждый сантиметр длины.
- В СГСЭ-системе  $k$  оказывается отличной от единицы размерной величиной.

# Взаимодействие токов

- Согласно (6.1) размерность  $k$  определяется как

$$[k] = \frac{[F_{ed} b]}{[I]^2} = \frac{[F]}{[I]^2} \quad (6.4)$$

$$[F] = \frac{[q]^2}{L^2} \text{ тогда } [F] = \frac{[q]}{T}; \quad [k] = \frac{T^2}{L^2}$$

- Следовательно, в системе СГСЭ  $k$  можно представить как

$$k = \frac{1}{c^2} \quad (6.5)$$

- где  $c$  – имеющая размерность скорости величина, называемая электродинамической постоянной.



# Взаимодействие токов

- Вспомним, что  $1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-ед. заряда}$   $1 \text{ дин} = 10^{-5} \text{ Н}$ , получим

$$2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{10^5 \text{ дин}}{100 \text{ см}} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{дин}}{\text{см}}$$

подставим значения в (6.1) и

$$2 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{c^2} \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100}; \quad c^2 = 9 \cdot 10^{12}; \quad c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{с}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- Значение электродинамической постоянной совпадает со значением скорости света в вакууме.
- Из теории Максвелла вытекает существование электромагнитных волн, скорость которых равна  $c$
- Это дало возможность Максвеллу предположить, что свет это электромагнитная волна.

# Взаимодействие токов

- Между электрической постоянной  $\varepsilon_0$  и магнитной постоянной  $\mu_0$  имеется связь
- Найдем размерность и числовое значение произведения  $\varepsilon_0 \mu_0$

$$[\varepsilon_0] = \frac{[q]^2}{L^2 [F]} \quad (6.6)$$

- Размерность  $\varepsilon_0$  равна

$$[\mu_0] = \frac{[F_{ed} b]}{[I]^2} = \frac{[F] T^2}{[q]^2} \quad (6.7)$$

- А согласно (6.2) размерность  $\mu_0$

$$[\varepsilon_0 \mu_0] = \frac{T^2}{L^2} = \frac{1}{[v]^2} \quad (6.8)$$

- Перемножив (6.6) на (6.7) получим

# Взаимодействие токов

- Величина произведения  $\varepsilon_0 \mu_0$  равна

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} = \frac{1}{(3 \cdot 10^8)^2} \frac{c^2}{m^2} \quad (6.9)$$

- То есть 
$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (6.10)$$

# Магнитное поле

- Взаимодействие токов осуществляется через поле, называемое магнитным
- Эрстед в 1820 году обнаружил, что при протекании тока рядом с магнитной стрелкой она отклоняется перпендикулярно проводнику.
- Изменение направления тока поворачивает стрелку в противоположном направлении.
- Таким образом было доказано, что магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной

# Магнитное поле

- Величину магнитного поля принято обозначать буквой  $B$ .
- Величину  $B$  логично называть напряженностью магнитного поля.
- В отличие от электрического, магнитное поле не оказывает действия на покоящийся заряд.
- Сила возникает лишь тогда, когда заряд движется.
- То есть магнитное поле порождается движущимися зарядами.
- Движущиеся заряды изменяют свойства окружающего пространства, создают в нем магнитное поле.
- Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нем

# Магнитное поле

- Опыт показывает, что для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции: поле  $\mathbf{B}$ , порожденное несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей  $\mathbf{B}_i$ , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности

$$\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_i \quad (6.11)$$

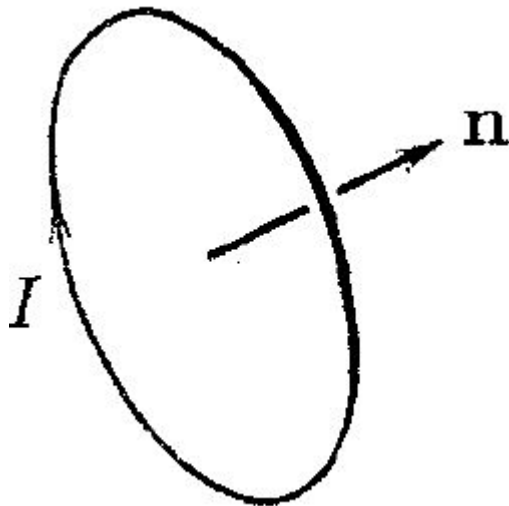


Рис.  
1

- Применим для исследования магнитного поля пробный ток, циркулирующий в плоском контуре очень малых размеров
- Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали к контуру, связанным с направлением тока правилом правого винта.

# Магнитное поле

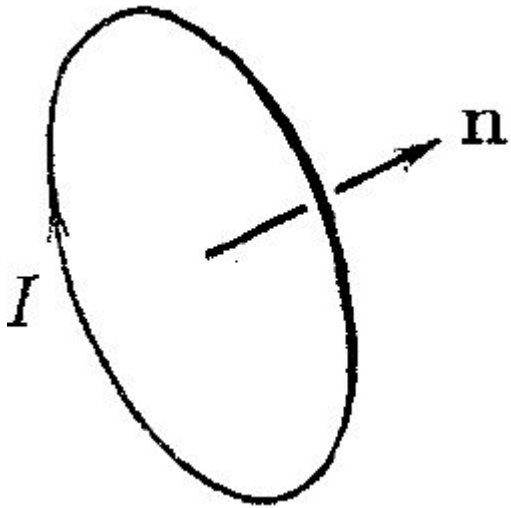


Рис.  
1

- Такую нормаль будем называть положительной.
- Поместив пробный контур в магнитное поле, мы обнаружим, что поле устанавливает контур положительной нормалью в определенном направлении.
- Примем это направление за направление поля в данной точке.
- Если контур повернуть так, чтобы направления нормали и поля не совпадали, возникнет вращающий момент, стремящийся вернуть контур в равновесное состояние.

# Магнитное поле

- Модуль момента зависит от угла  $\alpha$  между нормалью и направлением поля, достигая наибольшего значения  $M_{\max}$  при  $\alpha=\pi/2$  (при  $\alpha=0$  момент равен нулю).
- Внося в одну и ту же точку разные пробные контуры, мы обнаружим, что при фиксированном  $\alpha$  вращающий момент пропорционален силе тока  $I$  в контуре и площади  $S$  контура и совершенно не зависит от формы контура.

- То есть действие магнитного поля на контур равно

$$p_m = IS \quad (6.12)$$

- Эта **величина называется дипольным магнитным моментом контура**



# Магнитное поле

- Поскольку контур характеризуется положением в пространстве, магнитный момент следует рассматривать как вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали  $\mathbf{n}$ , ( $\mathbf{n}$  – единичный вектор)

$$p_m = IS\mathbf{n} \quad (6.13)$$

- Единицей магнитного поля является ампер-квадратный метр ( $\text{A} \cdot \text{m}^2$ )
- На разные контуры, с разными значениями  $p_m$ , действуют в данной точке разные по модули вращающие моменты  $M$ , но отношение  $M/p_m$  при фиксированном  $\alpha$  одно и то же.

# Магнитное поле

- Поэтому в качестве модуля магнитной индукции можно принять величину

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m} \quad (6.14)$$

- $M_{\max}$  – наибольшее значение вращающего момента при  $\alpha = \pi/2$
- **Магнитная индукция есть векторная величина, модуль которой определяется выражением (6.14), а направление задается равновесным положением положительной нормали к контуру с током.**
- **Единица измерения величины  $B$ , называемая тесла, равна магнитной индукции однородного поля, в котором на плоский контур с током, имеющий магнитный момент  $1\text{А} \cdot \text{м}^2$ , действует максимальный вращающий момент, равный  $1\text{Н} \cdot \text{м}$ .**

# Закон Био-Савара-Лапласа

- Био и Савар в 1820 г. провели исследование магнитных полей, создаваемых токами, текущими по тонким проводам различной формы.
- Лаплас проанализировал их экспериментальные данные и установил зависимость, которая получила название **закона Био-Савара-Лапласа**.
- **«Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными участками тока».**

# Закон Био-Савара-Лапласа

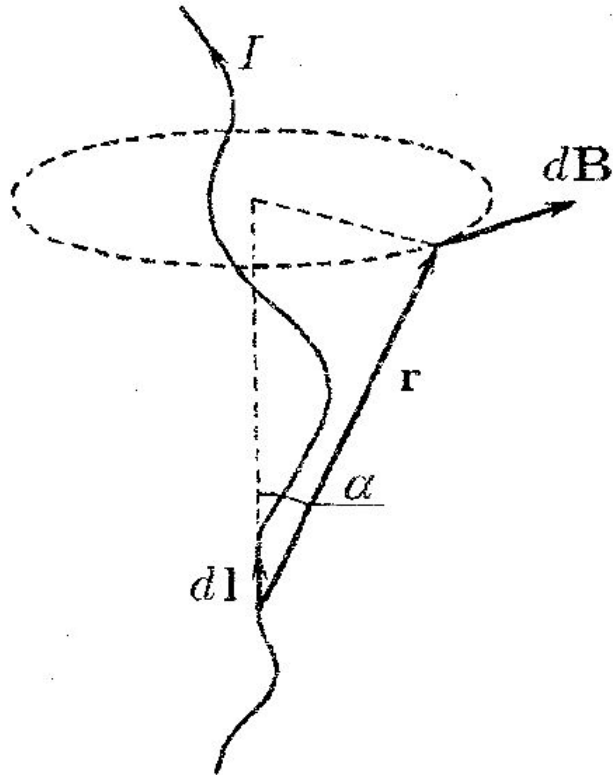


Рис.  
2

- Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длины  $d\mathbf{l}$ , Лаплас получил формулу

$$d\mathbf{B} = k' \frac{I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3} \quad (6.15)$$

- Здесь  $k'$  – коэффициент пропорциональности,  $d\mathbf{l}$  – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, в которую течет ток,  $\mathbf{r}$  – вектор, проведенный от элемента тока в ту точку, в которой определяется  $d\mathbf{B}$ , и  $r$  – модуль этого вектора.

# Закон Био-Савара-Лапласа

- Коэффициент пропорциональности  $k'$  в формуле (6.15) в СИ равен  $\mu_0/4\pi$ ,  $\mu_0$  – магнитная пост постоянная. Тогда в СИ (6.15) будет

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3} \quad (6.16)$$

- В системах СГСЭ и СГСМ единица магнитной индукции  $B$  выбирается так, чтобы коэффициент  $k'$  в формуле (6.15) был равен единице.
- Следовательно, между единицами  $B$  в этих системах имеется то же соотношение, что и между единицами заряда:
 
$$\text{СГСМ-ед. } B \cong 10 \text{ СГСЭ-ед. } B \quad (6.17)$$

# Закон Био-Савара-Лапласа

- СГСМ-единица магнитной индукции имеет специальное название – гаусс (Гс).
- К.Ф.Гаусс предложил систему единиц, в которой все электрические величины измеряются в единицах СГСЭ-системы, а магнитные величины – в единицах СГСМ-системы.
- Эта система единиц получила название гауссовой системы единиц.
- В этой системе во все формулы, содержащие наряду с магнитными величинами силу тока или заряд, входит по одному множителю  $1/c$  на каждую стоящую в формуле  $I$  или  $q$ .
- Этот множитель превращает значение, соответствующей величины ( $I$  или  $q$ ), выраженное в единицах СГСЭ, в

# Закон Био-Савара-Лапласа

- Формула (6.15) в гауссовой системе имеет вид

$$d\mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3} \quad (6.18)$$

- Модуль выражения (6.16) определяется формулой

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} \quad (6.19)$$

- Где  $\alpha$  - угол между векторами  $d\mathbf{l}$  и  $\mathbf{r}$ .

# Закон Био-Савара-Лапласа

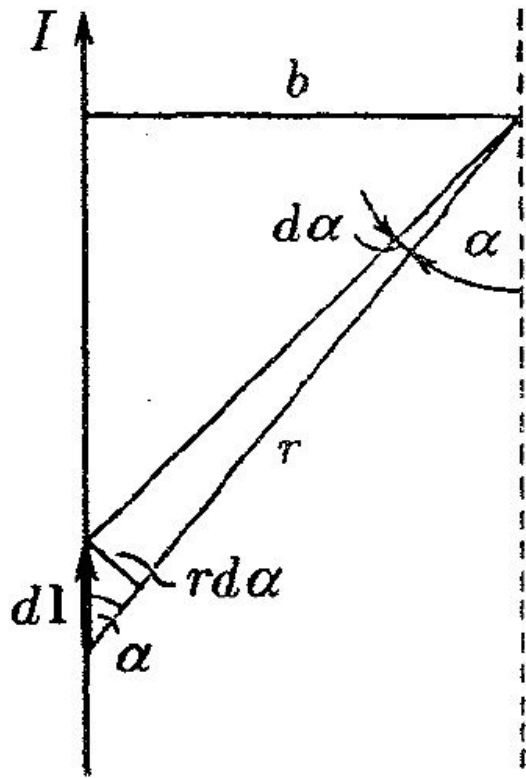


Рис.  
3

- Применим формулу (6.19) для вычисления поля, создаваемого током, текущим по тонкому прямому проводу бесконечной длины.
- Все векторы  $d\mathbf{B}$  в данной точке имеют одинаковое направление, поэтому сложение векторов  $d\mathbf{B}$  можно заменить на сложение их модулей.
- Точка, для которой мы вычисляем магнитную индукцию находится на расстоянии  $b$  от провода.
- Из рисунка видно, что  $\frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}$



# Закон Био-Савара-Лапласа

- Подставим эти выражения в формулу (6.19)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha \cdot d\alpha$$

- Угол  $\alpha$  для всех элементов бесконечного прямого тока изменяется в пределах от 0 до  $\pi$ , следовательно

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}$$

- Таким образом, магнитная индукция прямого тока определяется формулой

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b} \tag{6.20}$$

# Закон Био-Савара-Лапласа

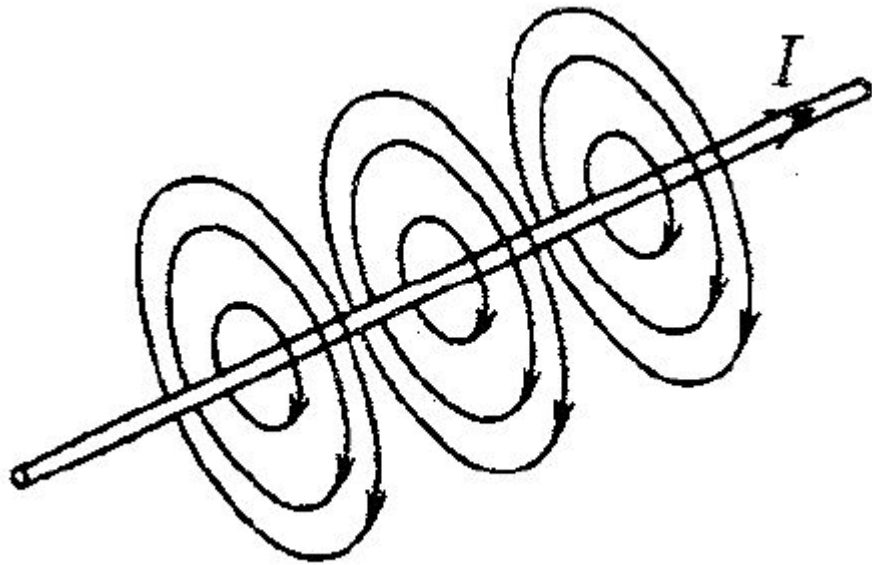


Рис.  
4

- Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой систему охватывающих провод concentрических окружностей.

# Поле движущегося заряда

- Из формулы (6.16) можно получить выражение для магнитной индукции поля, создаваемого точечным зарядом  $q$ , движущимся со скоростью  $v$ .
- Допустим, что ток создается носителями заряда  $e'$ , скорость упорядоченного движения которых равна  $v$ . Тогда

$$I = jS = ne'vS \quad (6.21)$$

- где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника,  $n$  – число носителей тока в единице объема. Подставим выражение (6.21) в формулу (6.16) и получим

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ne'vS [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3} \quad (6.22)$$

# Поле движущегося заряда

- Учтя, что векторы  $e'\mathbf{v}$  и  $d\mathbf{l}$  совпадают по направлению, заменим  $e'\mathbf{v}d\mathbf{l}$  на  $e'\mathbf{v}dl$ . Тогда формула (6.22) примет вид

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 ne' Sdl [\mathbf{vr}]}{4\pi r^3} \quad (6.23)$$

- Произведение  $Sdl$  дает объем отрезка провода длины  $dl$ , поэтому  $nSdl$  равно числу носителей тока, содержащихся в этом объеме и создающих поле  $d\mathbf{B}$ .
- Разделив выражение (6.23) на  $nSdl$ , мы найдем магнитную индукцию  $\mathbf{B}$  поля, создаваемого зарядом  $e'$ , движущимся со скоростью  $\mathbf{v}$ . Заменив  $e'$  на  $q$ , получим

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q [\mathbf{vr}]}{4\pi r^3} \quad (6.24)$$

# Поле движущегося заряда

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q [\mathbf{v}\mathbf{r}]}{r^3} \quad (6.24)$$

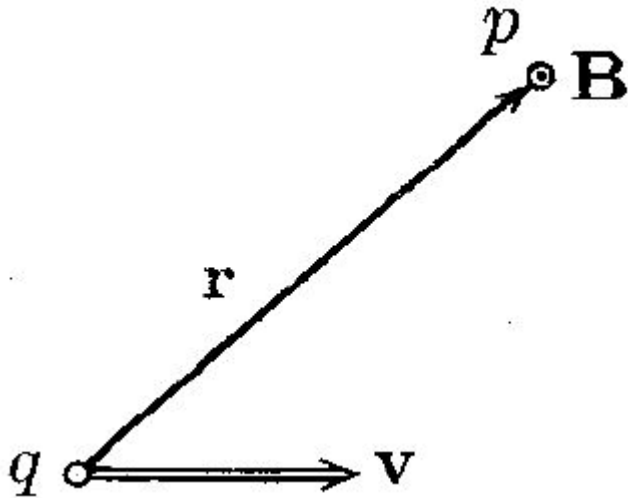
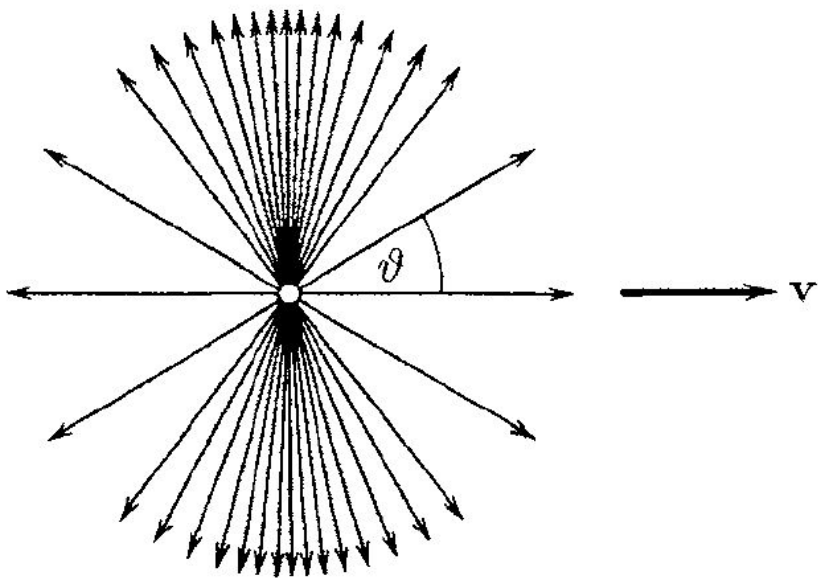


Рис.  
5

- Здесь  $\mathbf{r}$  – вектор, проведенный от заряда в точку  $P$  поля,  $r$  – его модуль.
- Пространство изотропно, поэтому если заряд неподвижен, то создаваемое им поле сферически-симметрично.
- Если заряд движется со скоростью  $\mathbf{v}$ , то в пространстве появляется выделенное направление (направление вектора  $\mathbf{v}$ ).
- Поэтому магнитное поле движущегося заряда обладает осевой симметрией.

# Поле движущегося заряда



$v/c = 0,8$

Рис.  
6

- Появление выделенного направления при движении заряда приводит к тому, что и электрическое поле движущегося заряда утрачивает сферическую симметрию и становится осесимметричным.
- Вектор  $\mathbf{E}$  в точке  $P$  направлен вдоль радиуса  $r$ , проведенного из точки, в которой находится заряд в данный момент, в точку  $P$ .

- Модуль напряженности поля определяется

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{1 - v^2/c^2}{\left[1 - (v^2/c^2) \sin^2 \vartheta\right]^{3/2}} \quad (6.25)$$

где  $\vartheta$  - угол между направлением скорости  $\mathbf{v}$  и радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ .

# Поле движущегося заряда

- При  $v \ll c$  электрическое поле свободно движущегося заряда в каждый момент времени практически не отличается от электростатического
- Однако это электростатическое поле перемещается вместе с зарядом, вследствие чего поле в каждой точке пространства изменяется со временем.
- При  $v$ , сравнимых с  $c$ , поле в направлениях, перпендикулярных к  $v$ , оказывается заметно сильнее, чем в направлении движения на таком же расстоянии от заряда.
- Поле сплющивается в направлении движения, сосредотачиваясь вблизи проходящей через заряд плоскости, перпендикулярной  $v$ .

# Сила Лоренца

- На заряд, движущийся в магнитном поле, действует сила, которую мы будем называть магнитной.
- Опытным путем установлено, что сила  $\mathbf{F}$ , действующая на заряд, движущийся в магнитном поле, определяется

формулой

$$\mathbf{F} = kq [\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (6.26)$$

- Где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения.
- Единица магнитной индукции  $\mathbf{B}$  – тесла (Тл) – определяется так, чтобы коэффициент  $k$  был равен единице.

Следовательно в СИ это выглядит так

$$\mathbf{F} = q [\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (6.27)$$



# Сила Лоренца

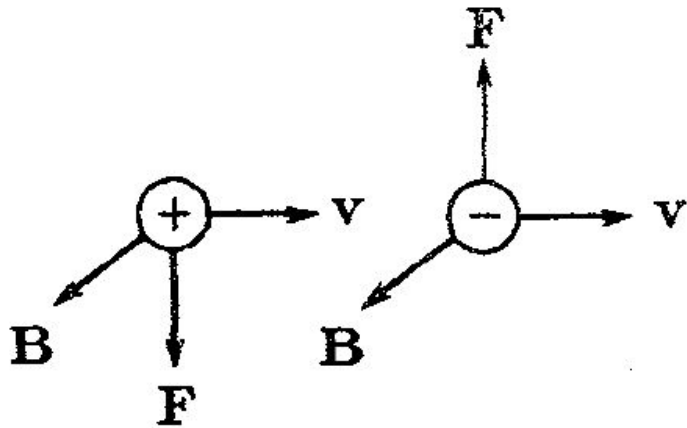


Рис.  
7

- Модуль магнитной силы равен

$$F = qvB \sin \alpha \quad (6.28)$$

- где  $\alpha$  - угол между векторами  $v$  и  $B$ .
- Из выражения (6.28) следует, что заряд, движущийся вдоль магнитного поля, не испытывает действия магнитной силы.
- Магнитная сила направлена перпендикулярна к плоскости, в которой лежат векторы  $v$  и  $B$ .
- Если заряд положительный, то направление силы совпадает с направлением вектора  $[vB]$
- Если заряд отрицательный – направления противоположны

# Сила Лоренца

- Поскольку магнитная сила всегда перпендикулярна к скорости заряженной частицы, она не совершает работы над частицей.
- Следовательно, действуя на заряженную частицу постоянным магнитным полем, изменить ее энергию нельзя.
- Если имеются одновременно электрическое и магнитное поля, сила действующая на заряженную частицу будет равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (6.29)$$

- Это выражение было получено путем обобщения экспериментальных данных и носит название **силы Лоренца** или **лоренцовой силой**.

# Сила Лоренца

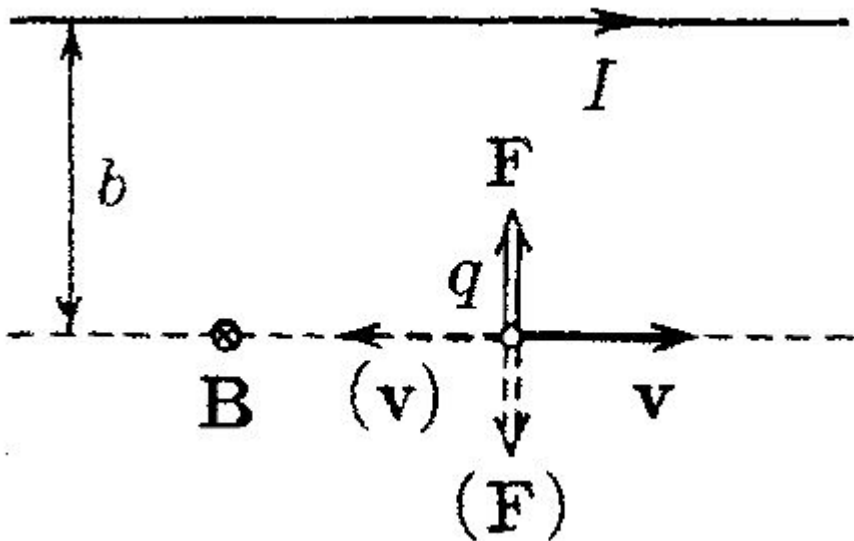


Рис.  
8

- Пусть заряд  $q$  движется со скоростью  $v$  параллельно прямому бесконечному проводу, по которому течет ток силы  $I$ .
- В этом случае на заряд действует сила

$$F = qvB = qv \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b} \quad (6.30)$$

- где  $b$  – расстояние от заряда до провода
- В случае положительного заряда сила направлена к проводу, если направление движения тока и заряда одинаковы, и от провода если направления тока и движения заряда противоположны

# Сила Лоренца

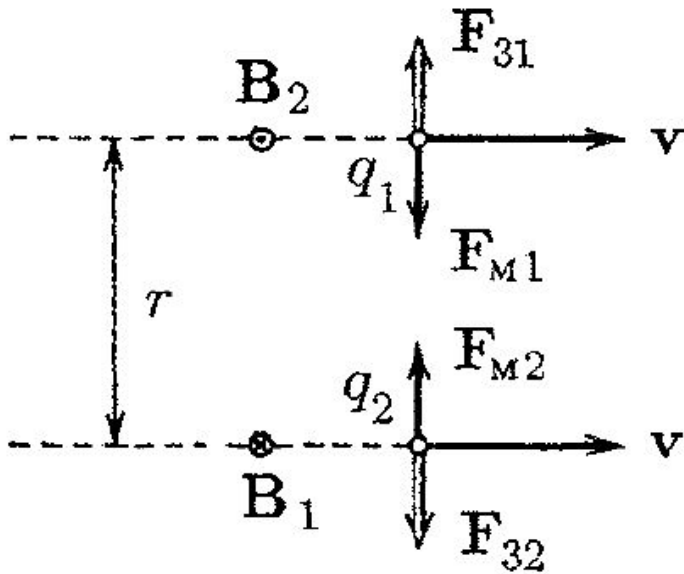


Рис.  
9

- Рассмотрим два одноименных точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$ , движущихся вдоль параллельных прямых с одинаковой скоростью  $v$ , много меньшей  $c$ .
- При  $v \ll c$  электрическое поле практически не отличается от поля неподвижных зарядов, поэтому модуль силы  $F_{\text{э}}$ , действующей на заряды, можно считать равным

$$F_{\text{э}1} = F_{\text{э}2} = F_{\text{э}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (6.31)$$

# Сила Лоренца

- Для магнитной силы с учетом (6.24) и (6.27) получается выражение

$$F_{m1} = F_{m2} = F_m = \frac{\mu_0 q_1 q_2 v^2}{4\pi r^2} \quad (6.32)$$

- Найдем отношение магнитной силы к электрической

$$\frac{F_m}{F_e} = \varepsilon_0 \mu_0 v^2 = \frac{v^2}{c^2} \quad (6.33)$$

- Магнитная сила слабее кулоновской на множитель, равный квадрату отношения скорости заряда к скорости света.
- **Магнетизм исчез бы если скорость света была бесконечно большой**

# Закон Ампера

- Если провод, по которому течет ток, помещен в магнитное поле, на каждый из носителей тока действует сила

$$\mathbf{F} = e [(\mathbf{v} + \mathbf{u}), \mathbf{B}] \quad (6.34)$$

- Здесь  $\mathbf{v}$  – скорость хаотического движения,  $\mathbf{u}$  – скорость упорядоченного движения. От носителя тока действие этой силы передается проводнику, по которому он перемещается.
- В результате на провод с током в магнитном поле действует сила.
- Найдем силу  $d\mathbf{F}$ , действующую на элемент провода длины  $dl$ .

- Усредним выражение (6.34) по носителям тока, содержащимся в элементе  $dl$ ,  
$$\langle \mathbf{F} \rangle = e [(\langle \mathbf{v} \rangle + \langle \mathbf{u} \rangle), \mathbf{B}] = e [\langle \mathbf{u} \rangle, \mathbf{B}] \quad (6.35)$$

$\mathbf{B}$  – магнитная индукция в том месте, где помещается элемент  $dl$

# Закон Ампера

- В элементе провода содержится число носителей, равное  $nSdl$  ( $n$  – число носителей в единице объема,  $S$  – площадь поперечного сечения провода в данном месте

$$d\mathbf{F} = \langle \mathbf{F} \rangle nSdl = \left[ (ne \langle \mathbf{u} \rangle), \mathbf{B} \right] Sdl$$

- Приняв во внимание, что  $ne \langle \mathbf{u} \rangle$  есть плотность тока  $\mathbf{j}$ , а  $Sdl$  дает объем элемента провода  $dV$ , можно записать

$$d\mathbf{F} = [\mathbf{j}\mathbf{B}]dV \quad (6.36)$$

- Отсюда можно получить выражение для плотности силы, то есть для силы, действующей на единицу объема проводника

$$\mathbf{F}_{\text{ед.об}} = [\mathbf{j}\mathbf{B}] \quad (6.37)$$

# Закон Ампера

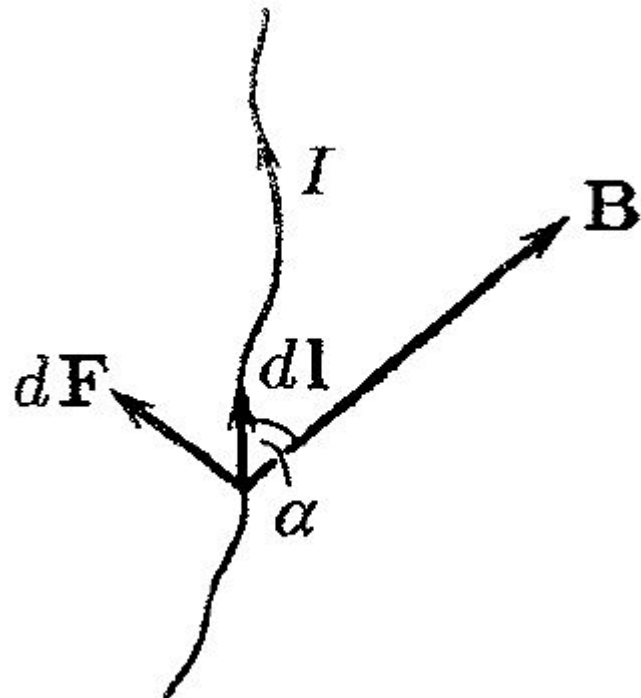


Рис.1  
0

- Заменяем  $dV$  на  $Sdl$  и  $\mathbf{j}Sdl$  на  $\mathbf{j}Sd\mathbf{l}=I d\mathbf{l}$  и получим формулу

$$d\mathbf{F} = I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}] \quad (6.38)$$

- Эта формула определяет силу, действующую на элемент тока  $d\mathbf{l}$  в магнитном поле. Это соотношение (6.38) было установлено экспериментально Ампером и носит название закона Ампера.

- Модуль силы (6.38) вычисляется по формуле  $dF = IBdl \sin \alpha$  (6.39)

где  $\alpha$  - угол между векторами  $d\mathbf{l}$  и  $\mathbf{B}$ .



# Закон Ампера

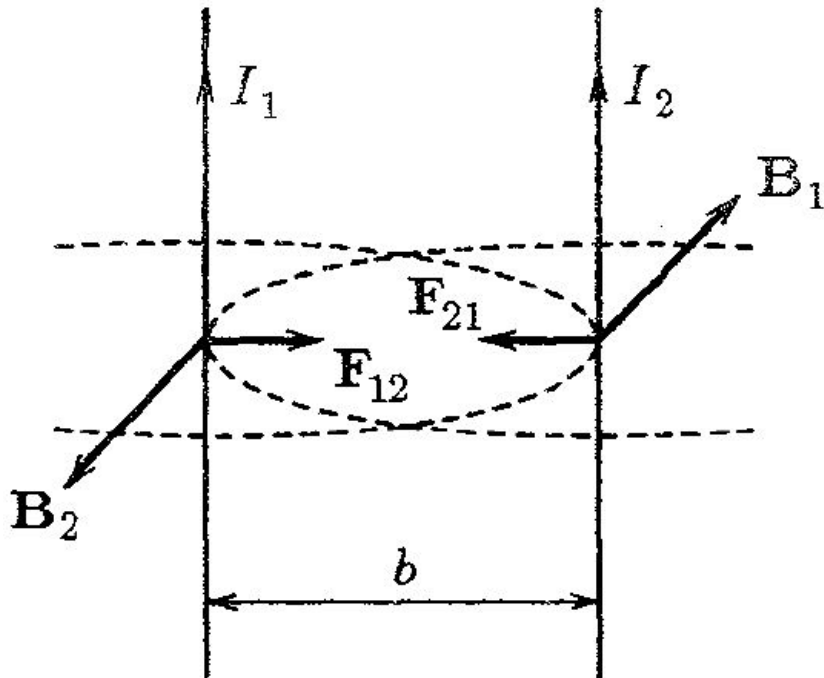


Рис.1  
1

- Применим закон Ампера для вычисления силы взаимодействия двух находящихся в вакууме параллельных бесконечно длинных прямых токов.
- Если расстояние между токами равно  $b$ , то каждый элемент тока  $I_2$  будет находиться в магнитном поле, индукция которого равна

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{b}$$

# Закон Ампера

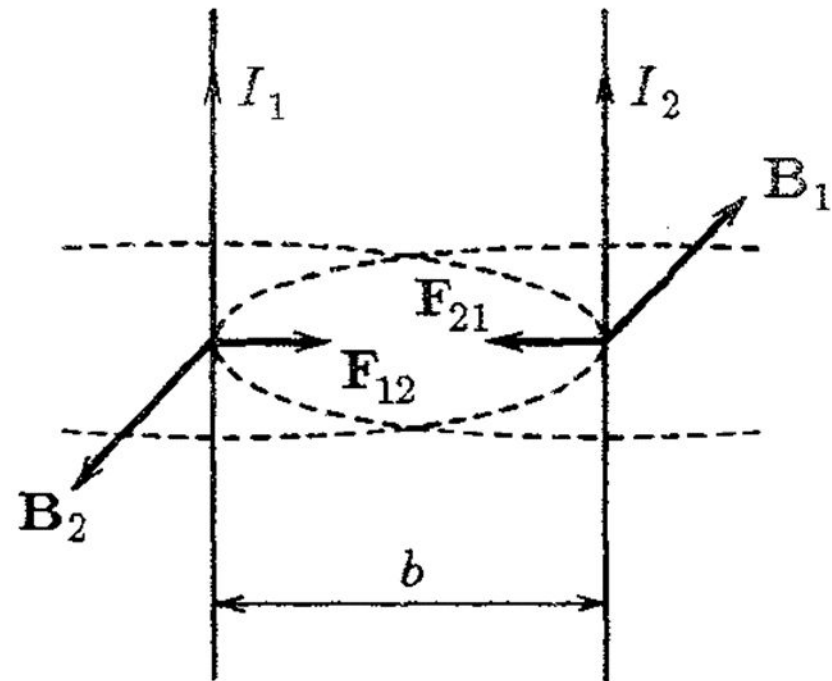


Рис.1  
1

- Угол  $\alpha$  между элементами тока  $I_2$  и вектором  $B_1$  прямой.
- Следовательно, согласно (6.39) на единицу длины тока  $I_2$  действует сила

$$F_{21ed} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} \quad (6.40)$$

- Для силы  $F_{12ed}$  аналогичное выражение.
- Выражение (6.40) совпадает с формулой (6.2)
- Легко убедиться, что при одинаковом направлении токов, они притягиваются и наоборот.

# Контур с током в магнитном поле

- Выясним, как ведет себя контур с током в магнитном поле.
- Предположим, что магнитное поле однородно ( $\mathbf{B}=\text{const}$ ).
- Согласно (6.38) на элемент контура  $d\mathbf{l}$  действует сила

$$d\mathbf{F} = I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$$

- Результирующая таких сил равна

$$\mathbf{F} = \oint I [d\mathbf{l}, \mathbf{B}] \quad (6.41)$$

- Вынесем за знак интеграла постоянные величины  $I$  и  $\mathbf{B}$  и получим

$$\mathbf{F} = I \left[ \left( \oint d\mathbf{l} \right), \mathbf{B} \right]$$

# Контур с током в магнитном поле

- Интеграл  $\oint \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l}$  равен нулю, поэтому и сила  $\mathbf{F}=\mathbf{0}$
- То есть, *результатирующая сила, действующая на контур с током в однородном магнитном поле, равна нулю.*
- Это справедливо для контуров любой формы при произвольном положении контура относительно направления поля.
- Существенное значение имеет только однородность магнитного поля.

# Контур с током в магнитном поле

- Вычислим результирующий вращающий момент, созданный силами (6.38), приложенными к контуру.
- Поскольку в однородном поле сумма этих сил равна нулю, результирующий момент любой точки будет один и тот же.
- Действительно, результирующий момент относительно точки  $O$  определяется выражением

$$\mathbf{N} = \int [\mathbf{r}, d\mathbf{F}]$$

- Где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор, проведенный из точки  $O$  в точку приложения силы  $d\mathbf{F}$ .

# Контур с током в магнитном поле

- Возьмем точку  $O'$ , смещенную относительно  $O$  на отрезок  $\mathbf{b}$ . Тогда  $\mathbf{r}=\mathbf{b}+\mathbf{r}'$  или  $\mathbf{r}'=\mathbf{r}-\mathbf{b}$

- Поэтому результирующий момент относительно точки  $O'$  равен
$$\mathbf{N}' = \int [\mathbf{r}', d\mathbf{F}] = \int [(\mathbf{r} - \mathbf{b}), d\mathbf{F}] = \int [\mathbf{r}, d\mathbf{F}] - \int [\mathbf{b}, d\mathbf{F}] \Rightarrow$$

$$\mathbf{N}' = \mathbf{N} - \left[ \mathbf{b}, \int d\mathbf{F} \right] = \mathbf{N}$$

- Так как  $\int d\mathbf{F}$  равно 0.
- Моменты, вычисленные относительно двух произвольно взятых точек  $O$  и  $O'$  оказались совпадающими.
- То есть, момент не зависит от выбора точки, относительно которой он берется.

# Контур с током в магнитном поле

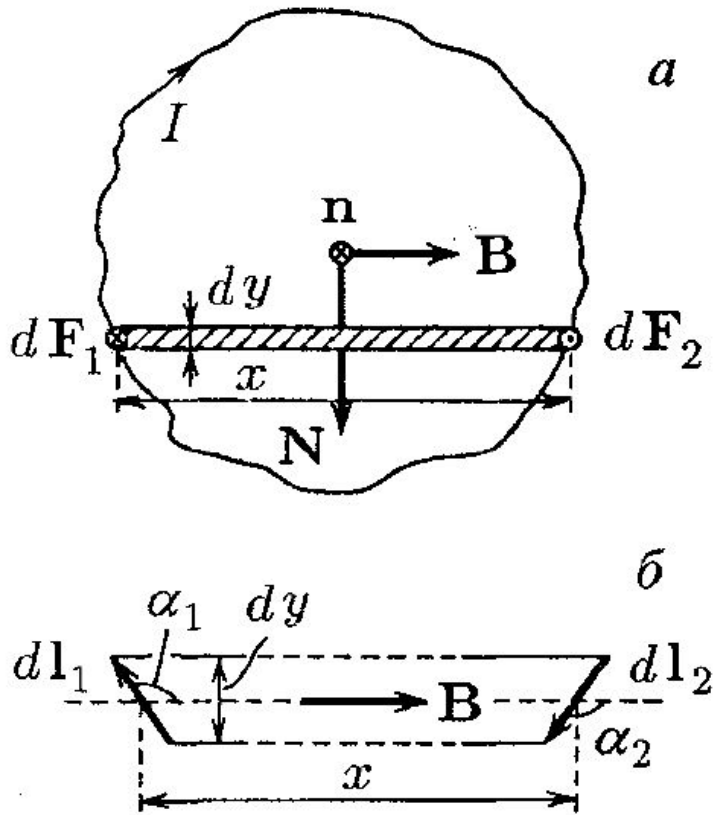
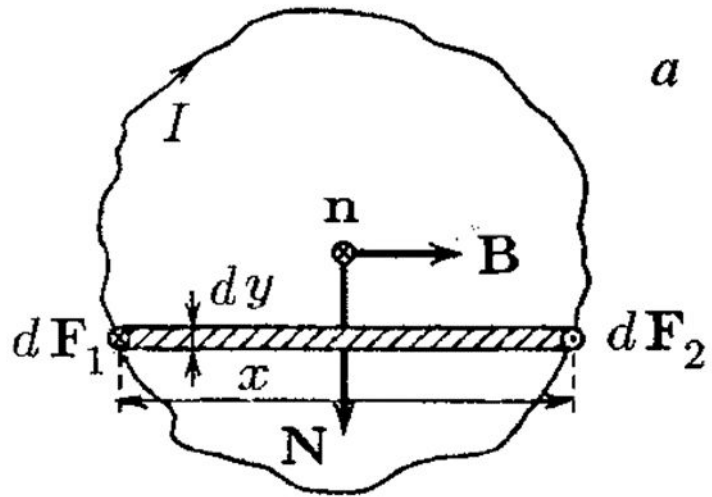


Рис.1  
2

- Рассмотрим произвольный плоский контур с током, находящийся в магнитном поле  $\mathbf{B}$ .
- Пусть контур ориентирован так, что положительная нормаль к контуру  $\mathbf{n}$  перпендикулярна вектору  $\mathbf{B}$ .
- Разобьем площадь контура на узкие параллельные направлению вектора  $\mathbf{B}$  полоски ширины  $dy$ .
- На крайний слева элемент контура  $d\mathbf{l}_1$  действует сила  $d\mathbf{F}_1$ , направленная от нас. Модуль этой силы равен  $dF_1 = IBdl_1 \sin \alpha_1 = IBdy$

# Контур с током в магнитном поле



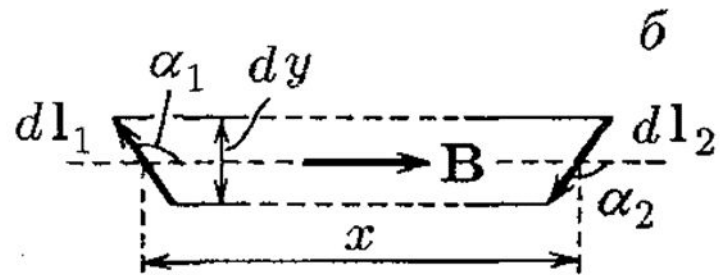
a

- На крайний правый элемент контура  $d\mathbf{l}_2$  действует сила  $d\mathbf{F}_2$ , направленная на нас

$$dF_2 = IBdl_2 \sin \alpha_2 = IBdy$$

- Полученный результат означает, что силы, приложенные к противоположным элементам контура  $d\mathbf{l}_1$  и  $d\mathbf{l}_2$  образуют пару, момент которой равен

$$dN = IBx dy = IBdS$$



б

- ( $dS$  – площадь полоски). Вектор  $d\mathbf{N}$  перпендикулярен к векторам  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{B}$  и может быть записан в виде  $d\mathbf{N} = I [\mathbf{nB}] dS$

Рис.1



# Контур с током в магнитном поле

- Просуммировав это выражение по все полоскам, получим вращающий момент

$$\mathbf{N} = \int I [\mathbf{nB}] dS = I [\mathbf{nB}] \int dS = I [\mathbf{nB}] S \quad (6.42)$$

- (здесь поле предполагается однородным, поэтому произведение  $[\mathbf{nB}]$  для всех площадок одинаков и может быть вынесено из под знака интеграла).

- Величина  $S$  в выражении (6.42) есть площадь контура. Это выражение можно представить в виде

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} \left[ (IS\mathbf{n}), \mathbf{B} \right] \quad (6.43)$$

- Эта формула схожа с формулой, определяющей вращающий момент, действующий на электрический диполь в электрическом поле.

# Контур с током в магнитном поле

- Аналогом  $\mathbf{E}$  служит вектор  $\mathbf{B}$ , а аналогом дипольного электрического момента  $\mathbf{p}$  – выражение  $IS\mathbf{n}$ .

- Это послужило основанием для того, чтобы назвать величину

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n} \quad (6.44)$$

- Дипольным магнитным моментом контура с током.
- Направление вектора  $\mathbf{p}_m$  совпадает с направлением положительной нормали к контуру.

# Контур с током в магнитном поле

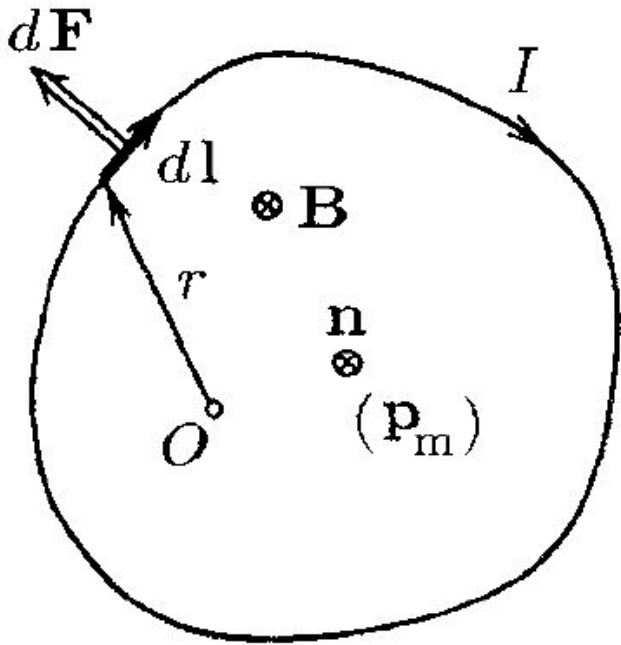


Рис.1

3

- Воспользовавшись обозначением (6.44) можно написать формулу (6.43) следующим образом:
 
$$\mathbf{F} = I [\mathbf{p}_m, \mathbf{B}] \quad (\mathbf{p}_m \perp \mathbf{B}) \quad (6.45)$$
- Теперь допустим, что направление вектор  $\mathbf{B}$  совпадает с направлением положительной нормали к контуру  $\mathbf{n}$ , а следовательно и с направлением  $\mathbf{p}_m$
- В этом случае силы, действующие на разные элементы контура, лежат в одной плоскости – плоскости контура.

# Контур с током в магнитном поле

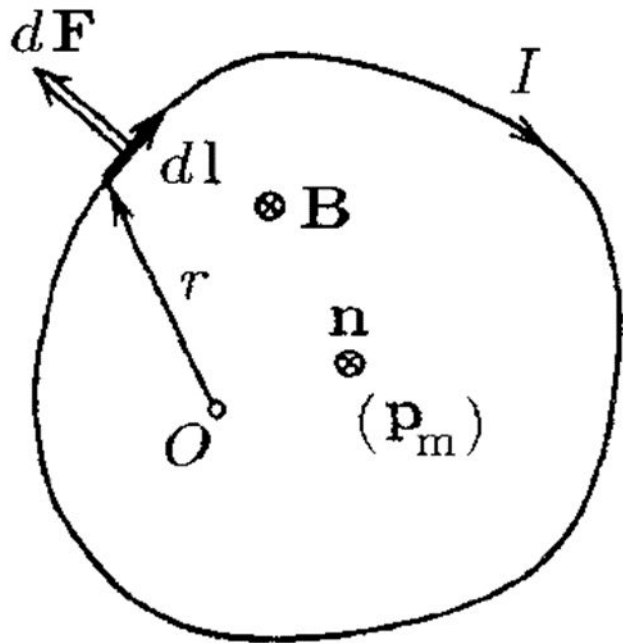


Рис.1

3

- Сила, действующая на элемент контура  $d\mathbf{l}$ , определяется выражением (6.38)
- Вычислим результирующий момент таких сил относительно точки  $O$ , лежащей в плоскости контура:

$$\mathbf{N} = \int d\mathbf{N} = \int [\mathbf{r}, d\mathbf{F}] = I \oint [\mathbf{r}, [d\mathbf{l}, \mathbf{B}]]$$

- ( $\mathbf{r}$  – радиус-вектор, проведенный из точки  $O$  к элементу  $d\mathbf{l}$ ). Преобразуем подынтегральное выражение в

$$\mathbf{N} = I \left[ \oint (\mathbf{r}\mathbf{B}) d\mathbf{l} - \oint \mathbf{B}(\mathbf{r}, d\mathbf{l}) \right]$$

# Контур с током в магнитном поле

$$\mathbf{N} = I \left[ \oint (\mathbf{r} \mathbf{B}) d\mathbf{l} - \oint \mathbf{B}(\mathbf{r}, d\mathbf{l}) \right]$$

- Первый интеграл равен нулю вследствие того, что векторы  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{B}$  взаимно перпендикулярны.
- Скалярное произведение под знаком второго интеграла равно

$$r dr = \frac{1}{2} d(r^2)$$

- Поэтому второй интеграл можно представить в виде
- $$\frac{1}{2} \mathbf{B} \oint d(r^2)$$

# Контур с током в магнитном поле

- Под знаком интеграла стоит полный дифференциал функции  $r^2$ .
- Сумма приращений функции на замкнутом пути равна нулю.
- Следовательно и второе слагаемое в выражении  $\mathbf{N}$  равно нулю.
- Таким образом, мы доказали, что результирующий момент  $\mathbf{N}$  относительно любой точки  $O$ , лежащей в плоскости контура равен нулю.
- Такое же значение имеет результирующий момент относительно всех других точек.

# Контур с током в магнитном поле

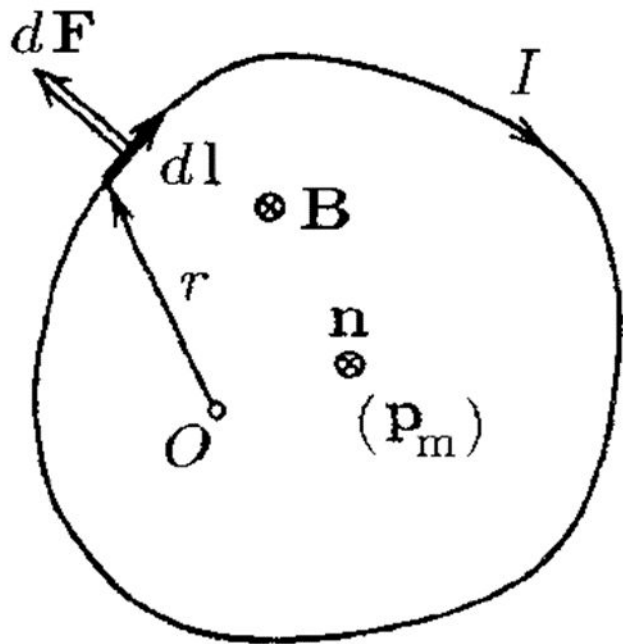


Рис.1

3

- Итак, в случае, когда векторы  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  имеют одинаковое направление, магнитные силы действующие на отдельные участки контура, **не стремятся ни повернуть контур, ни сдвинуть его с места.**
- Они лишь стремятся **растянуть контур.**
- Если векторы  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  имеют противоположные направления, магнитные силы **стремятся сжать контур.**

# Контур с током в магнитном поле

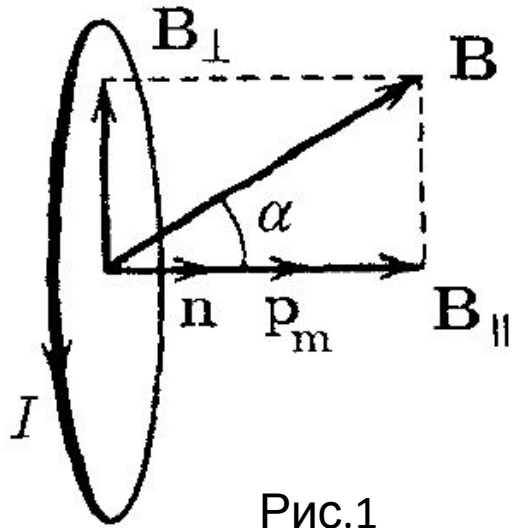


Рис.1

- Пусть направления векторов  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  образуют произвольный угол  $\alpha$ .
- Разложим магнитную индукцию на две составляющие:  $\mathbf{B}_{||}$  - параллельную и  $\mathbf{B}_{\perp}$  - перпендикулярную вектору  $\mathbf{p}_m$  и рассмотрим действие каждой составляющей отдельно.
- Составляющая  $\mathbf{B}_{||}$  будет обуславливать силы, растягивающие или сжимающие контур.
- Составляющая  $\mathbf{B}_{\perp}$ , модуль которой равен  $B\sin\alpha$ , приведет к возникновению вращающего момента, который можно вычислить по формуле (6.45)

$$\mathbf{N} = [\mathbf{p}_m, \mathbf{B}_{\perp}]$$



# Контур с током в магнитном поле

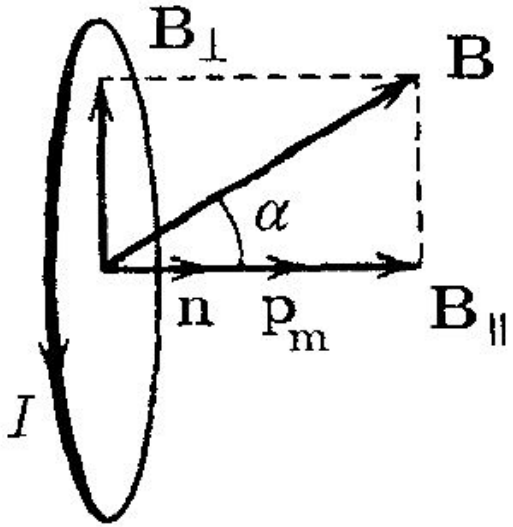


Рис.1  
4

- Из рисунка следует, что
$$[\mathbf{p}_m, \mathbf{B}_\perp] = [\mathbf{p}_m, \mathbf{B}]$$
- Следовательно, в самом общем случае, вращающий момент, действующий на плоский контур с током в однородном магнитном поле, определяется формулой

$$\mathbf{N} = [\mathbf{p}_m, \mathbf{B}] \quad (6.46)$$

- Модуль вектора N равен

$$N = p_m B \sin \alpha \quad (6.47)$$

# Контур с током в магнитном поле

- Для того чтобы угол  $\alpha$  между векторами  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  увеличить на  $d\alpha$ , нужно совершить против сил, действующих на контур в магнитном поле, работу

$$dA = Nd\alpha = p_m B \sin \alpha \cdot d\alpha \quad (6.48)$$

- Поворачиваясь в первоначальное положение, контур может вернуть затраченную на его поворот работу, совершив ее над каким-нибудь телом.
- Следовательно работа идет на увеличение потенциальной энергии  $W_{\text{п мех}}$ , которой обладает контур стоком в магнитном поле:

$$dW_{\text{п мех}} = p_m B \sin \alpha \cdot d\alpha$$

# Контур с током в магнитном поле

- Интегрируя, находим

$$W_{n\text{ мех}} = -p_m B \cos \alpha + \text{const}$$

- Если положить  $\text{const}=0$ , форму приобретает вид

$$W_{n\text{ мех}} = -p_m B \cos \alpha = -\mathbf{p}_m \mathbf{B} \quad (6.49)$$

- Параллельная ориентация векторов  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  отвечает минимуму энергии и, следовательно, положению устойчивого равновесия контура
- Величина (6.49) представляет собой только ту часть потенциальной энергии, которая обусловлена существованием вращающего момента.
- Полная потенциальная энергия включает кроме (6.49) еще другие слагаемые.

# Контур с током в магнитном поле

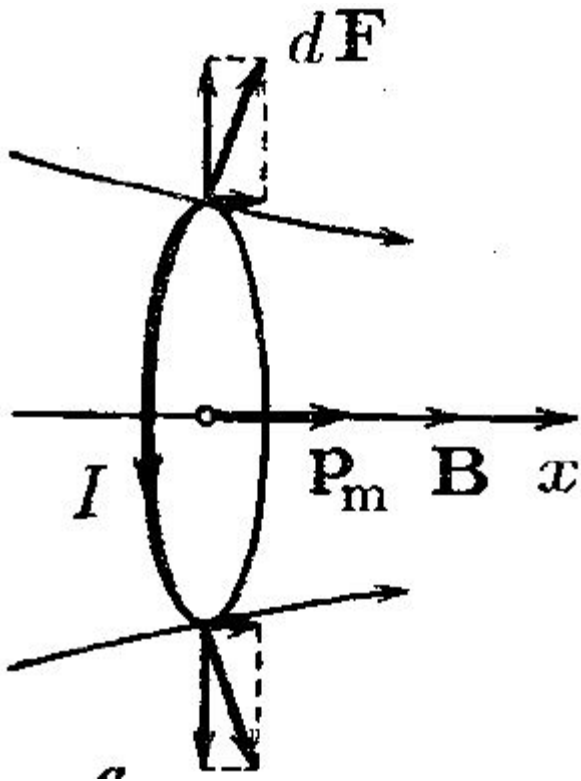


Рис.1

5

- Теперь рассмотрим плоский контур с током в неоднородном магнитном поле.
- Для простоты будем вначале считать контур круговым.
- Предположим, что поле изменяется быстрее всего в направлении  $x$ , совпадающем с направлением  $\mathbf{B}$  в том месте, где расположен центр контура, и что магнитный момент контура ориентирован по полю.
- В рассматриваемом случае  $\mathbf{B} \neq \text{const}$  и выражение (6.41) не обязано быть нулем.
- Сила  $d\mathbf{F}$ , действующая на элемент контура, перпендикулярна к  $\mathbf{B}$ , т.е. к линии магнитной индукции в месте ее с  $d\mathbf{l}$ .

# Контур с током в магнитном поле

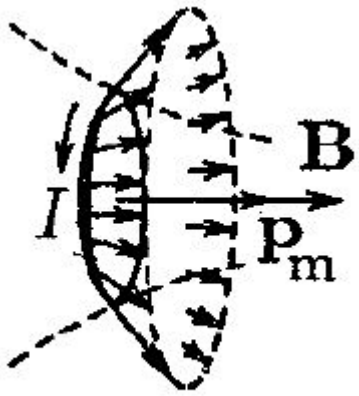


Рис.1

6

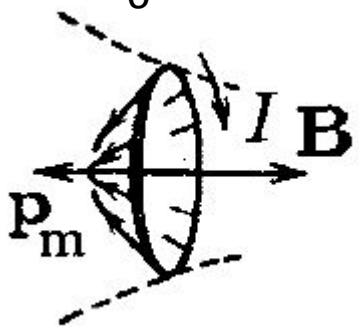


Рис.1

7

- Поэтому силы, приложенные к элементам контура, образуют симметрический конический веер.
- Их результирующая  $\mathbf{F}$  направлена в сторону возрастания  $\mathbf{B}$  и, следовательно, **втягивает контур** в область более сильного поля.
- Очевидно, что чем сильнее изменяется поле, тем меньше угол раствора веера и тем больше результирующая сила.
- Если изменить направление тока на обратное, направления всех сил  $d\mathbf{F}$  и их результирующей  $\mathbf{F}$  изменятся на обратный, а значит контур будет **выталкиваться** из поля.

# Контур с током в магнитном поле

- С помощью выражения (6.49) для энергии контура в магнитном поле легко найти количественное выражение для силы  $F$ .
- Если ориентация магнитного момента по отношению к полю остается неизменной ( $\alpha = \text{const}$ ), то  $W_{\text{п мех}}$  будет зависеть только от  $x$  (через  $B$ ).
- Продифференцировав  $W_{\text{п мех}}$  по  $x$  и изменив у результата знак, получим проекцию силы на ось  $x$ :

$$F_x = -\frac{\partial W_{\text{п мех}}}{\partial x} = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha$$

- По предположению, в других направлениях поле изменяется слабо, поэтому проекциями силы на другие оси можно

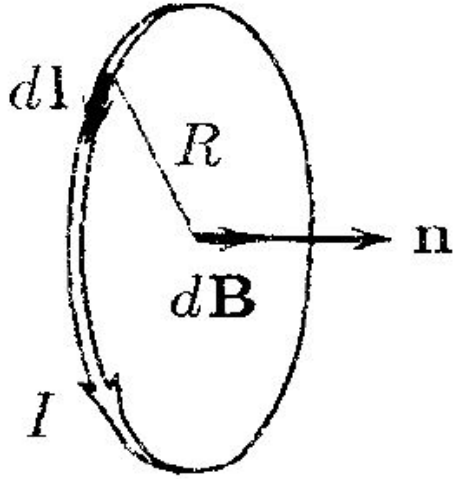
# Контур с током в магнитном поле

- В этом случае  $F=F_x$  и тогда сила будет равна

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha \quad (6.50)$$

- То есть сила, действующая на контур с током в неоднородном магнитном поле, зависит от ориентации магнитного момента контура относительно направления поля.
- Если векторы  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  совпадают по направлению, сила положительна, т.е. направлена в сторону возрастания  $\mathbf{B}$ .
- Если векторы  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  антипараллельны ( $\alpha=\pi$ ), сила отрицательна, то есть направлена в сторону убывания  $\mathbf{B}$ .
- Кроме силы (6.50) на контур будет также действовать вращающий момент (6.46)

# Магнитное поля контура с током



- Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса  $R$ .
- Определим магнитную индукцию в центре кругового тока.
- Каждый элемент тока создает в центре индукцию, направленную вдоль положительной нормали к контуру.
- Поэтому векторное сложение  $dB$  сводится к сложению их модулей

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2} \text{ при } (\alpha = \pi/2)$$



# Магнитное поле контура с током

- Проинтегрируем это выражение по всему контуру:

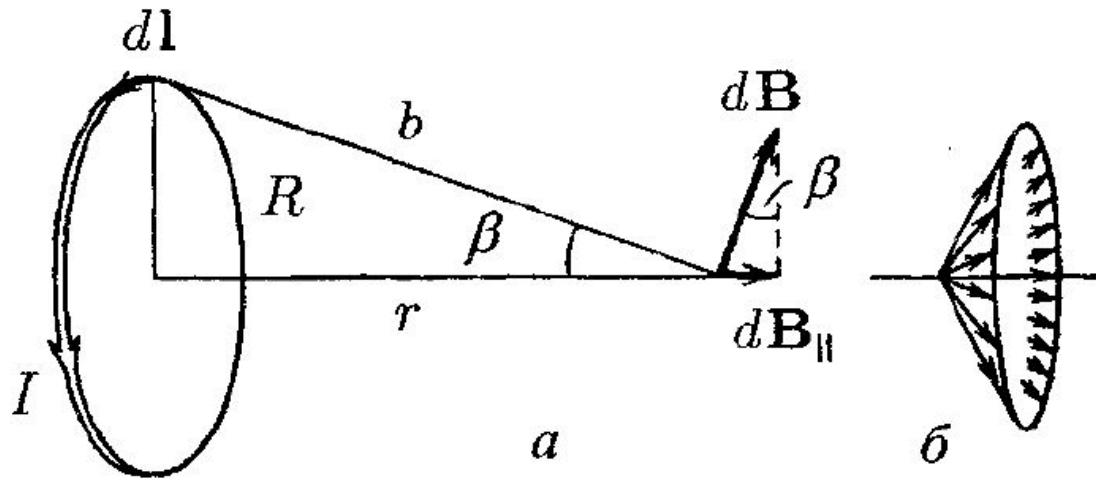
$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2(I\pi R^2)}{R^3}$$

- Выражение в скобках равно модулю дипольного момента  $p_m$  (6.44).

- Следовательно магнитная индукция в центре кругового тока равна
 
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{R^3} \quad (6.51)$$

- Из рисунка видно, что направление вектора  $\mathbf{B}$  совпадает с направлением положительной нормали к контуру, т.е. с направлением  $\mathbf{p}_m$ , поэтому (6.51) можно выразить в векторном виде
 
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{R^3} \quad (6.52)$$

# Магнитное поля контура с током



- Теперь найдем  $\mathbf{B}$  на оси кругового тока на расстоянии  $r$  от центра контура.
- Векторы  $d\mathbf{B}$  перпендикулярны к плоскостям, проходящим через соответствующий элемент  $d\mathbf{l}$  и точку, в которой мы ищем поле.

- Из соображений симметрии можно заключить, что результирующий вектор  $\mathbf{B}$  направлен вдоль оси контура.
- Каждый из составляющих векторов  $d\mathbf{B}$  вносит в результирующий вектор вклад  $d\mathbf{B}_{\parallel}$ , равный по модулю  $dB \sin \beta = dB(R/b)$ .
- Угол между  $d\mathbf{l}$  и  $b$  прямой, поэтому

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{b} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR dl}{b^3}$$

# Магнитное поля контура с током

- Проинтегрировав по всему контуру и заменив  $b$  на  $\sqrt{R^2 + r^2}$  получим

$$\begin{aligned}
 B &= \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{b^3} \oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{b^3} \cdot 2\pi R = \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2(I\pi R^2)}{(R^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{(R^2 + r^2)^{3/2}} \quad (6.53)
 \end{aligned}$$

- Эта формула определяет модуль магнитной индукции на оси кругового тока.
- Приняв во внимание, что векторы  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}$  имеют одинаковое направление, можно записать выражение (6.53) в векторном виде
 
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{(R^2 + r^2)^{3/2}} \quad (6.54)$$

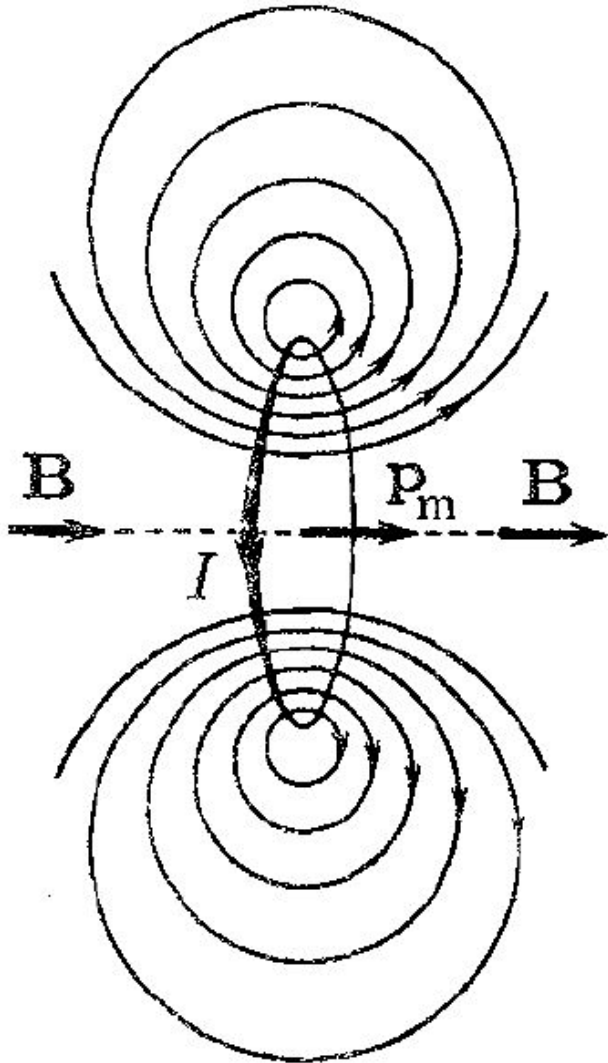
# Магнитное поля контура с током

- Выражение (6.54) не зависит от знака  $r$ , следовательно в точках оси, симметричных относительно центра тока,  $\mathbf{B}$  имеет одинаковый модуль и направление.
- При  $r=0$  формула (6.54) переходит в (6.52) для магнитной индукции в центре кругового тока.
- На больших расстояниях от контура в знаменателе можно пренебречь  $R^2$  по сравнению с  $r^2$ , тогда формула (6.54) примет вид

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{r^3} \text{ на (оси тока)} \quad (6.55)$$

- Это выражение аналогично выражению для напряженности электрического поля на оси диполя

# Магнитное поля контура с током

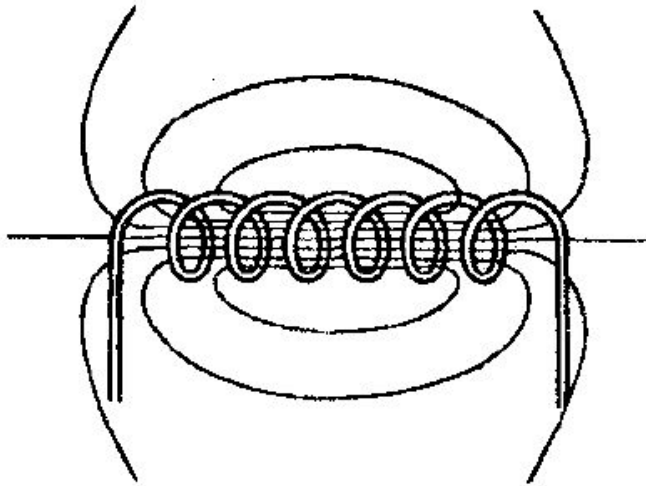


- Дополнительные расчеты показывают, что любой системе токов или движущихся зарядов, локализованных в ограниченной части пространства, можно приписать магнитный дипольный момент  $p_m$ .
- Магнитное поле такой системы на расстояниях, больших по сравнению с ее размерами, определяется через  $p_m$  по таким же формулам, по каким определяется через дипольный электрический момент поле системы зарядов на больших расстояниях.
- На рисунке изображены линии магнитной индукции кругового тока.

# Магнитное поля контура с током

- Из всего сказанного вытекает, что дипольный магнитный момент является весьма важной характеристикой контура с током.
- Этой характеристикой определяется как поле, создаваемое контуром, так и поведение контура во внешнем магнитном поле.

# Поле соленоида и тороида



- Соленоид представляет собой провод, навитый на круглый цилиндрический каркас.
- Линии поля  $\mathbf{B}$  соленоида выглядят примерно как на рисунке
- Внутри соленоида направление этих линий образует с направлением тока в витках правовинтовую систему
- У реального соленоида имеется составляющая тока вдоль оси.
- Кроме того, линейная плотность тока  $j_{\text{лин}}$ , равная отношению силы тока  $dI$  к элементу длины соленоида  $dl$  изменяется периодически при перемещении вдоль соленоида.

# Поле соленоида и тороида

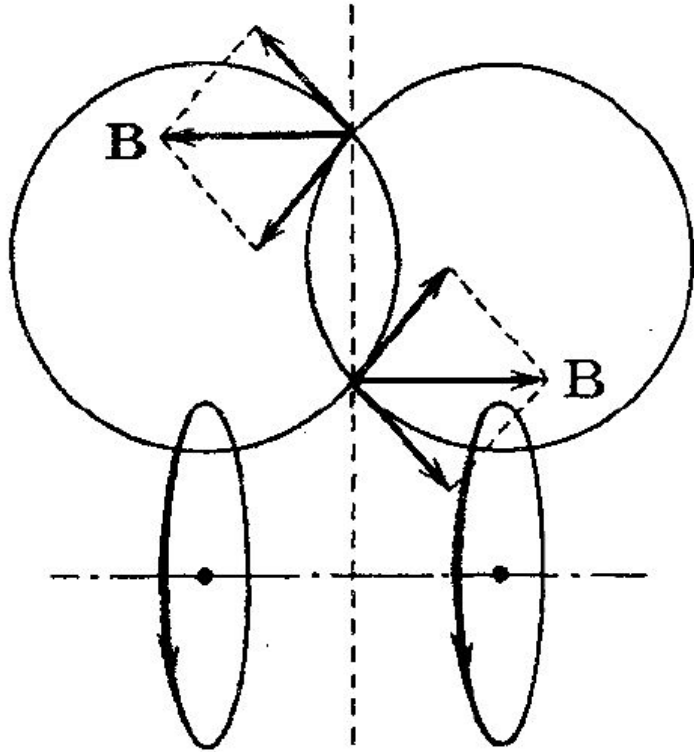
- Среднее значение этой плотности равно

$$\langle j_{\text{лин}} \rangle = \left\langle \frac{dI}{dl} \right\rangle = nI \quad (6.56)$$

- Где  $n$  – число витков соленоида, приходящееся на единицу длины соленоида,  $I$  – сила тока в соленоиде.
- Если представить, что соленоид имеет бесконечную длину, то осевая составляющая тока у него отсутствует и линейная плотность тока постоянна по всей длине.
- Это объясняется тем, что поле такого соленоида однородно и ограничено объемом соленоида.
- Также как однородно электрическое поле между пластинами бесконечного плоского конденсатора



# Поле соленоида и тороида



- Представим соленоид в виде бесконечного тонкостенного цилиндра, обтекаемого током постоянной линейной плотности

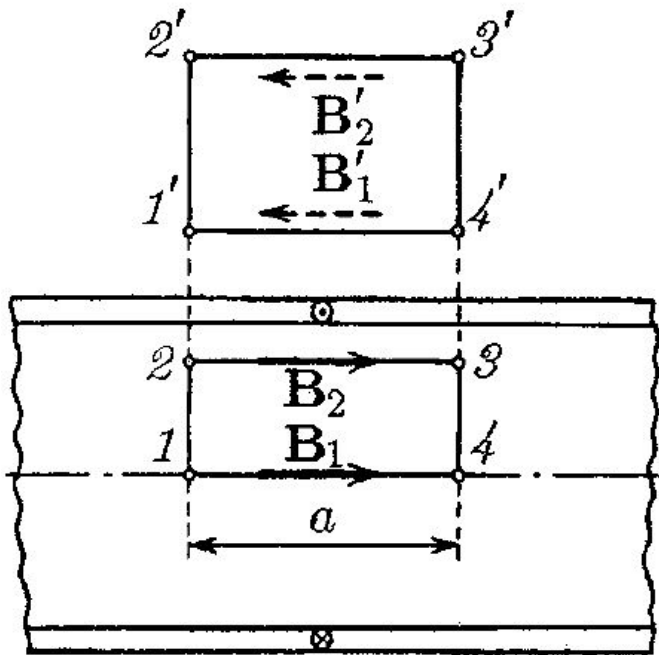
$$j_{\text{лин}} = nI \quad (6.57)$$

- Разобьем цилиндр на одинаковые круговые токи – «ВИТКИ».
- Из рисунка видно, что каждая пара витков, расположенных симметрично относительно некоторой плоскости, к перпендикулярной к оси соленоида, создает в любой точке этой плоскости магнитную индукцию, параллельную оси.

# Поле соленоида и тороида

- Следовательно, результирующее поле в любой точке внутри и вне бесконечного соленоида может иметь направление только параллельно оси.
- Из предыдущего рисунка видно, что направления поля внутри соленоида и вне его противоположны.
- Направление поля внутри соленоида образует с направлением обтекания цилиндра током правовинтовую систему.
- Из параллельности вектора  $\mathbf{B}$  оси вытекает, что поле как внутри, так и вне бесконечного соленоида должно быть однородным.

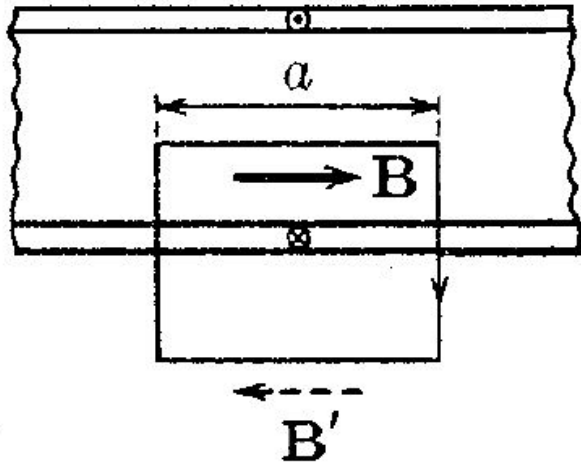
# Поле соленооида и тороида



- Чтобы доказать это возьмем внутри соленооида воображаемый прямоугольный контур 1-2-3-4.
- Обойдя контур по часовой стрелке, получим для циркуляции вектора  $\mathbf{B}$  значение  $(B_2 - B_1)a$ .
- Контур не охватывает токов, поэтому циркуляция равна нулю, поэтому  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$ .
- Располагая участок контура 2-3 н любом расстоянии от оси, мы каждый раз будем получать, что магнитная индукция  $B_2$  на этом расстоянии равна индукции  $B_1$  на оси соленооида.

- Таким образом, однородность поля внутри соленооида доказана.
- Так же доказывается и однородность поля вне соленооида.

# Поле соленоида и тороида



- Циркуляция по контуру, изображенному на рисунке, равна  $a(B+B')$ .
- В то же время циркуляция по контуру равна

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_k I_k \quad (6.58)$$

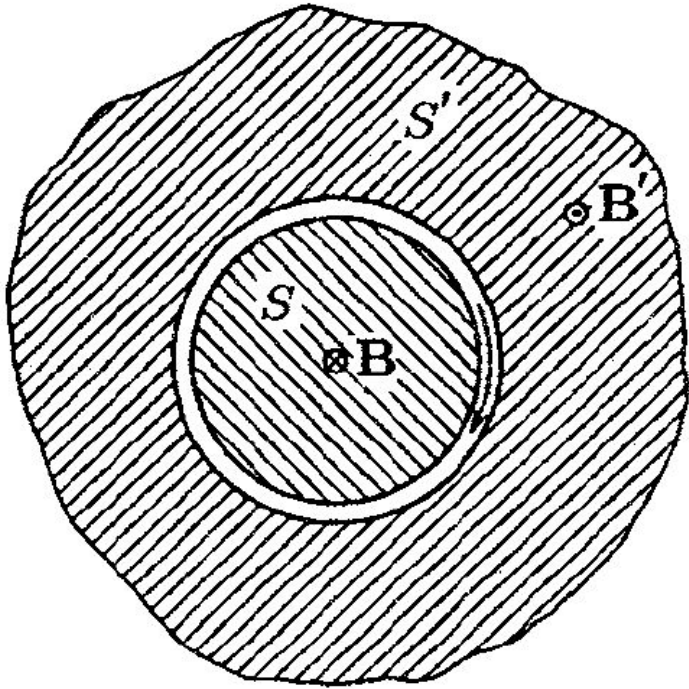
- В этом случае  $a(B+B') = \mu_{\text{ОИИ}} j a$

- С учетом (6.57) получим выражение

$$B+B' = \mu_0 nI \quad (6.59)$$

- Из этого равенства следует, что поле как внутри соленоида, так и вне его является конечным.

# Поле соленооида и тороида



- Возьмем плоскость, перпендикулярную оси соленооида.
- Вследствие замкнутости линий  $\mathbf{B}$  магнитные потоки через внутреннюю часть  $S$  и через внешнюю часть  $S'$  должны быть одинаковы.
- Поскольку поле однородно и перпендикулярно к плоскости, каждый из потоков равен произведению соответствующей магнитной индукции и площади, пронизываемой потоком.

$$BS = B'S'$$

- Левая часть этого равенства конечна, а множитель  $S'$  в правой части бесконечно большой, следовательно  $B' = 0$ .

# Поле соленоида и тороида

- Итак, мы доказали, что вне бесконечно длинного соленоида магнитная индукция равна нулю.
- Внутри соленоида поле однородно.
- Положив  $B' = 0$ , получим формулу магнитной индукции внутри соленоида:

$$B = \mu_0 n I \quad (6.60)$$

- Произведение  $nI$  называется числом ампер-витков на метр.
- При  $n=1000$  витков на метр и силе тока 1А магнитная индукция внутри соленоида составляет  $4\pi 10^{-4}$ Тл или  $4\pi$  Гс.

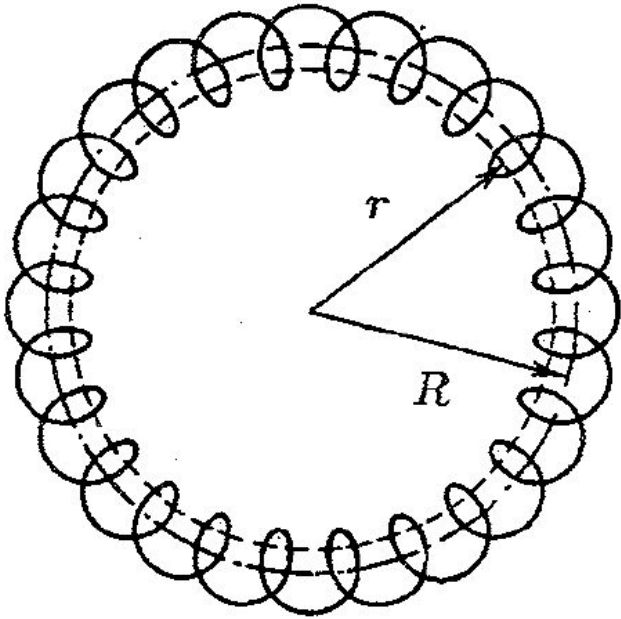
# Поле соленоида и тороида

- В магнитную индукцию на оси соленоида симметрично расположенные витки вносят одинаковый вклад.
- Значит у конца полубесконечного соленоида на его оси магнитная индукция будет равна половине значения

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I \quad (6.61)$$

- Практически, если длина соленоида значительно больше, чем его диаметр, формула (6.60) будет справедлива для точек в средней части соленоида, а формула (6.61) – для точек вблизи его концов.

# Поле соленооида и тороида



- Тороид представляет собой провод, навитый на каркас, имеющий форму тора.
- Возьмем контур в виде окружности радиуса  $r$ , центр которой совпадает с центром тороида.
- В силу симметрии вектор  $B$  в каждой точке должен быть направлен по касательной к контуру.
- Следовательно циркуляция равна

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = B \cdot 2\pi r$$

$B$  – магнитная индукция в тех точках, где проходит контур.



# Поле соленоида и тороида

- Если контур проходит внутри тороида, он охватывает ток  $2\pi RnI$  ( $R$  – радиус тороида,  $n$  – число витков на единицу его длины).

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot 2\pi RnI$$

- В этом случае

- Следовательно  $B = \mu_0 nI \frac{R}{r}$  (6.62)

- Контур, проходящий вне тороида, токов не охватывает, поэтому для него

- Таким образом, вне тороида магнитная индукция равна нулю.

- Для тороида, радиус которого значительно превосходит радиус витка, соотношение  $R/r$  для всех точек внутри тороида мало отличается от единицы и вместо (6.62)

# Поле соленоида и тороида

- В этом случае поле можно считать однородным в каждом из сечений тороида.
- В разных сечениях поле имеет различное направление, поэтому говорить об однородности поля в пределах всего тороида можно только условно, имея в виду одинаковость модуля  $B$ .
- У реального тороида имеется составляющая тока вдоль оси.
- Эта составляющая создает в дополнение к полю (6.62) поле, аналогичное полю кругового тока.

# Заключение

- Вспомним соотношение (6.10)

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

- Это и другие вычисления означают, что электрическое и магнитное поле неразрывно связаны друг с другом и образуют единое электромагнитное поле.
- При специальном выборе системы отсчета поле может оказаться чисто электрическим или чисто магнитным.
- Однако относительно других систем отсчета то же поле представляет собой совокупность электрического и магнитного полей