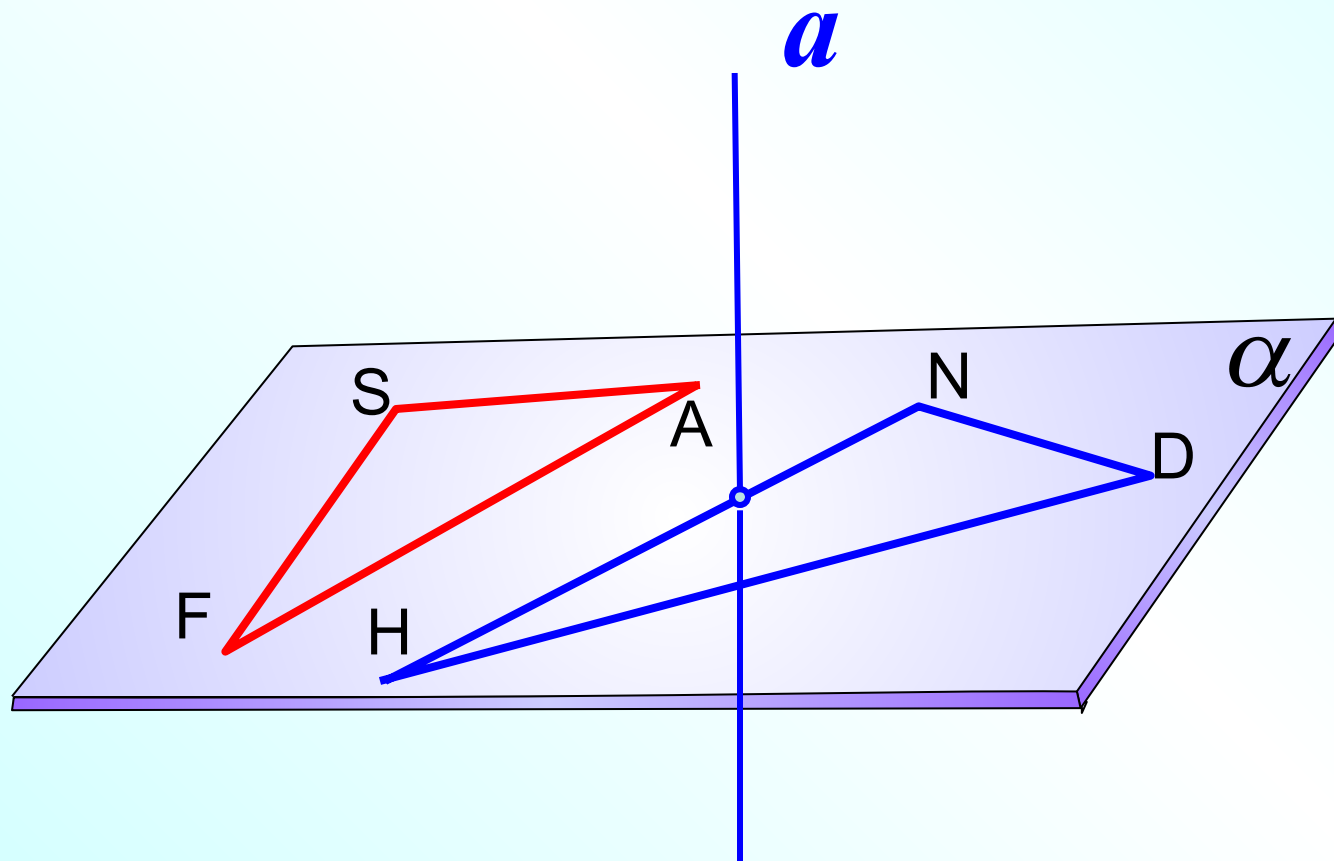


# 2.6. Теорема

о трех перпендикулярах

Повторение

**Определение.** Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



$$a \perp \alpha$$

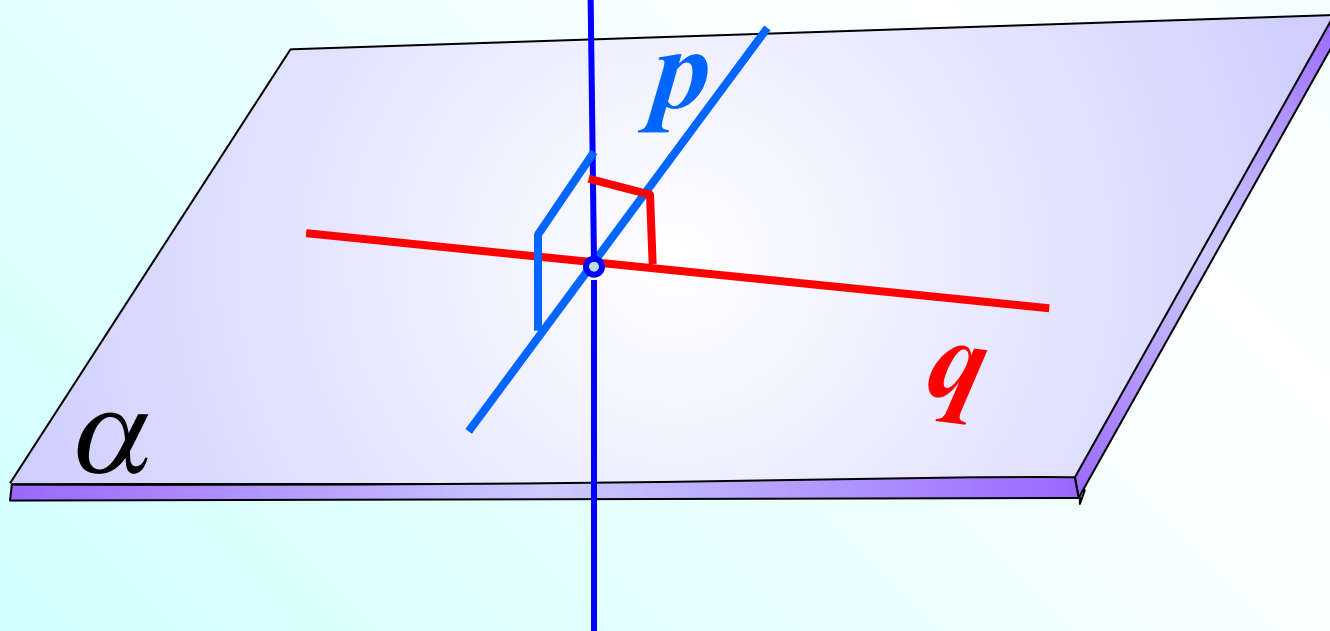
$$a \perp AS, a \perp AF, a \perp FS, a \perp ND, a \perp DH, a \perp HN$$

Повторение

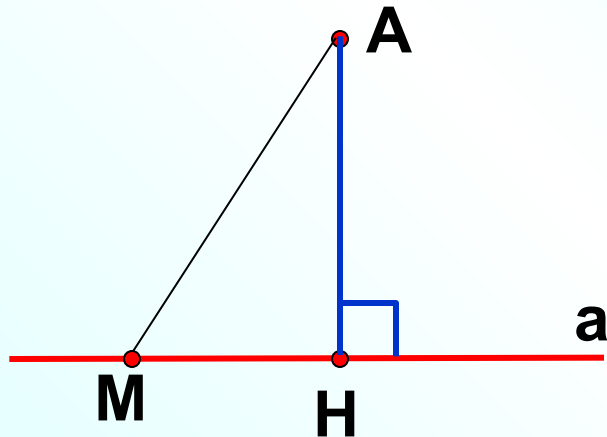
## Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

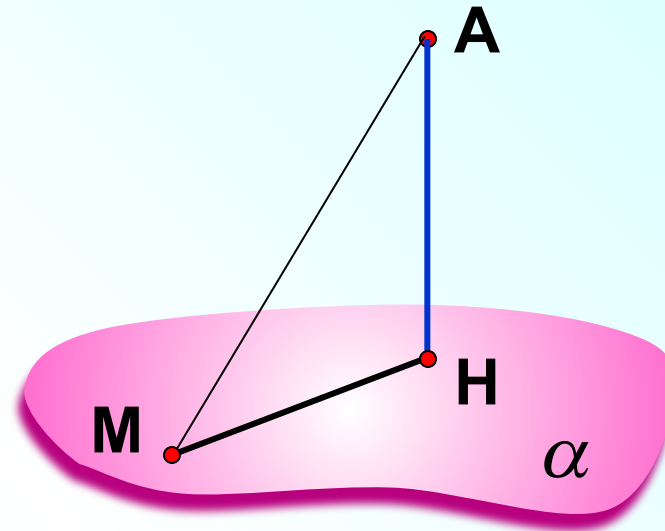
$$\left. \begin{array}{l} p \subset \alpha, a \perp p, \\ q \subset \alpha, a \perp q, \end{array} \right\} a \perp \alpha$$



## Планиметрия



## Стереометрия



Отрезок  $АН$  – перпендикуляр

Точка  $Н$  – основание перпендикуляра

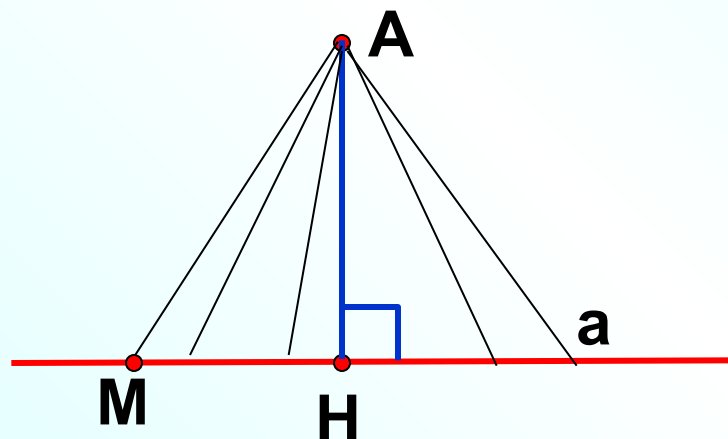
Отрезок  $АМ$  – наклонная

Точка  $М$  – основание наклонной

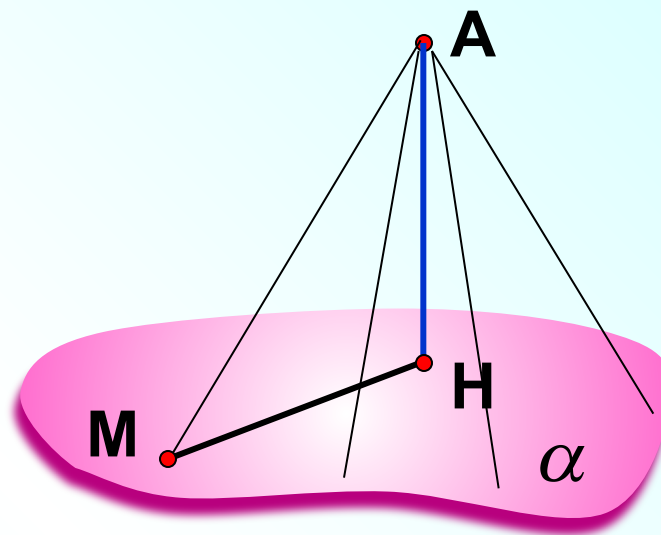
Отрезок  $МН$  – проекция  
наклонной на прямую  $a$

Отрезок  $МН$  – проекция  
наклонной на плоскость  $\alpha$

## Планиметрия



## Стереометрия

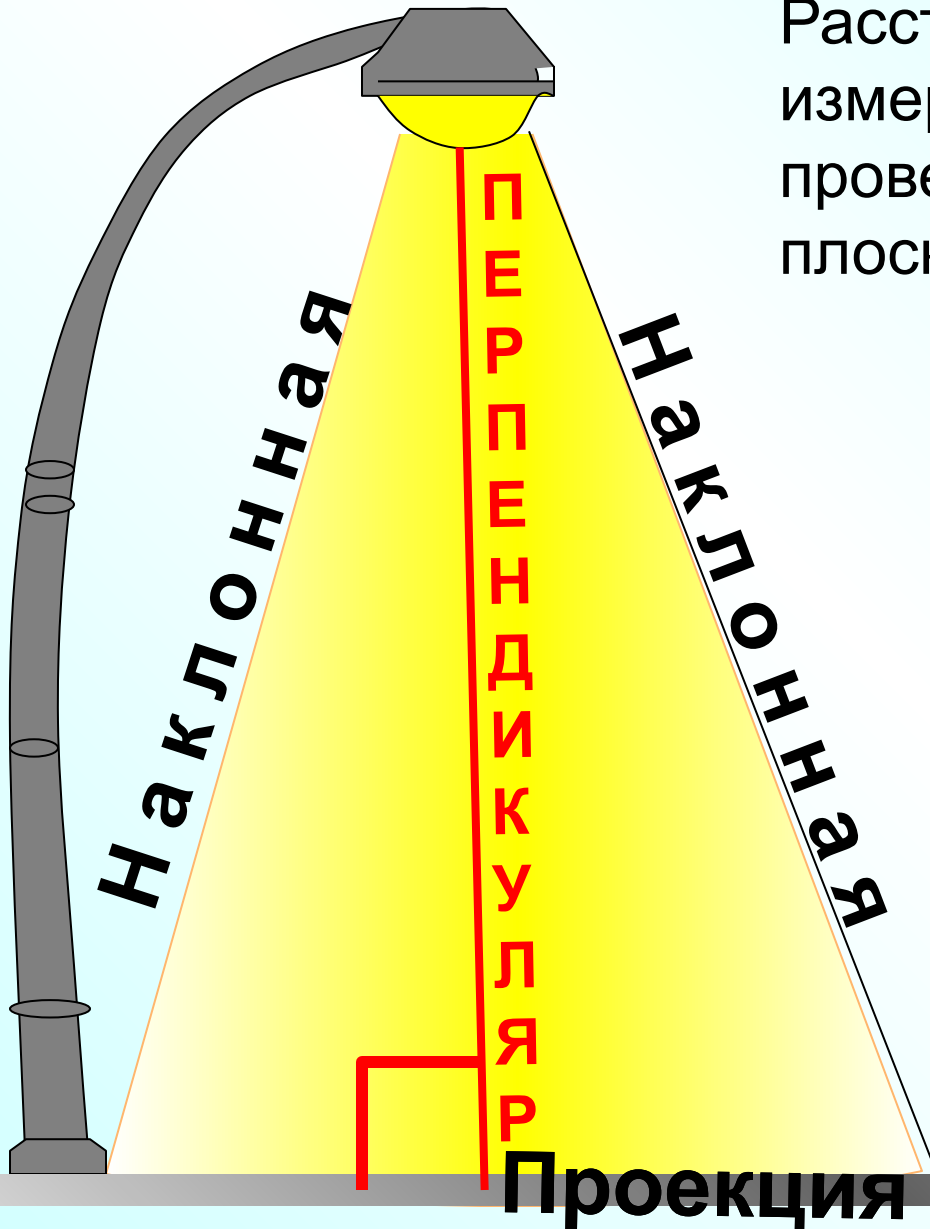


Из всех расстояний от точки  $A$   
до различных точек **плоскости**  $\alpha$   
наименьшим является длина  
перпендикуляра.

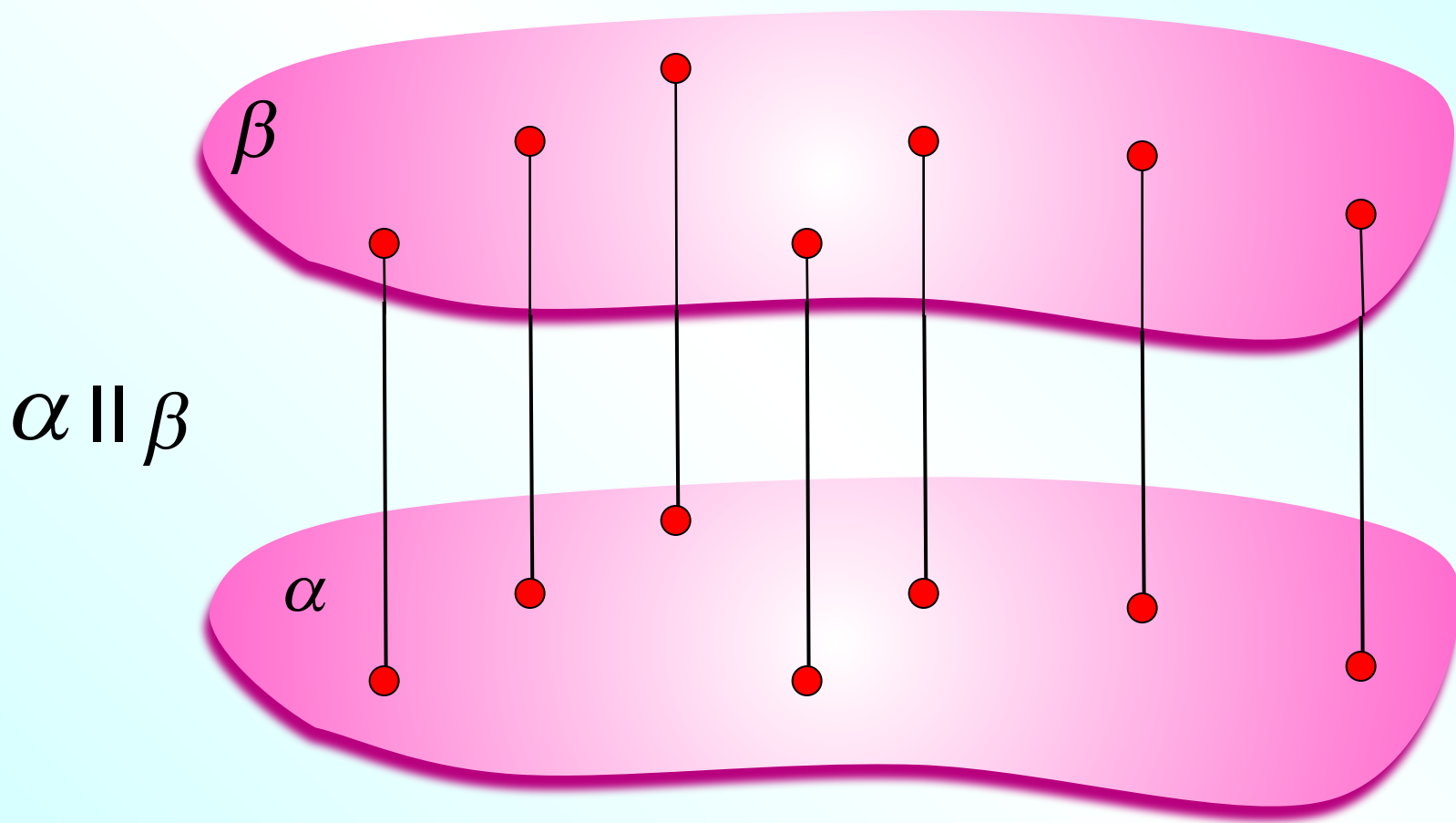
**Расстояние от точки до  
прямой – длина  
перпендикуляра**

**Расстояние от точки до  
плоскости – длина  
перпендикуляра**

Расстояние от лампочки до земли  
измеряется по перпендикуляру,  
проведенному от лампочки к  
плоскости земли

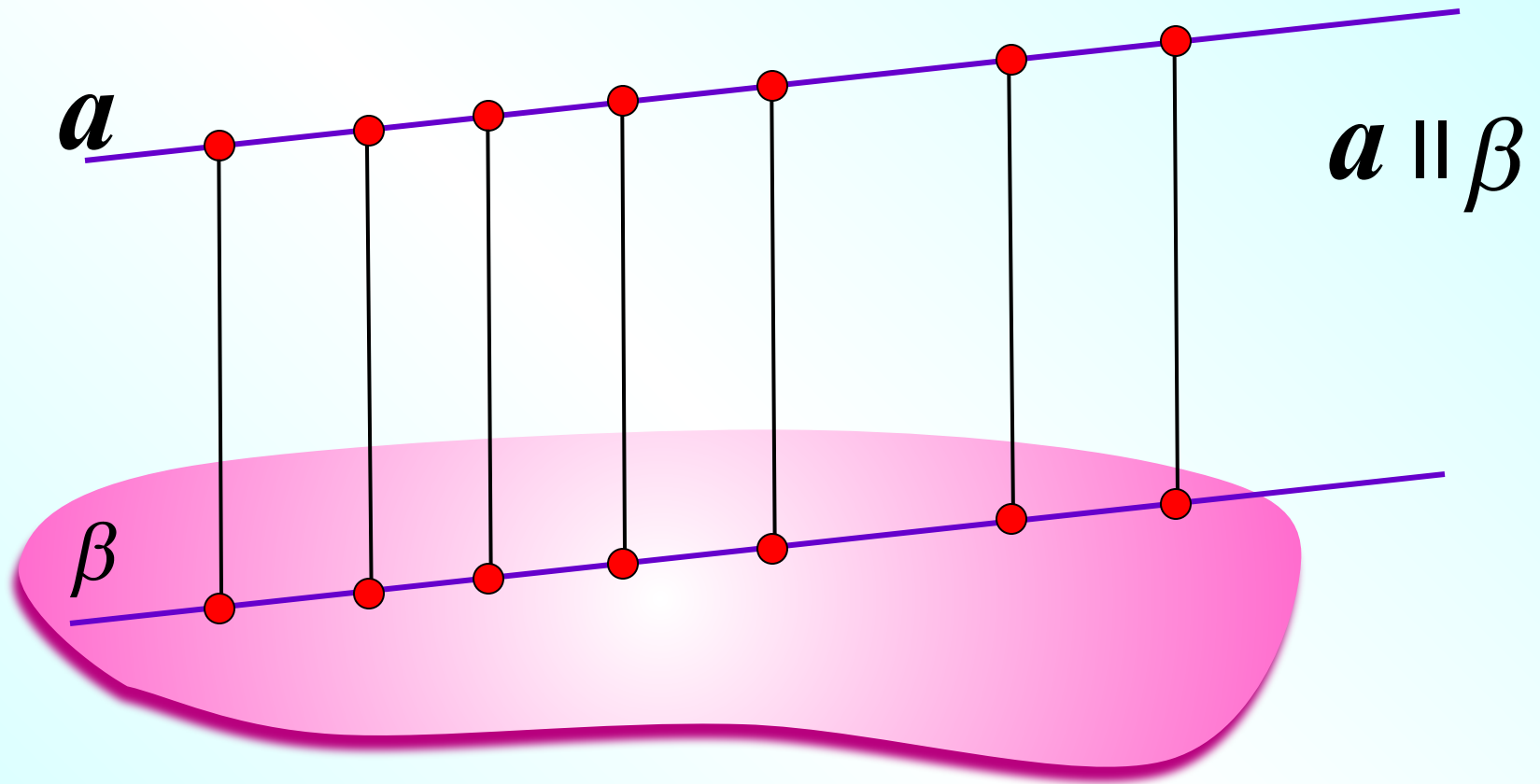


Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.



Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями.**

Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.

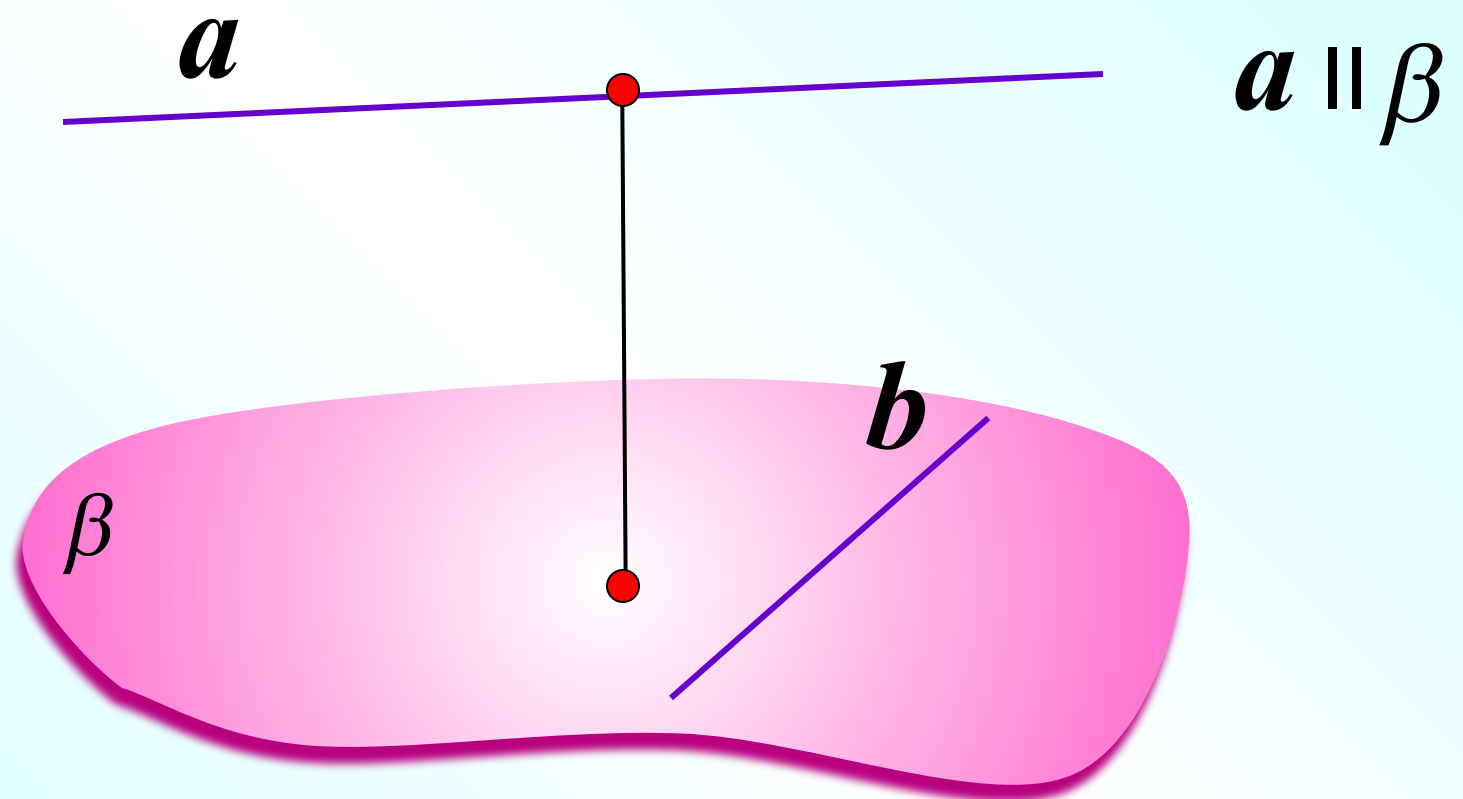


Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**.



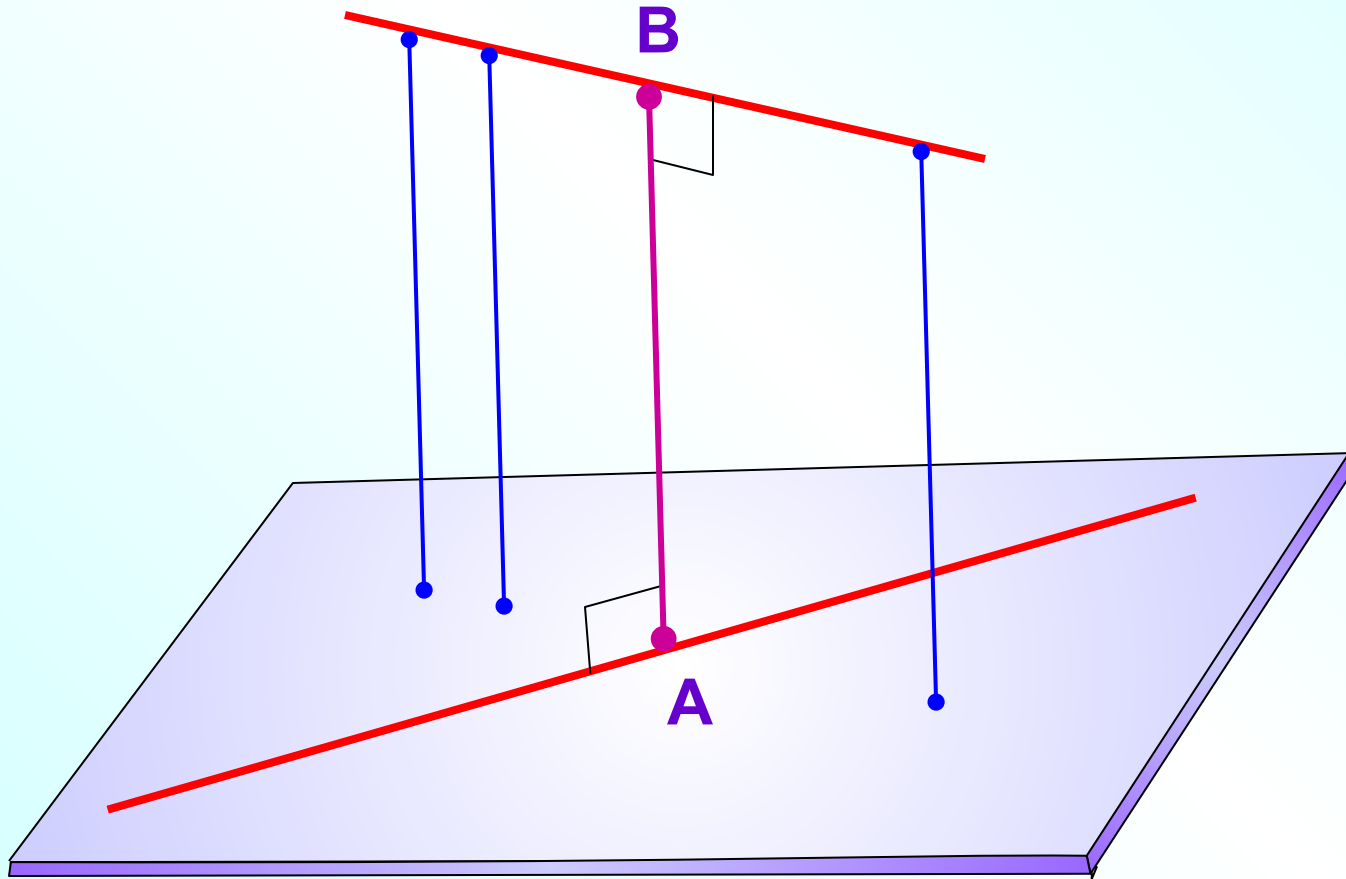
Если две прямые скрещиваются, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

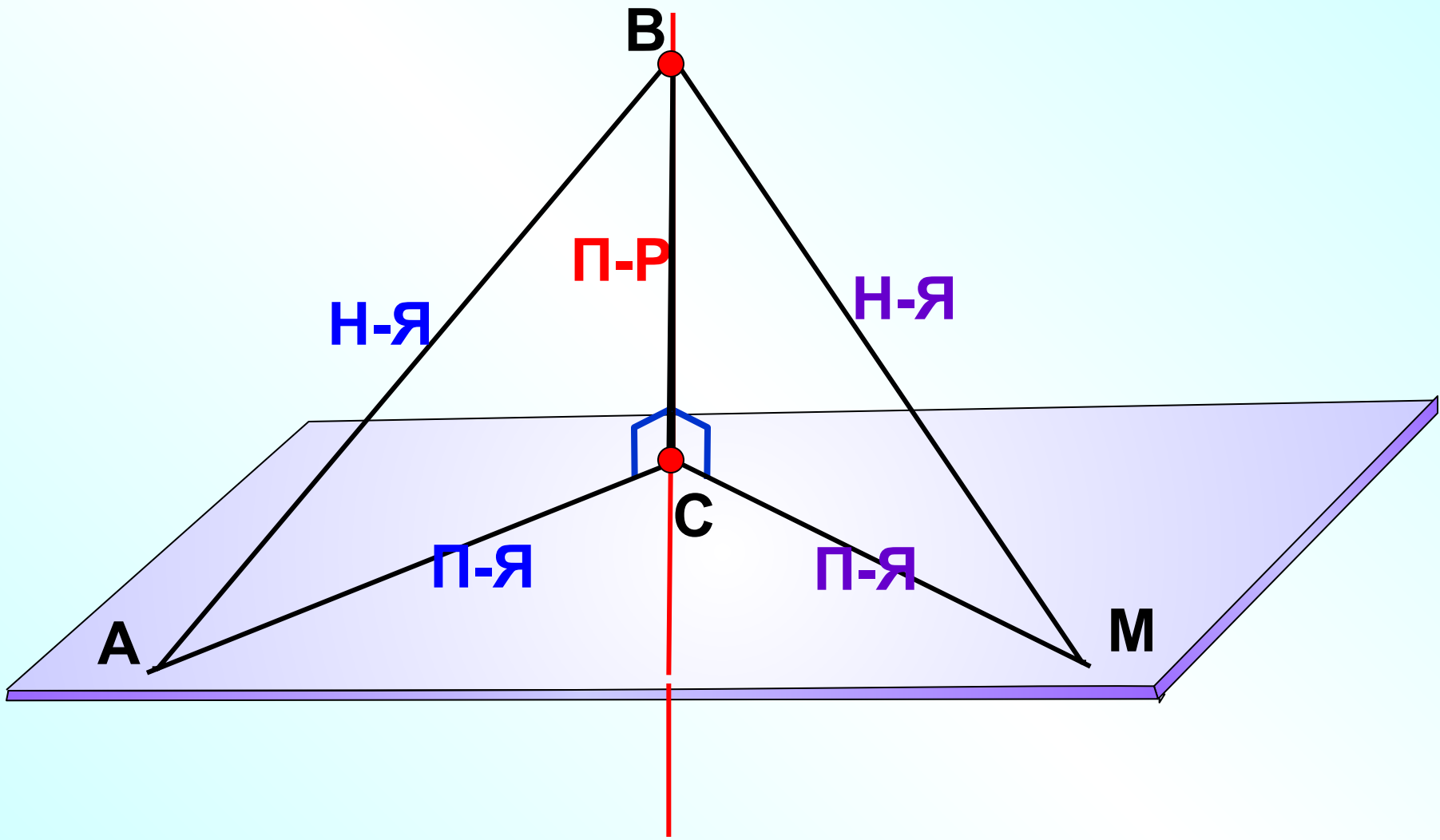
$a \perp b$



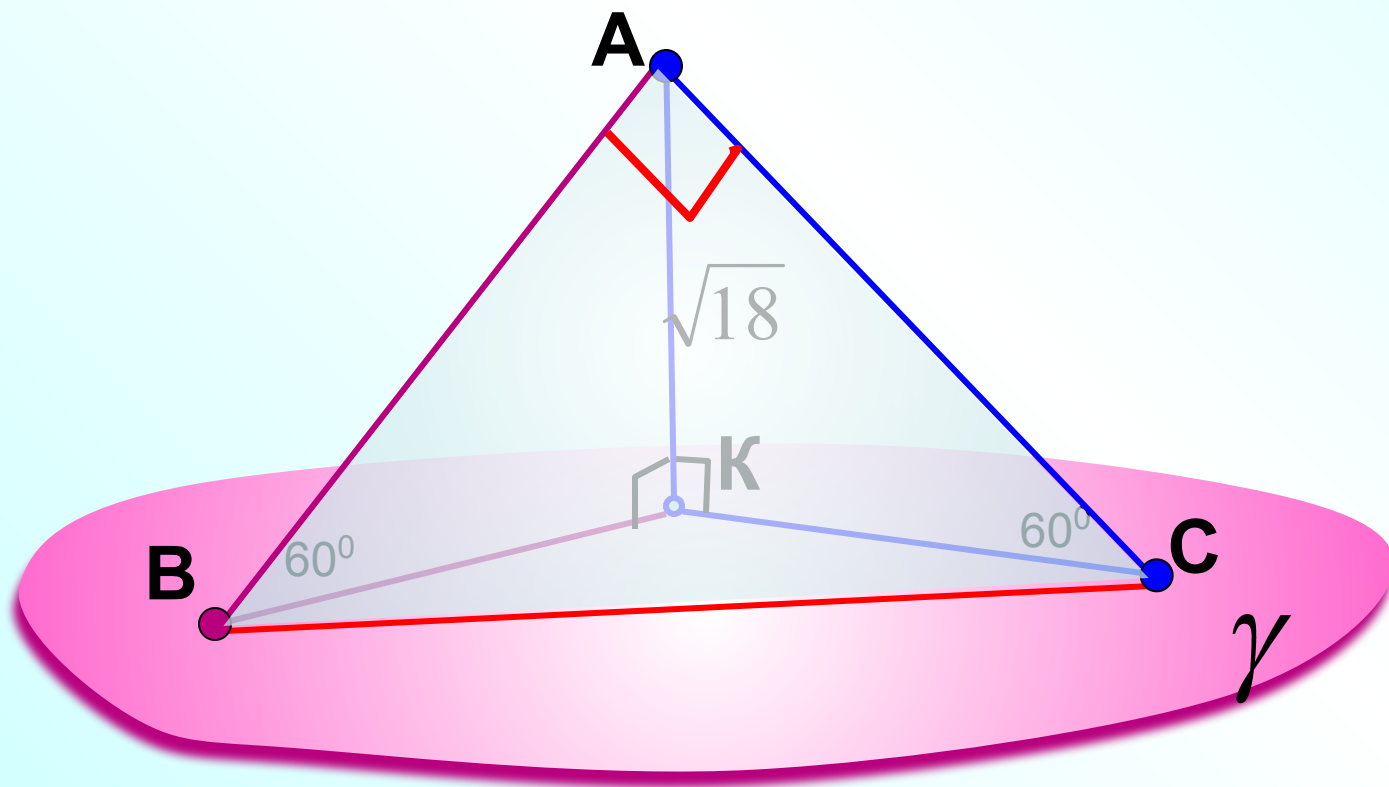
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

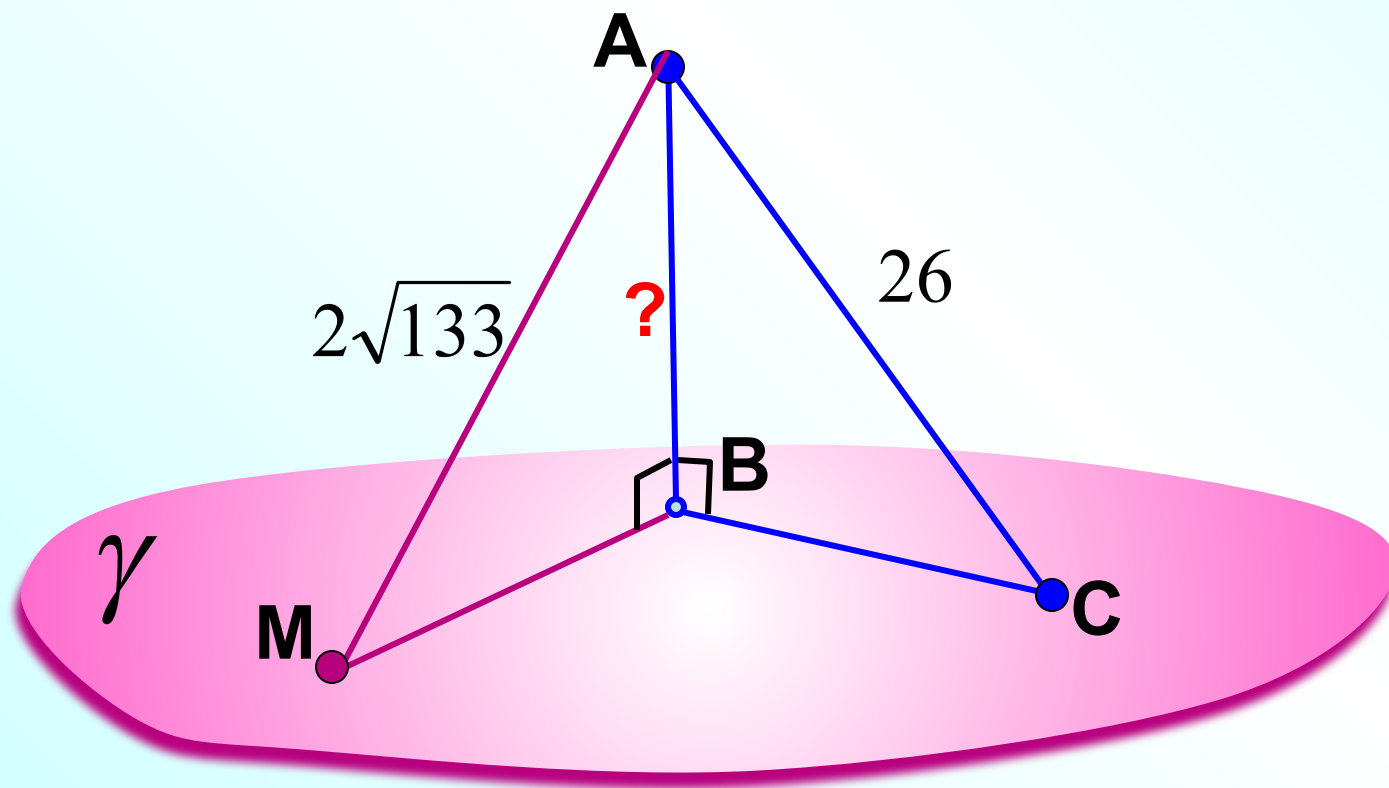




Из точки  $A$  к плоскости  $\gamma$  проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость  $\gamma$  углы в  $60^\circ$ . Угол между наклонными  $90^\circ$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\gamma$  равно  $\sqrt{18}$  см.

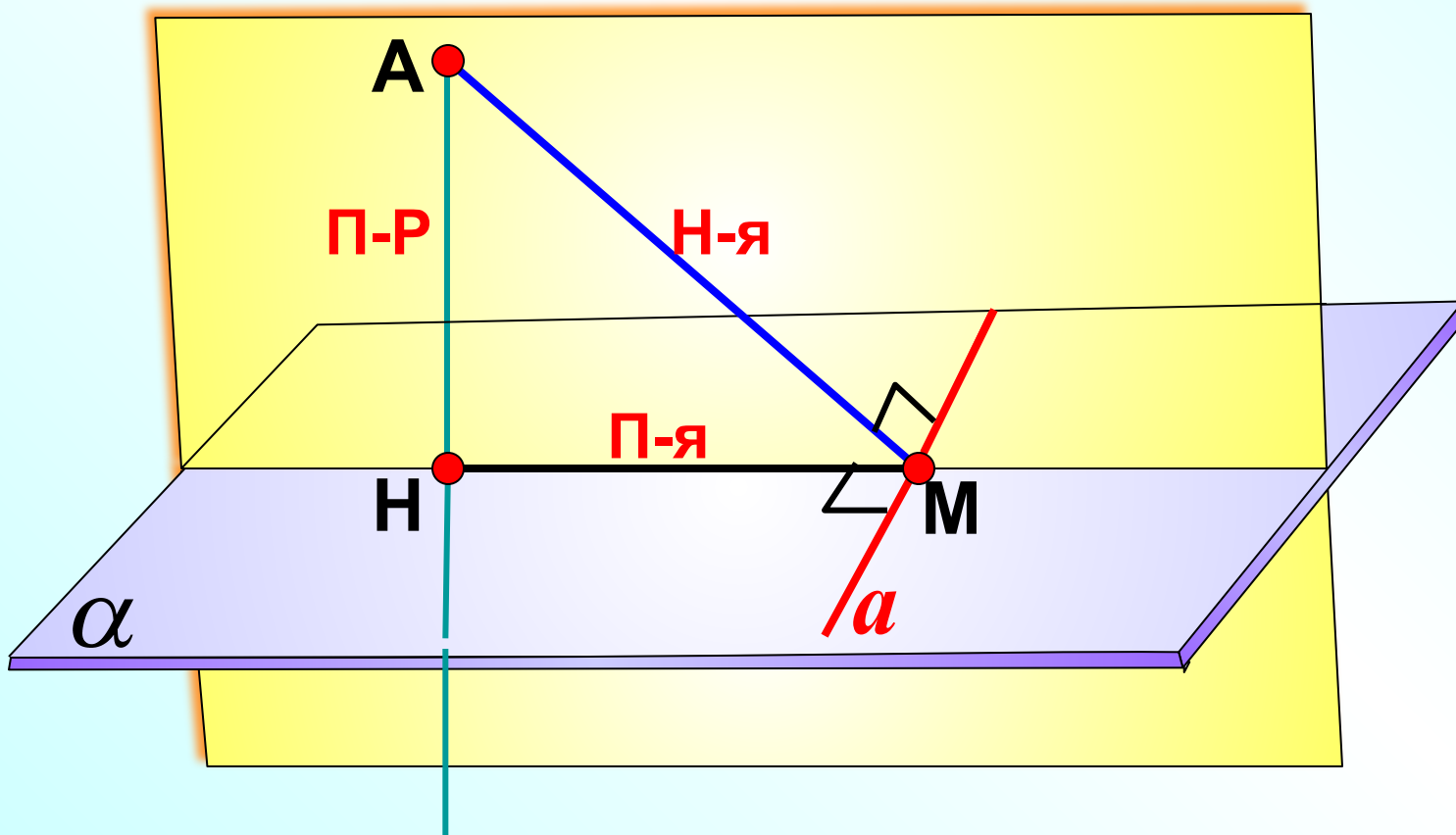


Из точки  $A$  к плоскости  $\gamma$  проведены две наклонные, длины которых равны 26 см и  $2\sqrt{133}$  см. Их проекции на эту плоскость относятся как 5:4. Найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\gamma$



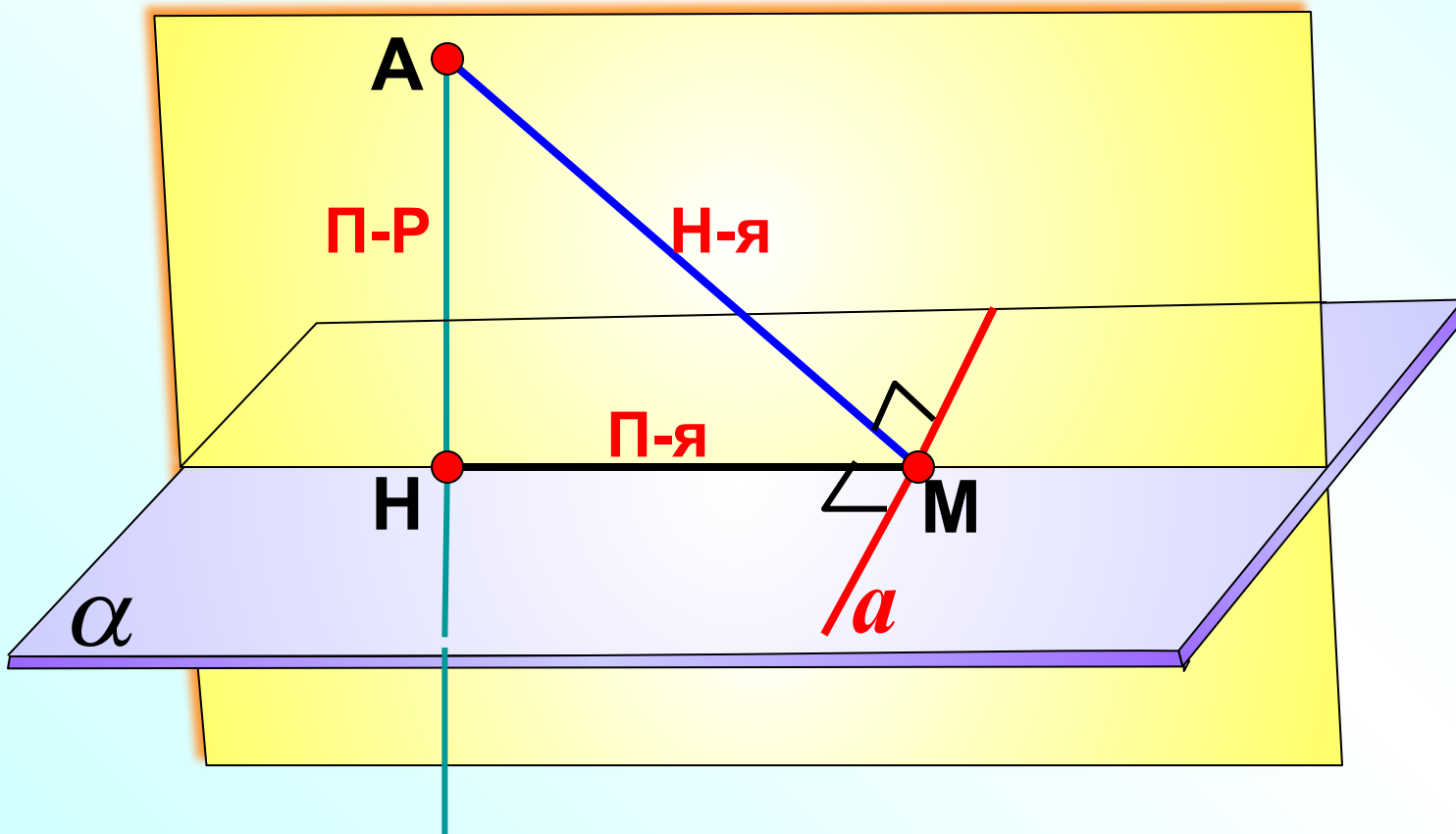
## Теорема о трех перпендикулярах.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



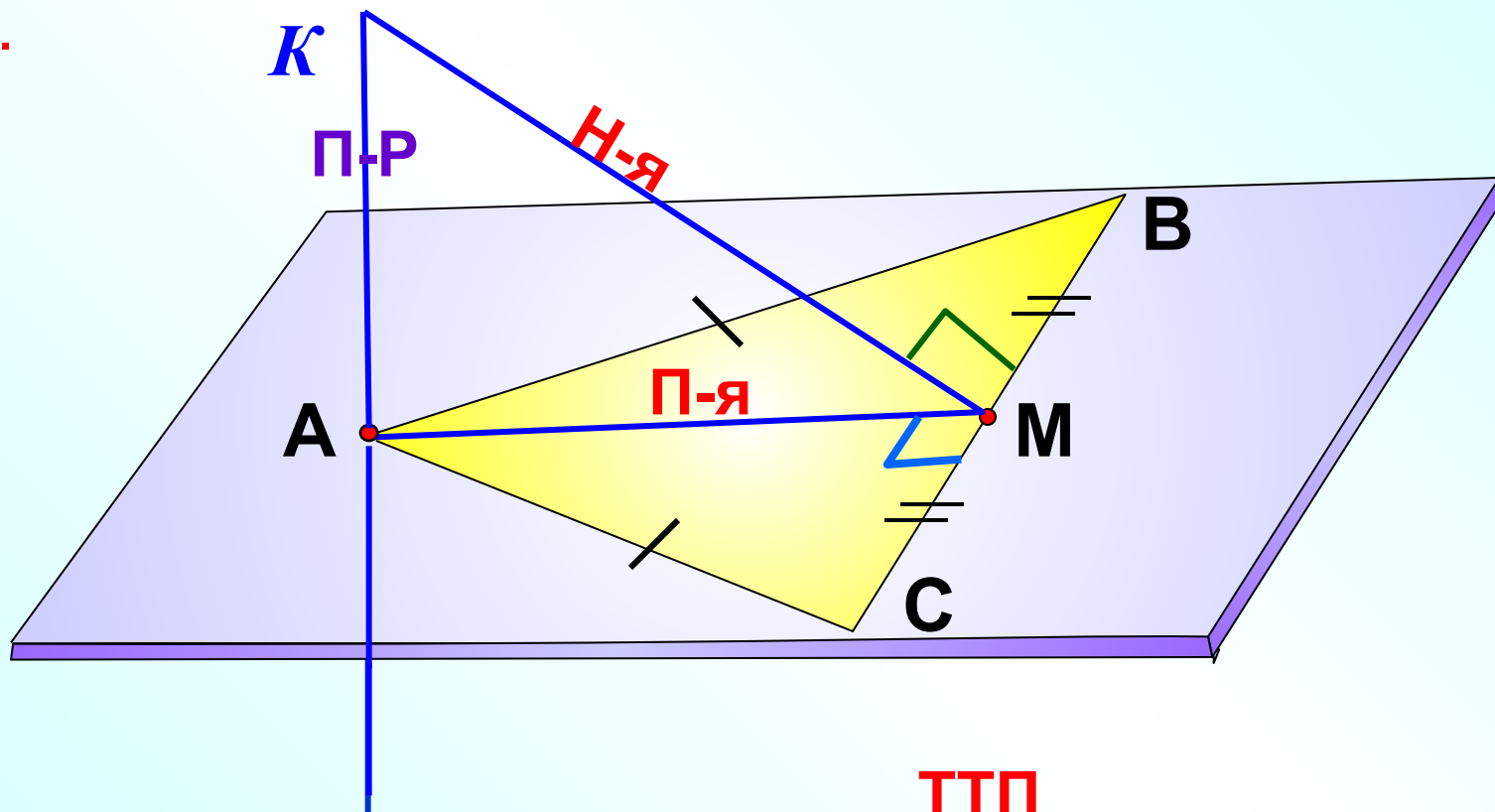
## Обратная теорема.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Прямая АК перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC, а точка М – середина стороны ВС. Докажите, что  $MK \perp BC$ .

№148.



$$BC \perp AM \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad BC \perp MK$$

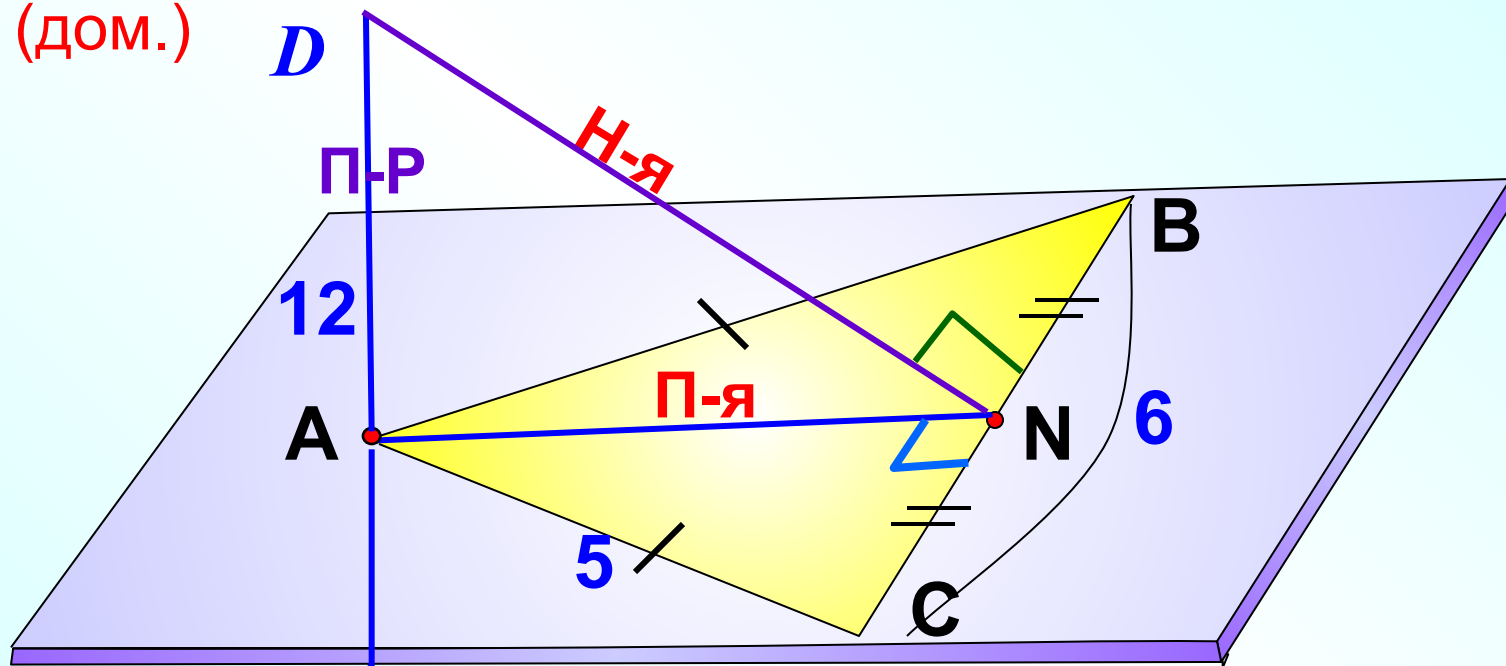
$\text{П-я}$    $\text{Н-я}$



Отрезок  $AD$  перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$ . Известно, что  $AB = AC = 5$  см,  $BC = 6$  см,  $AD = 12$  см.

Найдите расстояния от концов отрезка  $AD$  до прямой  $BC$ .

№149 (дом.)



$$BC \perp AN \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad BC \perp DN$$

$\text{П-я}$ 
 $\text{Н-я}$

$AN$  и  $DN$  – искомые расстояния

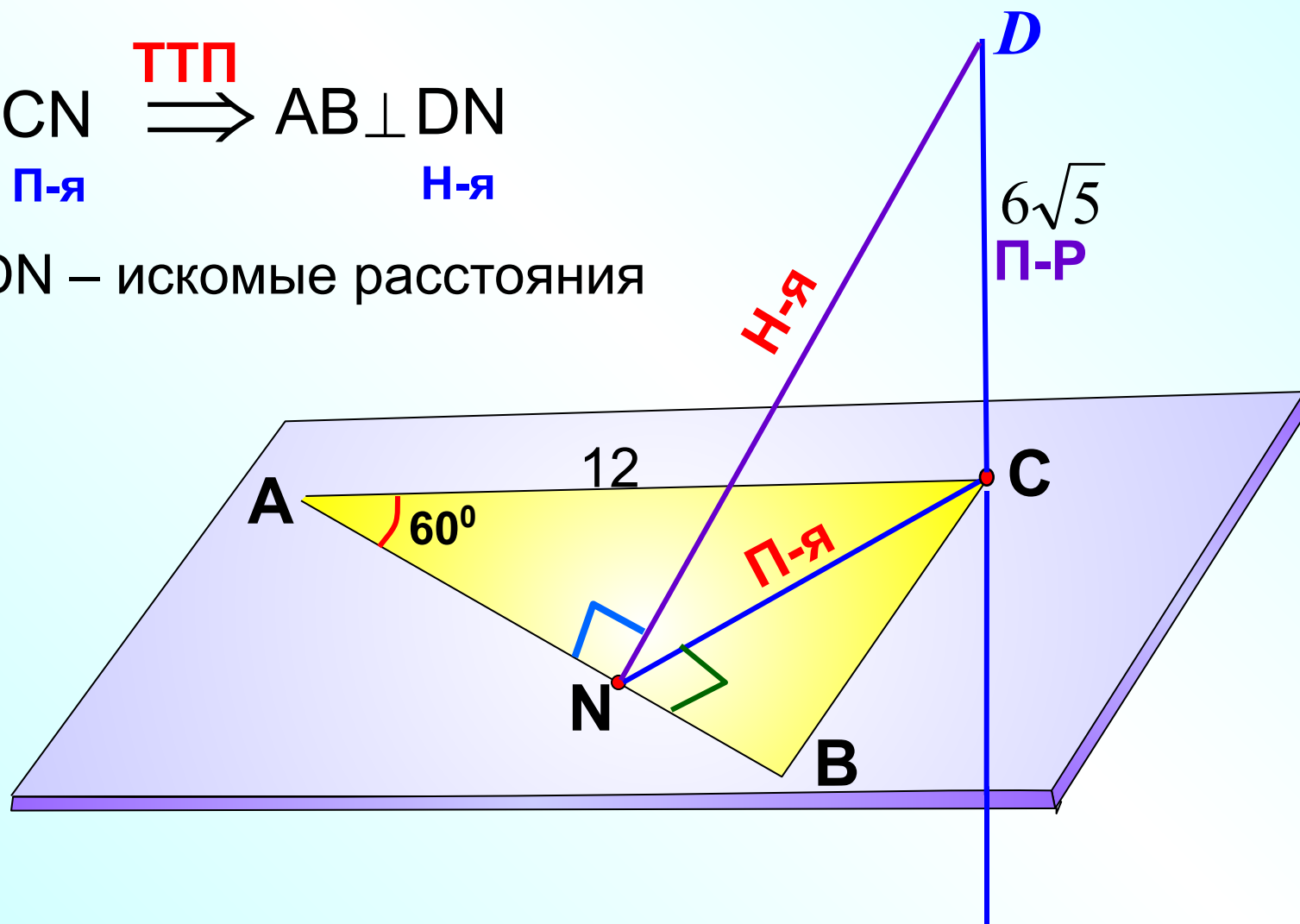
В треугольнике угол  $C$  прямой, угол  $A$  равен  $60^\circ$ ,  $AC=12$  см.  
 $DC \perp (ABC)$ .  $DC=6\sqrt{5}$  Найдите расстояния:

а) от точки  $C$  до прямой  $AB$ , б) от точки  $D$  до прямой  $AB$ .

$$AB \perp CN \xRightarrow{\text{ТТП}} AB \perp DN$$

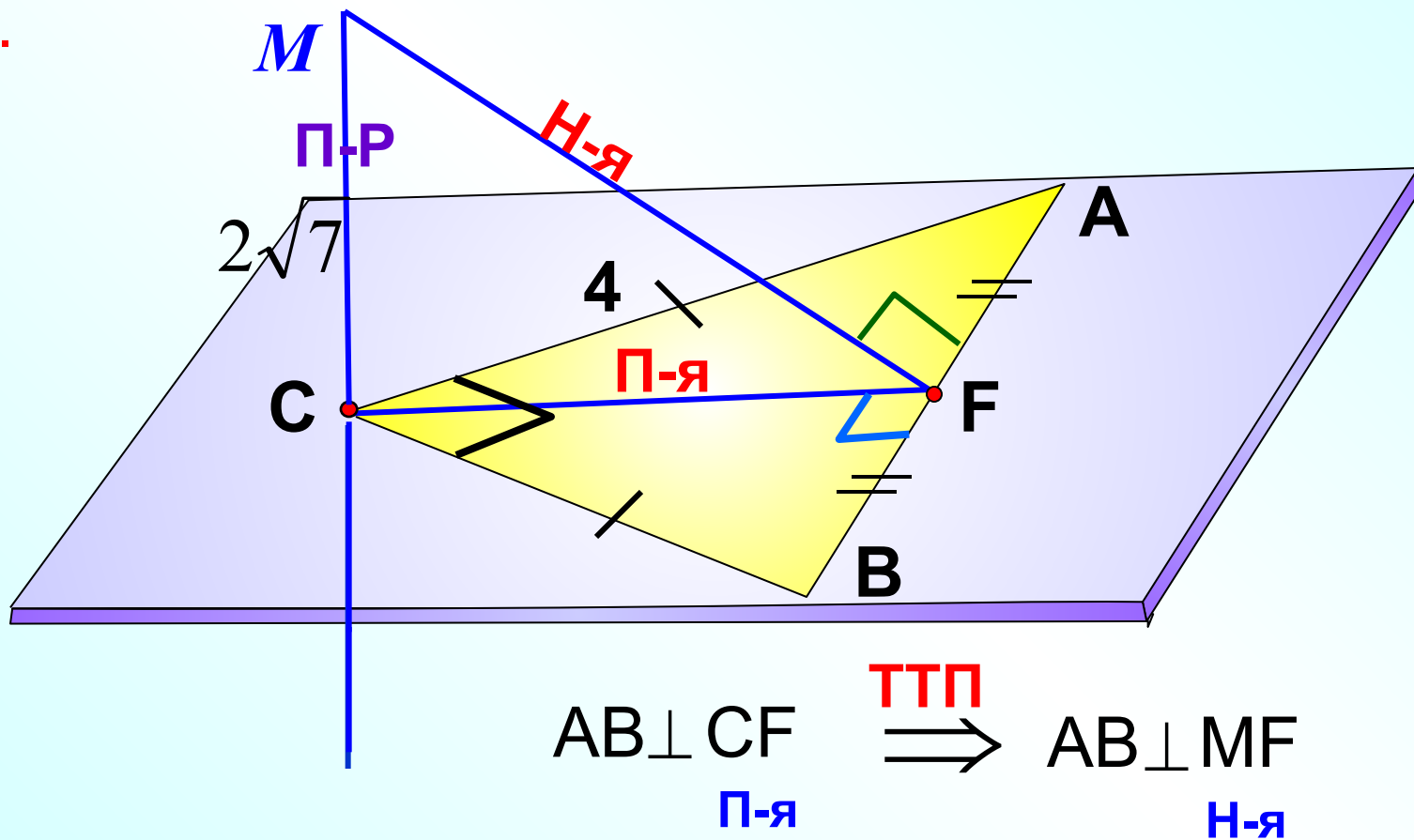
П-я
Н-я

$CN$  и  $DN$  – искомые расстояния



Через вершину прямого угла  $C$  равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  проведена прямая  $CM$ , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ , если  $AC = 4$  см, а  $CM = 2\sqrt{7}$  см.

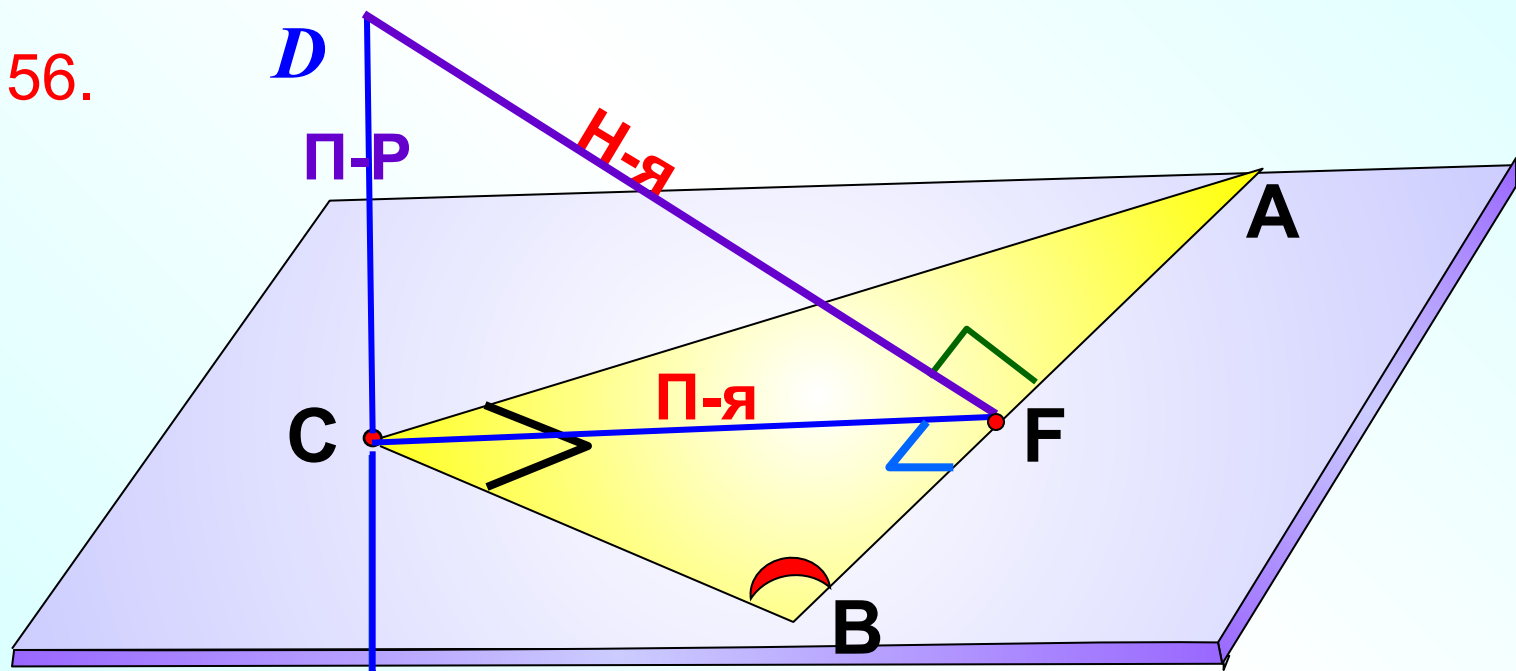
№155.



$MF$  – искомое расстояние

Один из катетов прямоугольного треугольника равен  $m$ , а острый угол, прилежащий к этому катету, равен  $\varphi$ . Через вершину прямого угла  $C$  проведена прямая  $CD$ , перпендикулярная к плоскости этого треугольника,  $CD = m$ . Найдите расстояние от точки  $D$  до прямой  $AB$ .

№156.



$$AB \perp CF \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad AB \perp DF$$

$\text{П-я}$ 
 $\text{Н-я}$

$DF$  – искомое расстояние