



Лекция по теме:

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

7. Законы Ньютона. Импульс.

- **Динамика** – раздел механики, в котором изучается механическое движение с учетом причин, вызывающих движение.

Основные понятия динамики – масса и сила.

- **Масса** – физическая величина, характеризующая инертность тел. Инертность – это свойство тел сохранять состояние покоя или равно-мерного прямолинейного движения. В классической механике инертная масса считается постоянной и не зависящей от скорости движения.

За единицу массы принят эталон – сплав платины и иридия, хранящийся в палате мер и весов в Париже: $[m]=\text{кг}$.

- **Масса**–величина аддитивная и скалярная.
- **Сила** – физическая величина, характеризующая действие одного тела на другое, в результате чего у тела изменяется скорость, то есть появляется ускорение, или происходит деформация тела, либо имеет место и то, и другое. В том случае, когда тело при взаимодействии получает ускорение, говорят о динамическом проявлении сил. В том случае, когда тело при взаимодействии деформируется, говорят о статическом проявлении сил. – векторная величина. $[F]=\text{Н}$ (Ньютон).

7. Законы Ньютона. Импульс.

Первый закон Ньютона гласит: существуют такие системы отсчета, относительно которых тело покоится или движется прямолинейно и равномерно, если на него не действуют другие тела или действие этих тел компенсировано.

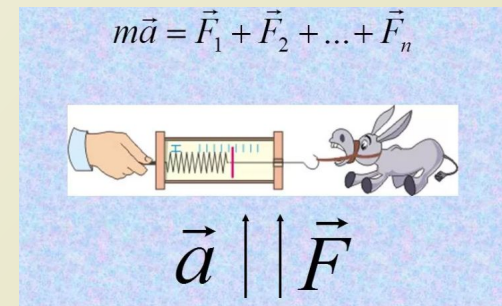
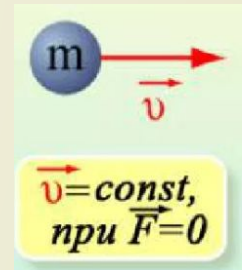
Система отсчета, которая может покоиться или двигаться только равномерно и прямолинейно (по инерции), называется *инерциальной*, а закон называют законом инерции.

Второй закон Ньютона – основной закон динамики поступательного движения – отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

Под действием некоторой силы тело приобретает ускорение. Если материальная точка (тело) испытывает действие нескольких сил, то оказывается, что ускорение, приобретенное телом, всегда прямо пропорционально равнодействующей или результирующей приложенных сил, при условии, что $m = \text{const}$, т.е.

$$\vec{a} \sim \vec{F} \quad \text{при } m = \text{const.} \quad (1)$$

где $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – результирующая сила



7. Законы Ньютона. Импульс.

При действии одной и той же силы на тела с разными массами их ускорения оказываются различными:

$$\vec{a} \sim 1/m \quad \text{при} \quad \vec{F} = \text{const.} \quad (2)$$

Используя (1) и (2) и учитывая, что сила и ускорение – векторные величины, можно записать: $\vec{a} = K \frac{\vec{F}}{m}$, где K – коэффициент пропорциональности. В системе СИ $K=1$. Тогда:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}} \quad (3).$$

Это соотношение и выражает *второй закон Ньютона*: ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

Соотношению (3) можно придать другой вид, представив его в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (4)$$

7. Законы Ньютона. Импульс.

Пусть масса тела постоянна (не зависит от скорости), поэтому можно внести ее под знак производной:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \quad (5)$$

Векторная величина численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется **импульсом** этой материальной точки: $\vec{p} = m\vec{v}$.

Подставляя это выражение в (5), получим:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (6)$$

Это выражение – более общая формулировка второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равно действующей на нее силе. Выражение (6) называется уравнением движения материальной точки.

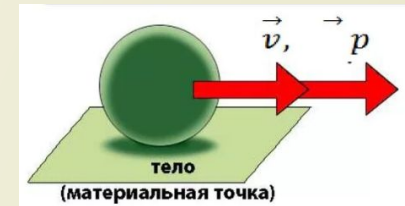
В общем случае сила, действующая на тело, изменяется со временем и по величине, и по направлению. Но в течение элементарного промежутка времени dt мы можем считать, что $\vec{F} = \text{const}$. Векторная величина $d\vec{p}$, равная $d\vec{p} = \vec{F}dt$, называется **элементарным импульсом (силы)**.

Второй закон Ньютона в дифференциальной форме:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

в проекциях на оси: $m \frac{dv_x}{dt} = \sum F_{ix}$; $m \frac{dv_y}{dt} = \sum F_{iy}$; $m \frac{dv_z}{dt} = \sum F_{iz}$.

Из второго закона также получим размерность силы: $1Н = 1кг \cdot 1(м/с^2)$.

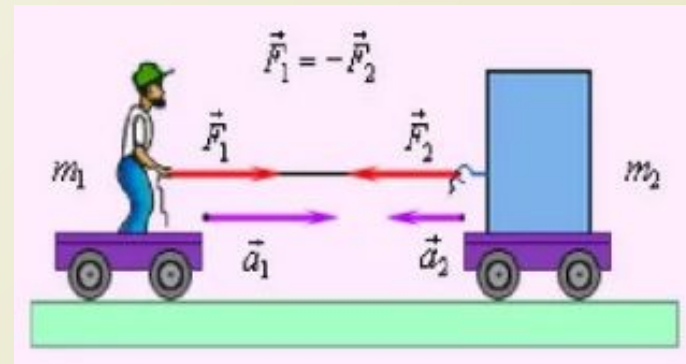


7. Законы Ньютона. Импульс.

Третий закон Ньютона определяет взаимодействие между материальными точками (телами).

Две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по модулю и направленными в противоположные стороны вдоль соединяющей эти точки прямой: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, где \vec{F}_{12} – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; \vec{F}_{21} – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.

Законы Ньютона в классической механике применимы для описания движения: а) макротел; б) для тел постоянной массы; в) при скоростях, значительно меньших скорости света.



8. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.

В механике Ньютона все законы выполняются в инерциальных системах отсчета. Пусть имеем две инерциальные системы отсчета, одну из которых мы будем условно считать неподвижной (система K с осями декартовых координат x, y, z). Другая же система (система K' с осями декартовых координат x', y', z') пусть равномерно и прямолинейно движется со скоростью \mathbf{U} относительно первой (см. рис.8.1.).

Примем для простоты, что оси x и x' совпадают, а скорость относительного движения \mathbf{V} направлена вдоль оси x или x' . Пусть по часам наблюдателя в системе K прошло некоторое время t . В классической физике аксиоматически принимается, что такое же время регистрирует и наблюдатель в системе K' , т.е.

$$t = t' \quad (1)$$

Так как предполагается, что в момент времени, равный $t=0$, начало координат обеих систем совпадали, то за время t система K' переместится на расстояние, равное Ut . Пусть теперь в момент t' в системе K' в точке с координатами x', y', z' произошло событие – включение электрической лампочки. Координаты лампочки, измеренные в момент $t = t'$ наблюдателем в системе K , имеют значение x, y, z . Видно, что между координатами в системах K и K' легко устанавливается связь:

$$x' = x - ut \quad (2)$$

$$y' = y \quad (3)$$

$$z' = z \quad (4)$$

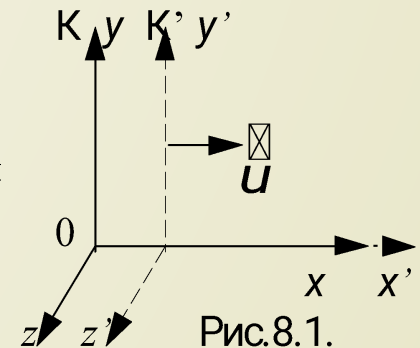


Рис.8.1.

8. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.

Соотношения (1)-(4) называются преобразованиями Галилея. Преобразования Галилея связывают координаты и время события в указанных двух инерциальных системах отсчета. В векторной форме:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t.$$

Дифференцируя формулы (2)-(4) по времени, получим классический закон сложения скоростей:

$$v'_x = v_x - u; \quad v'_y = v_y; \quad v'_z = v_z.$$

Здесь v'_x, v'_y, v'_z – проекции вектора относительной скорости тела \mathbf{v}' (по отношению к системе отсчета K'), а v_x, v_y, v_z – проекции вектора абсолютной скорости \mathbf{v} (по отношению к системе отсчета K). В векторной форме закон сложения скоростей примет вид:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u}$$

Продифференцируем его по времени и учтем, что $\mathbf{u} = \text{const}$. Получим:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' \quad (5)$$

В классической механике считается, что масса тела не зависит от системы отсчета, то есть $m = m'$. Умножим обе части равенства (5) на m :

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{a}' \quad \text{или} \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}'$$

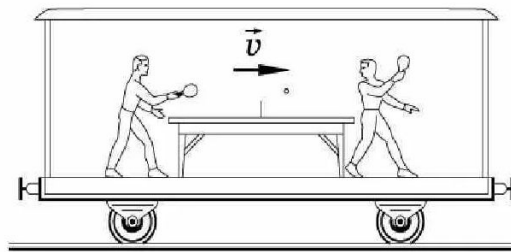
8. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.

Таким образом, закон Ньютона не изменяется при переходе от системы K в систему K' .

На этом основании можно сформулировать *механический принцип относительности Галилея*: во всех инерциальных системах отсчета одни и те же механические явления протекают одинаковым образом, и никакими механическими опытами, проводимыми внутри данной инерциальной системы отсчета, невозможно установить, покоится система отсчета или движется равномерно и прямолинейно.

Физические величины и физические законы, не изменяющиеся при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, называют *инвариантными* (не изменяющимися) к преобразованиям Галилея.

Принцип относительности
Галилея



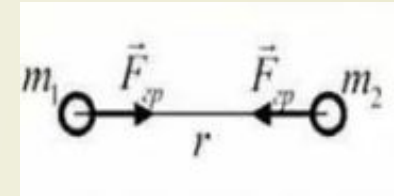
9. Силы в природе.

В природе существует много разных видов сил: тяготения, тяжести, Лоренца, Ампера, взаимодействия неподвижных зарядов и т.д., но все они в конечном счете сводятся к небольшому числу фундаментальных (основных) взаимодействий. Современная физика считает, что существует в природе лишь четыре вида сил или четыре вида взаимодействий:

- 1) гравитационное взаимодействие (осуществляется через гравитационные поля);
- 2) электромагнитное взаимодействие (осуществляется через электромагнитные поля);
- 3) ядерное (или сильное) (обеспечивает связь частиц в ядре);
- 4) слабое (отвечает за процессы распада элементарных частиц).

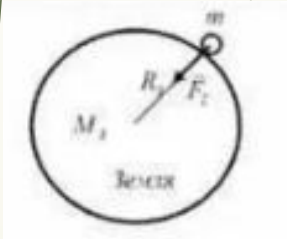
В рамках классической механики имеют дело с гравитационными и электромагнитными силами, а также с упругими силами и силами трения

9. Силы в природе.



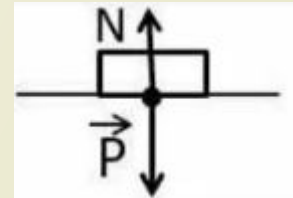
Гравитационные силы (силы тяготения) – это силы притяжения, которые подчиняются закону всемирного тяготения.

Сила тяжести – сила, с которой тело притягивается Землей. Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым относительно поверхности Земли ускорением g , называемым ускорением свободного падения. По второму закону Ньютона, на всякое тело действует сила: $F = mg$, называемая силой тяжести.



Вес – сила, с которой тело, притягиваясь к Земле, действует на подвес или опору..

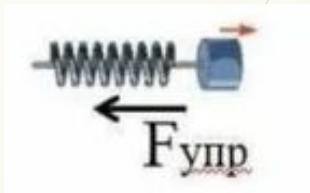
Сила тяжести mg равна весу только в том случае, когда опора или подвес неподвижны относительно Земли. По модулю вес P может быть как больше, так и меньше силы тяжести F . Эти силы приложены к разным телам: mg – приложена к самому телу, P – к подвесу или опоре, ограничивающим свободное движение тела в поле земного тяготения.



В случае ускоренного движения опоры (например, лифта, везущего груз) уравнение движения (с учетом того, что сила реакции опоры равна по величине весу, но имеет противоположный знак $P = -N$): $mg - P = ma \Rightarrow P = m(g - a)$. Если движение происходит вверх $P = m(g + a)$, вниз: $P = m(g - a)$.

При свободном падении тела его вес равен нулю, т.е. оно находится в состоянии *невесомости*.

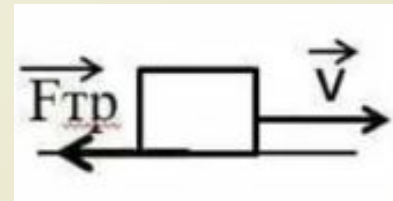
9. Силы в природе.



Силы упругости возникают в результате взаимодействия тел, сопровождающегося их деформацией. Упругая (квазиупругая) сила пропорциональна смещению частицы из положения равновесия и направлена к положению равновесия: $F = -kr$.

Силы трения являются одним из проявлений контактного взаимодействия тел, в частности сила трения скольжения возникает при скольжении одного тела по поверхности другого: $F_{тр.ск.} = \mu_{ск} N$ и направлена по касательной к трущимся поверхностям в сторону, противоположную движению данного тела относительно другого.

Упругие силы и силы трения определяются характером взаимодействия между молекулами вещества, которое имеет электромагнитное происхождение, следовательно они по своей природе имеют электромагнитные происхождения. Гравитационные и электромагнитные силы являются фундаментальными – их нельзя свести к другим, более простым силам. Упругие силы и силы трения не являются фундаментальными. Фундаментальные взаимодействия отличаются простотой и точностью законов.



10. Силы трения.

Трение является одним из проявлений контактного взаимодействия тел. Трение различают двух видов: *внешнее* и *внутреннее*.

- Силы *внешнего трения* возникают на поверхности контакта двух тел. *Внутреннее трение* – это тангенциальное взаимодействие между слоями одного и того же тела. Если сила трения возникает при движении твердого тела в жидкой или газообразной среде, то ее относят к силам внутреннего трения.

Трение между поверхностями твердых тел при отсутствии какой-либо прослойки или смазки называется *сухим*. Трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой, а также между слоями такой среды называется *вязким* или *жидким*.

- Рассмотрим *сухое трение*. Различают три его вида: трение покоя, трение скольжения и трение качения.

10. Силы трения.

а) *Сила трения покоя* – это сила, действующая между соприкасающимися телами, находящимися в состоянии покоя, равная по величине и противоположно направленная силе, понуждающей тело к движению.

До возникновения скольжения сила трения покоя может иметь любое направление и принимать любое значение от нуля до некоторого максимального, при котором возникает скольжение: $0 \leq F_{\text{тр пок}} \leq F_{\text{тр пок}}^{\text{max}}$.

Силу трения покоя, равную по модулю внешней силе, при которой начинается скольжение данного тела по поверхности другого, называют *максимальной силой трения покоя*.

Французские физики Г.Амонтон и Ш.Кулон установили, что: максимальная сила трения покоя пропорциональна силе реакции опоры (нормального давления) и не зависит от площади соприкосновения трущихся тел:

$$F_{\text{тр пок}}^{\text{max}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения покоя, зависит от физической природы соприкасающихся тел и обработки их поверхностей.



10. Силы трения.

б) *Трение скольжения.* Если к телу приложить внешнюю силу, превышающую $|F_{\text{тр пок}}^{\text{max}}|$, то тело начинает скользить. Сила трения продолжает существовать и называется *силой трения скольжения*

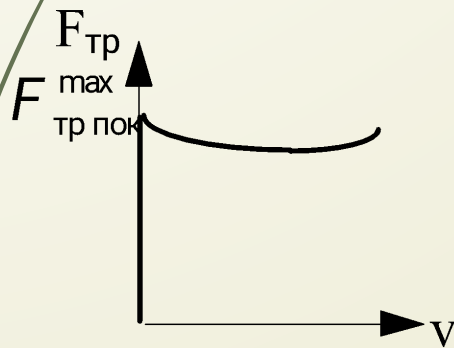


Рис. 10.1.

Силы трения скольжения действуют вдоль поверхности контакта двух тел. Они приложены к обеим трущимся поверхностям в соответствии с третьим законом Ньютона. Модуль силы трения скольжения зависит от материала тел, состояния поверхностей и от относительной скорости движения тел (см. рис.10.1). Уменьшение силы трения скольжения при малых скоростях объясняется тем, что при движении тела, имеющиеся на его поверхности микроскопические выступы не успевают так глубоко западать в углубления поверхности другого тела, как при покое. Деформируются только «верхушки» выступов. Увеличение силы трения скольжения при больших скоростях связано с разрушением выступов и их размельчением. У грубо обработанной поверхности основную роль в возникновении сил трения покоя и скольжения играют зацепления неровностей, а при тщательной обработке – молекулярное или атомное сцепление. При специальной обработке поверхностей сила трения скольжения может практически не зависеть от скорости.

10. Силы трения.

Силы трения скольжения также зависят от нормального давления на поверхность соприкосновения. При постоянной скорости движения:

$$F_{\text{тр.ск.}} = \mu_{\text{ск}} N .$$

Коэффициент трения скольжения $\mu_{\text{ск}}$ зависит от материала тел, состояния поверхностей и от относительной скорости движения тел. В первом приближении можно считать $\mu_{\text{ск}}$ равным коэффициенту трения покоя μ ($\mu_{\text{ск}} = \mu$). Для определения μ положим тело на наклонную плоскость и начнем увеличивать угол наклона α . Из (1) $\mu = F / N$. При определенном значении α тело начинает движение вниз.

Тело приходит в движение, когда (рис.10.2)

$$F = F_{\text{тр}} \quad \text{и} \quad F = mg \sin \alpha ; \quad N = mg \cos \alpha , \quad \text{тогда:}$$

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} = \text{tg} \alpha .$$

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла α_0 , при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

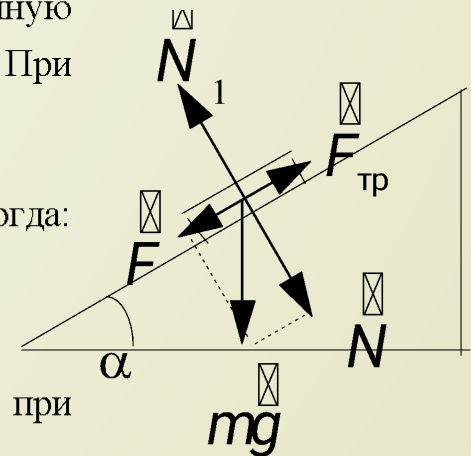


Рис.10.2

10. Силы трения.

в) *Трение качения.* При качении тела по поверхности другого возникает особая сила – сила трения качения, которая препятствует качению тела. Сила трения качения при тех же материалах соприкасаемых тел всегда меньше силы трения скольжения. Этим пользуются на практике, заменяя подшипники скольжения шариковыми или роликовыми подшипниками. Кулон опытным путем установил для катящегося

цилиндра радиуса R : $F_k = \mu_k \frac{N}{R}$, где μ_k – коэффициент трения качения, величина которого уменьшается с увеличением твердости материала и

шероховатости его поверхности. Для катящегося обода $F_k = \mu_k \frac{N}{2R}$.



Рис. 6.5. Возникновение силы трения качения при езде на велосипеде

10. Силы трения.

На тело, движущееся в вязкой (жидкой или газообразной) среде, действует **сила жидкого трения**, тормозящая его движение.

Сила жидкого трения вместе со скоростью обращается в нуль. При небольших скоростях она растёт пропорционально скорости:

$$\vec{F}_{\text{ж.тр.}} = -k_1 \vec{v} \quad (1).$$

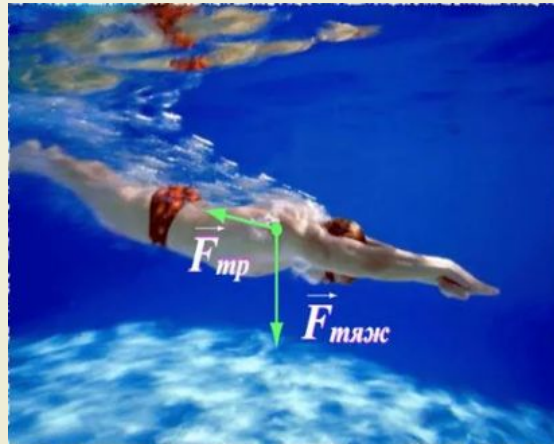
Коэффициент k_1 зависит от формы и размеров тела, характера его поверхности, а также от свойства среды, называемого вязкостью.

При увеличении скорости линейная зависимость постепенно переходит в квадратичную:

$$\vec{F}_{\text{ж.тр.}} = -k_2 \vec{v}^2 \quad (2).$$

k_2 также зависит от формы тела, от площади лобового сопротивления, от вязкости жидкости (ею пренебрегают).

Границы области, в которой происходит переход от закона (1) к закону (2), зависят от тех же факторов, от которых зависит коэффициент k_1 .



11. Работа и мощность.

Пусть тело (материальная точка) движется по некоторой произвольной криволинейной траектории. На него все время действует сила, и ее величина и направление могут быть в разных точках траектории разными. Разобьем весь путь на бесконечно малые участки, тогда во всех точках каждого данного участка можно считать силу постоянной и по величине, и по направлению. Определим *работу силы* на таком участке следующим образом:

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F dr \cos\alpha,$$

где α — угол между направлениями элементарного перемещения $d\vec{r}$ и силы \vec{F} . В зависимости от значения α A может быть отрицательной, положительной или равной 0. Так как $|d\vec{r}| = ds$, то формулу для элементарной работы можно записать и в таком виде:

$$dA = F dS \cos\alpha = F_s dS.$$

Суммируя элементарные работы, можно найти работу на любом протяжении траектории.

$$A = \int F_s dS$$

Единицы работы в СИ: $[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$.

1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на 1 м пути.

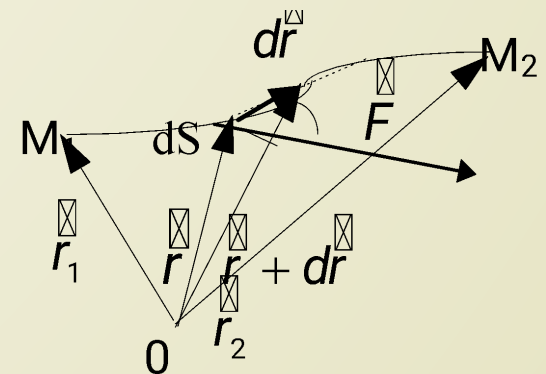


Рис.11.1.

11. Работа и мощность.

Консервативная сила – сила, работа которой определяется только начальным и конечным положениями тела и не зависят от формы пути. Примеры консервативных сил – силы тяготения, силы упругости. Примером неконсервативных (диссипативных) сил являются силы трения.

При сравнении различных механизмов, совершающих работу, имеет смысл говорить не только о величине работы, но и величине времени, в течение которого работа совершается (то есть о скорости выполнения работы).

Мощностью называется физическая величина, равная работе, совершаемой в единицу времени – это определение средней мощности:

$N_{\text{cp}} = \frac{A}{t}$. Перейдя к пределу, получим выражение для мощности:

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \Rightarrow \boxed{N = \frac{dA}{dt}}$$

$$dA = F dS \cos \alpha = F_S dS \Rightarrow A = F_S S \Rightarrow N = \frac{d(F_S S)}{dt}$$

$$\text{Если } F_S = \text{const, то } N = F_S \frac{dS}{dt} = F_S v \Rightarrow \boxed{N = F_S v}$$

Мощность в данный момент времени равна произведению проекции силы на перемещение на скорость движение в этот момент.

$$[N] = \text{Дж.с} = \text{Вт.}$$

12. Механическая энергия.

В механике различают два вида энергии: потенциальную и кинетическую.

Потенциальной называется *энергия*, зависящая от взаимного расположения тел или взаимодействия частей одного и того же тела.

Пусть в пространстве существует стационарное силовое поле, например, поле тяготения, создаваемое некоторым телом, которое будем считать точечным. Примем, что тело является заодно и телом отсчета. Если в некоторую точку M поля поместить другое тело (материальную точку), то оно испытывает силу, зависящую только от расстояния r до источника, то есть $F = F(r)$.

Работа, совершаемая в стационарном силовом поле при перемещении тела из некоторой точки M_1 в точку M_2 равна:

$$A = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (1)$$

В общем случае работа зависит от формы и длины пути от M_1 до M_2 .

Мы будем иметь дело только с *потенциальным полем* (в котором работа по перемещению не зависит ни от формы, ни от длины пути от M_1 до M_2 , а зависит только от координат этих точек), следовательно, *работа в потенциальном поле, совершаемая по замкнутому пути, равна нулю*.

Сформулированное свойство потенциальных полей математически означает следующее. Подынтегральное выражение в (1) равно взятому со знаком минус *полному дифференциалу* функции $E_p(r)$, которая называется *потенциальной энергией* системы:

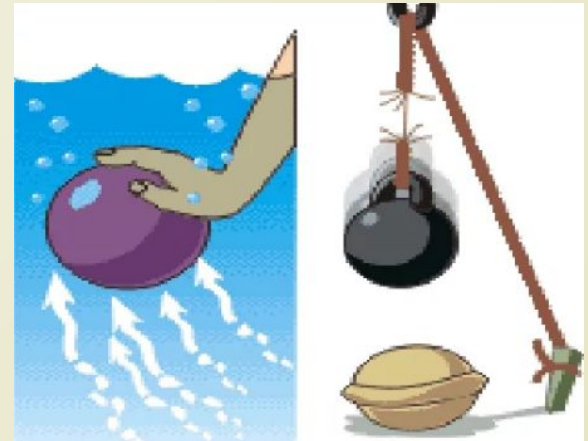
$$dA = -dE_p(r).$$

12. Механическая энергия.

Таким образом, *потенциальная энергия – это физическая величина, элементарное изменение которой равно (взятой со знаком минус) элементарной работе, совершаемой силами поля.* Интегрируя последнее соотношение от M_1 до M_2 , получим :

$$A_{12} = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}). \quad (2)$$

Отсюда вытекает, что физический смысл имеет лишь разность потенциальных энергий. Условимся считать, что когда тело находится на бесконечности ($r = \infty$), то его потенциальная энергия равна нулю. *Тогда под потенциальной энергией $E_p(r)$ следует понимать работу, совершаемую силами поля при перемещении тела из данной точки поля в бесконечность.*



12. Механическая энергия.

Кинетической энергией называют энергию, зависящую от скорости движения тела.

Всякое движущееся тело может производить работу. Кинетическая энергия определяется работой, которую может совершать тело вследствие того, что оно обладает определенной скоростью.

Пусть в начальной точке пути скорость стала равной v_1 , а в конечной точке пути v_2 . Выражение для второго закона Ньютона $m \frac{dv}{dt} = F$

умножим на $dr = v dt$: $m \frac{dv}{dt} v dt = F dr$. Получим $(F dr) = F dr \cos \alpha = dA$,

где $\alpha = \angle(F, dr)$, dA – элементарно малая работа на малом участке dr . Так векторы v и dv сонаправлены, то $dv \cdot v = dv \cdot v$. Тогда: $dA = mv \cdot dv$.

После интегрирования получим работу A_{12} :

$$A_{12} = \int_{v_1}^{v_2} mv \cdot dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{K2} - E_{K1}. \quad (3)$$

Отсюда вытекает формула, определяющая кинетическую энергию тела: $E_K = mv^2 / 2 + C$, где C – произвольная постоянная. В классической

механике принято $C=0$. Тогда: $E_K = \frac{mv^2}{2}$. Приравнивая правые части в соотношениях (2) и (3): $-(E_{P2} - E_{P1}) = E_{K2} - E_{K1}$, приходим к результату:

$$E_{P1} + E_{K1} = E_{P2} + E_{K2} = \text{const} \quad (5)$$

Назовем *полной механической энергией* величину: $E = E_P + E_K$.

Тогда из (5) вытекает, что *полная механическая энергия тела при его перемещении вдоль любой траектории в потенциальном поле остается постоянной.*





Спасибо за внимание!

