Исследование поведения функций вблизи точек разрыва и на бесконечности.

$$f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-2}$$

$$g(x)=\frac{x^2-x-1}{x-2}$$

$x\in(1;3)$ $f(1)=2,\ f(1,5)=2,5$

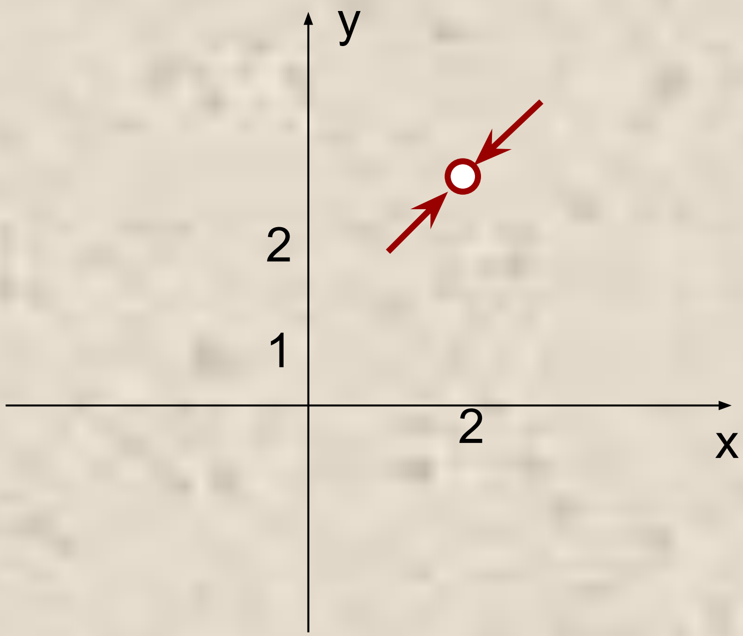
$f(1,75)=2,75,\ f(1,99)=2,99$

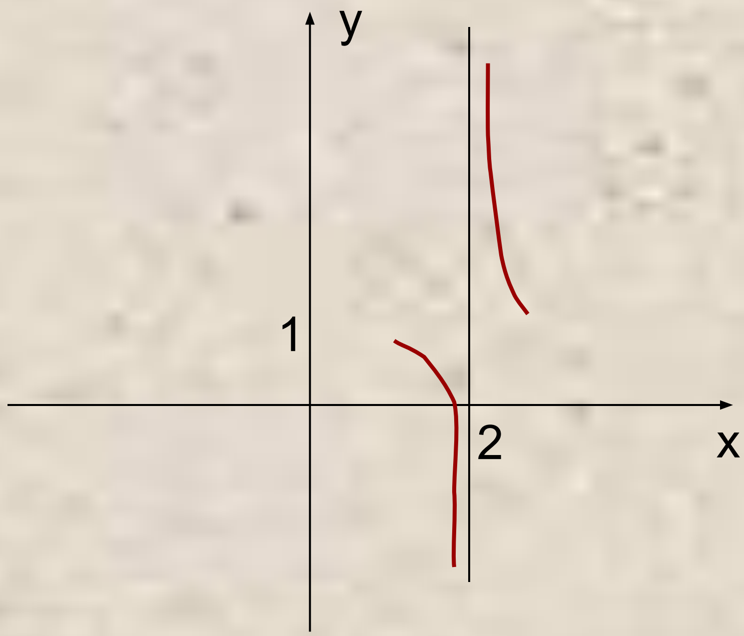
$f(2,01)=3,01\ldots$

$x\in(1;3)$ $g(1)=1,\ g(1,5)=0,5$

$g(1,75)=-1,25,\ g(1,9)=-7,1$

$g(1,99)=-97,01$ $g(2,01)=103,01\ldots$



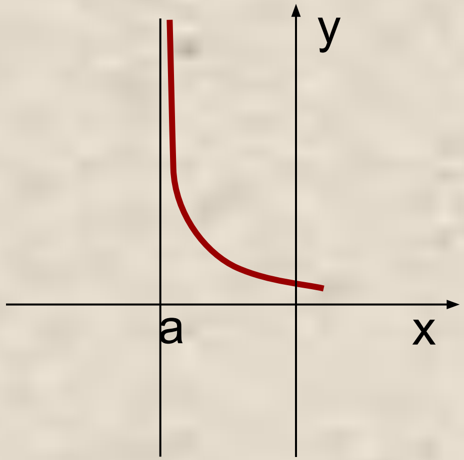


$$f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-2}=\frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)}=x+1,\quad x\neq 2$$

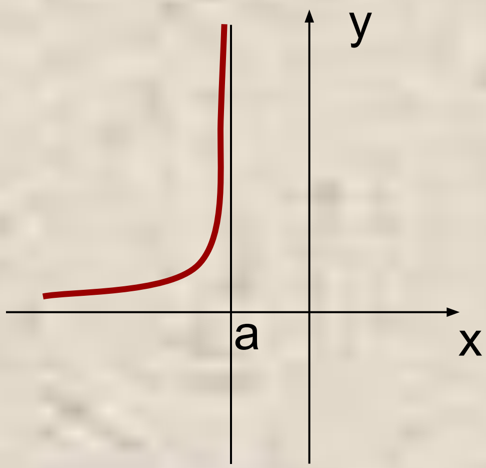
$$g(x)=\frac{x^2-x-1}{x-2}=x+1+\frac{1}{x-2}$$

$$g(x)\xrightarrow[x\to 2]{}\infty$$

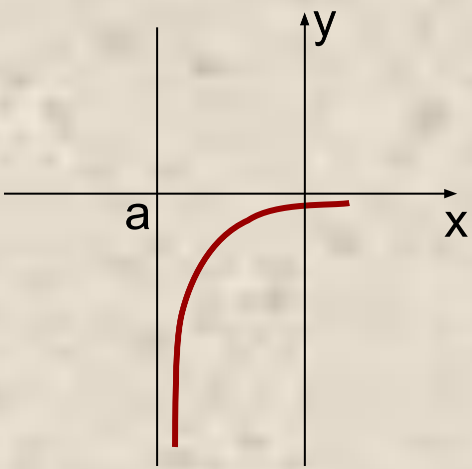
Если функция бесконечно возрастает (по модулю) при $x\to a$ справа или слева($f(x)\xrightarrow[x\to a-]{}\infty$ или $f(x)\xrightarrow[x\to a+]{}\infty$)
то прямая $x=a$ называется ***вертикальной асимптотой*** графика функции



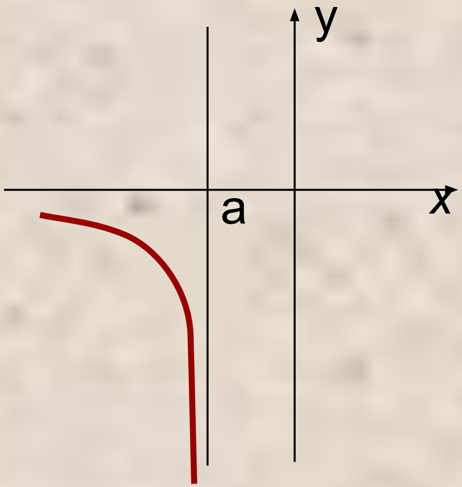
$$f(x) \xrightarrow[x\to a+]{} +\infty$$



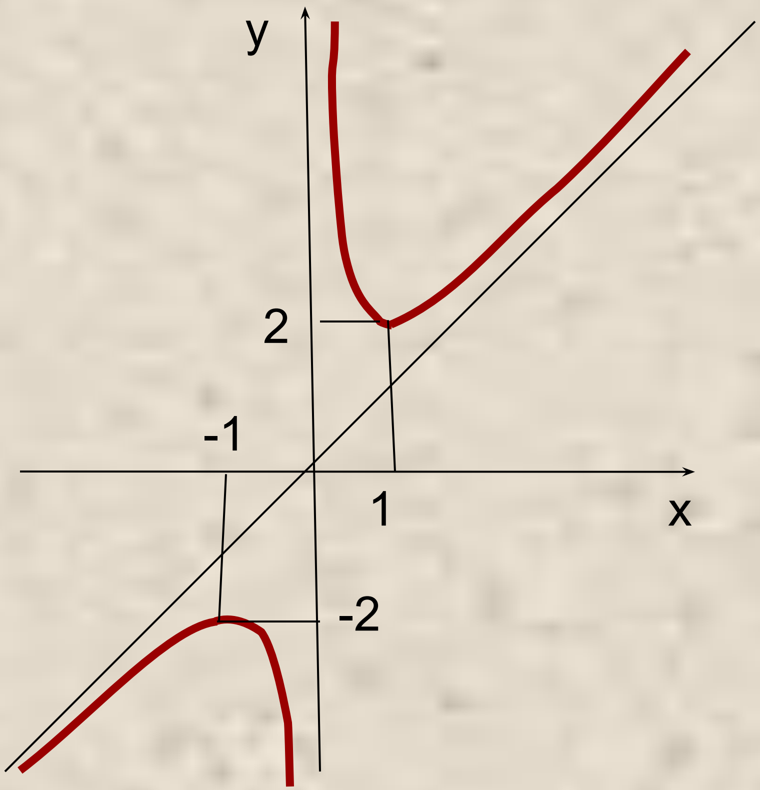
$$f(x) \xrightarrow[x\to a-]{} +\infty$$



$$f(x) \xrightarrow[x\to a+]{} -\infty$$



$$f(x) \xrightarrow[x\to a-]{} -\infty$$



$$y = \frac{x^2+1}{x}$$

$$f(x) \xrightarrow[x \to 0+]{} +\infty$$

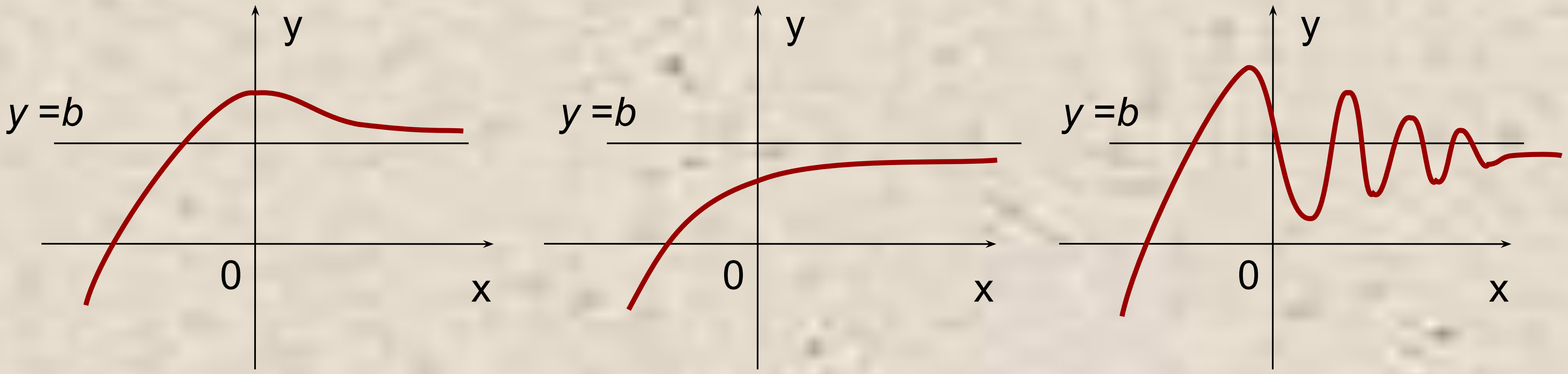
$$f(x) \xrightarrow[x \to 0-]{} -\infty$$

$$y = x + \frac{1}{x} \qquad f(x) \xrightarrow[x \to \infty]{} x$$

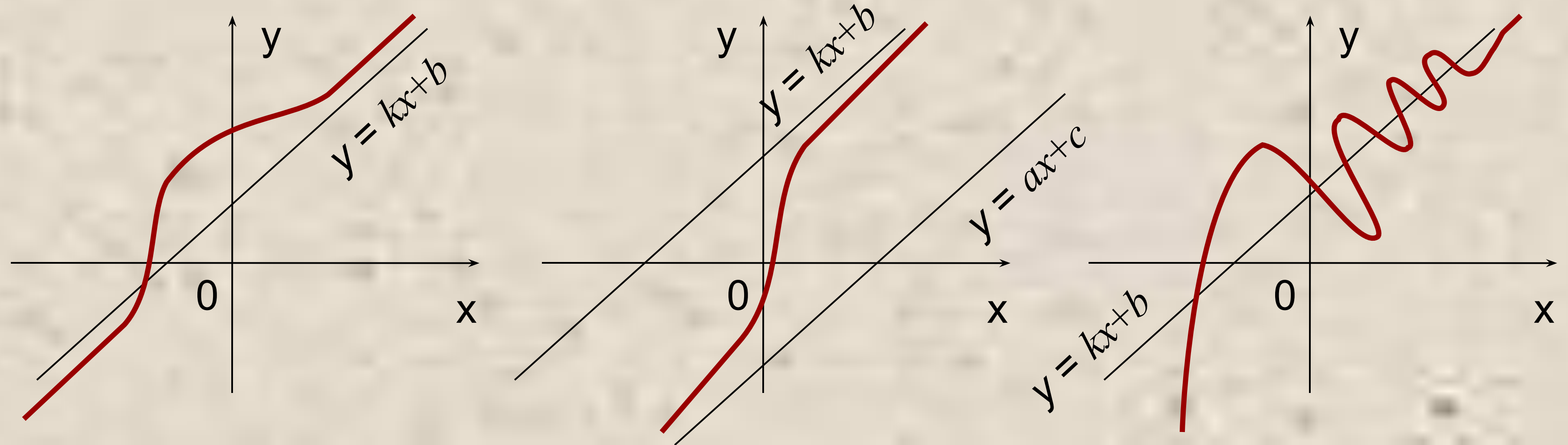
Если функция представима в виде $f(x) = kx + b + \alpha(x)$
где $k, b \in \Re$ $\alpha(\;) \xrightarrow[x \to \infty]{} 0$, то прямая $y = kx + b$
называется ***наклонной асимптотой*** графика функции $y = f(x)$

Если $k = 0$, то асимптота $y = b$ называется *горизонтальной*

Горизонтальные асимптоты



Наклонные асимптоты

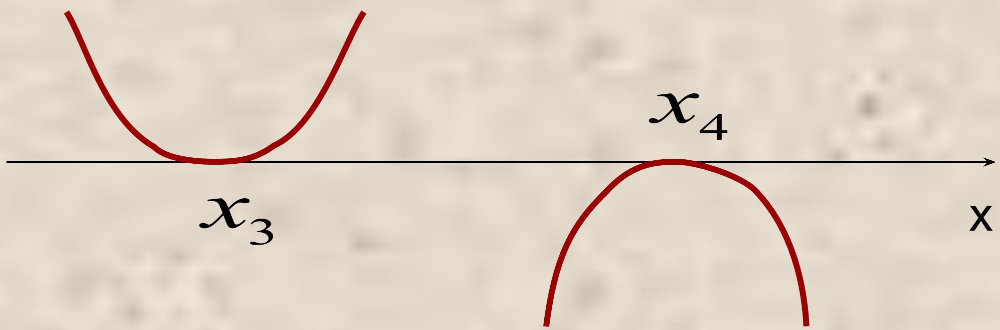


$$f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$$

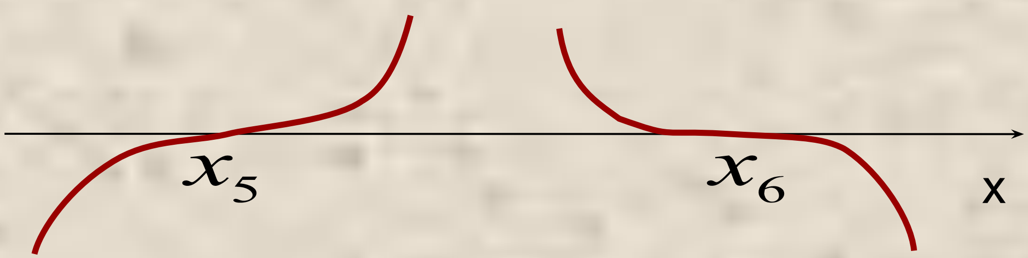
1. Корни $Q_m(x)$ - вертикальные асимптоты графика функции $f(x)$
2. Если $n < m$, то график имеет горизонтальную асимптоту $y = 0$
3. Если $n = m$, то график имеет горизонтальную асимптоту $y = a_n / b_m$
4. Если , то график имеет наклонную асимптоту
5. Если $n = m + 1$, то график не имеет наклонных и горизонтальных асимптот $n > m + 1$

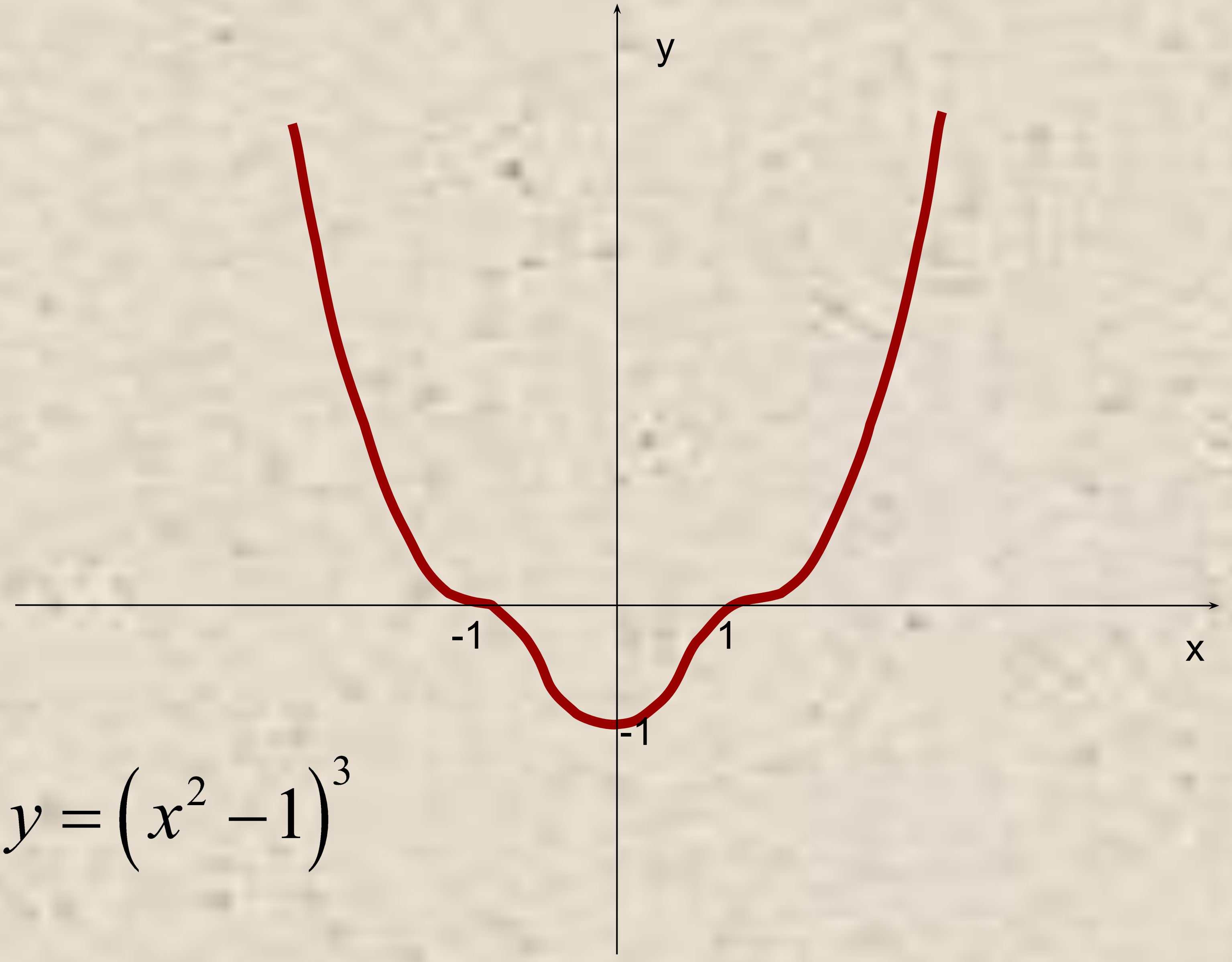
x_1, x_2 - корни первой кратности

x_3, x_4 - корни четной кратности



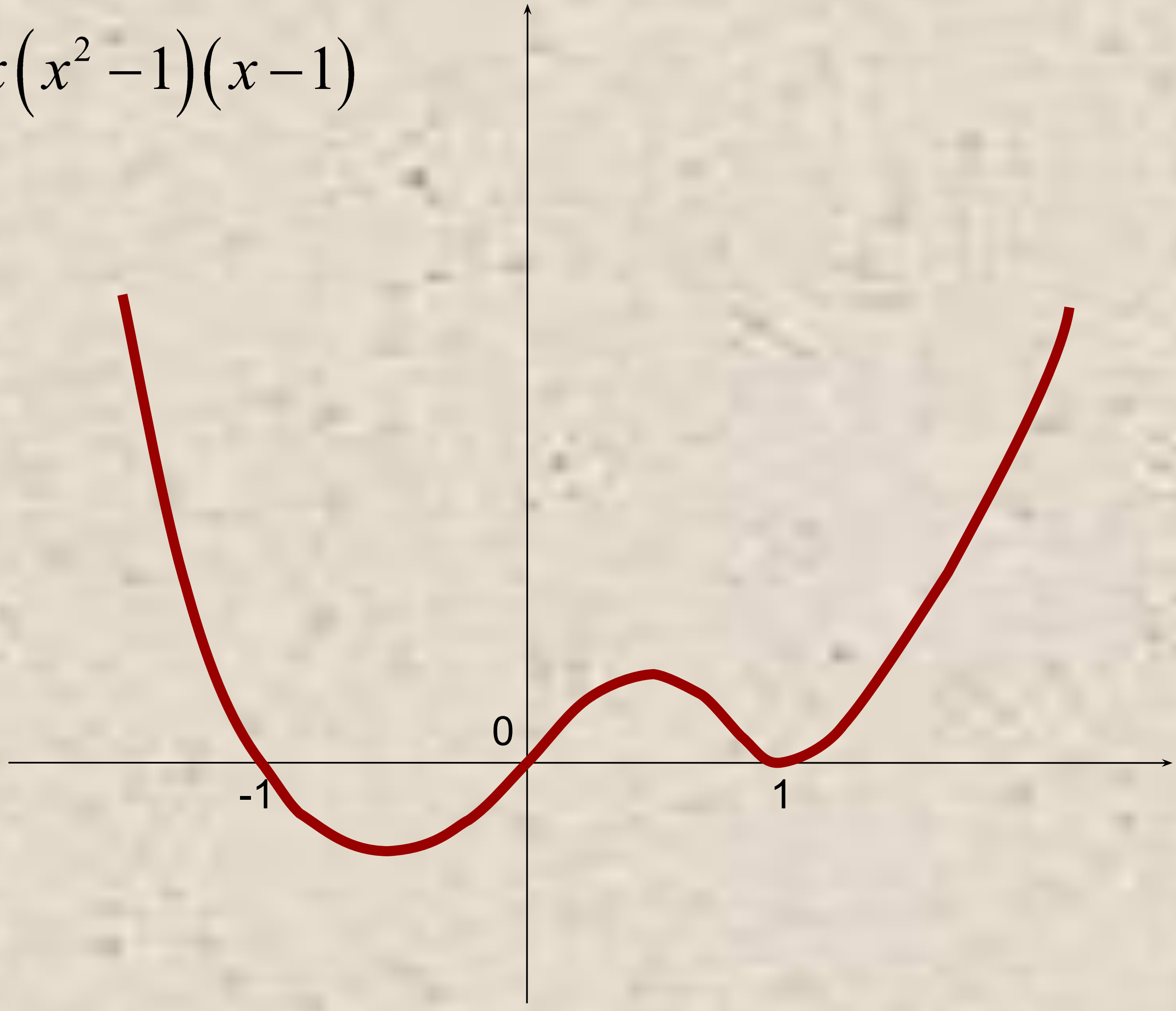
x_5, x_6 - корни нечетной кратности



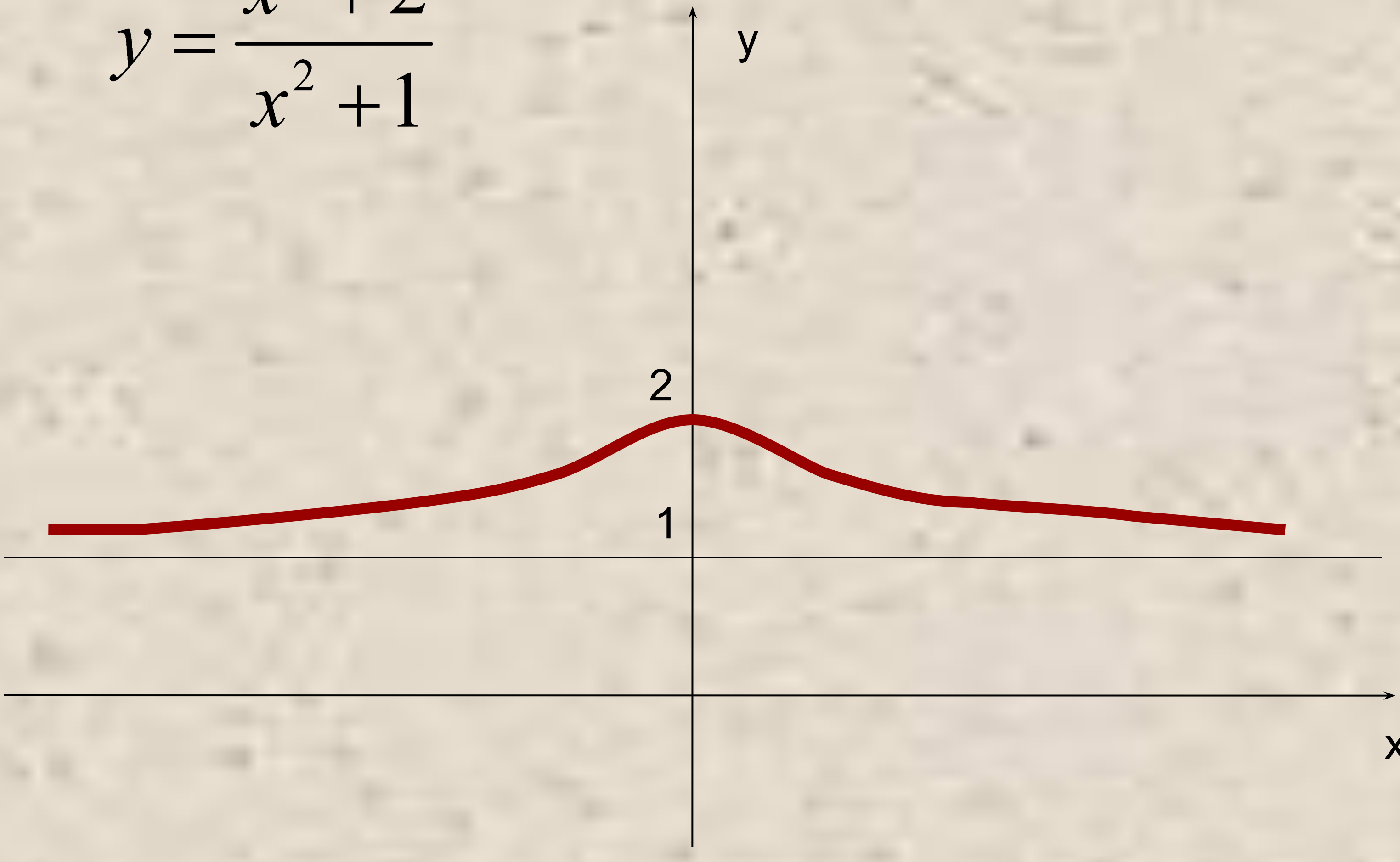


$$y = \left(x^2 - 1\right)^3$$

$$y = x\left(x^2 - 1\right)\left(x - 1\right)$$



$$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$



$$y = \frac{x}{(x-1)^2(x+1)^2}$$