Рациональные уравнения

Три пути ведут к знанию:

Путь размышления – самый благородный,

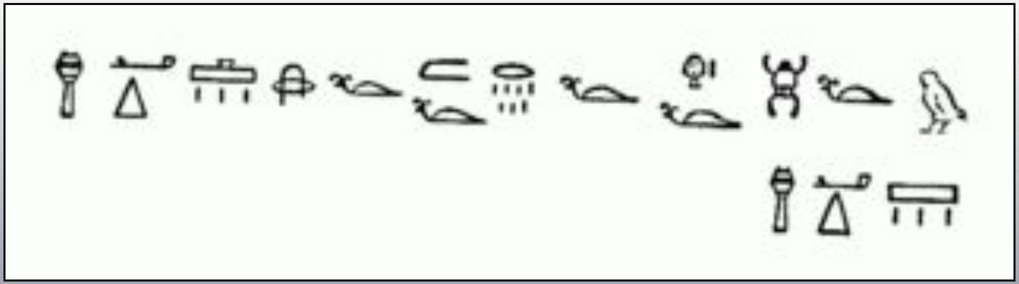
Путь подражания – самый легкий

И путь опыта – это путь самый горький…

Конфуций

Древний Египет

1. Папирус Ринда, который содержит 84 задачи.
2. Куаханские папирусы.
3. Берлинский папирус.
4. Московский папирус, который содержит 25 задач.
5. Математические надписи на стенах храма Гора в Эддфу.



$$x\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+1\right)=37$$

«Куча. Ее седьмая часть ('подразумевается: «дают в сумме») 19. Найти кучу».

$$x+\frac{x}{7}=19.$$

«Отношение двух чисел 2 : 3/2. Сумма квадратов этих чисел 400 Каковы эти числа?»

$$X : Y = 2 : 3/2$$

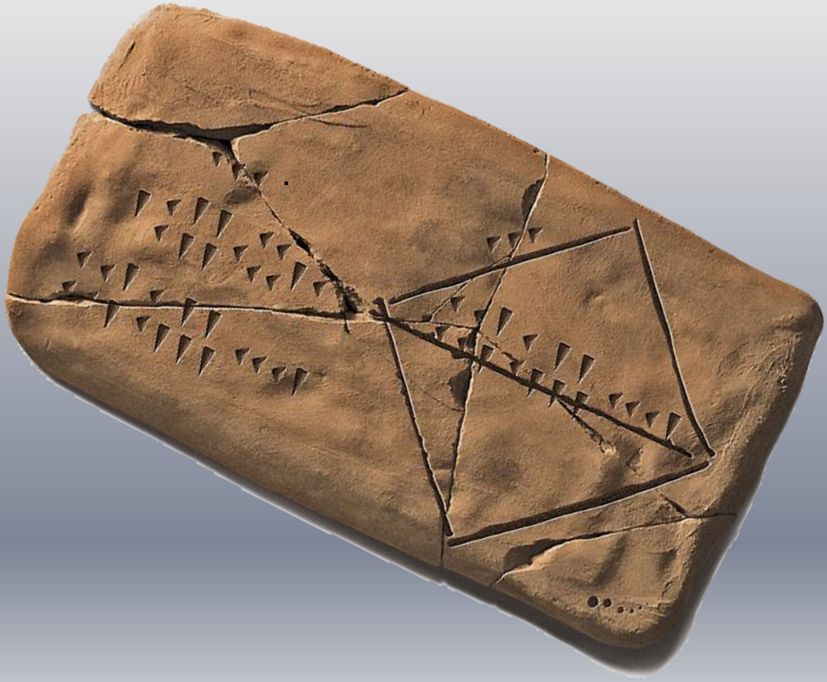
$$X^2 + Y^2 = 400$$

Древний Вавилон

$$x^2 + x = \frac{3}{4}, \qquad x^2 - x = 14\,\frac{1}{2}\,.$$

«Я вычел из площади сторону моего квадрата, это 870».

$X^2 – X = 870$



Древняя Греция

Задача о школе Пифагора

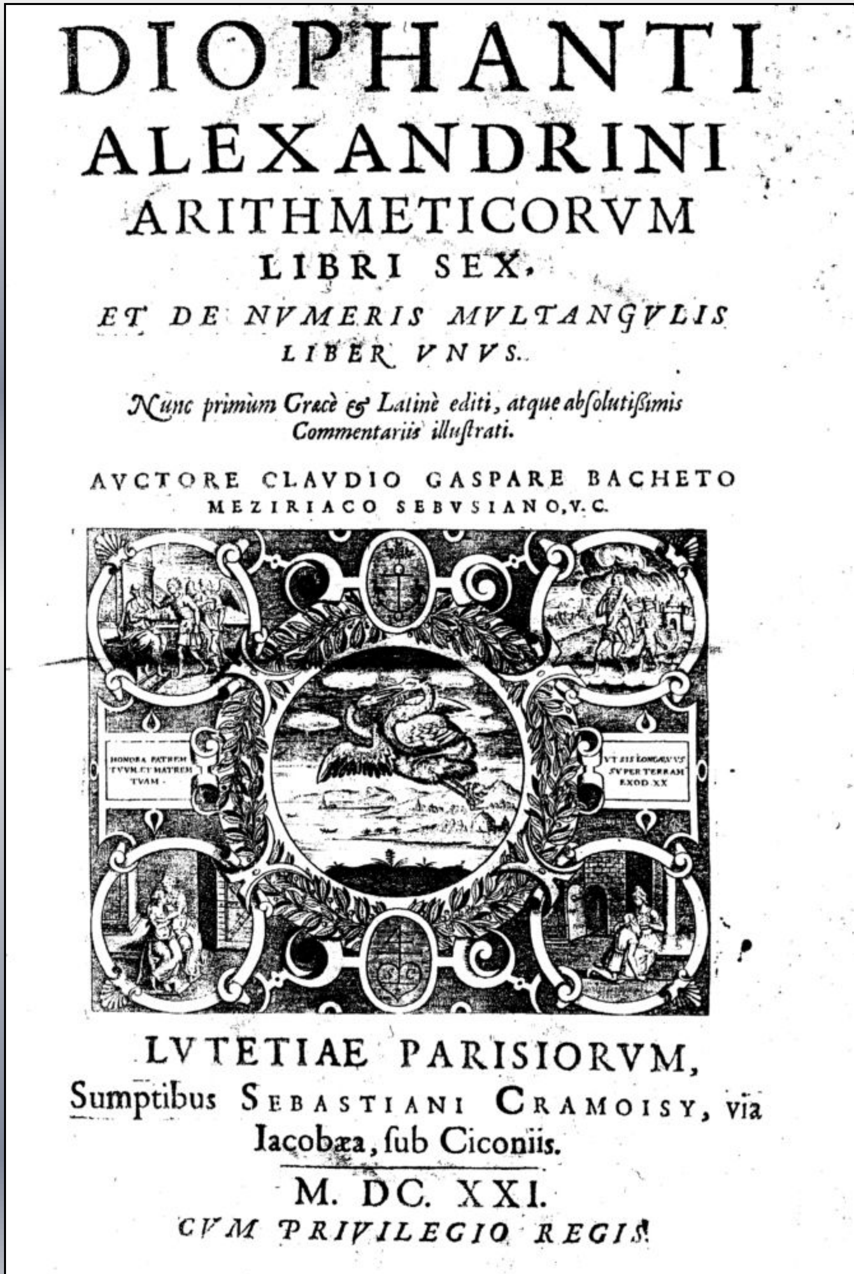
Тиран острова Самос Поликрат однажды спросил у Пифагора, сколько у того учеников. "Охотно скажу тебе, о Поликрат, - отвечал Пифагор, – половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть молча упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь к ним трех юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Столько учеников веду я к рождению вечной истины". Сколько учеников было у Пифагора?

$\frac{1}{2} X + 1/4X + 1/7 X + 3 = X$

Диофант

Здесь погребен Диофант, в камень могильный
При счете искусном расскажет нам,
Сколь долог был его век.
Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни,
В двенадцатой части прошла его юность.
Седьмую часть жизни прибавим – пред нами очаг Гименея,
Пять лет протекло и прислал Гименей ему сына
Но горе ребенку! Едва половину он прожил
Тех лет, что отец, скончался несчастный.
Четыре года страдал Диофант от утраты той тяжкой
И умер, прожив для науки. Скажи мне,
Скольких лет достигнув, смерть восприял Диофант?

$$1/6\,X + 1/12X + 1/7X + 5 + 1/2X + 4 = X$$



DIOPHANTI ALEXANDRINI ARITHMETICORVM LIBRI SEX,

ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS LIBER VNVS.

Nunc primùm Græcè & Latinè editi, atque absolutissimis Commentariis illustrati.

AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.

HONORA PATREM TVVM ET MATREM TVAM.

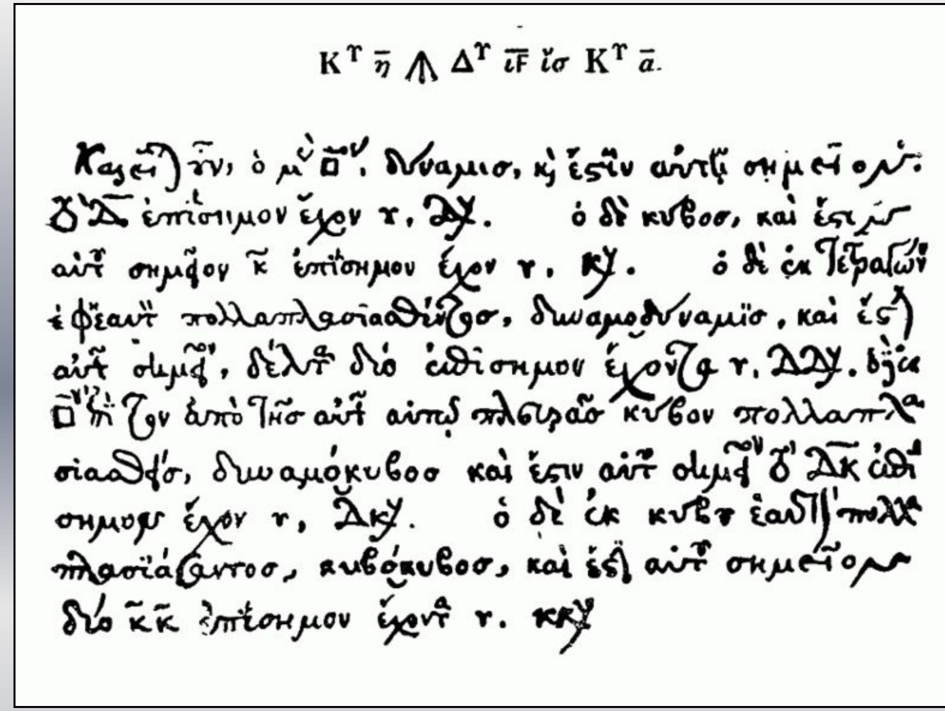
VT SIS LONGAEVVS SVPER TERRAM EXOD XX

LVTETIAE PARISIORVM,

Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobæa, sub Ciconiis.

M. DC. XXI.

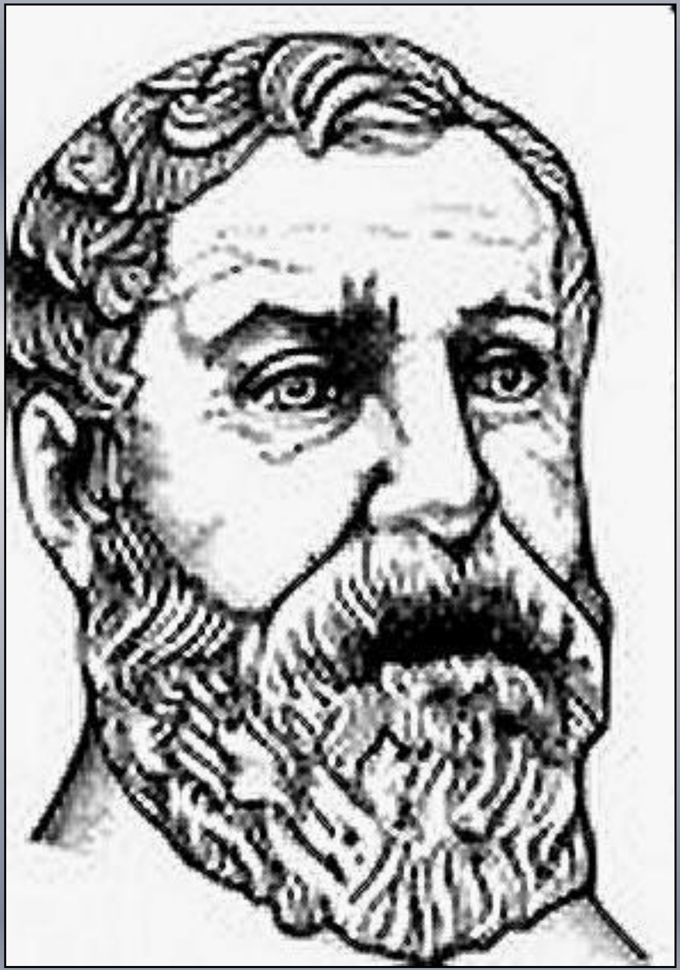
CVM PRIVILEGIO REGIS.



Лист из *Арифметики* (рукопись XIV века).
В верхней строке записано уравнение:

$$x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$$

Герон



$$ax^2 + bx = c,$$

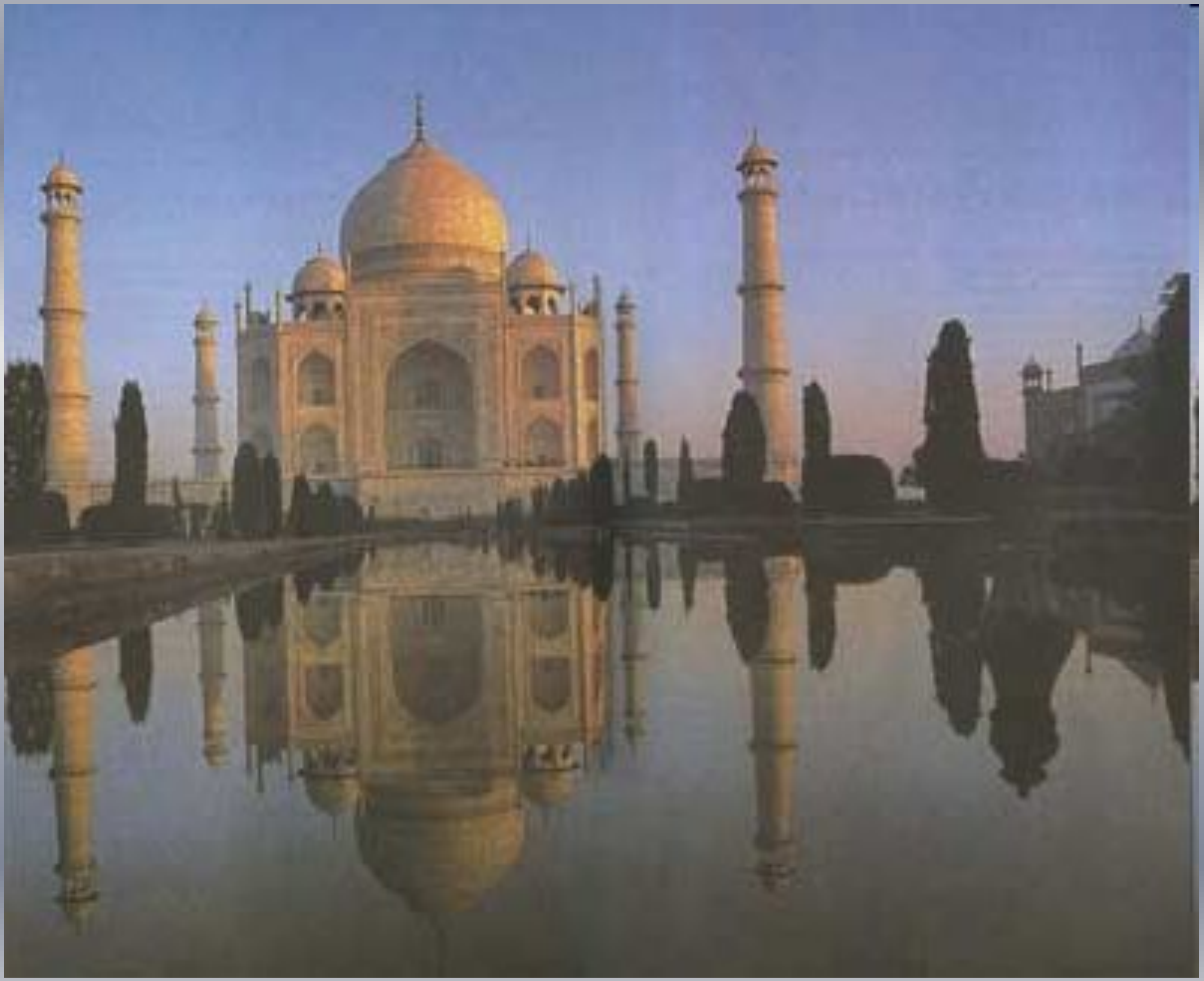
$$a^2x^2 + abx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac,$$

$$\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac,$$

$$ax + \frac{b}{2} = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac},$$

$$x = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}}{a}.$$

Древняя Индия



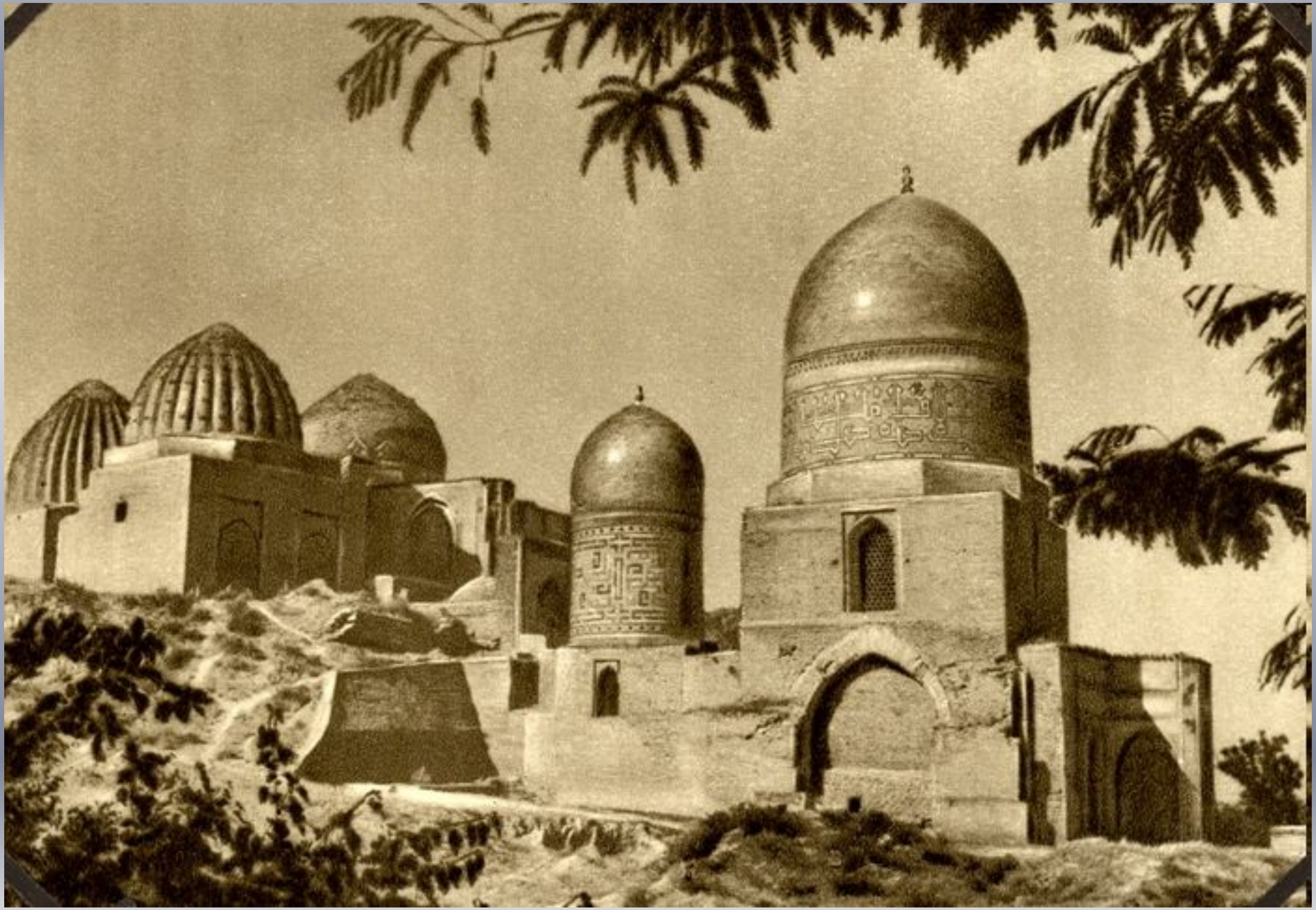
Бхаскара

«Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась.
А двенадцать по лианам…
Стали прыгать, повисая…
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стай?»

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$X^4 - 2X^2 - 400X = 9999.$$

Средняя Азия



аль-Хорезми

1) «Квадраты равны корням», т. е. $ax^2 = bx$.

2) «Квадраты равны числу», т. е. $ax^2 = c$.

3) «Корни равны числу», т. е. $ax = c$.

4) «Квадраты и числа равны корням», т. е. $ax^2 + c = bx$.

5) «Квадраты и корни равны числу», т. е. $ax^2 + bx = c$.

6) «Корни и числа равны квадратам», т. е. $bx + c = ax^2$.

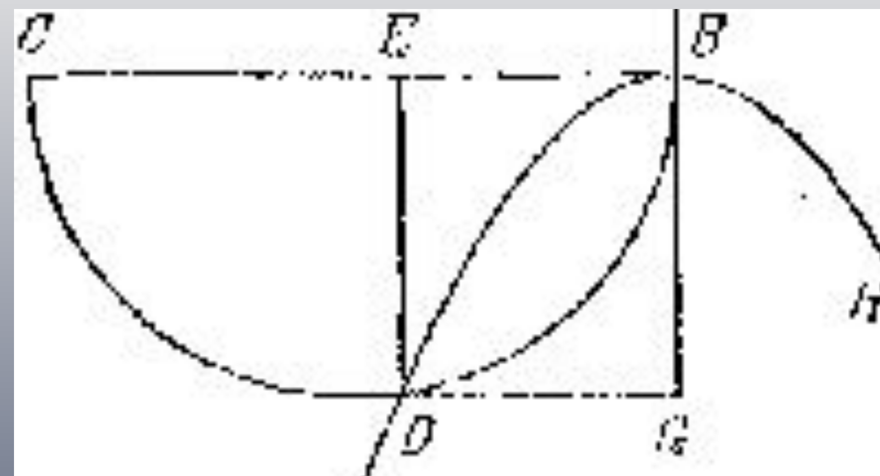
аль-Бируни

$$X^3 + 13\ 1/2X + 5 = 10X^2$$

Омар Хайям

$$x^3 + ax = b$$

$$x^3 + p^2x = p^2q$$



Кубические уравнения

$$x^3 + px + q = 0$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$9x^3 - 13x - 6 = 0$$

Теорема Безу

Теорема: *Остаток* от деления полинома $P_n(x)$ *на двучлен* $(x - a)$ равен значению этого полинома при $x = a$.

Следствие 1: Если число *a является корнем многочлена P(x) , то этот многочлен делится на (x - a) без остатка .*

Следствие 2: Если многочлен *P(x) имеет попарно различные корни* a_1, a_2, ... a_n, *то он делится* на произведение $(x - a_1) \dots (x - a_n)$ *без остатка.*

Следствие 3: Многочлен степени n имеет не более n различных корней.

1) $x^3 - 2x^2 - 9 = 0$ **2)** $6x^3 - x^2 - 20x + 12 = 0$

Уравнения четвертой степени

1) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

2) $x^4 + 2x^3 - x = 2$

3) $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

4) $x^4 + 4x^3 - 25x^2 - 16x + 84 = 0$

5) $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = 0$