

# Алгебра высказываний

# Алгебра и логика

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

$A = \{\text{Аристотель - основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}.$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0.

Таким образом:  $A = 1, B = 0.$

# Алгебра и логика

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов:

- Солнце в зените **И** тени нет.
- Мы пойдём в кино **ИЛИ** на дискотеку.
- **НЕВЕРНО**, что Солнце движется вокруг Земли.
- **ЕСЛИ** сумма цифр числа делится на 3, **ТО** число делится на 3
- Число 15 делится на 3 **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА**, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

Эти союзы в алгебре высказываний заменяются на **логические операции**.

Логические операции задаются **таблицами истинности** и могут быть графически проиллюстрированы с помощью **диаграмм Эйлера-Венна**.

# Солнце в зените И тени нет.

Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение):

- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в алгебре высказываний обозначение **&**;
- в языках программирования обозначение **And**.

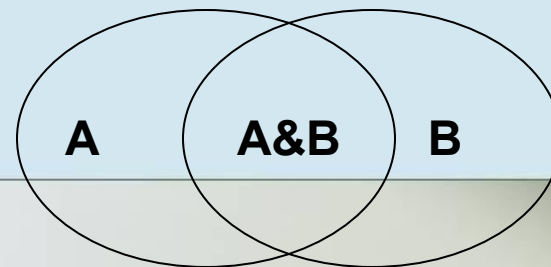
**Составное высказывание**, образованное в результате конъюнкции **истинно** тогда и только тогда, **когда оба исходных высказывания истинны**.

В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция *пересечения множеств*.

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



Мы пойдём в кино **ИЛИ** на дискотеку.

## Логическая операция **ДИЗЬЮНКЦИЯ** (логическое сложение):

- в естественном языке соответствует союзу **или**;
- обозначение  $\vee$ ;
- в языках программирования обозначение **Or**.

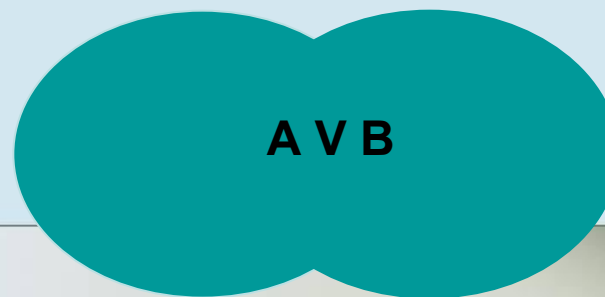
**Составное высказывание** образованное в результате дизъюнкции является **истинным**, когда **хотя бы одно** из двух образующих его высказываний **истинно**.

В алгебре множеств дизъюнкции соответствует операция *объединения множеств*.

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



**НЕВЕРНО**, что Солнце движется вокруг Земли.

## Логическая операция **ИНВЕРСИЯ** (отрицание):

- в естественном языке соответствует словам **неверно, что..** и частице **не**;
- обозначение  $\overline{A}$  ;
- в языках программирования обозначение **Not**;

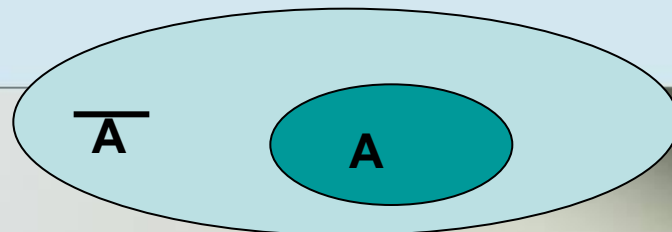
**Отрицание** - это логическая операция, которая **делает истинное** высказывание **ложным** и, наоборот, **ложное** – **истинным**.

В алгебре множеств логическому отрицанию соответствует операция *дополнения до универсального множества*.

Таблица истинности:

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Диаграмма Эйлера-Венна



**ЕСЛИ** сумма цифр числа делится на 3, **ТО** число делится на 3

## Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование):

- в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;
- обозначение  $\square$

**Составное высказывание** с импликацией **является ложным** тогда и только тогда, **когда условие** (первое высказывание) **истинно**, а **следствие** (второе высказывание) **ложно**.

**Таблица истинности:**

A	B	A $\square$ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Число 15 делится на 3 **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА**, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

### Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ** (равнозначность):

- в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае;**
- обозначения  $\Leftrightarrow$ ,  $\sim$ .

**Составное высказывание** с эквиваленцией является **истинным** тогда и только тогда, **когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.**

Таблица истинности:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Тренируемся:

## Задачник 1

1. Стр.43 №1, №2, №5
2. Стр.47 №6
3. Стр.54 №28, №29
4. Найдите значения логических выражений:
  - а)  $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;
  - б)  $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$ ;
  - в)  $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;
  - г)  $(0 \& 1) \& 1$ ;
  - д)  $1 \& (1 \& 1) \& 1$ ;
  - е)  $((1 \vee 0) \& (1 \& 1)) \& (0 \vee 1)$ ;
  - ж)  $((1 \& 0) \vee (1 \& 0)) \vee 1$ ;
  - з)  $((1 \& 1) \vee 0) \& (0 \vee 1)$ ;
  - и)  $((0 \& 0) \vee 0) \& (1 \vee 1)$ .

Дома: §3.2 стр.125 – 129  
вопрос 3.1 стр. 129