

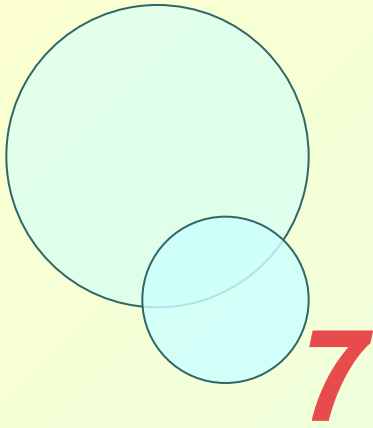
*Через математические знания
лежит широкая дорога к
огромным, почти необозримым
областям труда и открытий.*

Маркушевич А.И.

***Нахождение наибольшего и
наименьшего значения функции
(при решении задач прикладного
характера).***

*Презентацию подготовила преподаватель 1 категории
Керченского профессионального строительного лицея
Селиванова Ирина Викторовна*





$$(x^2)' = 0$$

$$(2x^3)' = 0$$

$$(x^{10})' =$$

$$(128)' =$$

$$6x^2$$

$$10x^9$$

$$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' =$$

$$(10)' =$$

$$2x$$

$$(7x)' =$$

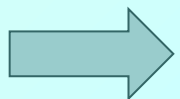
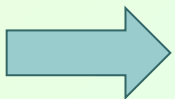
$$10x + 3$$

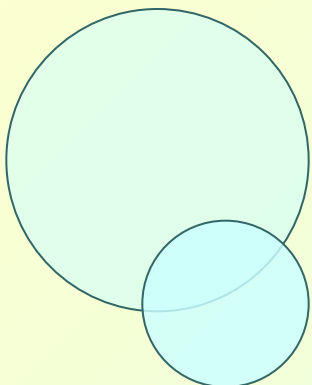
$$x^2$$

$$(5x^2 + 3x - 9)' =$$

АЛГОРИТМ

- Найти точки экстремума функции, т. е. точки в которых производная равна нулю и меняет свой знак.
- Вычислить значение функции в этих точках и на концах отрезка, где определена функция.
- Выбрать из полученных значений оптимальное.
- Перевести задачу на язык математики, т. е. выразить искомую величину через функцию от некоторой переменной и найти область её определения.



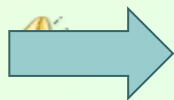


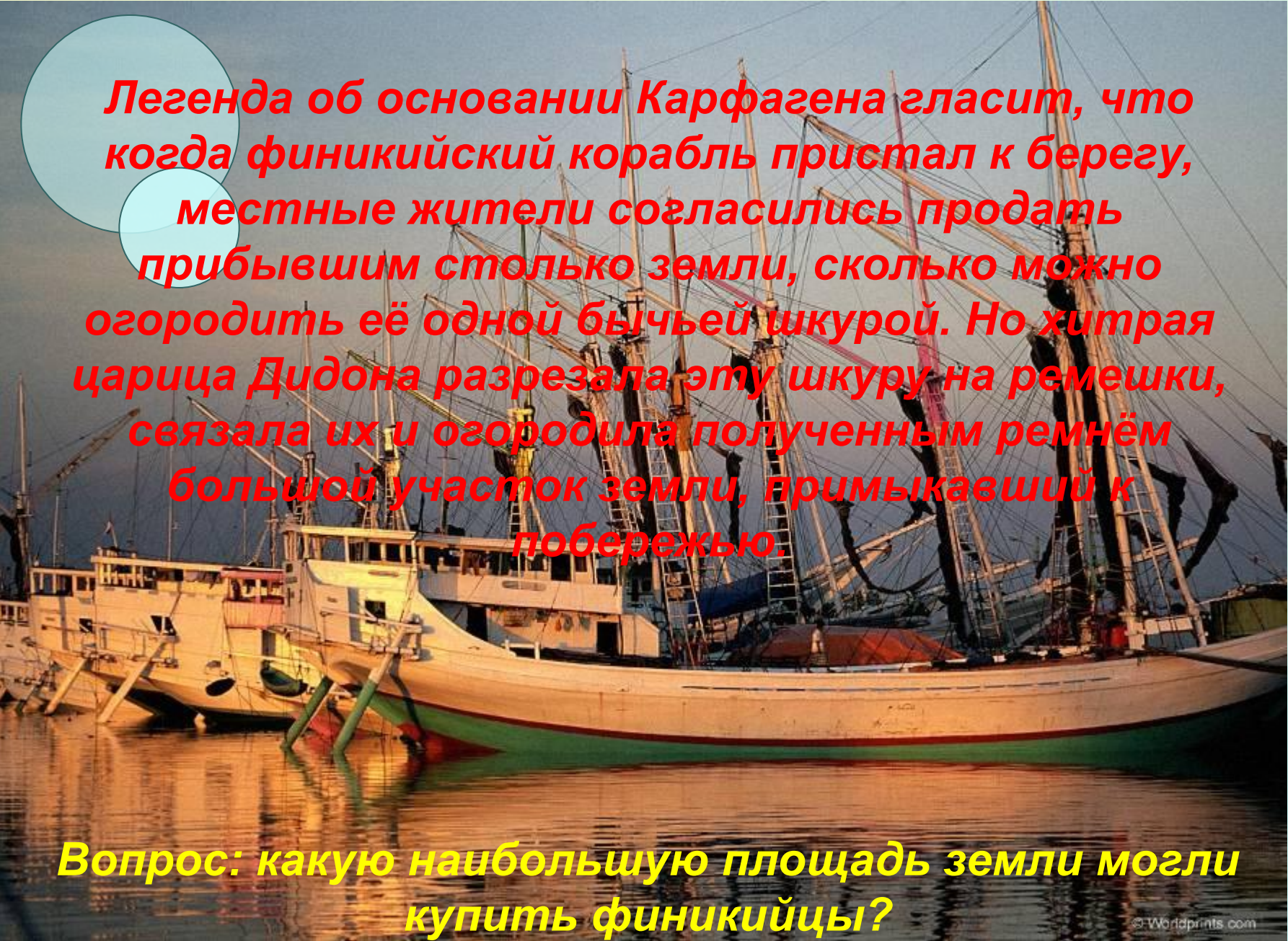
Выполните задание:

- 1. Найти промежутки возрастания и убывания функции.**
- 2. Найти экстремумы функции.**
- 3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке $[-1;2]$**

$$Y = \frac{N}{3} \cdot x^3 - 2 \cdot N \cdot x^2 + 3 \cdot N$$

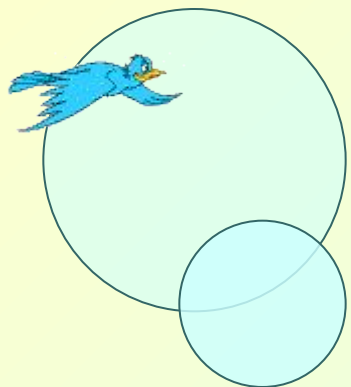
$$Y = N \cdot x^2 - 2 \cdot N \cdot x + 8$$



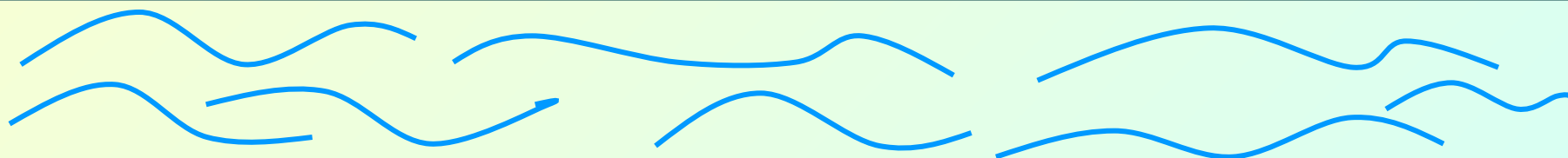
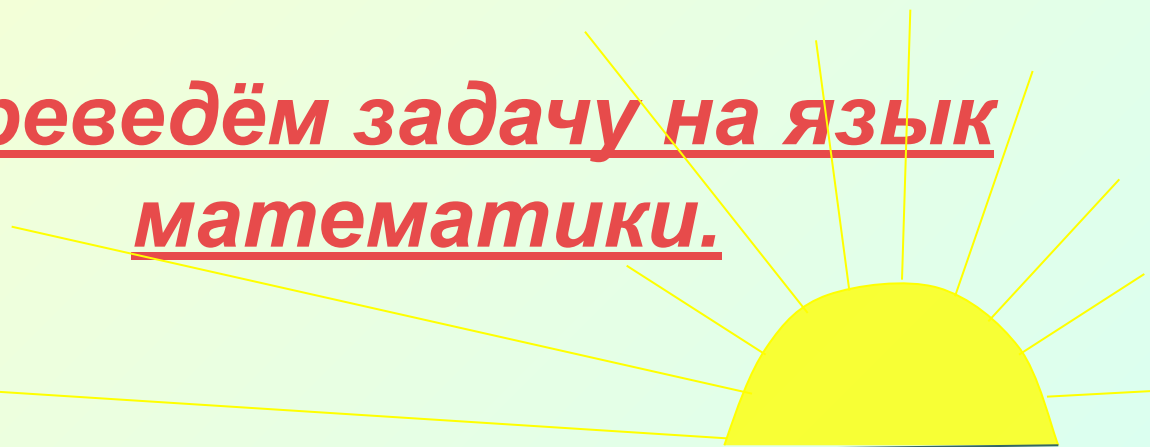


Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно огородить её одной бычьей шкурой. Но хитрая царица Дидона разрежала эту шкуру на ремешки, связала их и огородила полученным ремнём большой участок земли, примыкавший к побережью.

Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?



Переведём задачу на язык математики.



A

B

x

x

C

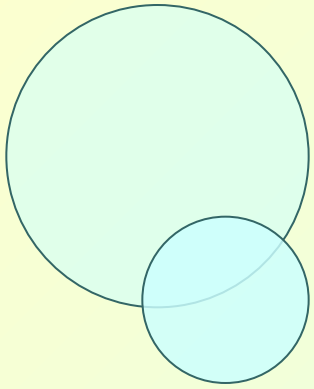
D

$$\underline{AC+CD+DB=L}$$

$$L - 2x$$

$$S = x(L-2x)$$





Данный
прямоугольник
является
половиной
квадрата,
длинной
стороной
примыкающей к
берегу моря.

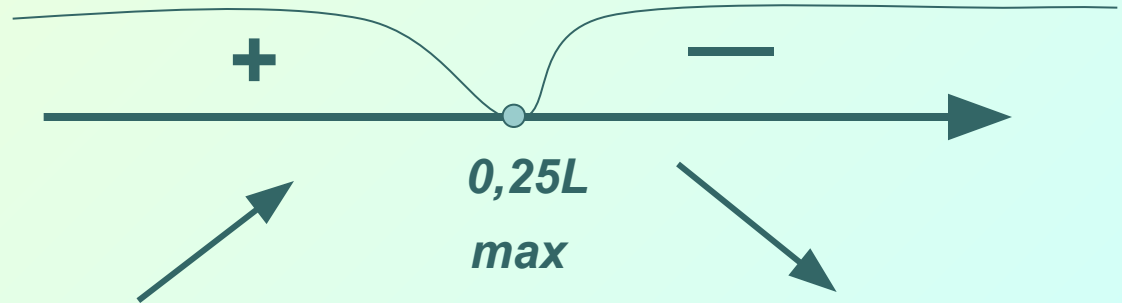
$$Y = x(L - 2x) \rightarrow \max$$
$$Y = Lx - 2x^2$$

1. $Y' = L - 4x$

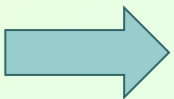
2. $Y' = 0 ; L = 4x$


$$x = 0,25L$$

3.



4. $AC = 0,25L ; DC = 0,5L$

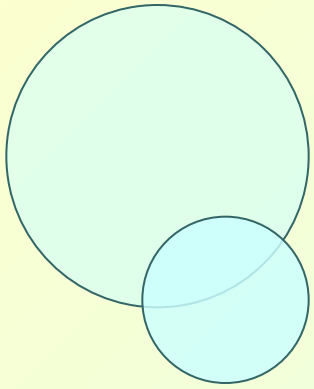




Стоимость (за один час перевозки) содержания баржи состоит из двух частей: стоимости топлива, пропорциональной кубу скорости баржи, и стоимости амортизации баржи (зарплата команды, стоимость оборудования и т. д.). Общая стоимость содержания баржи за час выражается формулой: $S = av^3 + b$, где v - скорость судна в км/ч, a и b – коэффициенты, заданные для каждого судна (для нашего $a=0,005$, $b=40$).

Ясно, что расходы на топливо будут тем больше, чем быстрее движется корабль, остальные расходы от скорости не зависят.

Казалось бы, чем медленнее движется корабль, тем дешевле его эксплуатация. Так ли это?



$$S/v = 0,005v^2 + 40/v \rightarrow \min$$

$$1. Y' = 0,005 \cdot 2v - 40/v^2$$

$$2. Y' = 0 ; 0,01v - 40/v^2 = 0$$

$$0,01v = 40/v^2$$

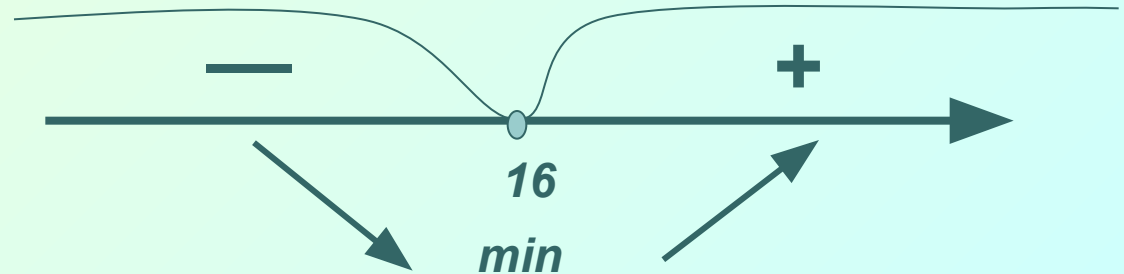
$$0,01v^3 = 40$$


$$v^3 = 4000$$

$$v \approx 16 \text{ км/ч}$$

Оптимальная
скорость
катера для
минимальных
затрат равна
16 км/ч

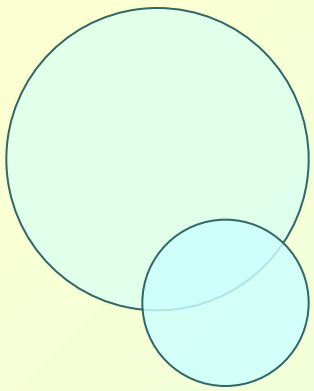
3.





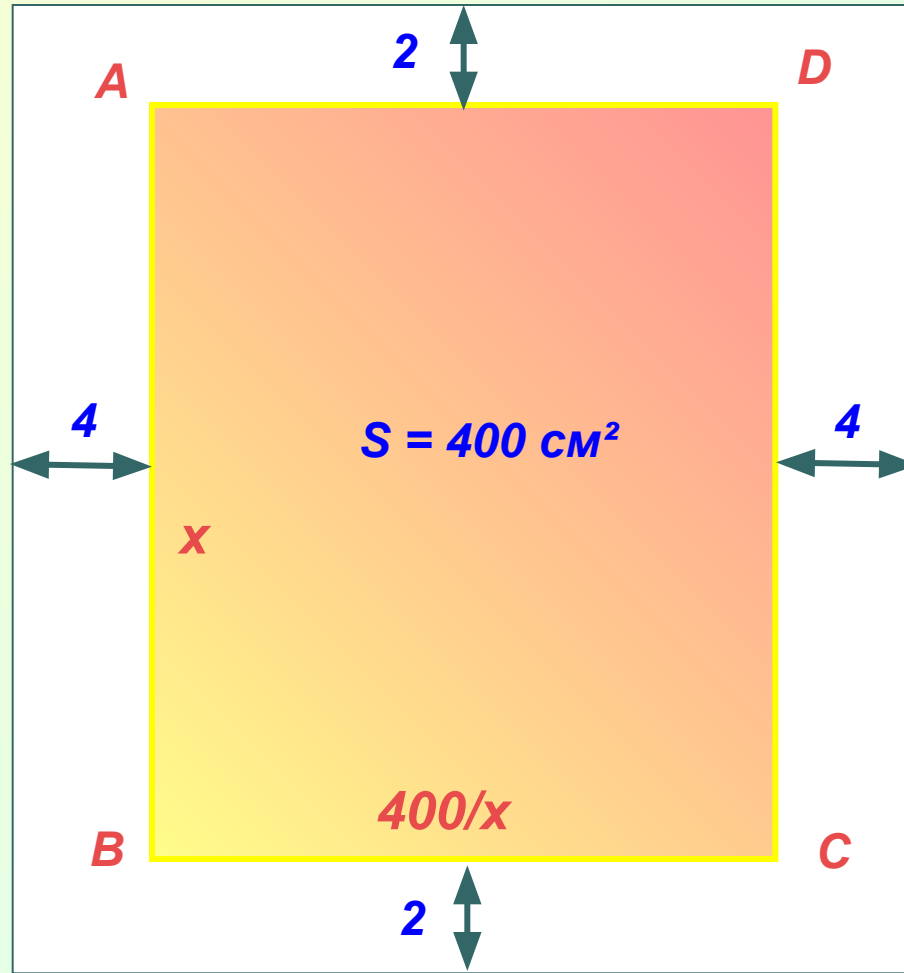
Печатный текст (вместе с промежутками между строками) одной страницы книги должен занимать 400 см^2 . Верхние и нижние поля страницы должны иметь ширину 2 см. Боковые – 4 см.

Вопрос: каковы самые выгодные размеры страницы, исходя только из экономии бумаги?



K

L



$AB = x$
 $BC = 400/x$

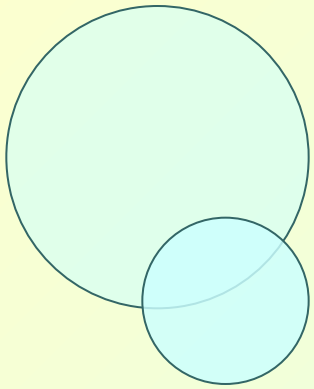
$S = 400 \text{ cm}^2$

$KN = x + 4$
 $KL = 400/x + 8$

N

M

$S = (x + 4) \cdot (400/x + 8) =$
 $= 1600/x + 8x + 432$



$$S = 1600/x + 8x + 432 \rightarrow \min$$

$$1. S' = -1600/x^2 + 8$$

$$2. S' = 0; \quad -1600/x^2 + 8 = 0$$

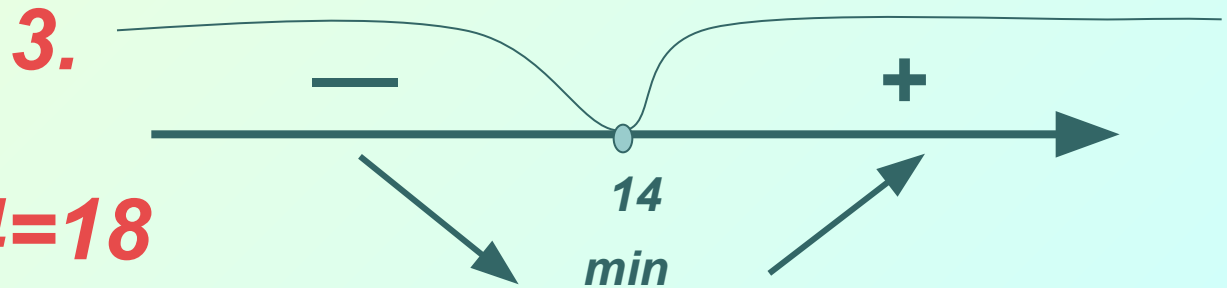
$$1600/x^2 = 8$$

$$x^2 = 1600/8$$

$$x \approx 14$$

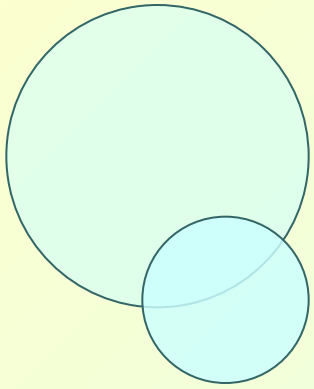
Оптимальные
размеры страницы

18x36,5 см.



$$4. KN = x + 4 = 18$$

$$KL = 400/x + 8 \approx 36,5$$



Вывод:

Производная функции успешно применяется при решении оптимальных задач в различных сферах деятельности человека.

Д/з решить задачу: Рекламный щит имеет форму прямоугольника $S = 9 \text{ м}^2$. Изготовьте щит в виде прямоугольника с наименьшим периметром. Определите его стоимость, если суммарная цена материалов и работ по изготовлению за 1 м^2 составляет 200 грн + 25 грн за погонный метр длины щита.





Все молодцы!

Спасибо за урок!

