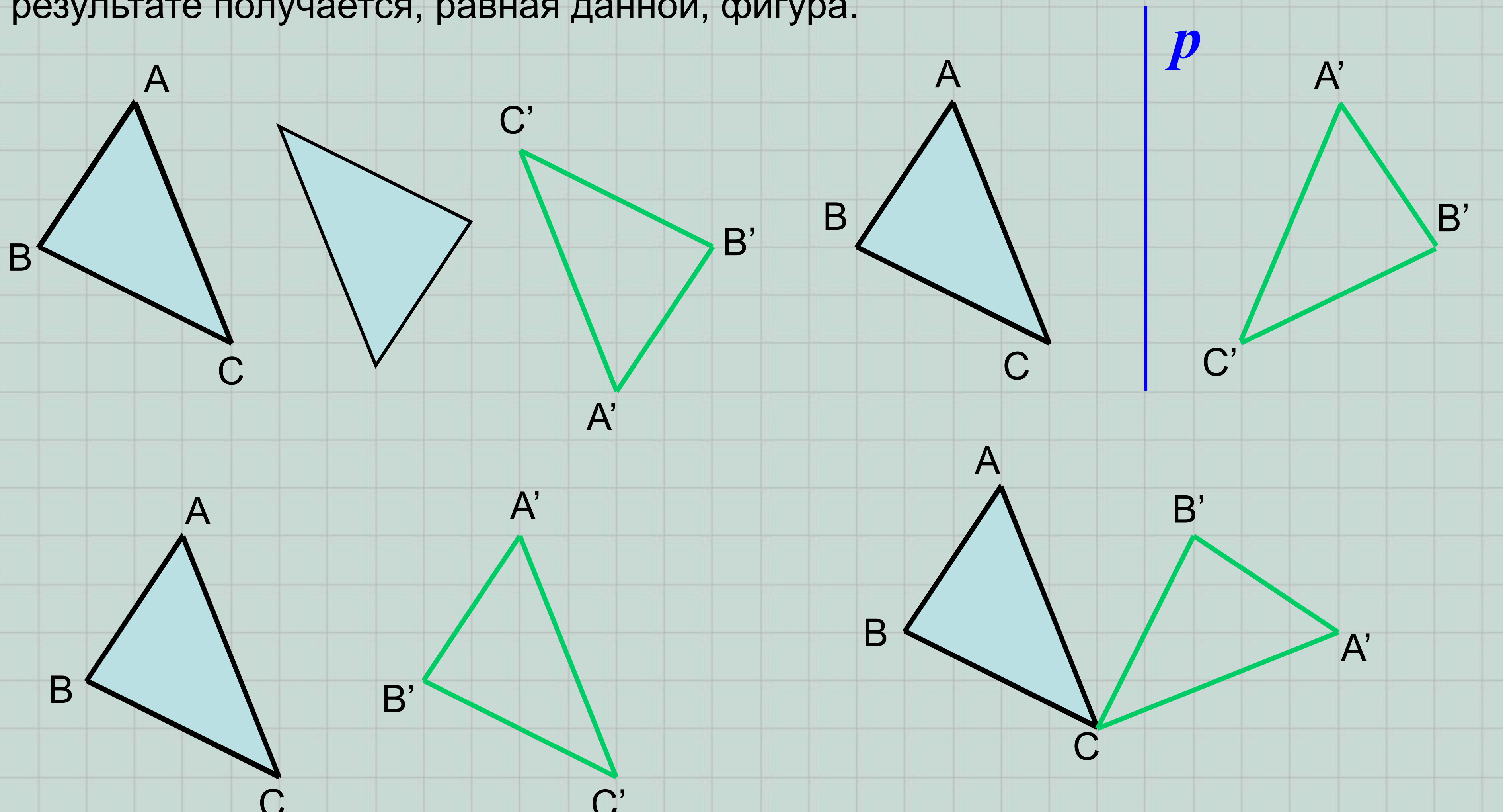
Геометрия.

Преобразование фигур на плоскости. Виды движения.

Преобразование плоскости, при котором расстояние между двумя любыми точками **сохраняется**, называется **движением**.

Из определения следует, что при движении любой фигуры на плоскости, в результате получается, равная данной, фигура.

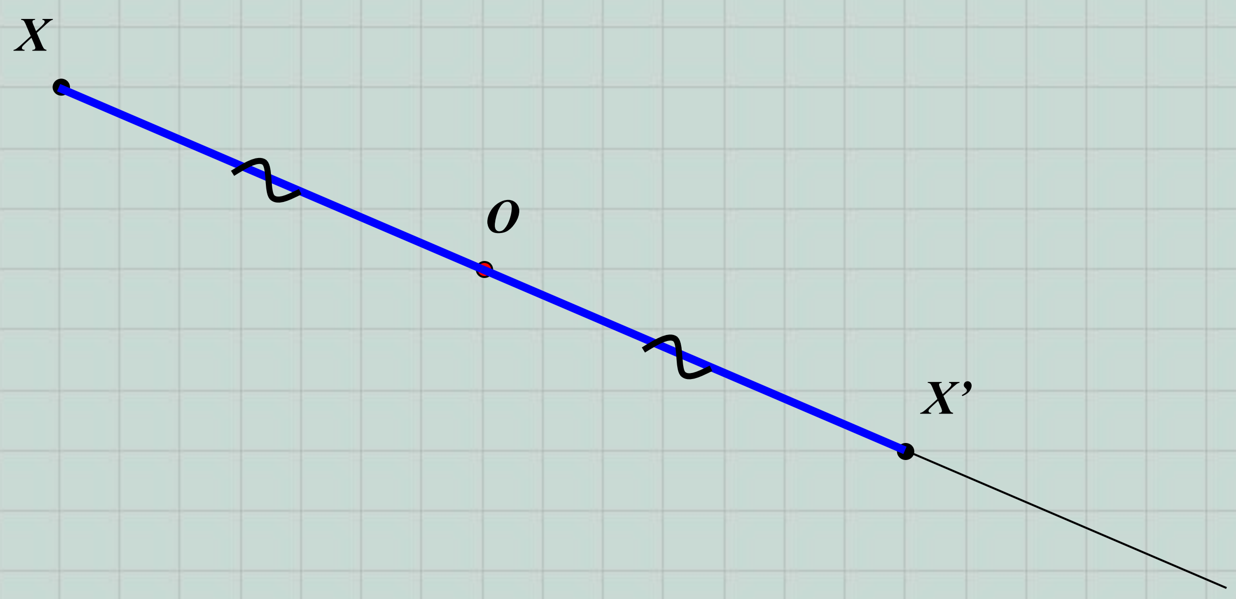


Рассмотрим виды движения подробнее.

Центральная симметрия(симметрия относительно точки).

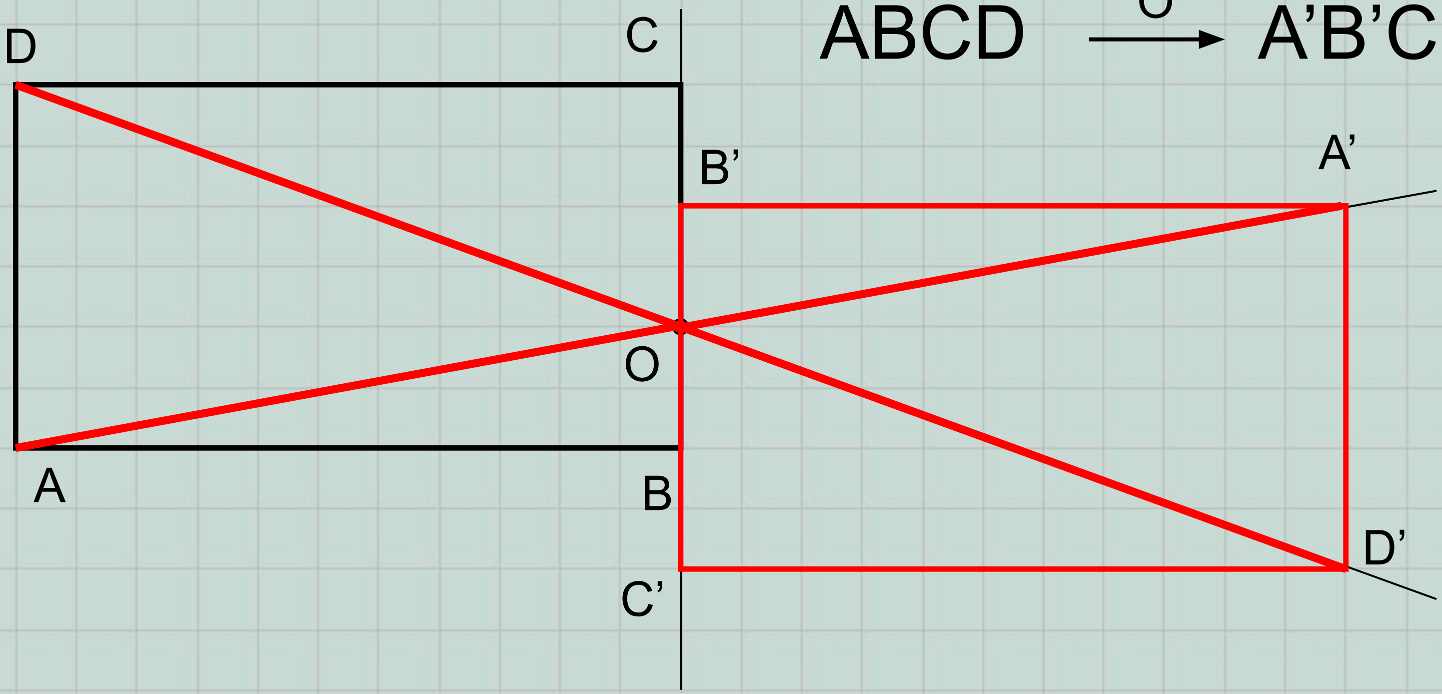
Две точки *X* и *X'* являются симметричными относительно точки *O*, если:

1) $O \in XX'$ (т.е. все три точки принадлежат одной прямой);
2) $OX = OX'$.

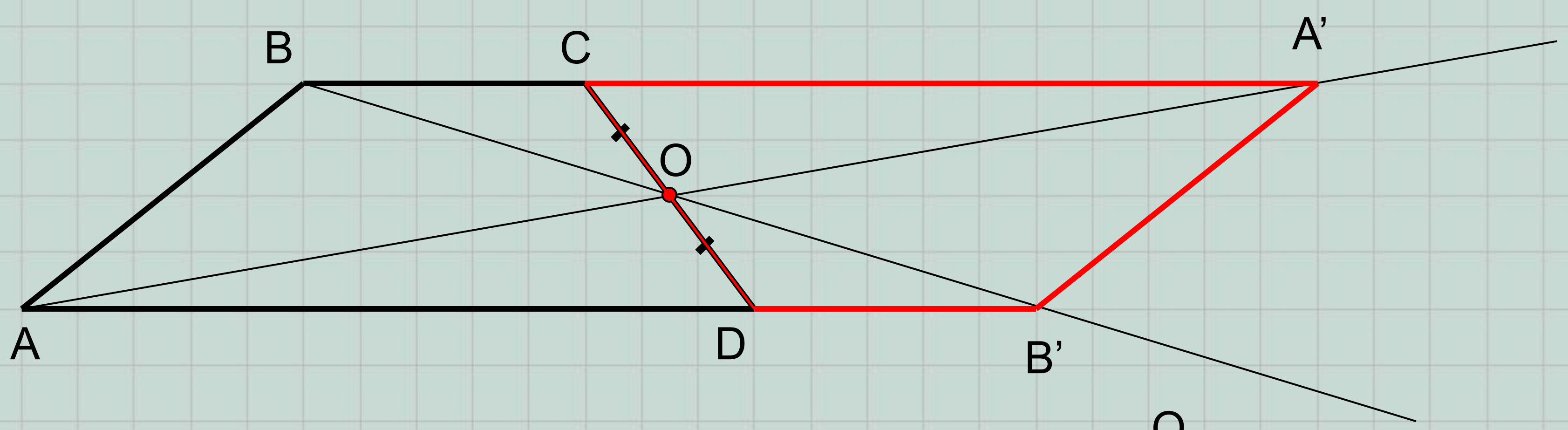


Точка О является **центром симметрии**.

Центральная симметрия

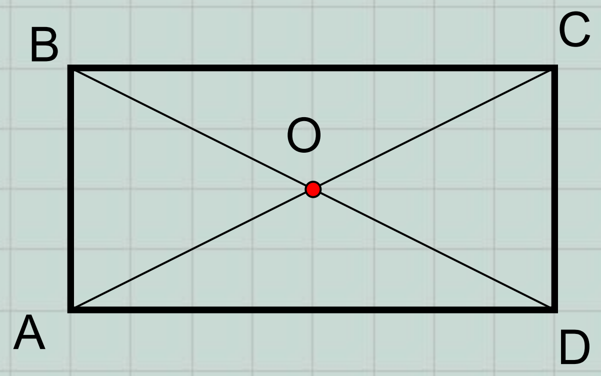


$ABCD \xrightarrow{O} A'B'C'D'$



$ABCD \xrightarrow{O} A'B'DC$

Если при центральной симметрии фигура отображается сама в себя, то она является **центрально-симметричной** фигурой.



$$ABCD \xrightarrow{O} CDAB$$

Задание. Приведите еще примеры центрально-симметричных фигур. Назовите их центр симметрии. Существует ли геометрическая фигура, имеющая не один центр симметрии?

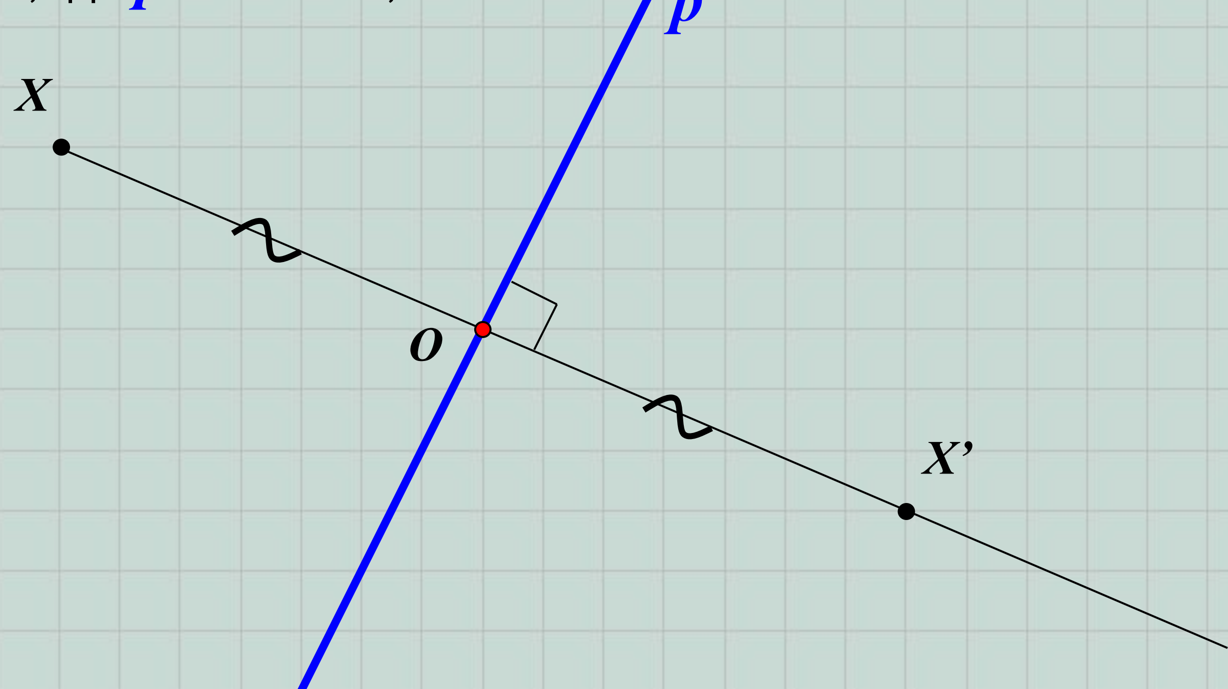
Ответ(примерный): точка(сама точка), отрезок(середина отрезка), любой правильный многоугольник с четным числом сторон(середина бóльшей диагонали), ромб(пересечение диагоналей), окружность(её центр), круг… Да, прямая.

Осевая симметрия(симметрия относительно прямой).

Две точки *X* и *X’* являются симметричными относительно прямой ***p***, если:

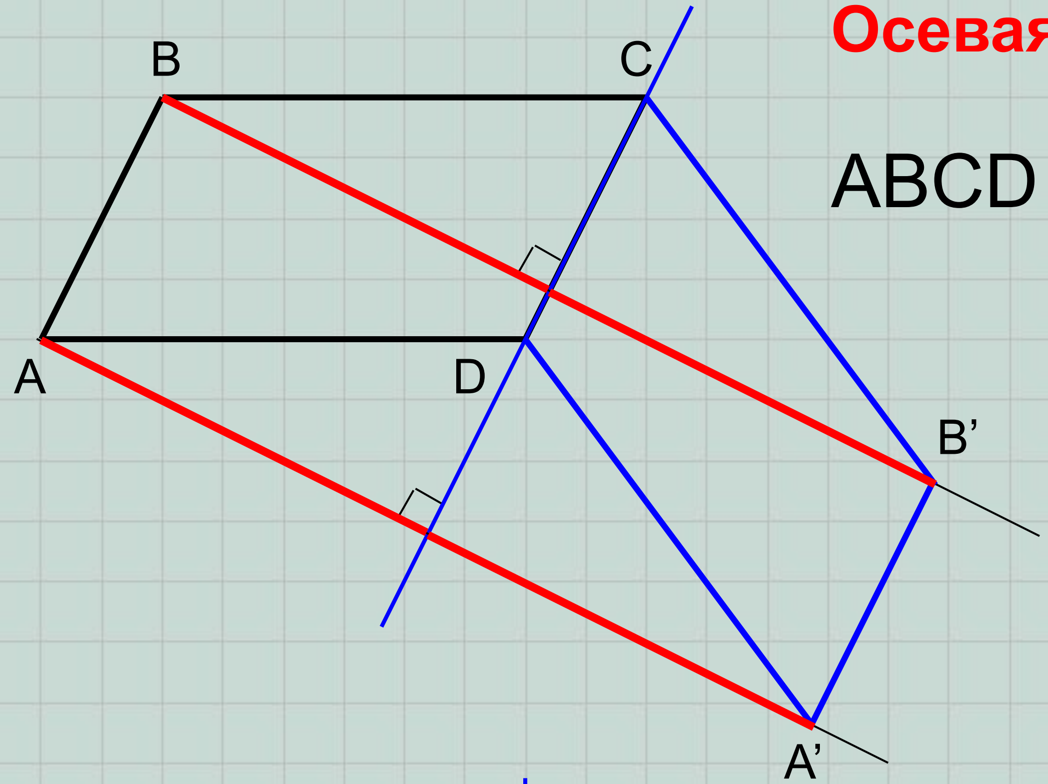
1) ***p*** $\perp$ ***XX’*** ;

2) ***OX***=***OX’***, где ***p*** □ ***XX’*** =***O***;

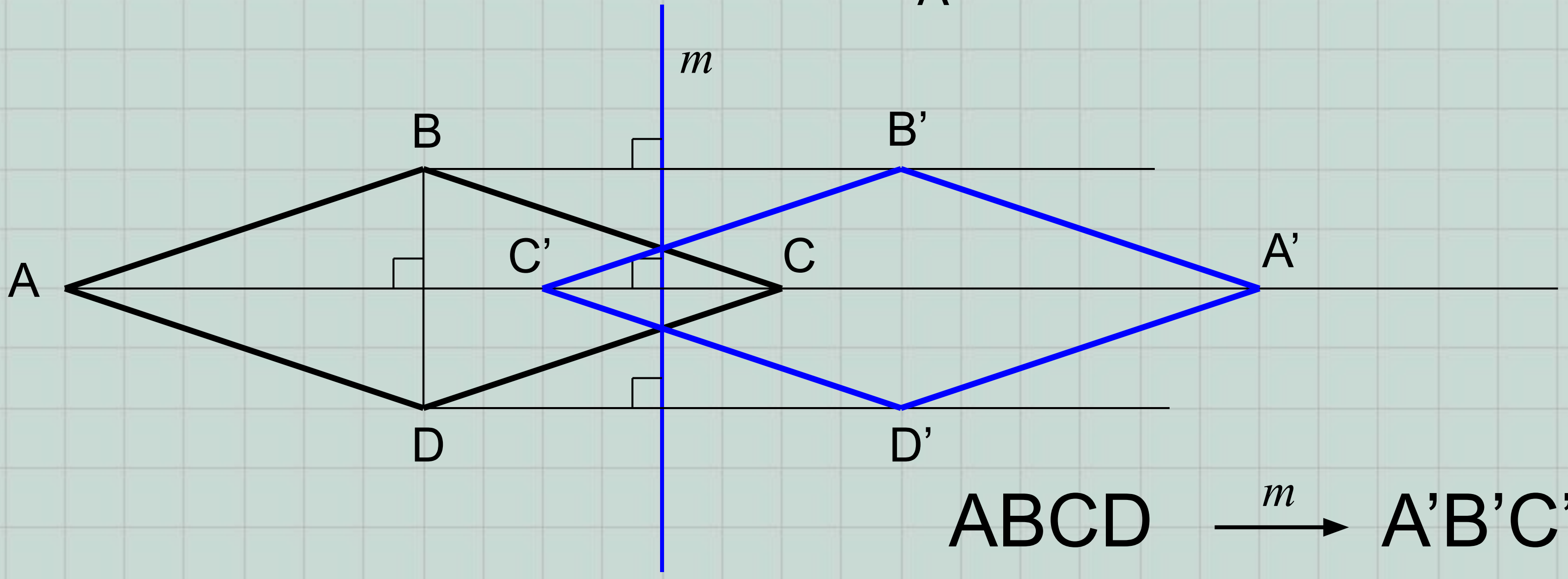


Прямая ***p*** является **осью симметрии**.

Осевая симметрия

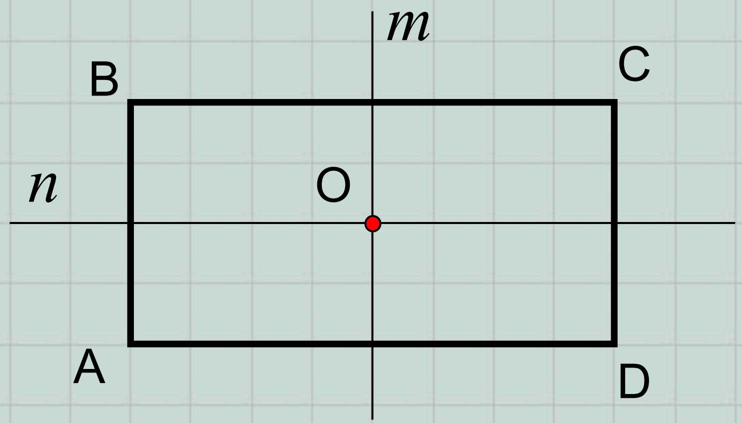


$ABCD \xrightarrow{CD} A'B'CD$



$ABCD \xrightarrow{m} A'B'C'D'$

Если при симметрии относительно прямой фигура отображается сама в себя, то она имеет ось симметрии.



$$ABCD \xrightarrow{m} DCBA$$

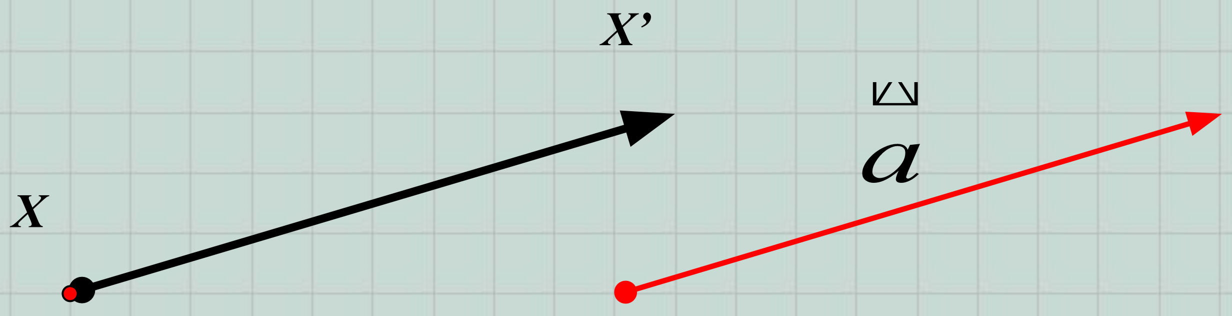
$$ABCD \xrightarrow{n} BADC$$

Задание. Приведите еще примеры фигур, имеющих ось симметрии. Назовите их ось симметрии. Существует ли геометрическая фигура, имеющая не одну ось симметрии?

Ответ(примерный): точка(любая прямая, проходящая через эту точку), отрезок (две оси), любой правильный многоугольник с нечетным числом сторон(сколько сторон – столько осей), ромб(две прямые, содержащие диагонали), окружность (любая прямая, приходящая через ее центр), круг…

Параллельный перенос

При этом преобразовании плоскости все точки фигуры перемещаются в одном направлении на одно и то же расстояние. Естественно задавать его с помощью *вектора*.

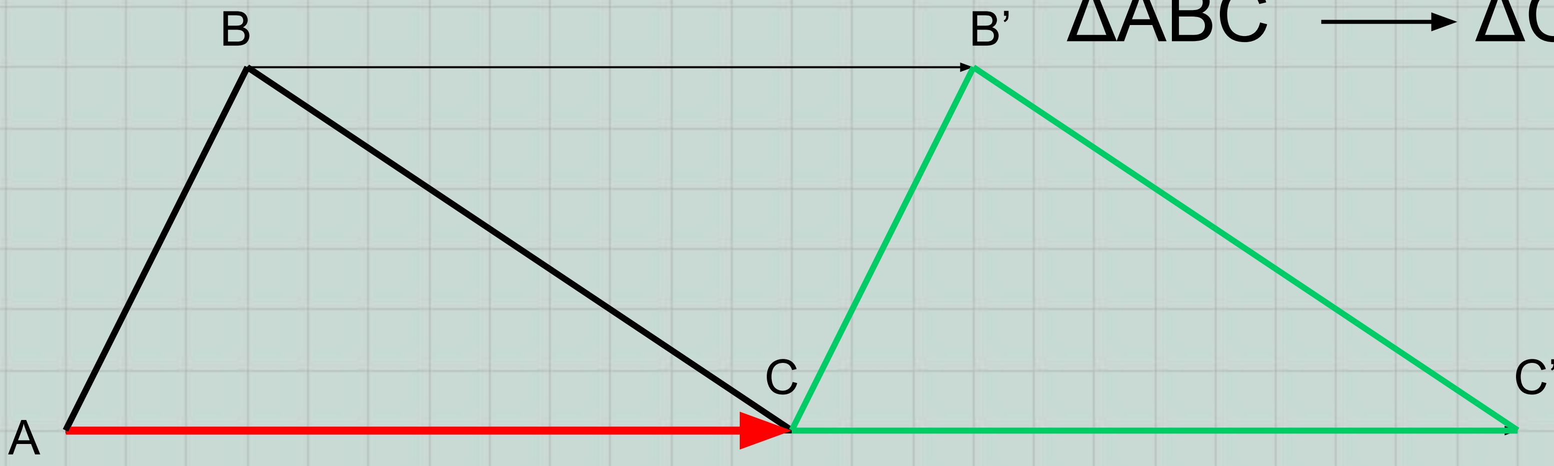


Точка X' является образом точки X при параллельном переносе на $\vec{a}$, если:

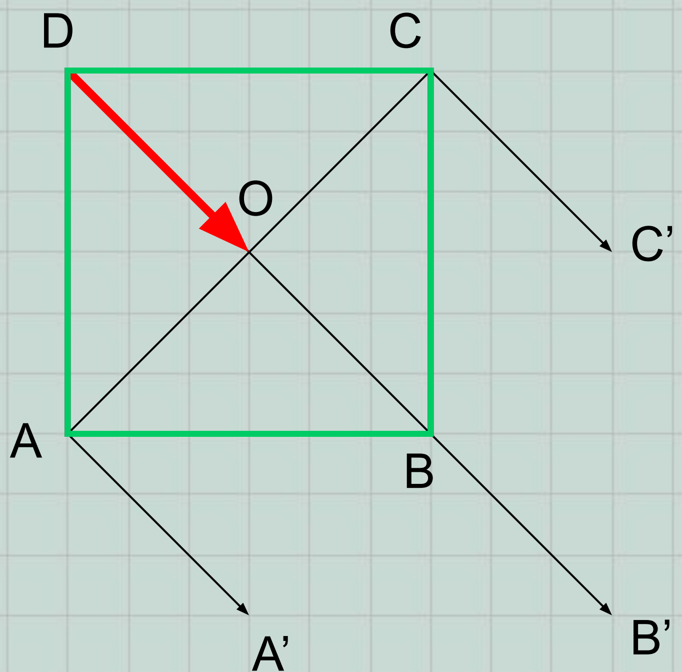
$$\overrightarrow{XX'} = \vec{a}$$

Очевидно, что фигура отобразится сама в себя при параллельном переносе на $\vec{O}$ (нулевой вектор).

Параллельный перенос



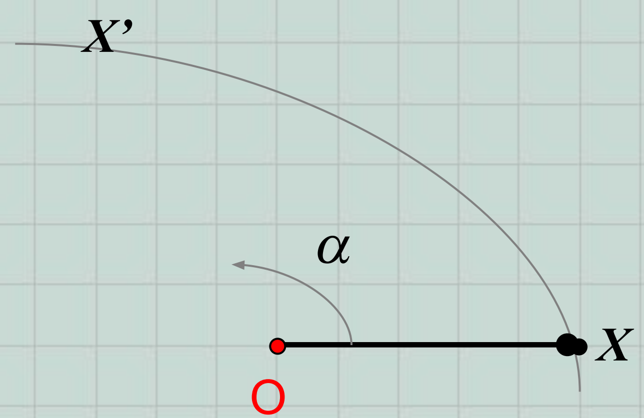
$$\Delta ABC \xrightarrow{\overrightarrow{AC}} \Delta CB'C'$$



$$ABCD \xrightarrow{\overrightarrow{DO}} A'B'C'O$$

Поворот

Чтобы выполнить поворот фигуры необходимо задать: 1) **центр поворота**, 2) **направление поворота** и 3) **величину угла поворота**. Второе и третье условия можно объединить, оговорив, что отрицательные углы откладываются в направлении «по часовой стрелке», а положительные – против.



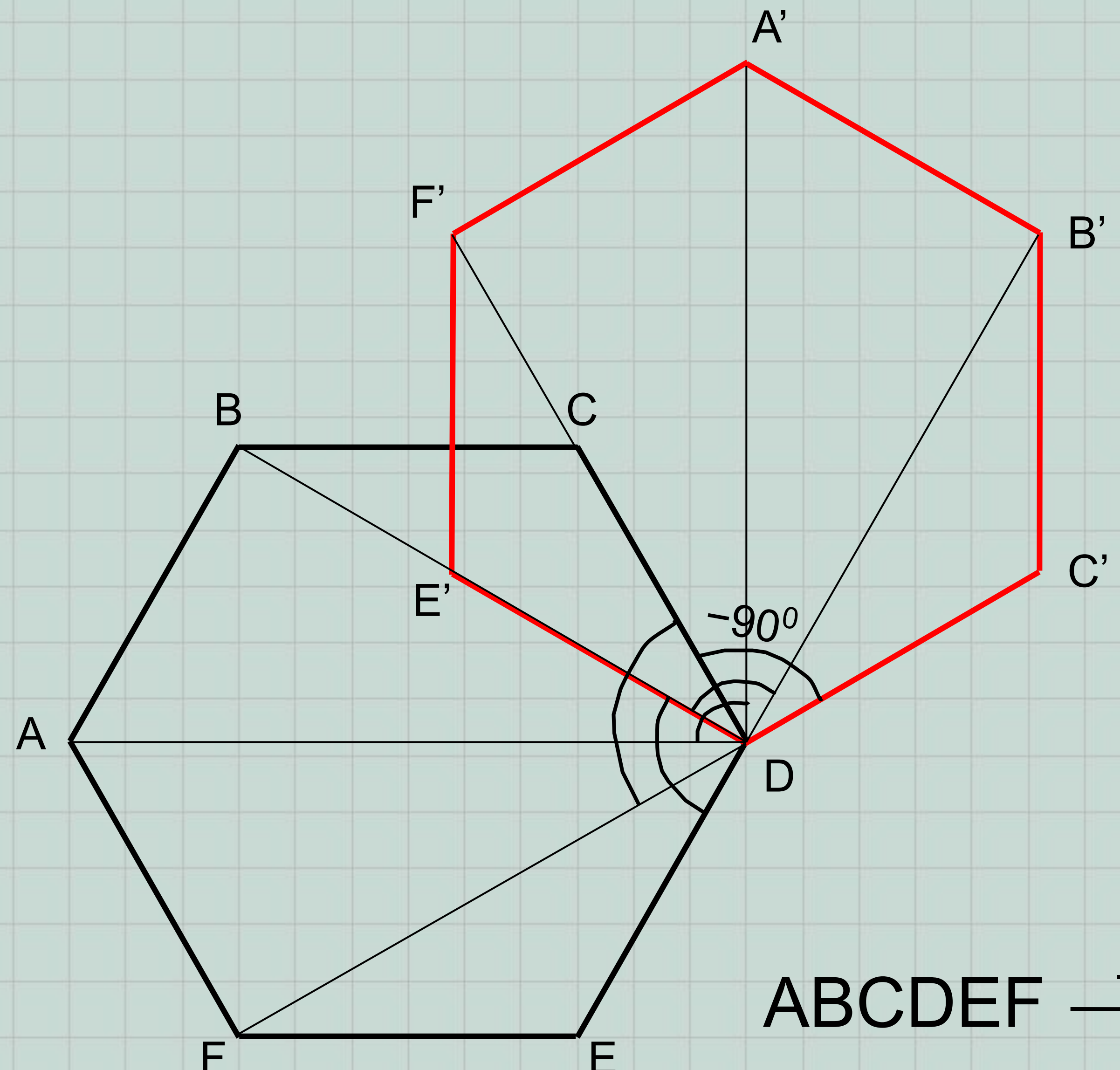
O – центр поворота

Точка ***X'*** является образом точки ***X*** при повороте около точки **O** на угол α, если:

1) $XO=X'O$;

2) $\angle XOX'=\alpha$.

Пример поворота правильного шестиугольника ABCDEF вокруг точки D на прямой угол по часовой стрелке.



$$ABCDEF \xrightarrow[D]{-90^0} A'B'C'DE'F'$$