

Прототипы В12 (Задачи на проценты)

МОУ г. Мурманска, гимназия № 3
Шахова Татьяна Александровна



Задачи на проценты.

Что нужно знать?

1. Выражение $\frac{a}{b} \cdot 100$ показывает, сколько процентов число a составляет от числа b .
2. Выражение $\frac{a - b}{b} \cdot 100$ показывает, на сколько процентов число a больше числа b .
3. Выражение $\frac{a - b}{a} \cdot 100$ показывает, на сколько процентов число b меньше числа a .
4. Чтобы найти процент от числа нужно это число умножить на количество процентов, умноженное на 0,01.
5. Чтобы найти число по его процентам нужно это число разделить на количество процентов, умноженное на 0,01.



Составь выражение.



Чашка стоит x рублей, блюдце на y % дешевле.
На сколько процентов чашка дороже блюдца?

1) На сколько рублей блюдце дешевле чашки?

Найдем процент от числа (четвертое правило):

$$\tilde{d} \cdot 0,01y$$

2) Сколько рублей стоит блюдце?

$$\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01y$$

3) На сколько процентов чашка дороже блюдца?

Используем второе правило: $\frac{a - b}{b} \cdot 100$

$$\frac{\tilde{d} - (\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01y)}{\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01y} \cdot 100$$

$$= \frac{\tilde{d} \cdot 0,01y}{\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01y} \cdot 100$$



Составь выражение.



Чашка стоит x рублей, блюдце на y % дешевле.
На сколько процентов блюдце дешевле чайной пары?

1) На сколько рублей блюдце дешевле чашки?

Найдем процент от числа (четвертое правило):

$$x \cdot 0,01y$$

2) Сколько рублей стоит блюдце?

$$x - x \cdot 0,01y$$

3) Сколько стоит чайная пара?

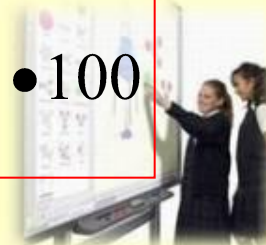
$$x + x - x \cdot 0,01y = 2x - x \cdot 0,01y$$

4) На сколько процентов блюдце дешевле чайной пары?

Используем третье правило:

$$\frac{a - b}{a} \cdot 100$$

$$\frac{(2x - x \cdot 0,01y, - (x - x \cdot 0,01y), \cdot 100}{2x - x \cdot 0,01y} = \frac{x}{2x - x \cdot 0,01y} \cdot 100$$



Составь выражение.



Чашка стоит x рублей, блюдце на y % дешевле. Сколько процентов чашка составляет от стоимости чайной пары?

Используем то, что уже известно:

1) На сколько рублей блюдце дешевле чашки?

$$\tilde{d} \cdot 0,01$$

2) Сколько рублей стоит блюдце?

$$\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01$$

3) Сколько стоит чайная пара?

$$\tilde{d} + \tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01 = 2\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01$$

4) Сколько процентов чашка составляет от стоимости чайной пары?

Используем первое правило:

$$\frac{a}{b} \cdot 100$$

$$\frac{\tilde{d}}{2\tilde{d} - \tilde{d} \cdot 0,01} \cdot 100$$



Задачи на проценты.

Практические советы.

1. Очень тщательно изучи, **от чего** нужно считать проценты. Если об этом не сказано прямо, то обязательно подразумевается.
2. Закончив решать задачу, прочти её ещё раз. Вполне возможно, ты нашел промежуточный ответ, а не окончательный.

Внимательно читай задачу.



(№ 99565)

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Очевидно, что в задаче используется лишь 4-е правило. Внимательно, прочитывая условие решаем по действиям:

1) $40000 \cdot 0,08 = 3200$ (*жит.*) - выросло в 2009-м г.

2) $40000 + 3200 = \underline{43200}$ (*жит.*) - стало в 2009-м г.

3) $43200 \cdot 0,09 = 3888$ (*жит.*) - выросло в 2010-м г.

4) $43200 + 3888 = 47088$ (*жит.*) - стало в 2010-м г.

Ответ:

4	7	0	8	8
---	---	---	---	---



(№ 99566)

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решим задачу уравнением:

Пусть x руб. стоили акции в понедельник; на y % они дорожали и дешевели.

Используя 4-е правило переведем условие задачи на математический язык:

Пн: подорожали на $0,01yx$ руб. и стали стоить $(x+0,01yx)$ руб.

Вт: подешевели на $0,01y(x+0,01yx)$ руб.

и стали стоить $(x+0,01yx)-0,01y(x+0,01yx)= (x-0,0001y^2x)$ руб.

Используя 3-е правило составим уравнение:

$$\frac{x - (x - 0,0001y^2x)}{x} \cdot 100 = 4 \quad y = \pm 20$$

Ответ:

2	0
---	---



(№ 99567)

Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Пусть x руб. стоит рубашка; y руб. стоит куртка.

Используем 3-е правило: $\frac{y - 4x}{y} \cdot 100 = 8$

Нужно ответить на вопрос: $\frac{5x - y}{y} \cdot 100 = ?$

Из первого уравнения выразим либо x , либо y и подставим во второе выражение:

$$y = \frac{100x}{23} \quad \left(\frac{5x \cdot 23}{100x} - 1 \right) \cdot 100 = \frac{3}{20} \cdot 100 = 15$$

Ответ:

1	5
---	---



(№ 99568)

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий

доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Пусть p руб. – доход мужа; m руб. – доход жены; d руб. – доход дочери,
Тогда общий доход – $(p+m+d)$ руб.

Внимательно читаем первое условие, используя 3-е правило, переводим его на математический язык:

$$\frac{(2p + m + d) - (p + m + d)}{p + m + d} \cdot 100 = \frac{p}{p + m + d} \cdot 100 = 67$$

Внимательно читаем второе условие, используя 3-е правило, переводим его на математический язык:

$$\frac{(p + m + d) - (p + m + \frac{1}{3}d)}{p + m + d} \cdot 100 = \frac{\frac{2}{3}d}{p + m + d} \cdot 100 = 4$$



(№ 99568)

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

$$\frac{p}{p+m+d} \cdot 100 = 67$$

$$\frac{\frac{2}{3}d}{p+m+d} \cdot 100 = 4$$

Таким образом имеем два уравнения. Разделим второе на $\frac{2}{3}$ и сложим с первым:

$$\frac{p}{p+m+d} \cdot 100 = 67$$

$$+ \frac{d}{p+m+d} \cdot 100 = 6$$

Смотри 1-е правило и переведи с математического языка на обычный:

73% составляет доход мужа и дочери от дохода семьи.

$$\frac{p+d}{p+m+d} \cdot 100 = 73$$

Мама остается.... $100\% - 73\% = 27\%$

Ответ:

2	7
---	---



(№ 99570) Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

В задаче достаточно данных, чтобы решить ее по действиям:

1) $0,12 = 12\%$ (от уст. капитала) внес Гоша.

2) Используя первое правило узнаем сколько % внес Антон:

$$\frac{42000}{200000} \cdot 100 = 21\% \text{ (уставного капитала) внес Антон.}$$

3) $100 - (12 + 14 + 21) = 53\%$ (уставного капитала) внес Борис.

4) Значит Борис должен получить 53% от прибыли.

Используем 4-е правило: $1000000 \cdot 0,53 = 530000$ (руб.)

Ответ:

5	3	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---



(№ 99574) Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%.
Сколько килограммов винограда требуется для
получения 20 килограммов изюма?

В 20 кг изюма содержится 5% воды. То есть: $0,05 \cdot 20 = 1(\text{кг})$

Тогда масса сухого вещества в изюме 19 кг.

Такое же количество сухого вещества должно быть и в винограде.

В винограде 19 кг сухого вещества, что составляет 10% от массы винограда.
Используем 5-е правило:

$$19 : 0,1 = 190(\text{кг})$$

Ответ:

1	9	0
---	---	---



Задачи на смеси и сплавы.



Задачи на проценты (смеси и сплавы).

Что нужно знать?

$$\text{Концентрация} = \frac{\text{к - во вещества}}{\text{к - во раствора}} \cdot 100$$



(№ 99571)

В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

$$\text{Концентрация} = \frac{\text{к - во вещества}}{\text{к - во раствора}} \cdot 100$$

1) Используя первое правило узнаем массу в-ва в первоначальном р-ре:

$$5 \cdot 0,12 = 0,6(\text{л})$$

2) Количество вещества не изменилась, а количество раствора увеличилось на 7 литров и стало = 12 (л).

3) Таким образом количество второго раствора =12 л, а вещество в нем составляет 0,6 л.

$$\frac{0,6}{12} \cdot 100 = 5\%$$

Ответ:

5



(№ 99572) Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

$$\hat{E}\hat{I}\hat{I}\hat{o}\hat{a}\hat{i}\hat{o}\hat{d}\hat{a}\hat{o} \quad \hat{e}\hat{y} = \frac{\hat{e} - \hat{a}\hat{i} \quad \hat{a}\hat{a}\hat{u}\hat{a}\hat{n}\hat{o}\hat{a}\hat{a}}{\hat{e} - \hat{a}\hat{i} \quad \hat{d}\hat{a}\hat{n}\hat{o}\hat{a}\hat{i}\hat{d}\hat{a}} \cdot 100$$

В некоторых задачах проще всего взять конкретные удобные данные.
 Например: количество первого раствора 100 г, вещества в нем соответственно 15 г; количество второго такое-же по условию задачи, а вещества в нем 19 г.
 Количество смеси 200 г, а вещества в нем 34 г.

$$\hat{E}\hat{I}\hat{I}\hat{o}\hat{a}\hat{i}\hat{o}\hat{d}\hat{a}\hat{o} \quad \hat{e}\hat{y} = \frac{34}{200} \cdot 100 = 17\%$$

Ответ:

1	7
---	---

Заметим, что при таком условии – ответом является среднее арифметическое концентраций исходных растворов



(№ 108697)

Смешали 3 литра 25-процентного водного раствора
некоторого вещества с 12 литрами 15-процентного водного
раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет
концентрация получившегося раствора?

$$\text{Концентрация} = \frac{\text{к-во вещества}}{\text{к-во раствора}} \cdot 100$$

Дано количество каждого вещества. Используя 4-е правило найдем количество вещества в каждом исходном растворе:

1) $3 \cdot 0,25 = 0,75$ (л) – в-ва в первом растворе.

2) $12 \cdot 0,15 = 0,8$ (л) – в-ва во втором растворе.

3) $0,75 + 0,8 = 1,55$ (л) –
в-ва в смеси.

4) $3 + 12 = 15$ (л) – всего смеси.

5) $\text{Концентрация} = \frac{1,55}{15} \cdot 100 = 62\%$

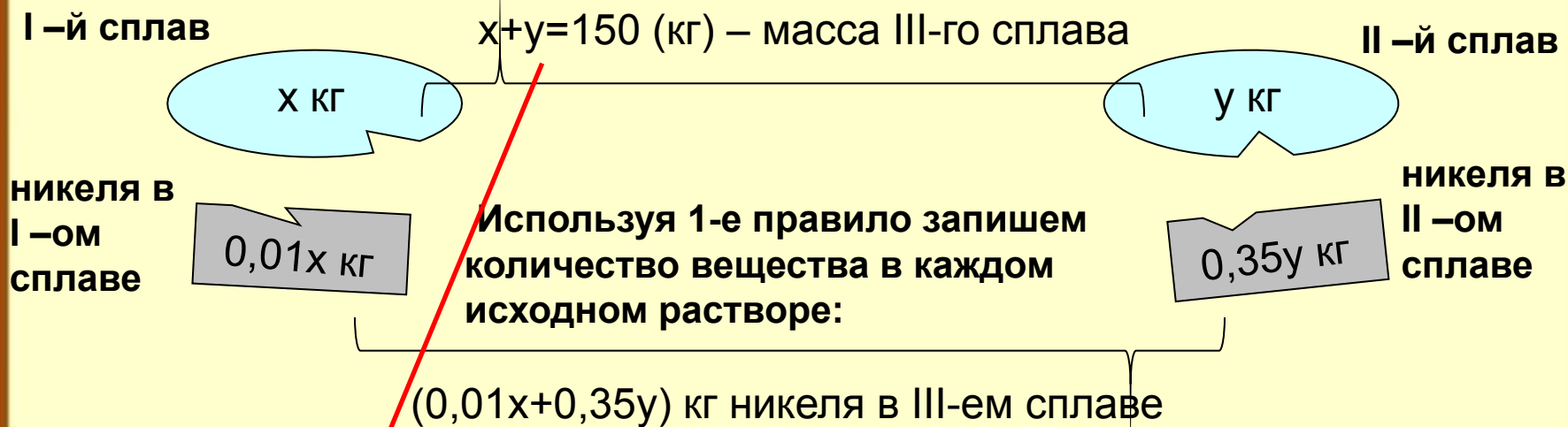
Ответ:

6	2
---	---



(№ 109111)

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?



$$\frac{0,01x + 0,35y}{x + y} \cdot 100 = \frac{0,1x + 0,35y}{x + y} \cdot 100 = 30$$

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ \frac{0,1x + 0,35y}{x + y} \cdot 100 = 30 \end{cases}$$

Ответ:

9	0
---	---



(№ 109159)

Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди.

Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди.

Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

I-й сплав $y - x = 9$ (кг) – масса II-го сплава больше массы первого II-й сплав

x кг y кг

меди в I-ом сплаве Используя 1-е правило запишем количество вещества в каждом исходном растворе: меди во II-ом сплаве

$0,05x$ кг $0,14y$ кг


$(0,05x + 0,14y)$ кг меди в III-ем сплаве

Концентрация = $\frac{\text{к-во вещества}}{\text{к-во раствора}} \cdot 100 = \frac{0,05x + 0,14y}{x + y} \cdot 100 = 11$

$y - x = 9$
 $\frac{0,05x + 0,14y}{x + y} \cdot 100 = 11$

Ответ:

2	7
---	---



(№ 109211)

Смешав 6-процентный и 74-процентный растворы кислоты и добавив ~~10 кг чистой воды, получили 19-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 24-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6-процентного раствора использовали для получения смеси?~~

x кг – 6-процентного р-ра
y кг – 74-процентного р-ра
10 кг – чистой воды

(x+y+10) кг - к-во I-ой смеси

I-я смесь

Сколько кислоты?

К-во к-ты в I-ой смеси - (0,06x+0,74y) кг

0,06x кг – к-ты в 6-процентном р-ре
0,74y кг – к-ты в 74-процентном р-ре
0 кг – к-ты в чистой воде

$$\text{Процент} = \frac{\text{к-во к-ты}}{\text{к-во смеси}} \cdot 100 =$$

$$= \frac{0,06x + 0,74y}{x + y + 10} \cdot 100 = 19\%$$



(№ 109211)

Смешав 6-процентный и 74-процентный растворы кислоты и добавив ~~10 кг чистой воды~~, получили ~~19-процентный~~ раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы ~~24-процентный~~ раствор кислоты. Сколько килограммов ~~6-процентного~~ раствора использовали для получения смеси?

x кг – 6-процентного р-ра	}	(x+y+10) кг - к-во II-ой смеси
y кг – 74-процентного р-ра		
10 кг – 50-процентного р-ра		

II-я смесь

Сколько кислоты?

К-во к-ты во II-ой смеси - (0,06x+0,74y+5) кг

}	0,06x кг – к-ты в 6-процентном р-ре
	0,74y кг – к-ты в 74-процентном р-ре
	5 кг – к-ты в 50-процентном р-ре

$$\begin{aligned} \text{Процент} &= \frac{\text{к-во к-ты}}{\text{масса смеси}} \cdot 100 = \\ &= \frac{0,06\tilde{d} + 0,74\acute{o} + 5}{\tilde{d} + \acute{o} + 10} \cdot 100 = 24\% \end{aligned}$$



(№ 109211)

Смешав 6-процентный и 74-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 19-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 24-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решим полученную систему и ответим на вопрос задачи

$$\frac{0,06\tilde{d} + 0,74\acute{o}}{\tilde{d} + \acute{o} + 10} \cdot 100 = 19$$

$$\frac{0,06\tilde{d} + 0,74\acute{o} + 5}{\tilde{d} + \acute{o} + 10} \cdot 100 = 24$$

Ответ:

7	0
---	---

