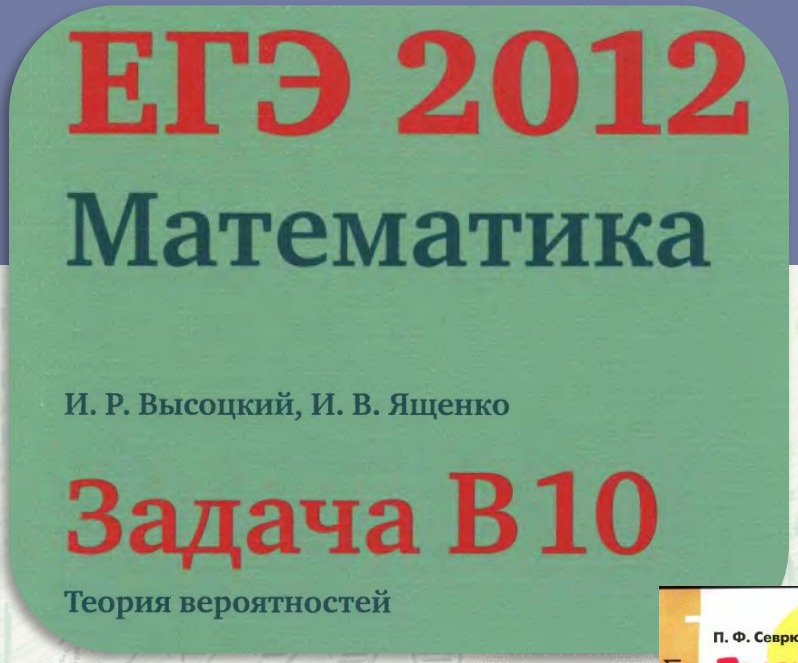
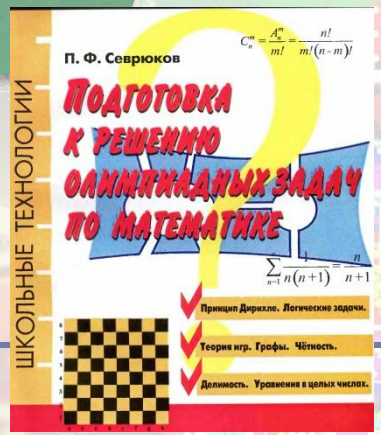
Решение задач из книги



•и ряд примеров из



Уманец П.А
МОУ СОШ № 5.

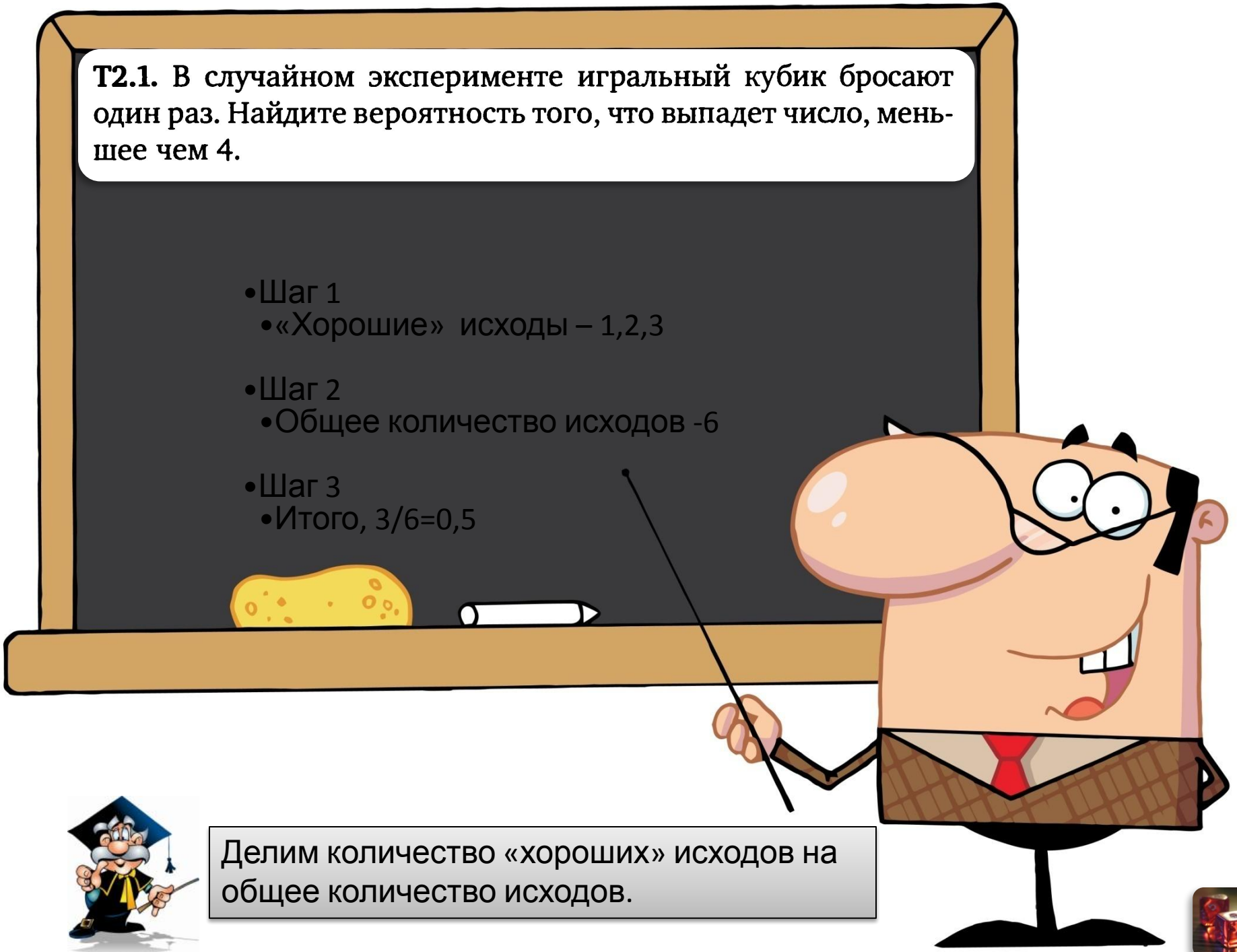
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
Кубики
Разное
Монеты
Это надо знать…
Вася!

- Шаг 1
  - При бросании кубика количество «исходов» - 6
- Шаг 2
  - При бросании двух кубиков количество «исходов» - 6*6=36
- Шаг 3
  - Ниже приведена таблица исходов для двух кубиков

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.1. В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее чем 4.

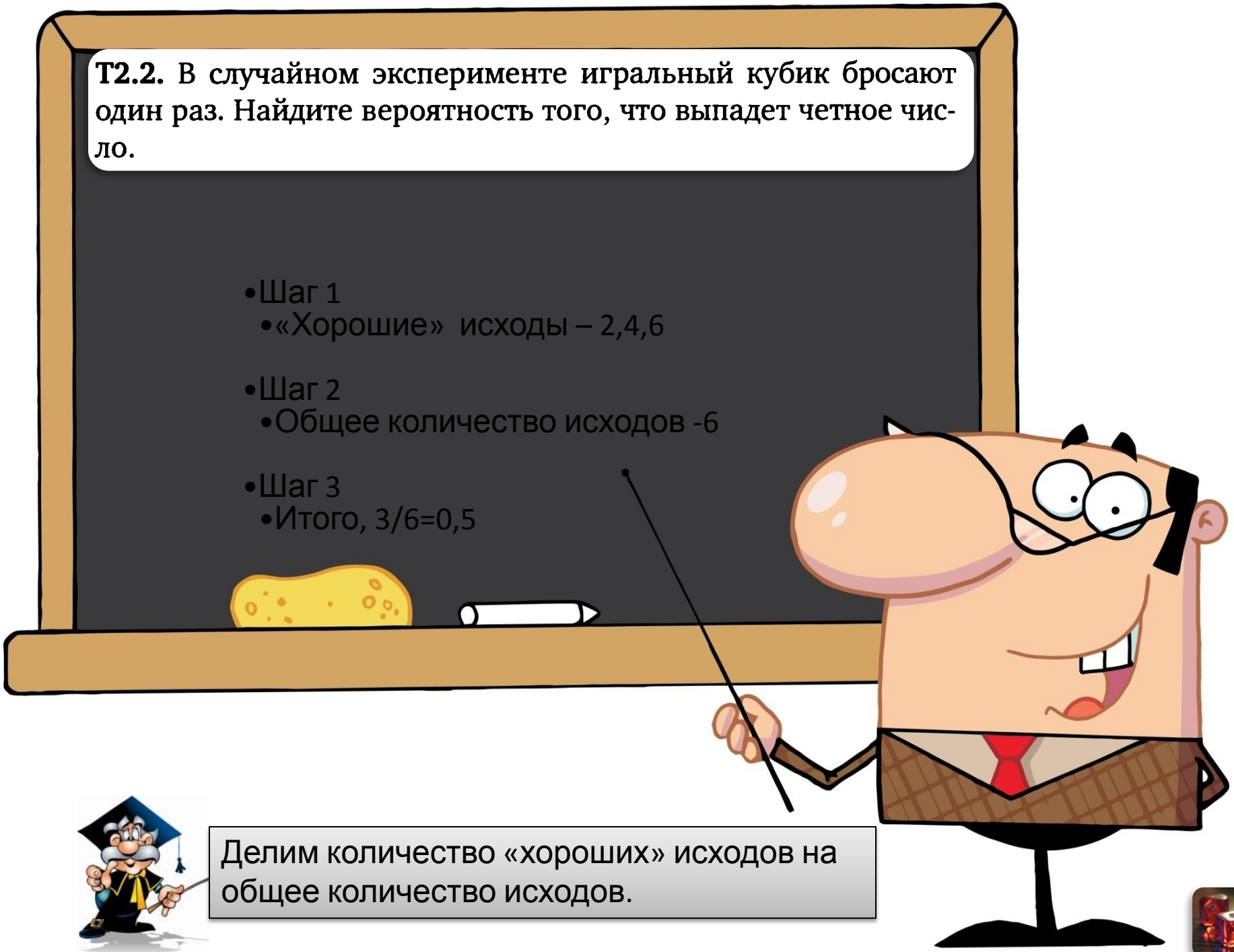
- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – 1,2,3
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -6
- Шаг 3
  - Итого, 3/6=0,5



Делим количество «хороших» исходов на общее количество исходов.

Т2.2. В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет четное число.

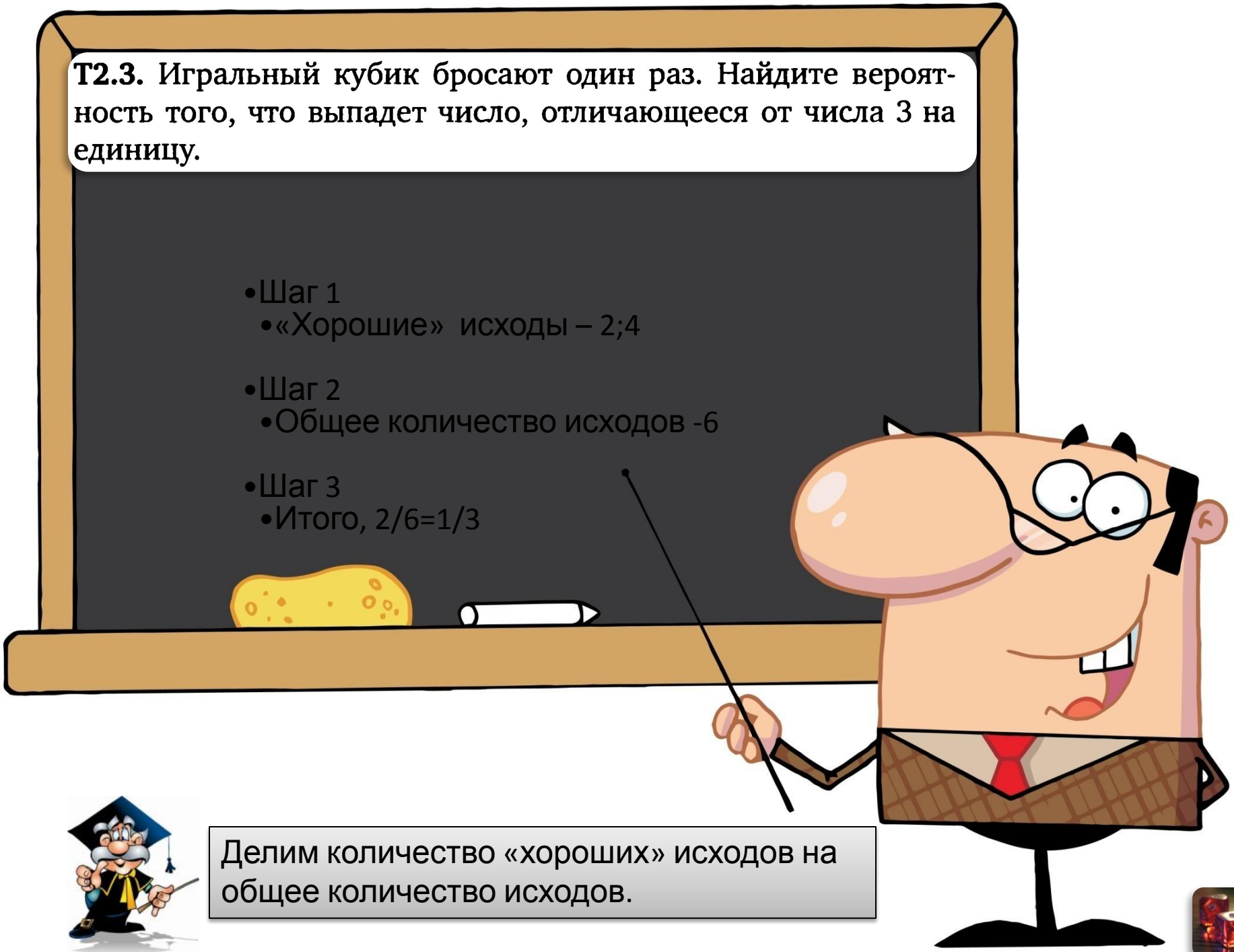
- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – 2,4,6
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -6
- Шаг 3
  - Итого, 3/6=0,5



Делим количество «хороших» исходов на общее количество исходов.

Т2.3. Игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, отличающееся от числа 3 на единицу.

- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – 2;4
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -6
- Шаг 3
  - Итого, 2/6=1/3



Делим количество «хороших» исходов на общее количество исходов.

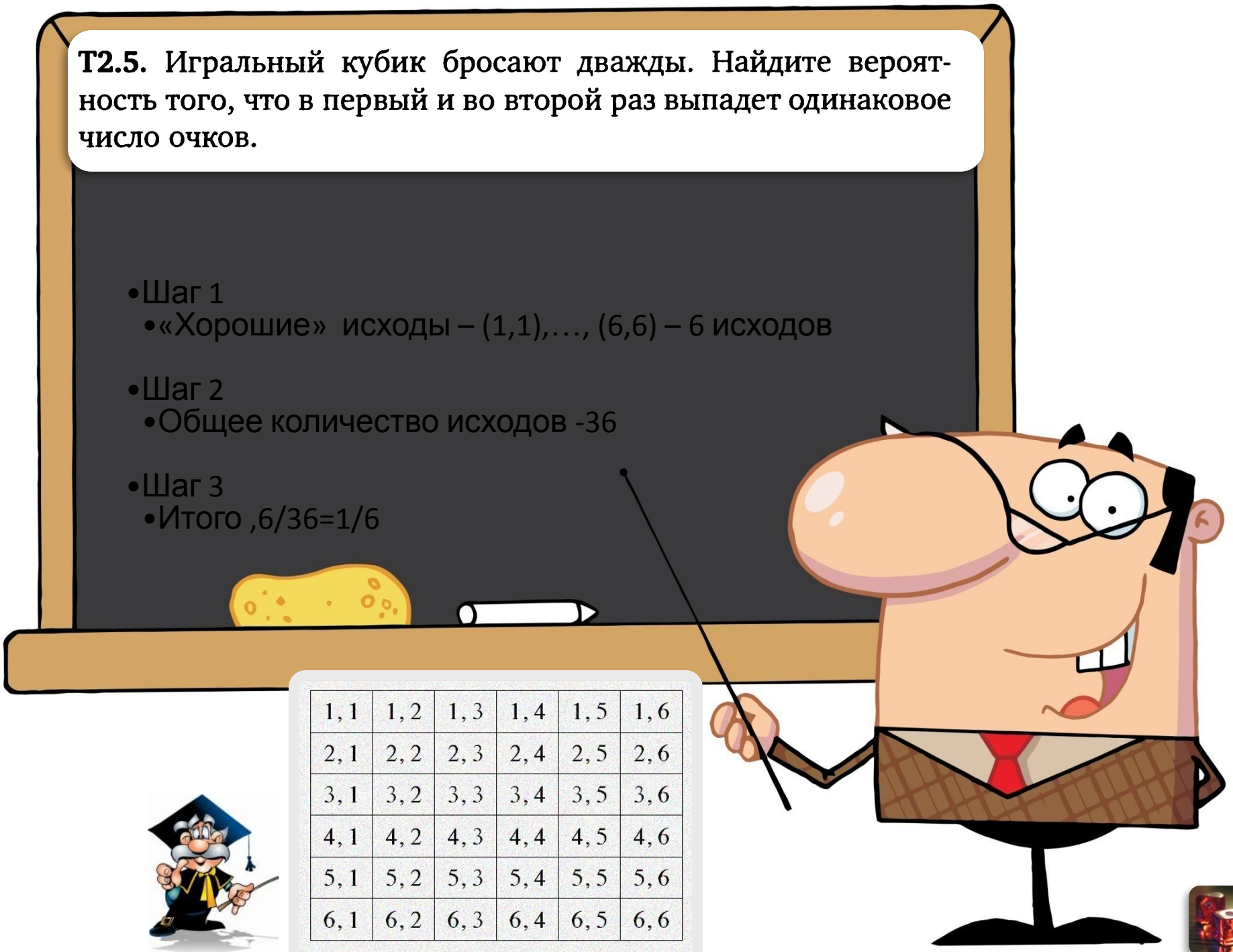
Т2.4. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что первый раз выпадет число 6.

- Шаг 1
  - «Хороший» исход – (нас интересует только первый кубик) – 6 (1 исход)
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -6
- Шаг 3
  - Итого, 1/6

Делим количество «хороших» исходов на общее количество исходов.

Т2.5. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что в первый и во второй раз выпадет одинаковое число очков.

- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – (1,1),…, (6,6) – 6 исходов
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого ,6/36=1/6

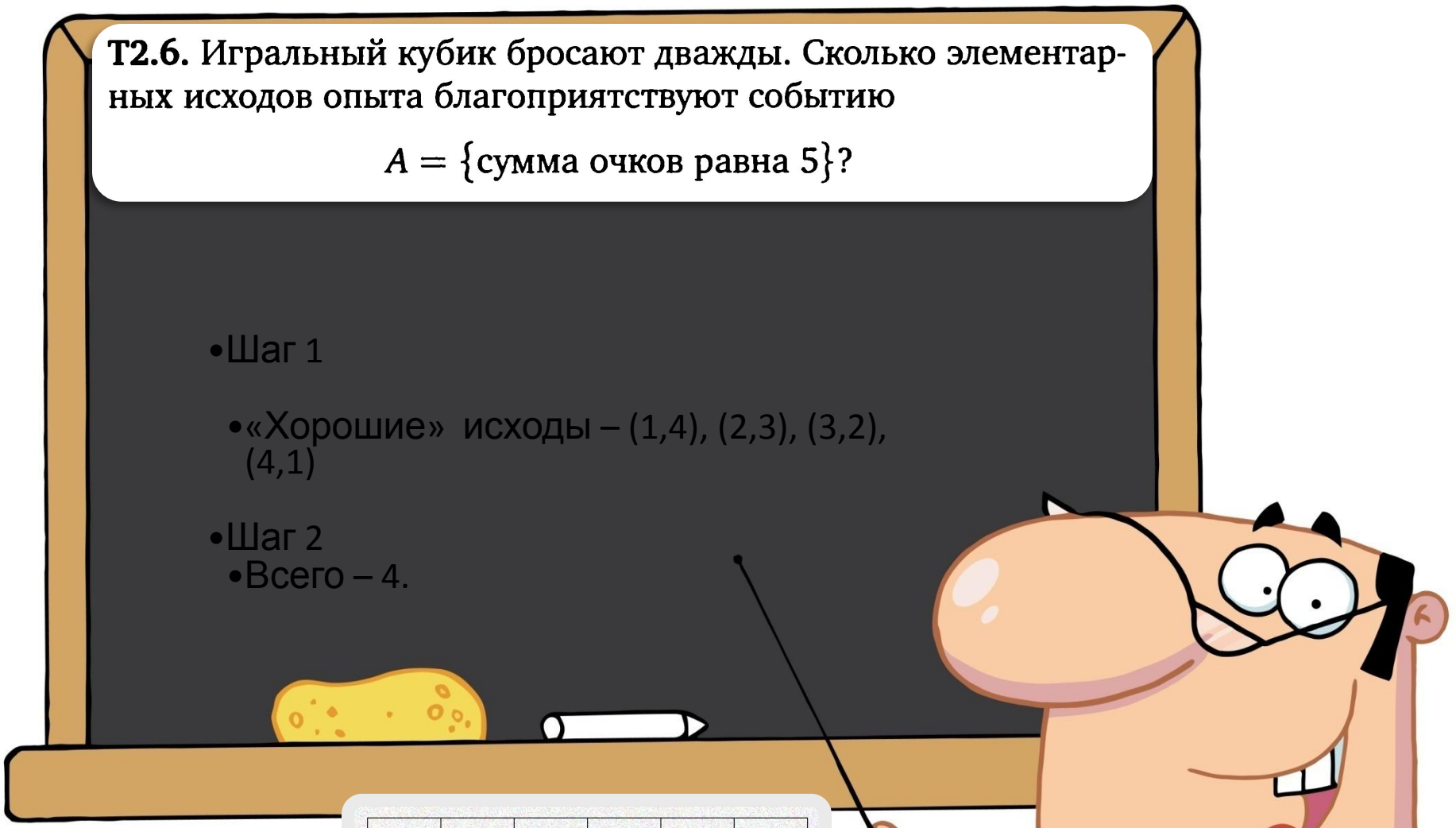


1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.6. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию

$$A = \{\text{сумма очков равна } 5\}?$$

- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – (1,4), (2,3), (3,2), (4,1)
- Шаг 2
  - Всего – 4.



1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.7. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность события

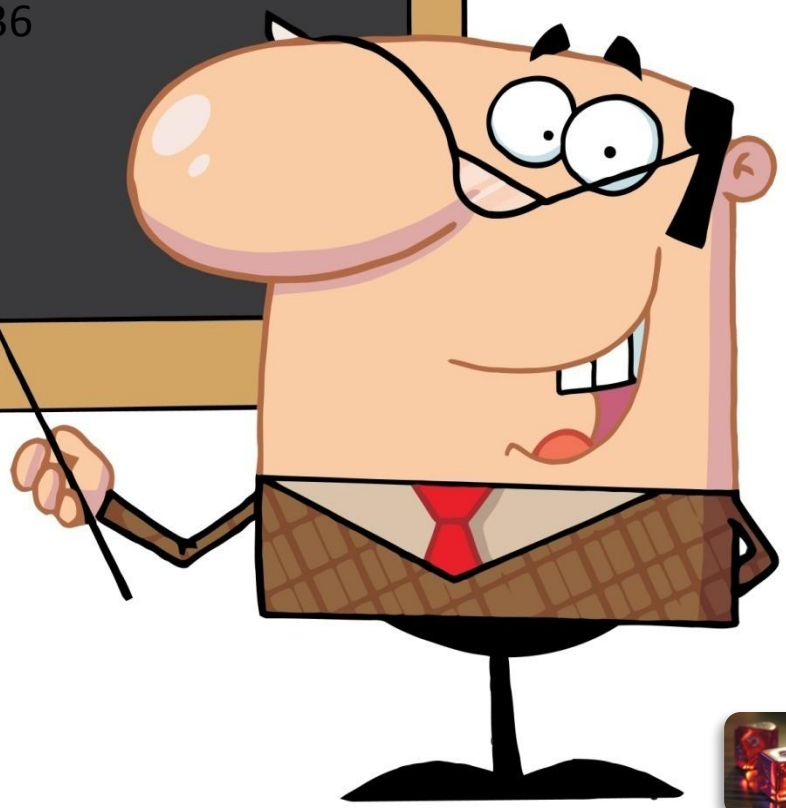
$$B = \{\text{сумма очков равна } 6\}.$$

- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – 5 (5-я «диагональ»)
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого, 5/36

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.8. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков четна.

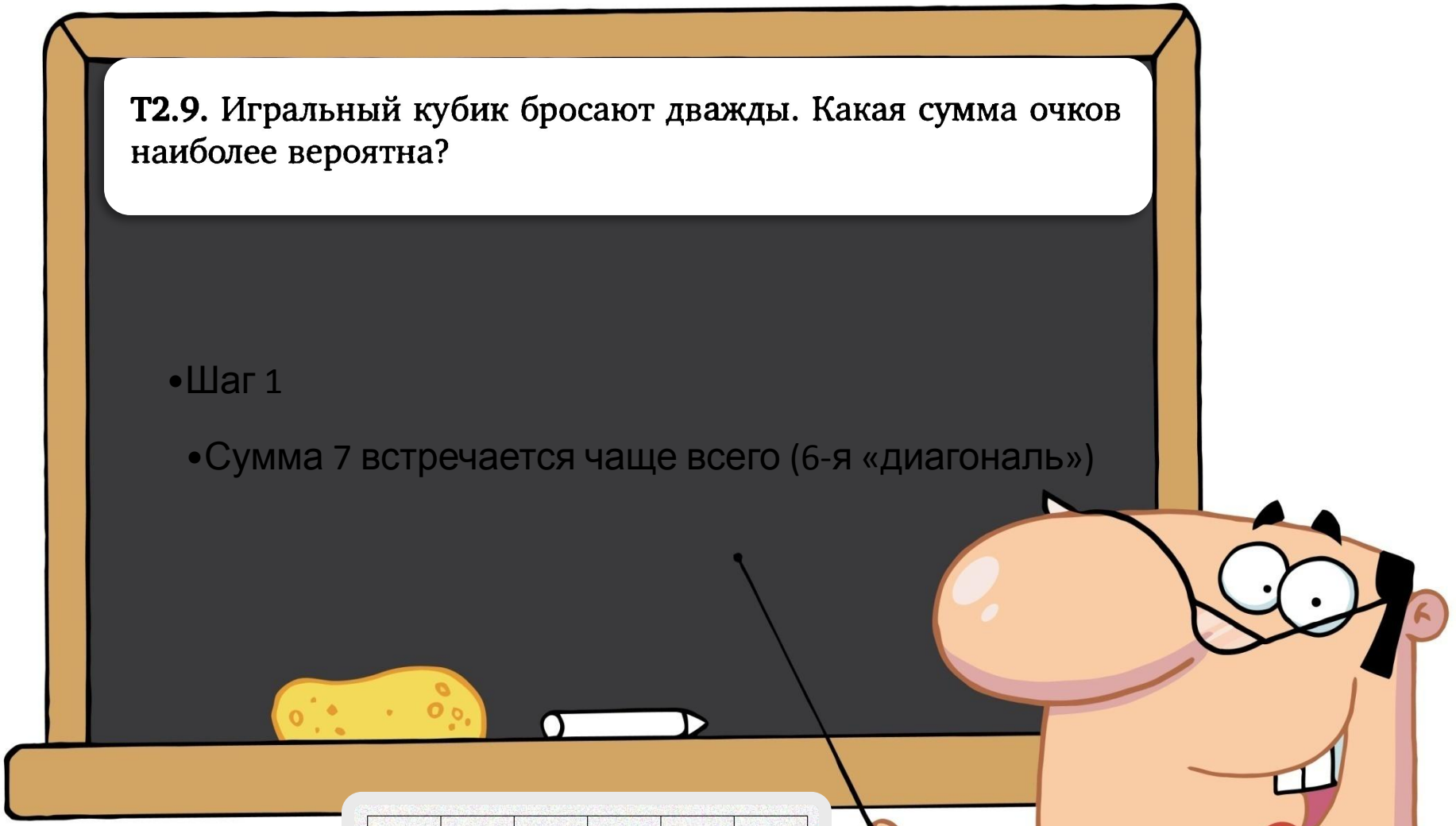
- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – 18
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого, 18/36=0,5



1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.9. Игральный кубик бросают дважды. Какая сумма очков наиболее вероятна?

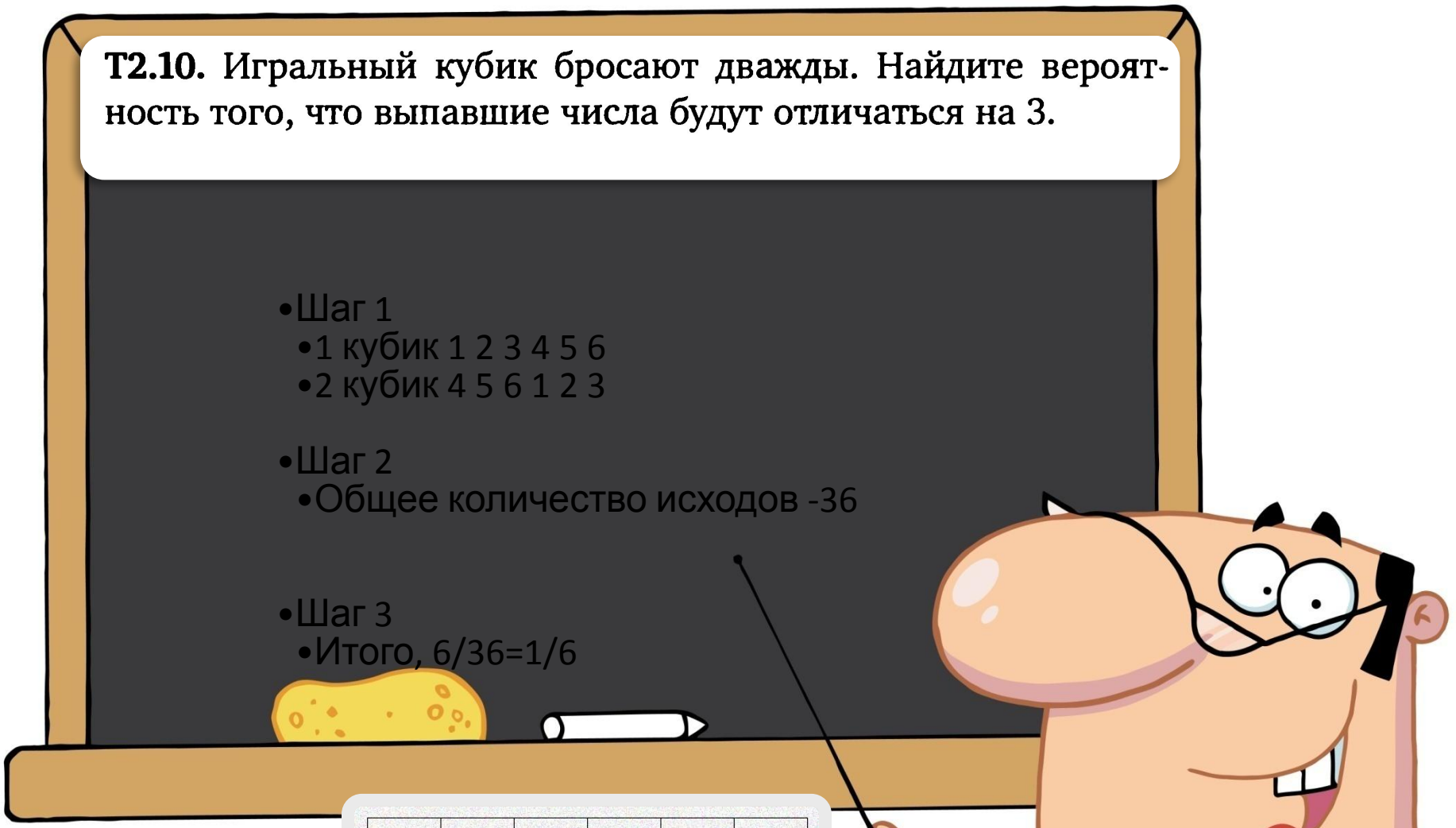
- Шаг 1
- Сумма 7 встречается чаще всего (6-я «диагональ»)



1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.10. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпавшие числа будут отличаться на 3.

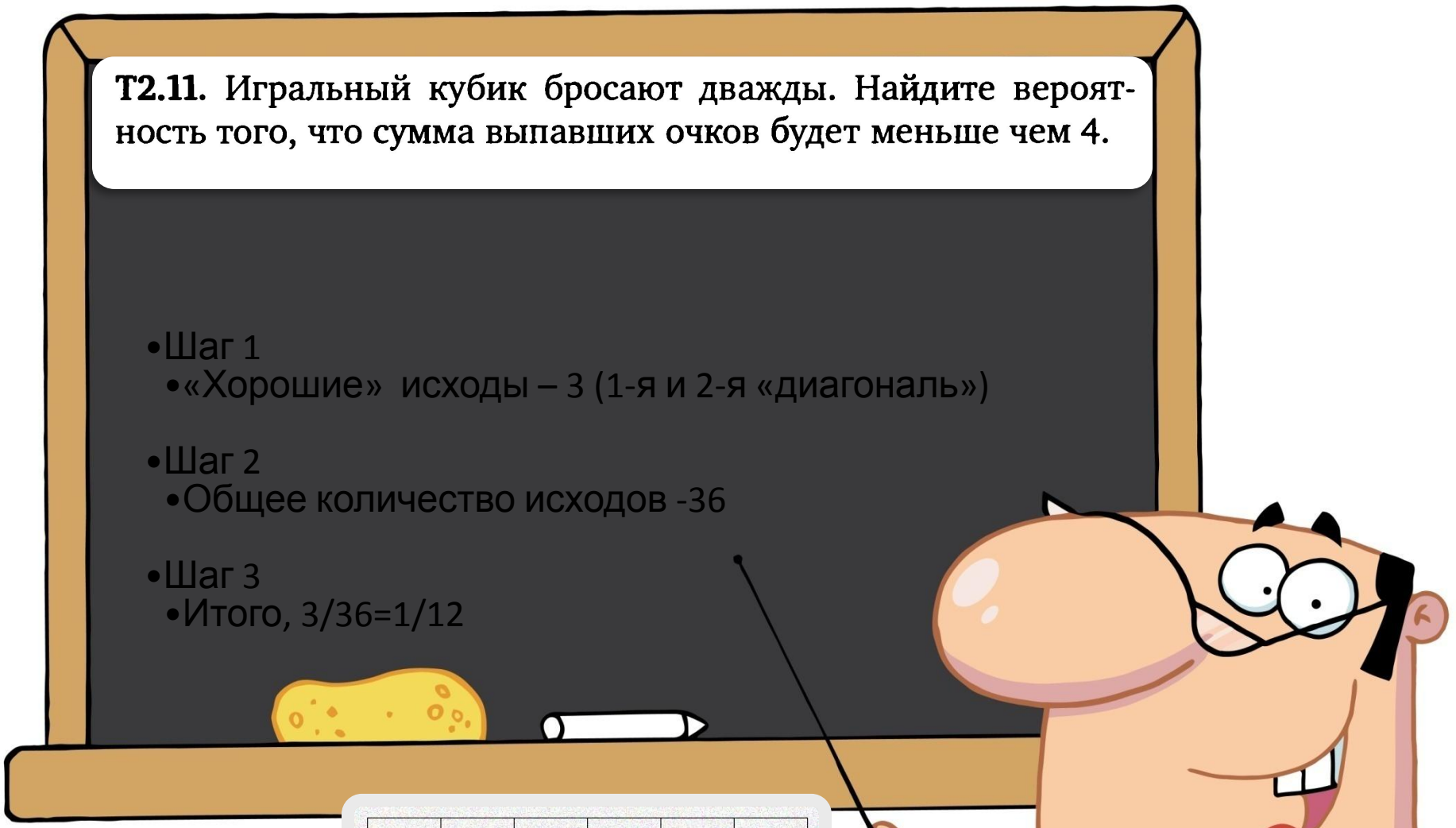
- Шаг 1
  - 1 кубик 1 2 3 4 5 6
  - 2 кубик 4 5 6 1 2 3
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого, 6/36=1/6



1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.11. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет меньше чем 4.

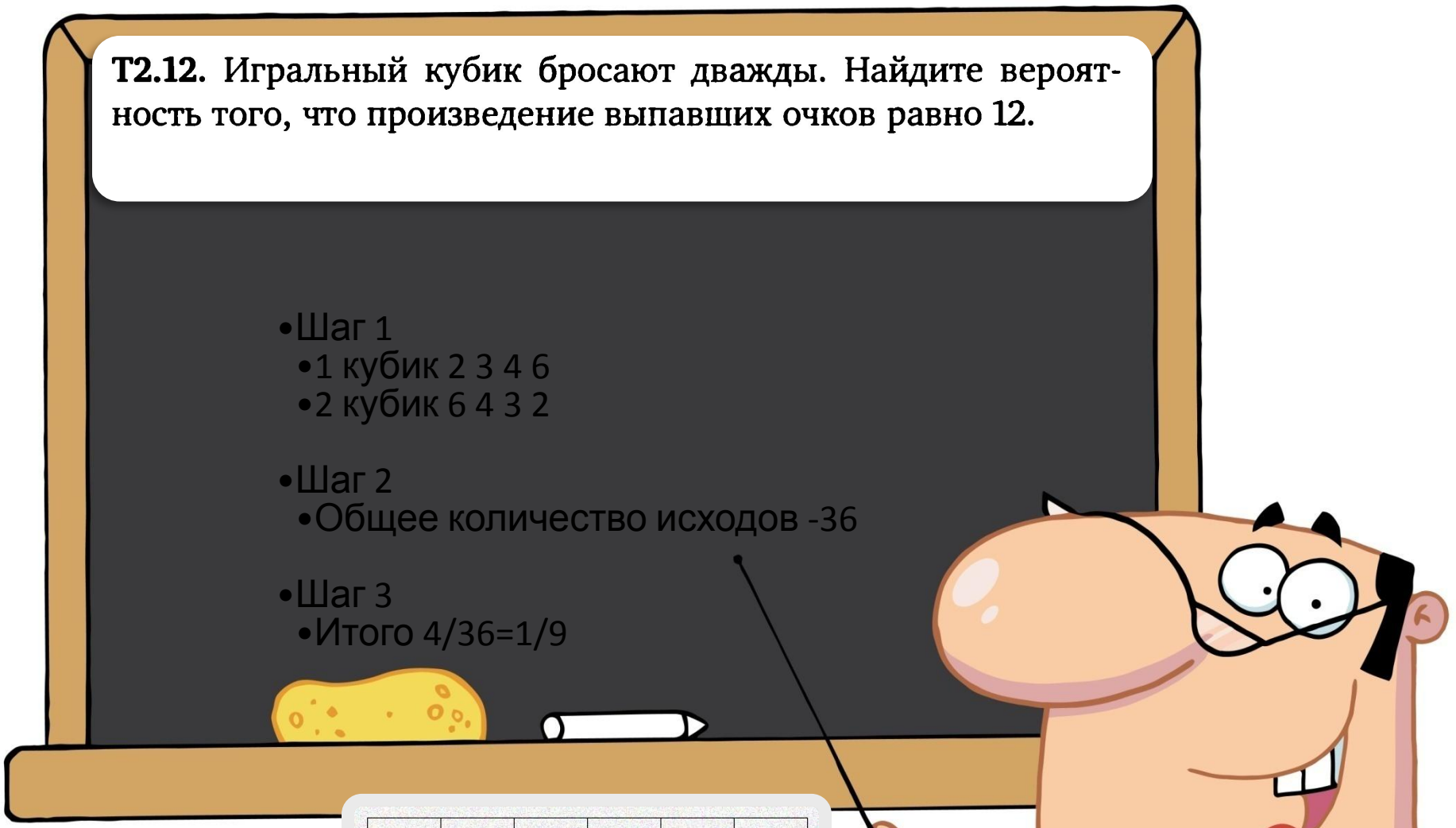
- Шаг 1
  - «Хорошие» исходы – 3 (1-я и 2-я «диагональ»)
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого, 3/36=1/12



1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.12. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков равно 12.

- Шаг 1
  - 1 кубик 2 3 4 6
  - 2 кубик 6 4 3 2
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого 4/36=1/9



1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

Т2.14. Бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков больше или равно 10.

- Шаг 1
  - Перемножая значения в ячейках получим«хороших» исходов -19
- Шаг 2
  - Общее количество исходов -36
- Шаг 3
  - Итого, 19/36

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

меню

Т3.1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадет орел, во второй — решка).

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов -1
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 4
- Шаг 3
  - Итого, ¼=0,25

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.2. Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет ровно один орел.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – ОР и РО
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 4
- Шаг 3
  - Итого, 2/4=0,5

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.3. Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы один орел.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – ОР, РО, ОО
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 4
- Шаг 3
  - Итого, 3/4=0,75

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.4. Монету бросают три раза. Найдите вероятность элементарного исхода ОРО.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – ОР0
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 8
- Шаг 3
  - Итого, 1/8=0,125

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.5. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – ОРР, РОР, РРО
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 8
- Шаг 3
  - Итого, 3/8=0,375

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.6. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

- Шаг 1
  - Задача сводится к решению более простой: если решка не выпала ни разу, значит выпали три орла - ООО
- Шаг 2
  - Количество исходов - 1
- Шаг 3
  - Итого ,1/8=0,125

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.7. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет более одного раза.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – ООР, ОРО, РОО, ООО
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 8
- Шаг 3
  - Итого, 4/8=0,5

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.8. Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что результаты двух первых бросков будут одинаковы?

- Шаг 1
  - Важны только первые два броска. «Хороших» исходов – ОО, РР.
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 4
- Шаг 3
  - Итого ,2/4=0,5

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.9. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что решек выпадет больше, чем орлов.

Указание. Если орлов нет вовсе, то считать, что их количество равно нулю.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – OPP, PPO, POP, PPP
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 8
- Шаг 3
  - Итого, 4/8=0,5

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

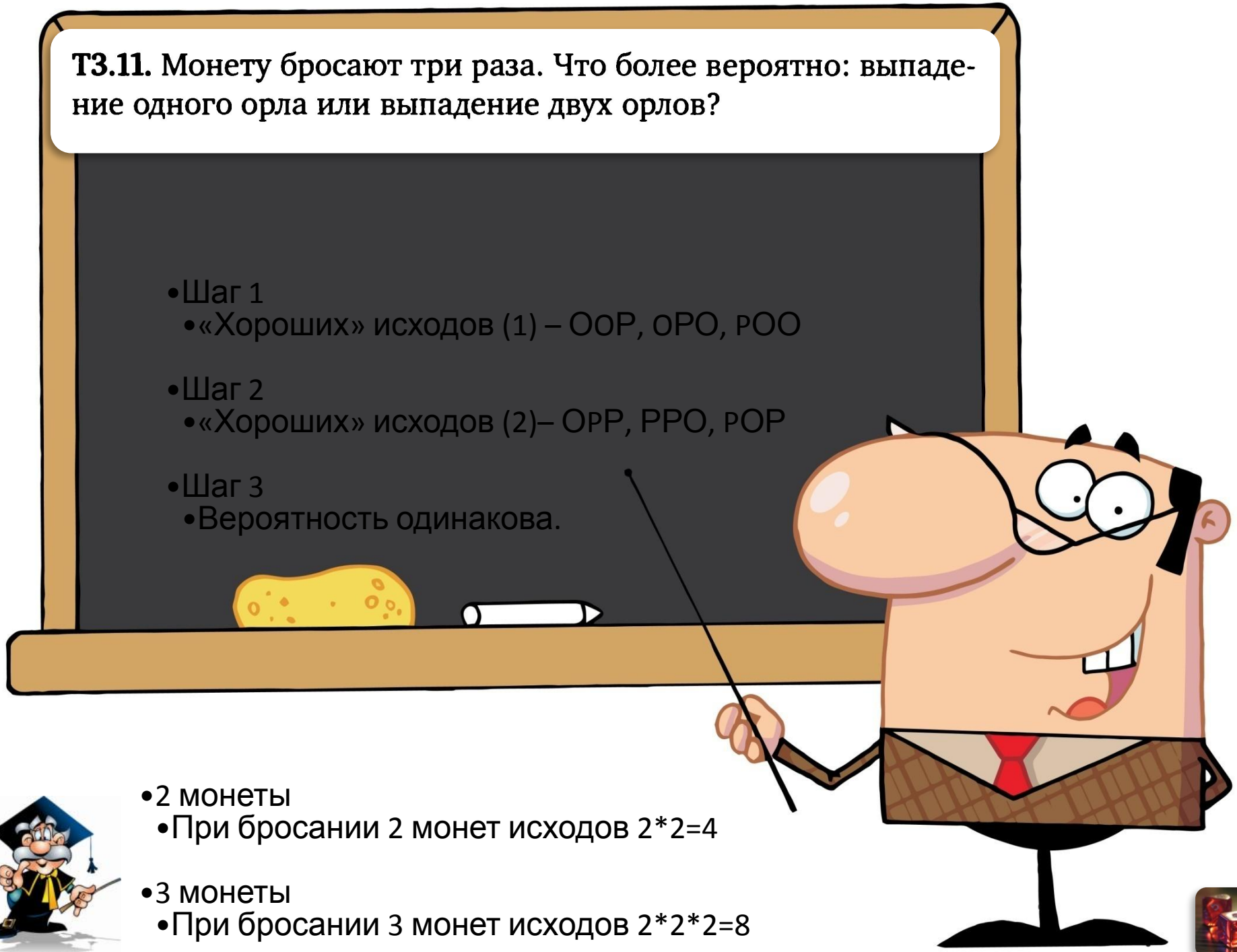
Т3.10. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что результаты первого и последнего броска различны.

- Шаг 1
  - Важны только первый и последний, т.е. два броска. «Хороших» исходов – ОР, РО.
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 4
- Шаг 3
  - Итого, 2/4=0,5

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.11. Монету бросают три раза. Что более вероятно: выпадение одного орла или выпадение двух орлов?

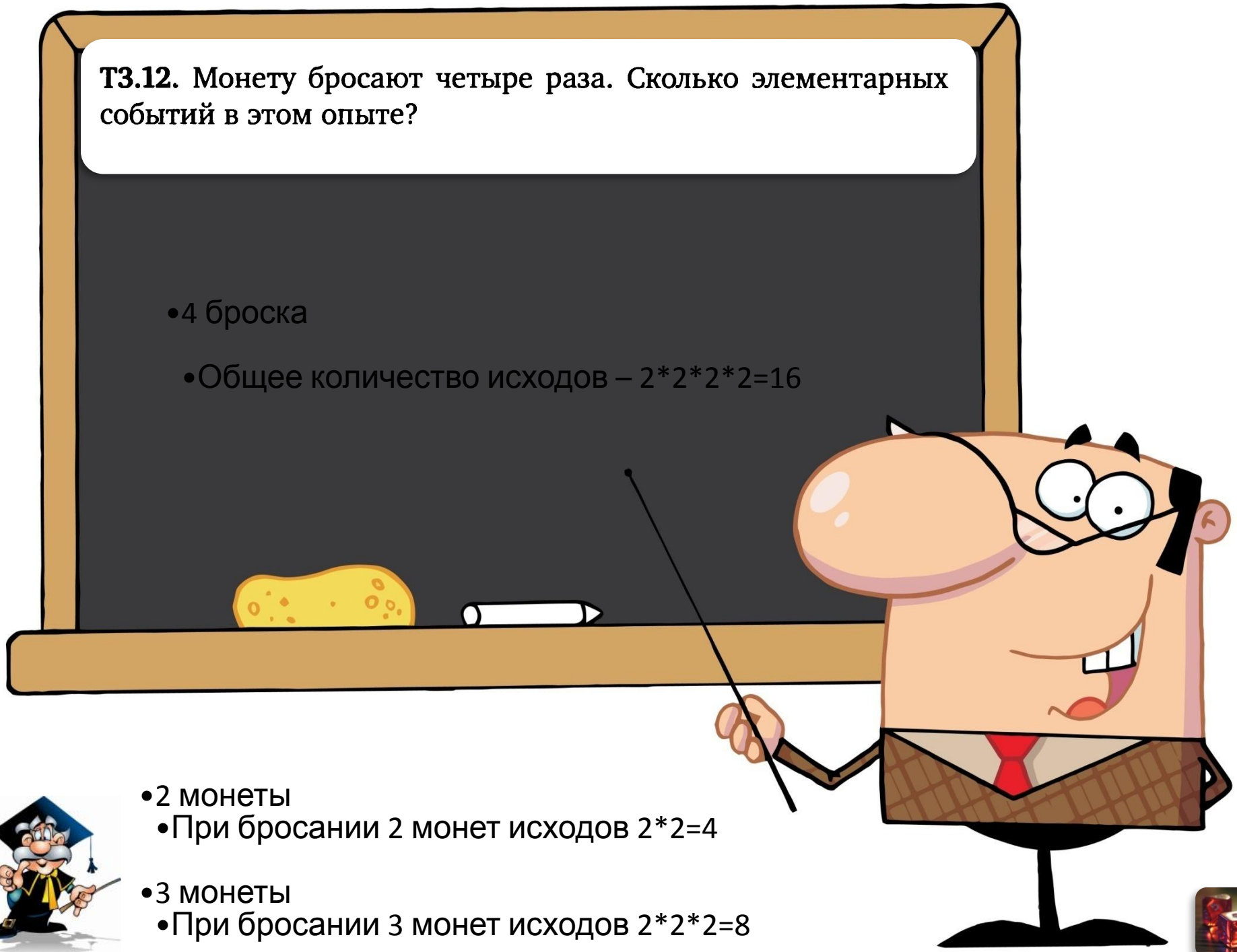
- Шаг 1
  - «Хороших» исходов (1) – ООР, ОРО, РОО
- Шаг 2
  - «Хороших» исходов (2)– ОРР, РРО, РОР
- Шаг 3
  - Вероятность одинакова.



- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.12. Монету бросают четыре раза. Сколько элементарных событий в этом опыте?

- 4 броска
- Общее количество исходов – 2*2*2*2=16



- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.13. Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно три раза.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – ОООР, ООРО, ОРОО, РООО
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 16
- Шаг 3
  - Итого, 4/16=0,25

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

Т3.14. Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпадет больше двух раз.

- Шаг 1
  - «Хороших» исходов – OPPP, POPP, PPOP, PPPO, PPPP
- Шаг 2
  - Общее количество исходов - 16
- Шаг 3
  - Итого, 5/16=0,3125

- 2 монеты
  - При бросании 2 монет исходов 2*2=4
- 3 монеты
  - При бросании 3 монет исходов 2*2*2=8

меню

Т5.12. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе?

- Ш $\frac{13!}{11!2!} * 2 = 12 * 13$
- Благоприятные исходы
- $\frac{26!}{24!\,2!} = 25 * 13$
- Шаг 2
- Всего
- Шаг 3
- Итого, (12*13)/(25*13)=0,48

Вероятность попадания в 1-ю группу одного из близнецов 13/26, второго 12/25.
Вероятность попадания обоих (13/26)*(12/25)=0,24
Групп 2 , поэтому умножаем на 2.
Итого, 0,48.

Т5.13. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.

- Шаг 1
  - Благоприятные 7!/(5!*2!)*3=63
- Шаг 2
  - Всего 21!/(19!*2!)=210
- Шаг 3
  - Итого 63/210=0,3

Т8.9. В магазине стоят два платежных автомата. Утром каждый из них неисправен с вероятностью 0,13, независимо от другого. Найдите вероятность того, что утром хотя бы один автомат исправен. Результат округлите до сотых.

- Шаг 1
  - Вероятность того, что оба неисправны 0,13*0,13=0,0169
- Шаг 2
  - Таким образом, 1-0,0169=0,9831
- Шаг 3
  - После округления 0,98

Вероятность противоположного события равна 1- P(A)

Т8.12. Кубик бросают четыре раза. Какова вероятность того, что шестерка не выпадет ни разу?

- Шаг 1
  - Вероятность того, что 6 не выпадет составляет 5/6 (для одного броска).
- Шаг 2
  - Таким образом, для четырех получим 5*5*5*5/(6*6*6*6)=625/1296

Вероятность того, что события произойдут одновременно P(A)*P(B).

Сколько 6-значных чисел кратных 5 можно получить из цифр от 1 до 6, если цифры в числе не повторяются

- Шаг 1
- Цифра 5 должна стоять на последнем месте
- Шаг 2
  - Оставшиеся цифры можно расположить 5!=120 способами

На первом месте – любая из пяти, на втором любая из четырех и т.д.

Сколько перестановок можно сделать из слова МАТЕМАТИКА?

- Шаг 1
- **Всего букв 10, буква «А» повторяется 3 раза, буквы «М» и «Т» по 2**
- Шаг 2

Имеют место быть перестановки с повторениями.

В кондитерском магазине продаются пирожные 4 видов А,Б,В,Г. Сколькими способами можно купить 7 пирожных?

- Шаг 1
  - **Зашифруем комбинацию в виде двоичного кода, например, 1101101011 -2А2Б1В2Г**
- Шаг 2
  - **Т.о. 10!/(7!3!)=120**

1110001111 – 3А4Г

ЛИТЕРАТУ

Высоцкий И. Р., Ященко И. В.
ЕГЭ 2012. Математика. Задача B10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А. Л. Семенова и И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2012. — 48 с.

Севрюков, П. Ф.
Подготовка к решению олимпиадных задач по математике / П. Ф. Севрюков. – Изд. 2-е. – М. : Илекса ; Народное образование ; Ставрополь : Сервисшкола, 2009. – 112 с.

меню

Примерный алгоритм нахождения вероятности (монеты, кубики и т.п.)

- Шаг 1
  - Ищем число «хороших» исходов
- Шаг 2
  - Ищем общее число исходов
- Шаг 3
  - Делим «первое» на «второе»

Приходим к ответу.

меню

- 1
- Если вероятность события 0,8, то вероятность противоположного события 1-0,8=0,2

- 2
- Вася попадает с вероятностью 0,6
- Вова попадает с вероятностью 0,8
- Вероятность того, что они оба попадут 0,6*0,8=0,48

Вероятность того, что оба промажут (1-0,6)*(1-0,8)=0,08

меню

- 1
  - Формула перестановок из n элементов
- 2
  - P=n!=1•2•…•n

Перестановки с повторениями P(2,3)=5!/(2!3!) – если всего 5 элементов, один повторяется дважды, другой трижды.

меню