Решение уравнений, содержащих несколько знаков модуля.

Презентация
Ученика 9в класса
Морданова Дмитрия

Самый распространённый, а иногда и единственно возможный метод решения уравнений с модулем – раскрытие модуля согласно определению:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x \leq 0. \end{cases}$$

Пример:

Решите уравнение $|x-5| - |2x+8| = -12$

$|x - 5| - |2x + 8| = -12$

Нули подмодульных выражений: 5; -4.

Значит, нужно рассмотреть 3 случая:

1) $x \leq -4$; 2) $-4 < x \leq 5$; 3) $x > 5$.

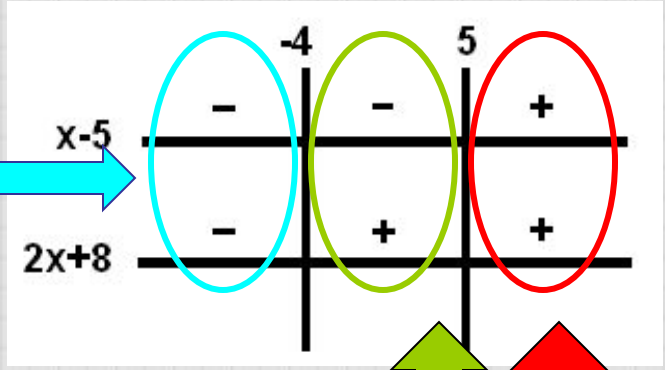
Подставляем в каждое подмодульное выражение вместо переменной число, удовлетворяющее условию, и считаем знак:

|x - 5| - |2x + 8| = -12

1) $x \le -4$ (берем -5)

$-5-5=-10$

$2*(-5)+8=-2$



2) $-4 < x \le 5$ (берем 0)

$0-5=-5$

$2*0+8=+8$

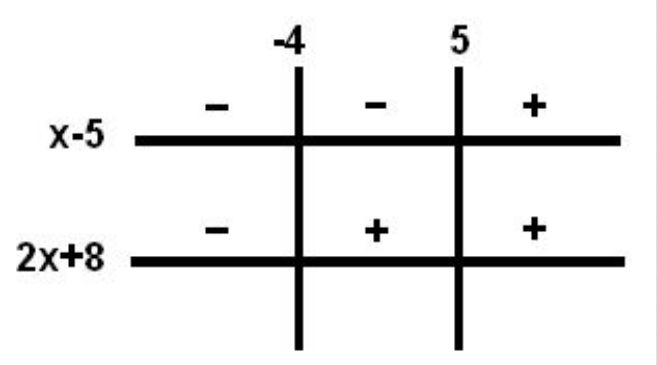
3) $x > 5$ (берем 10)

$10-5=+5$

$2*10+8=+28$

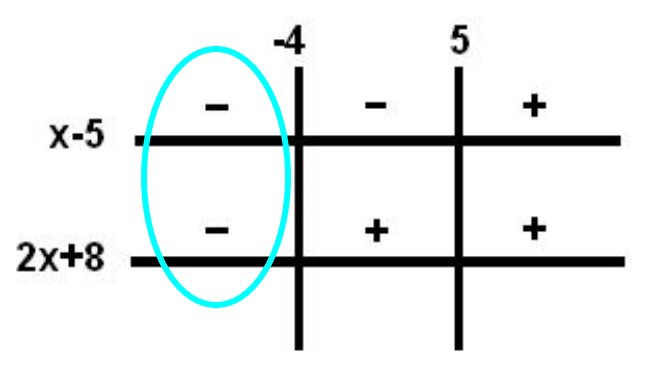
$|x - 5| - |2x + 8| = -12$

На рисунке схематично показано, какой знак будут иметь подмодульные выражения на каждом из трёх промежутков:



Далее, рассмотрим три системы уравнений, раскрывая знаки модуля в уравнениях в соответствии со знаком «+» или «–» :

|x - 5| - |2x + 8| = -12



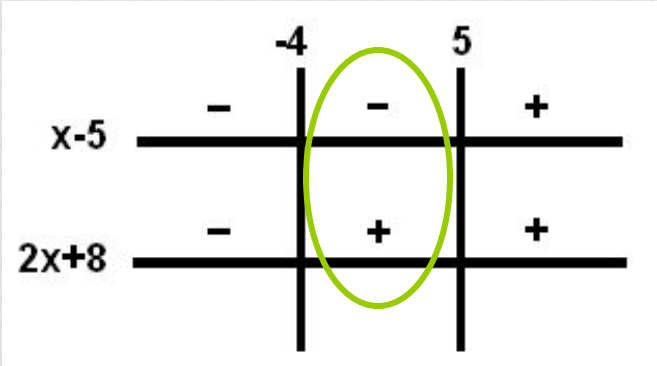
1 случай:

$$\begin{cases} x \le -4 \\ -x + 5 + 2x + 8 = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le 4 \\ x = -25 \end{cases}$$

x = –25 удовлетворяет ограничению x ≤ –4.

|x - 5| - |2x + 8| = -12



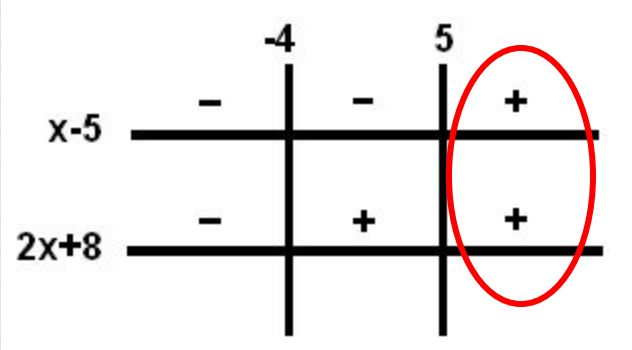
2 случай:

$$\begin{cases} -4 < x \le 5 \\ -x + 5 - 2x - 8 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 < x \le 5 \\ x = 3 \end{cases}$$

Этот корень удовлетворяет нужным ограничениям.

|x - 5| - |2x + 8| = -12



3 случай:

$$\begin{cases} x > 5 \\ x - 5 - 2x - 8 = -12 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 5 \\ x = -1 \end{cases}$$

Этот корень не удовлетворяет нужным ограничениям.

Ответ: -25; 3.