



# ФРАКТАЛЫ

Путешествие в мир фракталов

- *Математика,  
если на нее правильно  
посмотреть,  
отражает не только  
истину,  
но и несравненную  
красоту.*



# Фракталы в природе



## Понятие "фрактал".

- Понятия **фрактал** и **фрактальная геометрия**, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово **фрактал** образовано от латинского **fractus** и в переводе означает *состоящий из фрагментов*. Оно было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 году для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур, которыми он занимался. Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году книги Мандельброта *'The Fractal Geometry of Nature'*. В его работах использованы научные результаты других ученых, работавших в период 1875-1925 годов в той же области (Пуанкаре, Фату, Жюлиа, Кантор, Хаусдорф). Но только в наше время удалось объединить их работы в единую систему

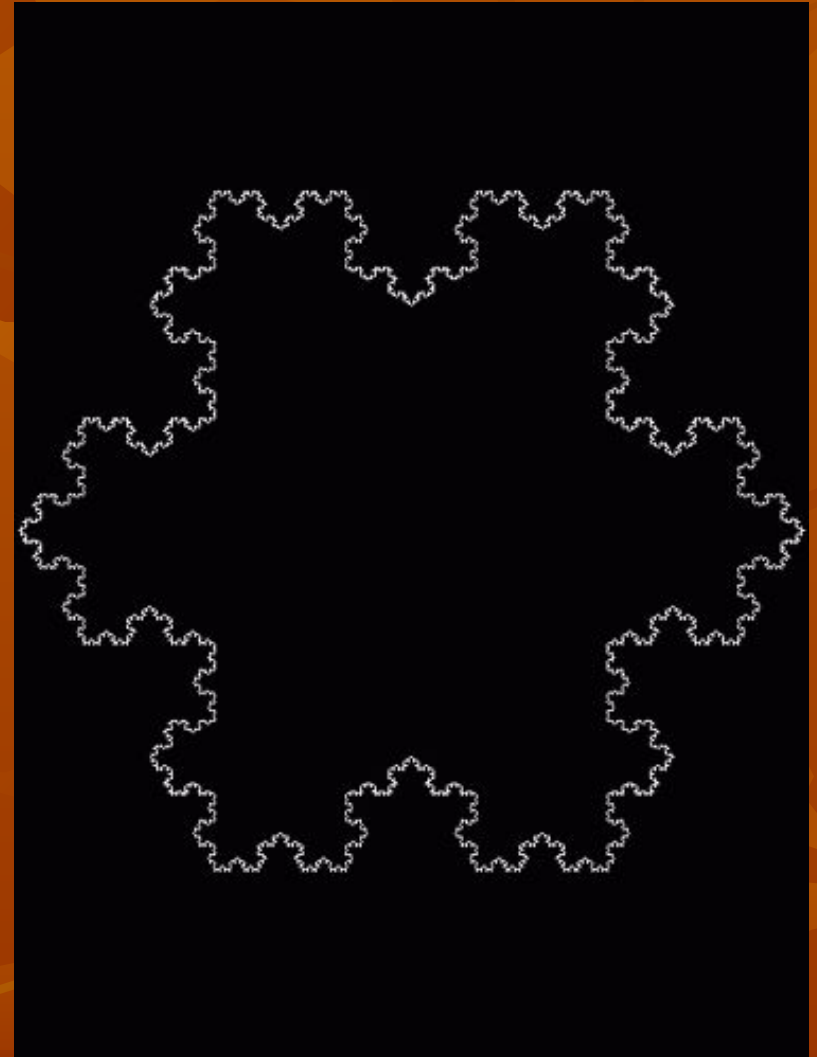


# Геометрические фракталы

- Геометрические фракталы
- Именно с них и начиналась история фракталов. Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Обычно при построении этих фракталов поступают так: берется "затравка" - аксиома - набор отрезков, на основании которых будет строиться фрактал. Далее к этой "затравке" применяют набор правил, который преобразует ее в какую-либо геометрическую фигуру. Далее к каждой части этой фигуры применяют опять тот же набор правил. С каждым шагом фигура будет становиться все сложнее и сложнее, и если мы проведем (по крайней мере, в уме) бесконечное количество преобразований - получим геометрический фрактал

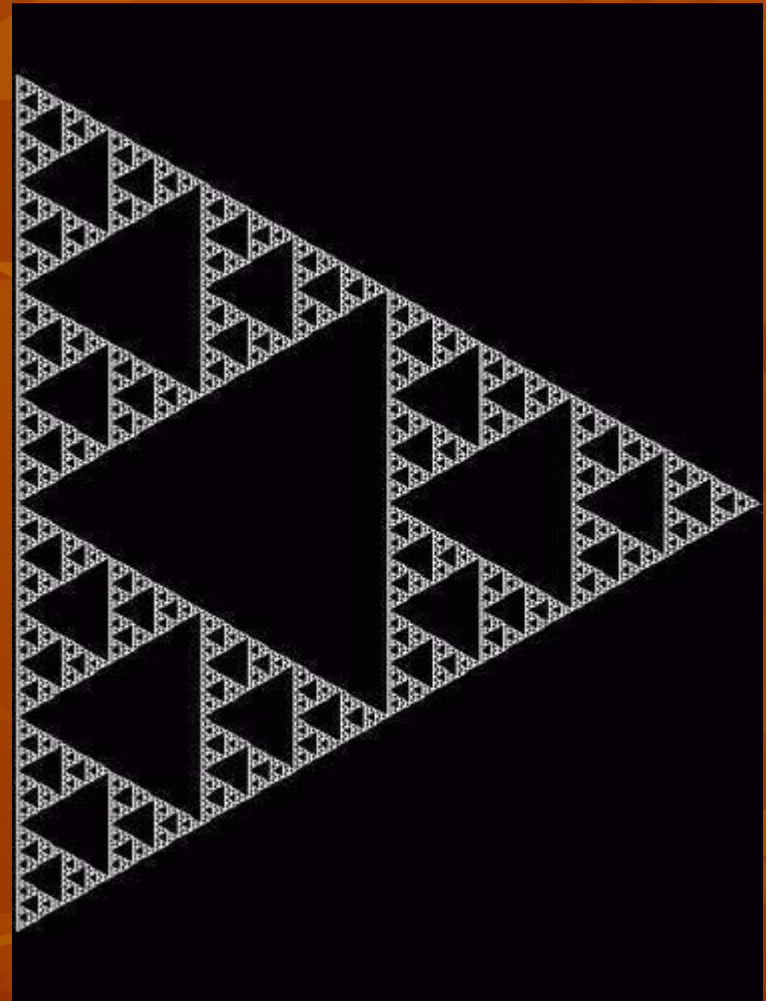
# Снежинка Коха

- Из геометрических фракталов очень интересным и довольно знаменитым является первый - снежинка Коха. Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая линия которого  $\rule{1cm}{0.4pt}$  заменяется на 4 линии каждая длиной в  $1/3$  исходной  $\_ \wedge \_$ . Таким образом, с каждой итерацией длина кривой увеличивается на треть. И если мы сделаем бесконечное число итераций - получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длины. Получается, что наша бесконечная кривая покрывает ограниченную площадь



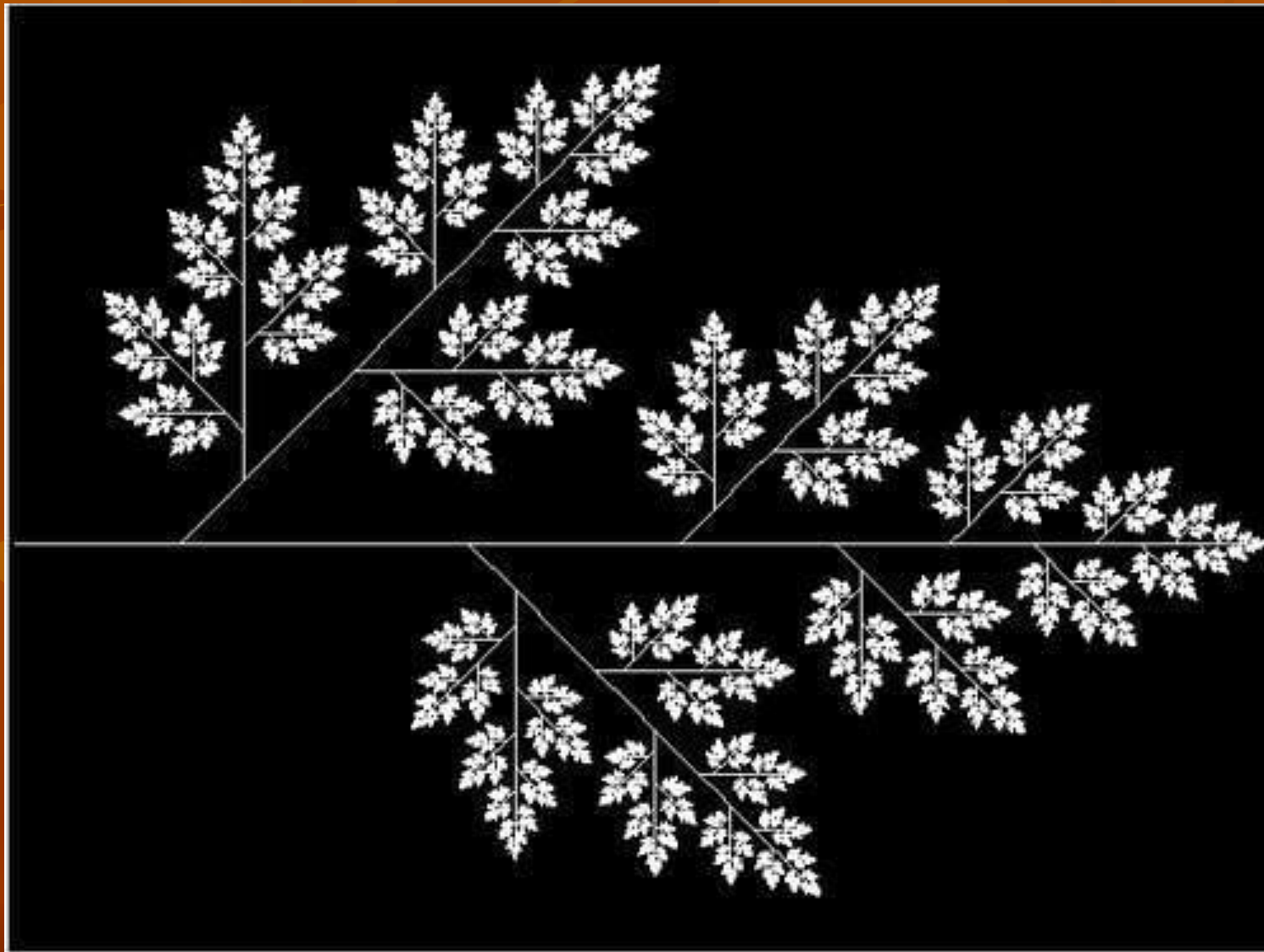
# Треугольник Серпинского

- Для построения из центра равностороннего треугольника "вырежем" треугольник. Повторим эту же процедуру для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если мы теперь возьмем любой из образовавшихся треугольников и увеличим его - получим точную копию целого. В данном случае мы имеем дело с полным самоподобием.





# Лист



# Алгебраические фракталы

- .  
Вторая большая группа фракталов - алгебраические. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул иногда весьма простых. Методов получения алгебраических фракталов несколько. Один из методов представляет собой многократный (итерационный) расчет функции  $Z_{n+1}=f(Z_n)$ , где  $Z$  - комплексное число, а  $f$  некая функция. Расчет данной функции продолжается до выполнения определенного условия. И когда это условие выполнится - на экран выводится точка. При этом значения функции для разных точек комплексной плоскости может иметь разное поведение:
  - С течением времени стремится к бесконечности.
  - Стремится к 0
  - Принимает несколько фиксированных значений и не выходит за их пределы.
  - Поведение хаотично, без каких либо тенденций.

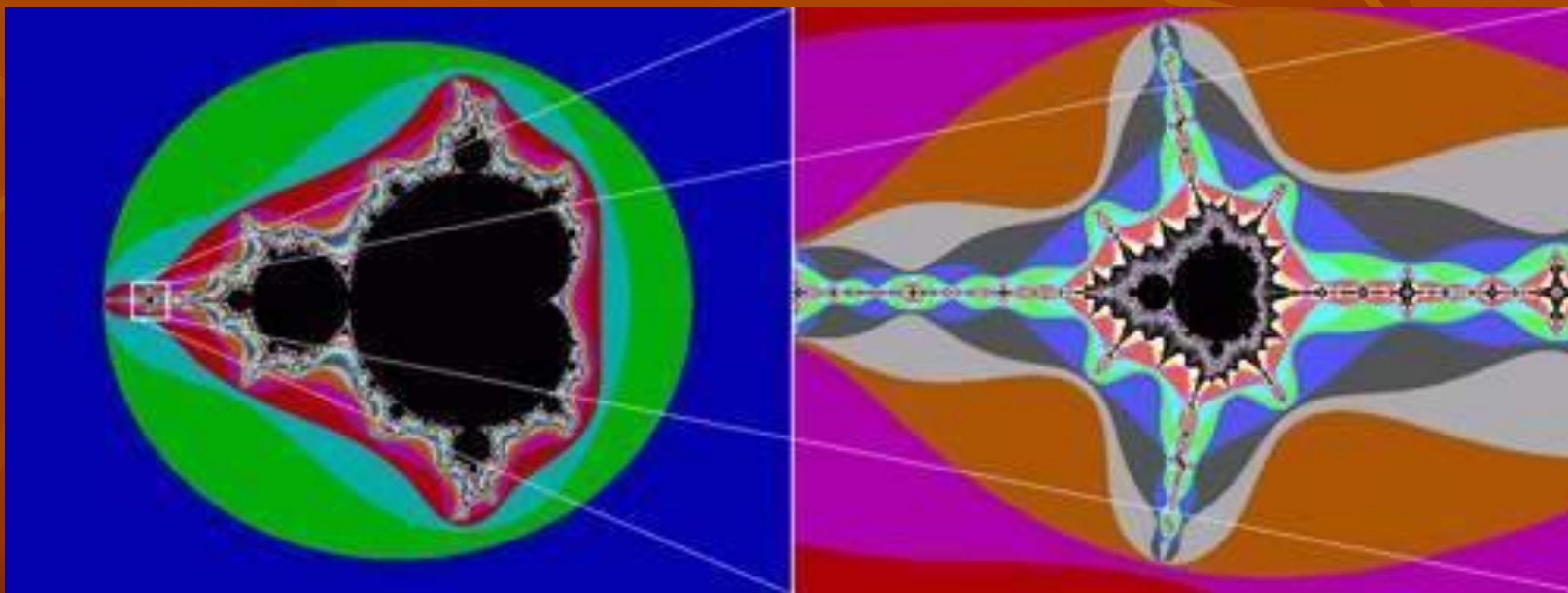
# Множество Мандельброта

- обратимся к классике - множеству Мандельброта.
- 
- Для его построения нам необходимы комплексные числа. На всякий случай напомним, что такое комплексные числа. Комплексное число - это число, состоящее из двух частей - действительной и мнимой, и обозначается оно  $a+bi$ . Действительная часть  $a$  это обычное число в нашем представлении, а вот мнимая часть  $bi$  интересней.  $i$  - называют мнимой единицей. Почему мнимой? А потому, что если мы возведем  $i$  в квадрат, то получим  $-1$ .
- Комплексные числа можно складывать, вычитать, умножать, делить, возводить в степень и извлекать корень, нельзя только их сравнивать. Комплексное число можно изобразить как точку на плоскости, у которой координата  $X$  это действительная часть  $a$ , а  $Y$  это коэффициент при мнимой части  $b$ .
- Функционально множество Мандельброта определяется как  $Z_{n+1}=Z_n*Z_n+C$ .

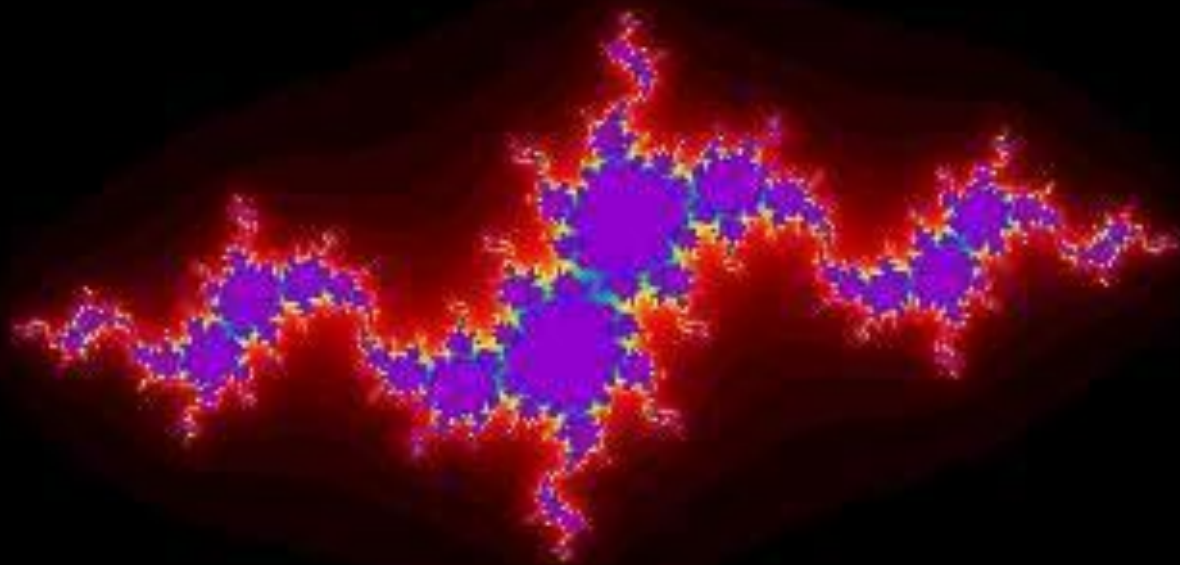
- Для всех точек на комплексной плоскости в интервале от  $-2+2i$  до  $2+2i$  выполняем некоторое достаточно большое количество раз  $Z_n = Z_0 * Z_0 + C$ , каждый раз проверяя абсолютное значение  $Z_n$ . Если это значение больше 2, то рисуем точку с цветом равным номеру итерации на котором абсолютное значение превысило 2, иначе рисуем точку черного цвета. Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами.
- Черный цвет в середине показывает, что в этих точках функция стремится к нулю - это и есть множество Мандельброта. За пределами этого множества функция стремится к бесконечности. А самое интересное это границы множества. Они то и являются фрактальными. На границах этого множества функция ведет себя непредсказуемо - хаотично.

# Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами

- Справа-небольшой участок множества Мандельброта, увеличенное до размеров предыдущего рисунка.



$$f(z) = a(z^2 + b)$$



$$f(z) = a(z^2 + b)$$

- множество Жюлиа.



# Галерея фракталов



FRACTALISMI.COM

FRACTALISMI.COM

FRACTALISMI.COM



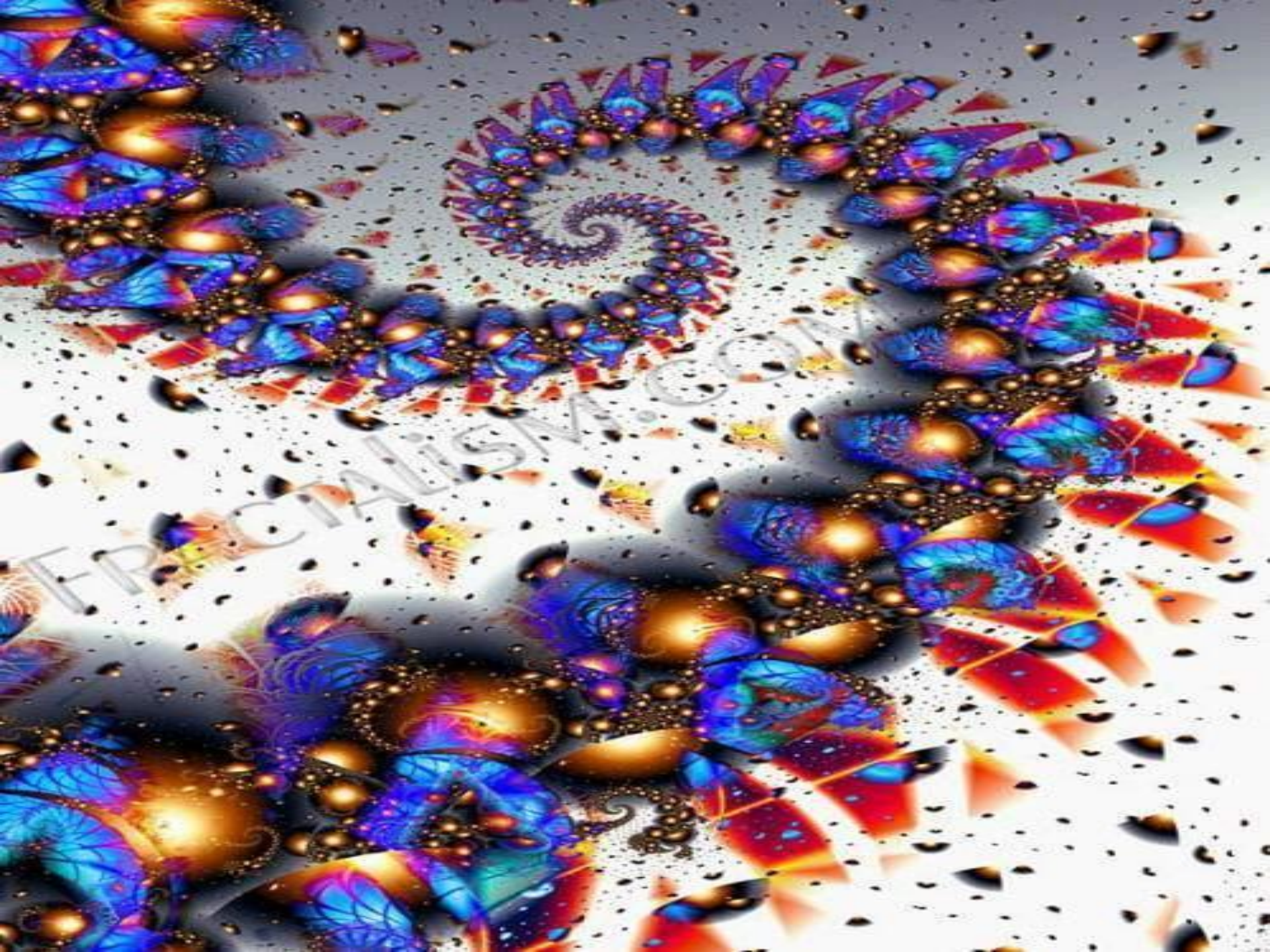


FRACTALISM.COM

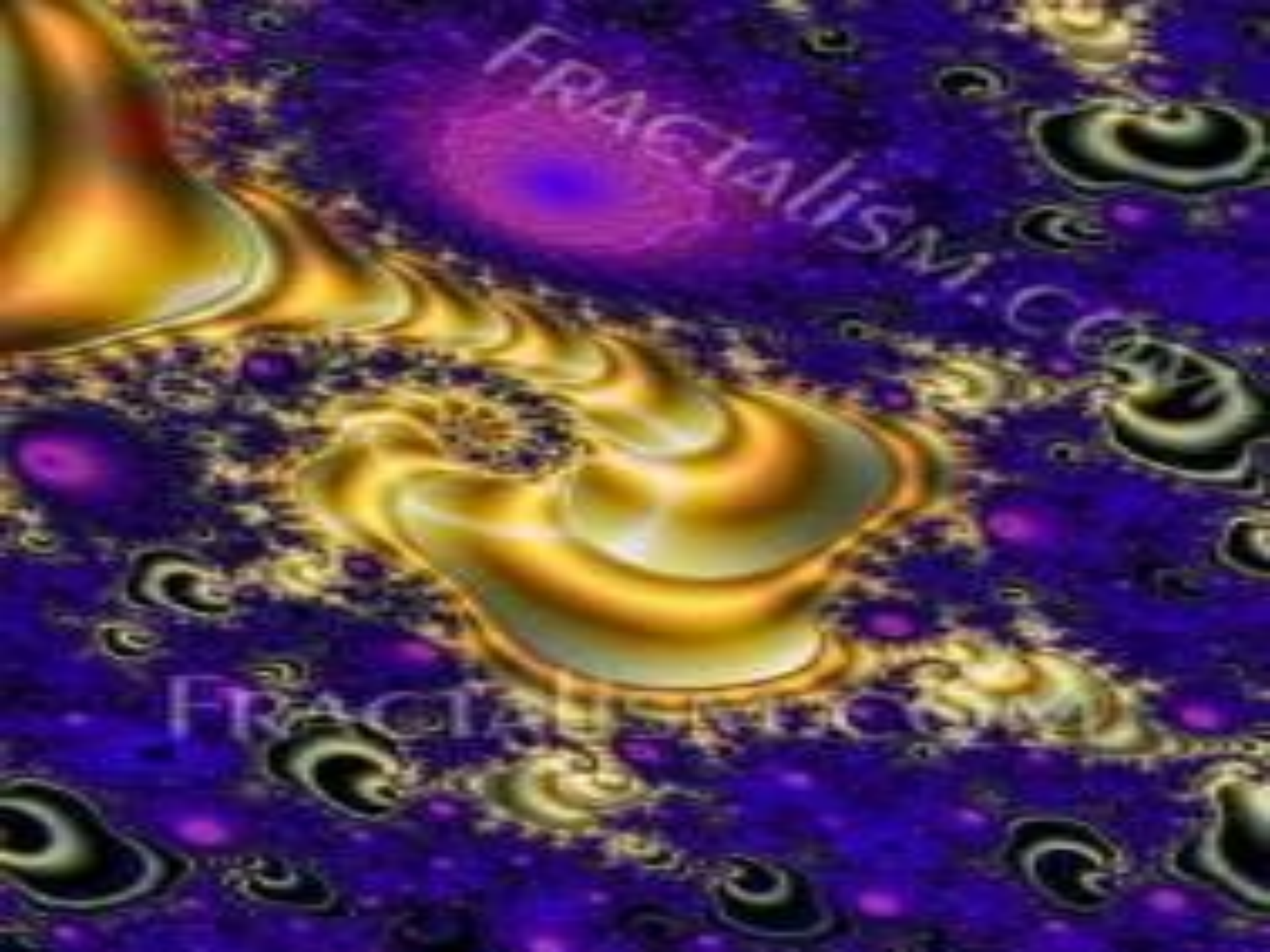
FRACTALISM.COM



FRAC TALISA I CONI



FRactalism.com







FRACALIS.COM

