Числовые неравенства

и их свойства

Оглавление

Определение:

1.Действительное число а больше действительного числа b, если их разность

a-b – положительное число.

2. Действительное число а меньше действительного числа b, если их разность a-b – отрицательное число.

Пишут $a>b$ или $a<b$.

Неравенства

Строгие

Знаки неравенств

Нестрогие

Строгие	Нестрогие
> «больше»	>= «больше или равно»
< «меньше»	<= «меньше или равно»

a>0 означает, что a – положительное число;

a<0 означает, что a – отрицательное число.

a>=0 означает, что a –неотрицательное число (положительное или 0);

a<=0 означает, что a – неположительное число (отрицательное или 0).

Оглавление

Свойства числовых неравенств

Свойство1.

Если a>b и b>c, то a>c.

Доказательство.

$a>b$ $\qquad$ $b>c$

$a-b>0$ $\qquad$ $b-c>0$

$(a-b)+(b-c)>0$

$a-c>0$

$a>c$

Оглавление

Свойство 2

Если к обеим частям неравенства прибавить одно и тоже число, то знак неравенства следует сохранить

Если a>b, то a+c>b+c.

Примеры:

Если $a<b$, то $a+7<b+7$

Если $a>b$, то $a-5>b-5$

Оглавление

Свойство 3

Если $a>b$ и $m>0$, то $am>bm$

Если $a>b$ и $m<0$, то $am<bm$

$m>0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства следует сохранить.

$m<0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства следует изменить.

Примеры:

Если $a>b$, то $4a>4b$

Если $a<b$, то $-9a>-9b$

Если $a>b$, то $-a<-b$

Оглавление

Свойство 4

Если a>b и c>d, то a+c>b+d

Доказательство.

a>b (свойство 2) → **a+c>b+c**

c>d (Свойство 2) → **c+b>d+b**

$a+c>b+c \rightarrow$ ***a+c>b+d*** $\leftarrow c+b>d+b$

(Свойство 1)

Оглавление

Свойство 5

Если a,b,c,d – положительные числа и a>b, c>d,

ac >bd

Доказательство

a>b и c>0

(свойство 3)

c>d и b>0

(свойство 3)

ac>bc

cb>db

ac>bd

(Свойство 1)

Оглавление

Свойство 6

Если a и b - неотрицательные числа и $a>b$, то $a*n>b*n$, где n - любое натуральное число.

Дополнение:

Если n – нечетное число, то **для любых чисел a и b** из неравенства $a>b$ следует неравенство того же смысла $a*n>b*n$.

Оглавление

Свойство 7

Если a и b - положительные числа и a>b, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Оглавление

Применение свойств числовых неравенств

8 класс

Дано:

$8 < a < 10$ $1 < b < 2$

Оцените значение выражения 2a-3b

Решение:

$8<a<10$ $1<b<2$

$16< 2a <20$ $-6< -3b <-3$

$10<2a-3b<17$

Дано: $5<a<12$ $3<b<4$

Оцените значение выражения $\dfrac{4a}{b}$

Решение:

$5<a<12$ $\Rightarrow$ $20<4a<48$

$3<b<4$ $\Rightarrow$ $\dfrac{1}{4}<\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{3}$

$$5<\frac{4a}{b}<16$$

Оглавление

Докажите,что функция у=-5х+4 убывае

Доказательство:

Если $x_1 > x_2$

$-5x_1 < -5x_2$

$-5x_1 +4 < -5x_2 +4$

$f(x_1) < f(x_2)$ $\Longrightarrow$ $y=-5x+4$ убывает

Докажите, что функция $y=x^3+3x$ возрастает

Доказательство :

Если $x_1 > x_2$

$x_1^3 > x_2^3$

$3x_1 > 3x_2$

$X_1^3 + 3X_1 > X_2^3 + 3X_2$

$f(x_1)>f(x_2) \Rightarrow$ $y= x^3 + 3x$ возрастает

Оглавление

10-11 классы

Найдите область значений функции

$$y = 4\sin x - 5$$

Решение:

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-4 \leq 4\sin x \leq 4 \quad \Rightarrow \quad -9 \leq 4\sin x - 5 \leq -1$$

$$E(y) = [-9; -1]$$

Оглавление

Примените свойства числовых неравенств

1. <u>Найдите область значений функции:</u>

1) $y = 2{,}5\cos x - 1{,}5$
2) $y = -(\sin 5x)/5$
3) $y = 3 - 2\sin x$
4) $y = 2\sin^2 x - 5$
5) $y = 2 - \cos^2 x$
6) $y = 4\cos^2 3x - 2$
7) $y = \cos^2(x + \pi/4) + \sin 2x$
8) $y = -6/\pi \operatorname{arctg} x + 2$
9) $y = 2/\pi \arcsin x + 3$
10) $y = 4\pi - 2\arccos x$
11) $y = 3\arcsin x + \pi/2$
12) $y = 2\arcsin x + 3\arccos x$

2. <u>Найдите область определения функции:</u>

1) $y = \arcsin 4x$
2) $y = \arcsin(5 - 2x)$
3) $y = \arcsin(x^2 - 3)$
4) $y = \arccos(-3x)$
5) $y = \arccos(5x-4)$
6) $y = \arccos(8 - x^2)$

3. <u>Имеет ли смысл выражение:</u>

1) $\arcsin(4 - \sqrt{20})$
2) $\arccos(7 - \sqrt{30})$?