Целое уравнение и его корни

Подготовила:
учитель математики
МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова
Кутоманова Е.М.

2010-2011 учебный год

Определение

Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого – целые выражения.

Например:

$x^2+2x-6=0$,

$x^4+x^6 = x^2-x^3$,

$\frac{1}{3}(x+1)-\frac{1}{5}(x^2-x+6)= 2x^2$, т.п.

Определение

Если уравнение с одной переменной записано в виде $P(x)=0$, $P(x)$ – многочлен стандартного вида, то степень этого многочлена называют степенью уравнения.

Например:

$x^3+2x^2-2x-1=0$ – уравнение 3-ей степени;

$x^6-3x^3-2=0$ – уравнение 6-ой степени.

$ax+в=0$ – линейное уравнение;

$ax^2+вx+c=0$ – квадратное уравнение.

Алгоритмы решения таких уравнений нам известны.

1) $5x-10,5=0,$

$5x=10,5,$

$x=2,1.$

Ответ: 2,1.

2) $x^2-6x+5=0,$

$D_1=9-5=4,$

$x=3\pm2,$

$x_1=5, x_2=1.$

Ответ: 1 и 5.

Определение.

Уравнение вида $ax^4+bx^2+c=0$, являющееся квадратным относительно x^2, называется биквадратным.

Например.

1) $x^4-6x^2+5=0$,
пусть $x^2=y$, тогда
$y^2-6y+5=0$,
$D_1=9-5=4$,
$y=3\pm2$,
$y_1=5, y_2=1$,
$x^2=1$, $x=\pm1$,
$x^2=5$, $x=\pm\sqrt{5}$.
Ответ: ±1; $\pm\sqrt{5}$.

2) $x^4+4x^2-5=0$;
пусть $x^2=y$, тогда
$y^2+4y-5=0$;
$D_1=4+5=9$;
$y=-2\pm3$;
$y_1=1$; $y_2=-5$;
$x^2=1$; $x=\pm1$;
$x^2=-5$; корней нет.
Ответ: ±1.

Уравнения, решаемые путём введения новой переменной.

Например

$(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)=120;$

пусть $x^2-5x+4=y$, тогда

$y(y+2)=120;$

$y^2+2y-120=0;$

$D_1=1+120=121;$

$y=-1\pm11;$

$y_1=10;\ y_2=-12.$

Если $y=-10$, то

$x^2-5x+4=10;$

$x^2-5x-6=0;$

$D=25+24=49,$

$x=(5\pm7):2;$

$x_1=6;\ x_2=-1.$

Если $y=-12$,то

$x^2-5x+4=-12;$

$x^2-5x+16=0;$

$D=25-64<0$, значит, корней нет.

Ответ: -1 и 6.

Решение уравнений, применяя разложение на множители.

Например:

1. $y^3-4y^2=0$,

$y^2(y-4)=0$.

$y=0$ или $y-4=0$,

$y=4$.

Ответ:0 и 4.

Вынесение множителя за скобки.

2. $3x^3+x^2+18x+6=0$, $x^2(3x+1)+6(3x+1)=0$,

$(3x+1)(x^2+6)=0$,

$3x+1=0$ или $x^2+6=0$,

$x=-\frac{1}{3}$ корней нет.

Ответ: $-\frac{1}{3}$.

Разложение на множители способом группировки.