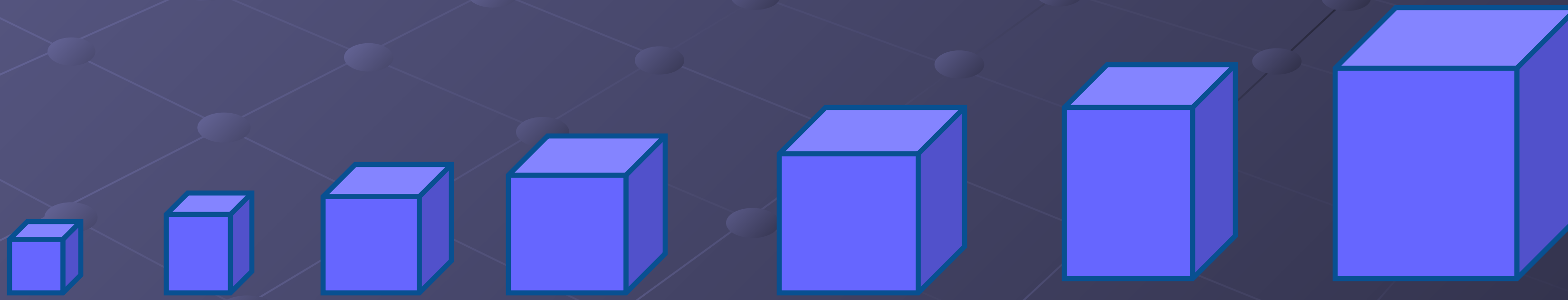
Числовые последовательности

Способы задания последовательностей



Последовательности составляют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

Дни недели

Дома на улице

Класс
ы
в
школе

Назван
ия

месяце
в

Номер
счёта
в банке

Найдите закономерности
и покажите их с помощью стрелки:

1; 4; 7; 10; 13; …

В порядке возрастания положительные нечетные числа

10; 19; 37; 73; 145; …

В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

6; 8; 16; 18; 36; …

В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

½; 1/3; ¼; 1/5; 1/6;

Увеличение на 3 раза

Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; …

5; 10; 15; 20; 25; …

Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают члены последовательности так

$$a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ \dots\ a_n$$

Способы задания последовательностей

- ***1. Описанием***
- ***2. Формулой общего члена***
- ***3. Рекуррентный***
- ***4.Таблицей***

*

Задание последовательности описанием

Пример:

Составить последовательность, в которой на четных местах 0, на нечетных местах – 1.

Получим последовательность:

(a_n) 1; 0; 1; 0; 1; 0; …

*

Задание последовательности формулой

1) $a_n = 3*n + 2$,

$a_5 = 3*5+2$

$a_{10} = ?$

$a_{100} = ?$

2) $a_n = 3+n$,

$a_5 = ?$

$a_{10} = ?$

$a_{100} = ?$

3) $a_n = n^2+1$,

$a_5 = ?$

$a_{10} = ?$

$a_{100} = ?$

4) $a_n = 2^{n-1}$,

16

$a_5 = ?$

$a_7 = ?$

$a_{10} = ?$

Замечание

Числовые последовательности являются частным случаем функций с натуральным аргументом.

Рекуррентный способ задания последовательности

Название способа произошло от слова «recurro» - возвращаться.

Рекуррентной называется формула, выражающая любой член последовательности, начиная с некоторого через предыдущие.

Например: $a_{n+1} = 3+n$ можно задать:

$a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 1$

$a_2 = a_1 + 1 = 4+1 = 5$,

$a_3 = a_2 + 1 = 5+1 = 6, \ldots$

*

Табличный способ

a_n	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
(a_n)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

*

Примеры последовательностей

Бесконечные последовательности:

(a_n) 1, 3, 5, 7, 9, 11,… - последовательность нечетных чисел (*возрастающая)*

(a_n) -5, -10, -15, -20, -25, … - последовательность отрицательных чисел, кратных 5 (*убывающая)*

Конечные последовательности:

(a_n) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - последовательность однозначных натуральных чисел.

(a_n) 10,20,30,40,50,60,70,80,90 – последовательность двузначных чисел, кратных 10.

*

Последовательности заданы формулами:

$a_n=n^4$

$a_n=(-1)^n n^2$

$a_n=n+4$

$a_n=3^n-1$

$a_n=-n-2$

$a_n=2^n-5$

Выполните следующие задания:

1. Впишите пропущенные члены последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; …

5; 6; ___; 8; 9; …

-3; -1; 3; 11; ___;
27

-1; 4; ___; ___; -25; …
-9 16

___; -4; ___; ___; -7; …
-3 -5 -6

2; 8; ___; ___; ___; …
26 80 242

2. Укажите, какими числами являются члены этих последовательностей

Положительные и отрицательные

Положительные

Отрицательные

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

Числа Фибоначчи

Последовательность чисел Фибоначчи задается так:

$$x_1 = x_2 = 1;$$
$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n;$$
$$n = 1;\ 2;\ 3;\ \ldots$$

Вычислим несколько её первых членов:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34;55; 89; 144; 233; 377; …

Треугольник Паскаля

Бесконечная числовая таблица треугольной формы, где по боковым сторонам стоят 1, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Продолжи строчку!

1 6 15 20 15 6 1

Связь между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля

Между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля существует связь. Подсчитаем для каждой восходящей диагонали треугольника Паскаля сумму всех стоящих на этой диагонали чисел, получим:

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Для 1 диагонали – 1;

Для 2 диагонали – 1;

Для 3 диагонали – 1+1=2;

Для 4 диагонали – 1+2=3;

Для 5 диагонали – 1+3+1=5;

Для 6 диагонали – 1+4+3=8 ...

В результате мы получаем числа Фибоначчи: 1; 1; 2; 3; 5; 8; …
Всегда сумма чисел n-ой диагонали есть n-ое число Фибоначчи.

Последовательности составляют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

a_1 a_2 a_3 a_4

b_1 b_2 b_3

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5

*