

Числовые последовательности

Способы задания последовательностей



**Последовательности составляют
такие элементы природы,
которые можно пронумеровать**

Дни
недели

Дома
на
улице

Класс
ы
в
школе

Назван
ия

месяце

в

Номер
счёта
в банке

Найдите закономерности

и покажите их с помощью стрелки:

1; 4; 7; 10; 13;

... В порядке
возрастания
положительные
нечетные
числа

10; 19; 37; 73;
145; ...

В порядке убывания
правильные дроби
с числителем,
равным 1

6; 8; 16; 18; 36;
...

В порядке
возрастания
положительные числа,
кратные 5

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$;

Увеличение
на 3 раза

Чередовать увеличение
на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; ...

5; 10; 15; 20; 25; ...

Увеличение в 2 раза
и уменьшение на 1

П
Р
О
В
Е
Р
Ь
С
Е
Б
Я

Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают члены последовательности так

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \dots a_n$$

Способы задания последовательностей

- *1. Описанием*
- *2. Формулой общего члена*
- *3. Рекуррентный*
- *4. Таблицей*

Задание последовательности описанием

Пример:

Составить последовательность, в которой на четных местах 0, на нечетных местах – 1.

Получим последовательность:

$$(a_n) \quad 1; 0; 1; 0; 1; 0; \dots$$

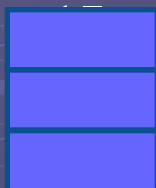
Задание последовательности формулой

1) $a_n = 3 \cdot n + 2,$

$a_5 = 3 \cdot 5 + 2$

$a_{10} = ?$

$a_{100} = ?$

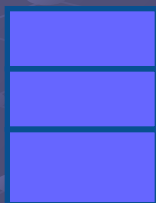


2) $a_n = 3 + n,$

$a_5 = ?$

$a_{10} = ?$

$a_{100} = ?$

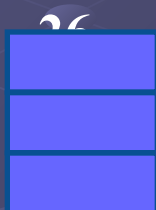


3) $a_n = n^2 + 1,$

$a_5 = ?$

$a_{10} = ?$

$a_{100} = ?$




4) $a_n = 2^{n-1},$

$a_5 = ?$

$a_7 = ?$

$a_{10} = ?$



Замечание

Числовые последовательности

являются частным случаем

функций с натуральным

аргументом.

Рекуррентный способ задания последовательности

Название способа произошло от слова «recurro» - возвращаться.

**Рекуррентной называется формула,
выражающая любой член
последовательности, начиная с
некоторого через предыдущие.**

Например: $a_{n+1} = 3+n$ можно задать:

$$a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 1$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 4 + 1 = 5,$$

$$a_3 = a_2 + 1 = 5 + 1 = 6, \dots$$

Табличный способ

a_n	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
(a_n)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Примеры последовательностей

Бесконечные последовательности:

(a_n) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... - последовательность нечетных чисел
(возрастающая)

(a_n) -5, -10, -15, -20, -25, ... - последовательность отрицательных чисел, кратных 5 (убывающая)

Конечные последовательности:

(a_n) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - последовательность однозначных натуральных чисел.

(a_n) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 – последовательность двузначных чисел, кратных 10.

Последовательности заданы формулами:

$$a_n = n^4$$

$$a_n = n + 4$$

$$a_n = 2^n - 5$$

$$a_n = (-1)^n n^2$$

$$a_n = -n - 2$$

$$a_n = 3^n - 1$$

Выполните следующие задания:

1. Впишите пропущенные члены последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; ... 5; 6; 8; 9; ... 3; -1; 3; 11; ... ;

27

-1; 4; -9; 16; -25; ... 4; -3; -5; -6; ...

2; 8; 26; 80; 242; ...

ПРОВЕРЬ

2. Укажите, какими числами являются члены этих последовательностей

Положительные и отрицательные

Положительные

Отрицательные

СЕБЯ

Числа Фибоначчи

Последовательность чисел Фибоначчи задается так:

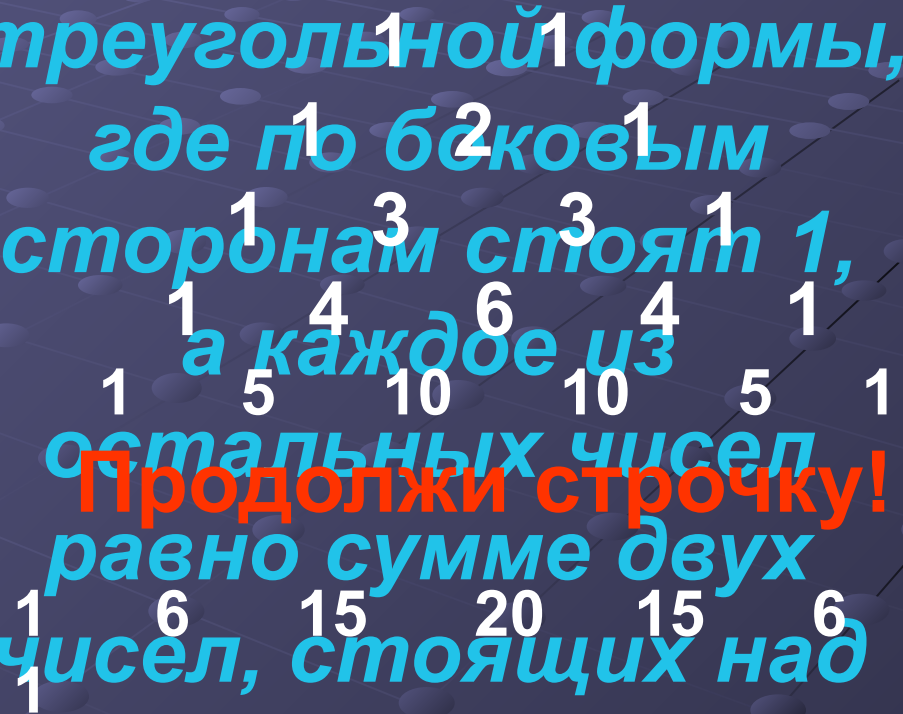
$$\begin{aligned}x_1 &= x_2 = 1; \\ x_{n+2} &= x_{n+1} + x_n; \\ n &= 1; 2; 3; \dots\end{aligned}$$

Вычислим несколько её первых членов:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21;
34; 55; 89; 144;
233; 377; ...

Треугольник Паскаля

Бесконечная числовая таблица треугольной формы, где по боковым сторонам стоят 1, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа.



Связь между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля



1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля существует связь. Подсчитаем для каждой восходящей диагонали треугольника Паскаля сумму всех стоящих на этой диагонали чисел, получим:

Для 1 диагонали – 1;

Для 2 диагонали – 1;

Для 3 диагонали – $1+1=2$;

Для 4 диагонали – $1+2=3$;

Для 5 диагонали – $1+3+1=5$;

Для 6 диагонали – $1+4+3=8$...

В результате мы получаем числа Фибоначчи: 1; 1; 2; 3; 5; 8; ...
Всегда сумма чисел n-ой диагонали есть n-ое число Фибоначчи.

*Последовательности
составляют такие
элементы природы,
которые можно
пронумеровать*



a_1

a_2

a_3

a_4



a_1

b_1

b_2

b_3



a_1



a_2



a_3



a_4



a_5