



Функции и их свойства, функциональные уравнения

Функции $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные

| | Функции $f(x)$ | | Функции $q(x)$ |
|---|--------------------------|---|--|
| 1 | $f(x) = kx + b$ | а | $q(x) = x^3 : k$ |
| 2 | $f(x) = \sqrt[3]{kx}$ | б | $q(x) = \frac{\sqrt[5]{x}}{k} - \frac{b}{k}$ |
| 3 | $f(x) = \frac{k}{x + d}$ | в | $q(x) = \frac{x}{k} - \frac{b}{k}$ |
| 4 | $f(x) = (kx + b)^5$ | г | $q(x) = \frac{k - dx}{x}$ |

1. Найдите правильное соответствие.
2. Укажите нечетные функции.
3. Укажите функции, у которых графиком является гипербола.
4. Решите уравнение $f(f(x)) = 30$ **(устно)**, если $f(x) = 2x + 5$

ОТВЕТЫ:

1)

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| в | а | г |

2) а); 2).

3) 3); г).

4) 3,75

ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ

1. Решить
уравнение

$$0,5f(q(x)) + 0,5q(f(x)) = q(q(x))$$

если
функции

$f(x)$ и $q(x)$ взаимно
обратные,

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2}x + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2} - 1,$$

найти решение более общей задачи.

2. Решить
уравнение

$$f(x) \cdot f(q(x)) = -f(f(x)) \cdot q(f(x))$$

если функции $f(x)$ и $q(x)$ **взаимно
обратные**

$$f(x) = \sqrt[3]{x + 2},$$

найти решение более общей
задачи.

3. При каких значениях параметра a корни уравнения

$$x(f(q(x)))^2 - ax \cdot q(f(x)) = (-3a + 9) \cdot f(q(x)),$$

образуют арифметическую прогрессию, если $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные функции,

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}+2}x + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{2}+1}} \quad ?$$

Найти решение более общей задачи.

4. Решить уравнение $f(f(f(x))) = 0$, если

$f(x)$ - квадратичная
функция

а) $f(x) = x^2 + 10x + 20$

б) $f(x) = x^2 + 14x + 42$

в) $f(x) = x^2 + 40x + 380$

Найти решение более общей задачи.

5. При каких значениях параметра графики функций совпадают для всех взаимно обратные функции

$$f(x) \quad \text{и} \quad q(x)$$

$$x', \quad \text{если} \quad f(x) \quad \text{и} \quad q(x)$$

$$f(x) = kx + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2} \quad ?$$

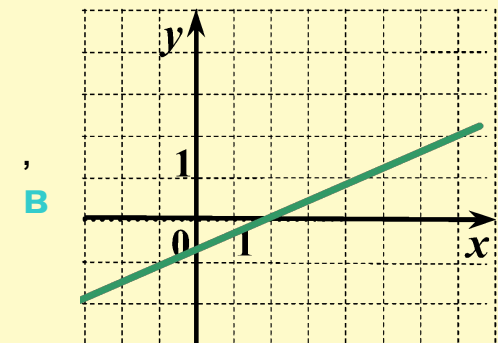
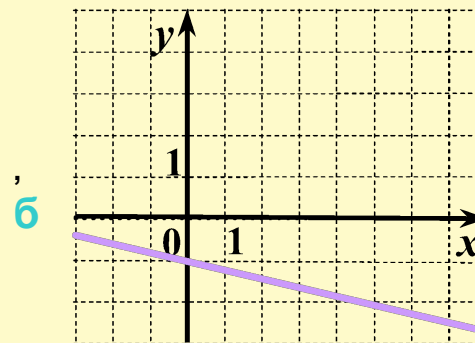
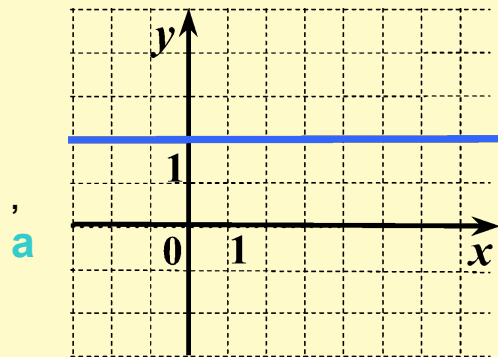
Найти решение более общей задачи.

Примерные вопросы учителя для I группы

1. Что вы можете сказать о функции

$$g(x) = q(q(x)) = \frac{1}{k^2}x + \frac{1}{k^2} - 1 \quad ?$$

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции $g(x) = q(q(x)) = \frac{1}{k^2}x + \frac{1}{k^2} - 1$, аргументируйте свой ответ.



3. Можно ли определить количество корней уравнения

$$0,5f(q(x)) + 0,5q(f(x)) = q(q(q(x))), \text{ если функции } f(x) \text{ и } q(x)$$

взаимно обратны, используя результаты вашего исследования?
 $f(x) = kx + k - n, (n \in N),$

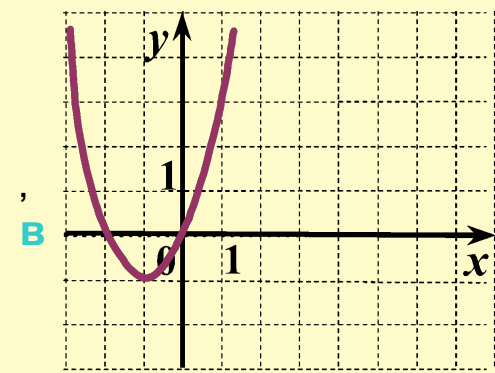
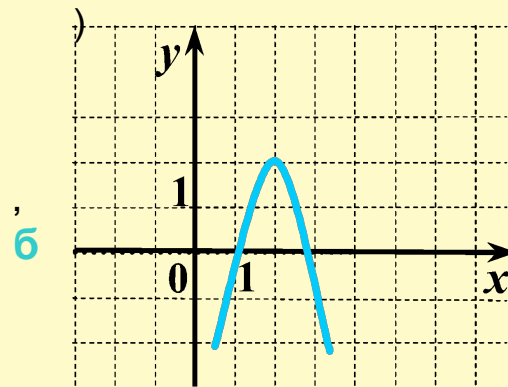
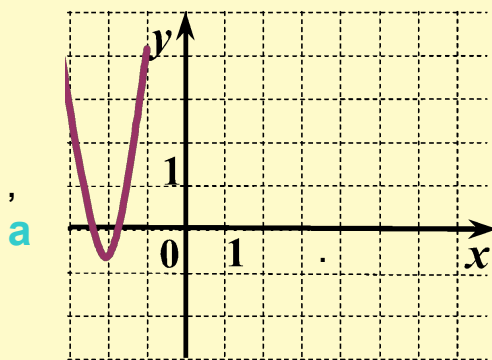
Примерные вопросы учителя для II группы

1. Что вы можете сказать о функции $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m, m \in N$?

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции

$$f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m, m \in N,$$

аргументируйте свой ответ, и определите значение $m, m \in N$



3. Можно ли определить количество корней уравнения

если функции

используя результаты вашего исследования?

$f(x)$ - квадратичная функция вида

$$f(f(f(f(x)))) = 0$$

$$f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m$$

Примерные вопросы учителя для III группы

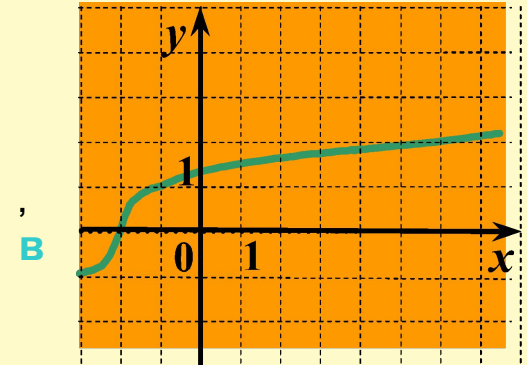
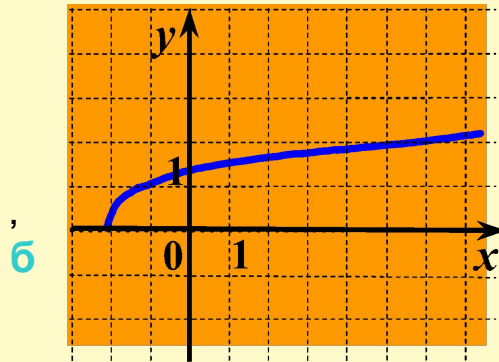
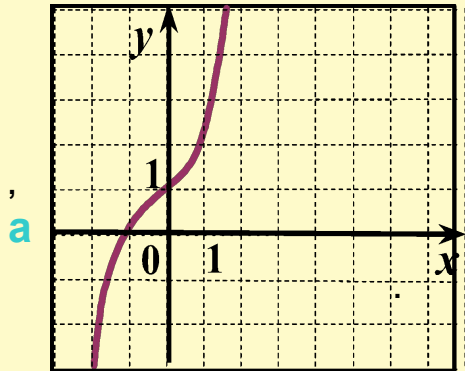
1. Что вы можете сказать о функции

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} \quad ?$$

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции
аргументируйте свой ответ и определите значение

$$f(x) = \sqrt[3]{x+b}$$

b.



3. Можно ли определить количество корней уравнения

$$f(f(f(x))) \cdot f(q(x)) = -f(f(f(f(x)))) \cdot q(f(x))$$

если функции

$$f(x) \text{ и}$$

$q(x)$ взаимно обратные

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} ,$$

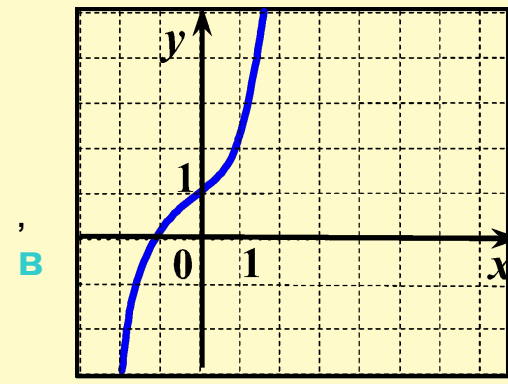
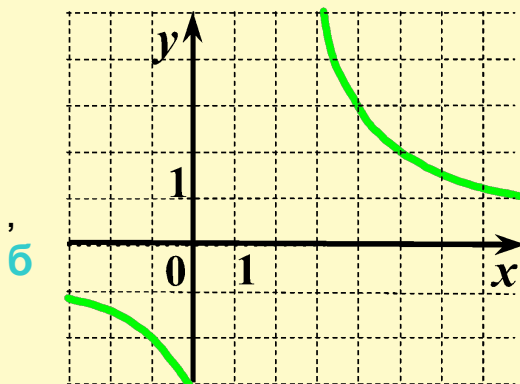
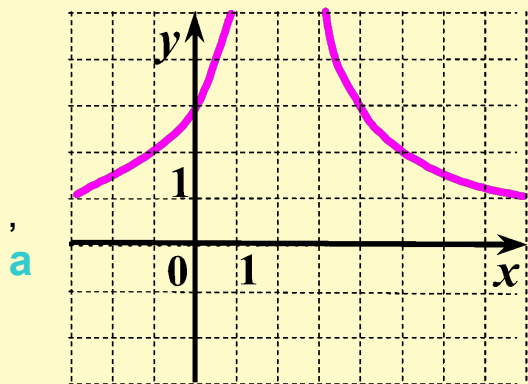
используя результаты вашего исследования?

Примерные вопросы учителя для IV группы

1. Что вы можете сказать о функции $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$?

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции
аргументируйте свой
ответ

$$f(x) = \frac{6}{x-2}$$



3. При какой зависимости параметров графики функций $f(x)$ и $q(x)$

совпадают для всех допустимых x , если $f(x)$ и $q(x)$

взаимно обратные функции и $q(x) = \frac{ax + b}{2x - 8}$?