Функции и их свойства, функциональные уравнения

Функции *f(x)* и *q(x)* *взаимно обратные*

	Функции $f(x)$		Функции $q(x)$
1	$f(x)=kx+b$	а	$q(x)=x^3:k$
2	$f(x)=\sqrt[3]{kx}$	б	$q(x)=\frac{\sqrt[5]{x}}{k}-\frac{b}{k}$
3	$f(x)=\frac{k}{x+d}$	в	$q(x)=\frac{x}{k}-\frac{b}{k}$
4	$f(x)=(kx+b)^5$	г	$q(x)=\frac{k-dx}{x}$

1. Найдите правильное соответствие.
2. Укажите нечетные функции.
3. Укажите функции, у которых графиком является гипербола.
4. Решите уравнение $f(f(x))=30$ **(устно), если** $f(x)=2x+5$

Ответы:

1)

1	2	3
в	а	г

2) а); 2).

3) 3); г).

4) 3,75

ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ

1.Решить уравнение

$$0{,}5f(q(x))+0{,}5q(f(x))=q(q(x))$$

если функции $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные,

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2}x+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+2}-1,$$

найти решение более общей задачи.

2.Решить уравнение

$$f(x)\cdot f(q(x)) = -f(f(x))\cdot q(f(x))$$

если функции $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2},$$

найти решение более общей задачи.

3.При каких значениях параметра ***a*** корни уравнения

$$x(f(q(x)))^2 - ax \cdot q(f(x)) = (-3a+9) \cdot f(q(x)),$$

образуют арифметическую прогрессию, если $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные функции,

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}+2}x + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{2}+1}} \quad ?$$

Найти решение более общей задачи.

4.Решить уравнение $f(f(f(x)))=0$, если $f(x)$ - квадратичная функция

а) $f(x)=x^2+10x+20$

б) $f(x)=x^2+14x+42$

в) $f(x)=x^2+40x+380$

Найти решение более общей задачи.

5.При каких значениях параметра k графики функций $f(x)$ и $q(x)$ совпадают для всех x, если $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные функции

$$f(x) = kx + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$$?

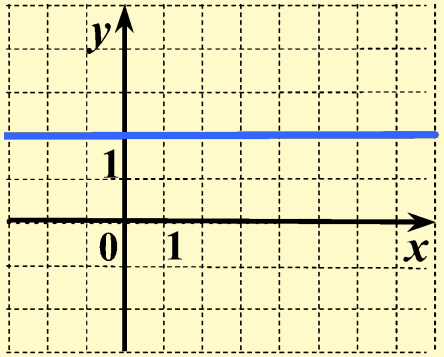
Найти решение более общей задачи.

Примерные вопросы учителя для I группы

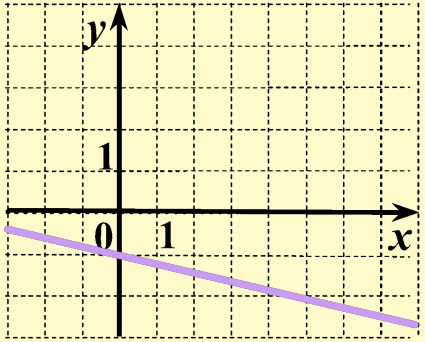
1. Что вы можете сказать о функции $g(x) = q(q(x)) = \frac{1}{k^2}x + \frac{1}{k^2} - 1$?

2.Укажите соответствующий эскиз графика функции $g(x) = q(q(x)) = \frac{1}{k^2}x + \frac{1}{k^2} - 1$, аргументируйте свой ответ.

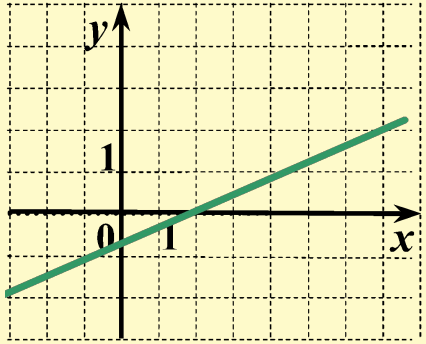
а,



б,



в,



3.Можно ли определить количество корней уравнения $0{,}5f(q(x)) + 0{,}5q(f(x)) = q(q(q(x))$, если функции $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные $f(x) = kx + k - n, (n \in N)$, обоснуйте результаты вашего исследования?

Примерные вопросы учителя для II группы

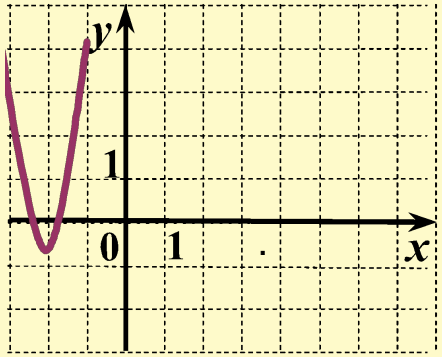
1.Что вы можете сказать о функции $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m, m \in N$?

2.Укажите соответствующий эскиз графика функции

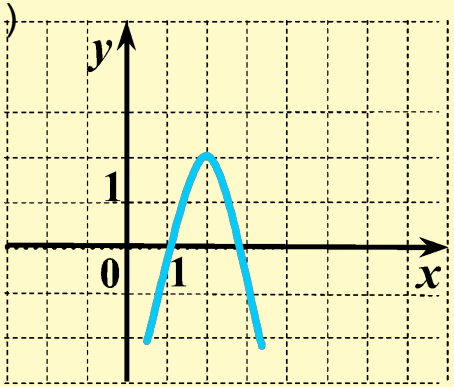
$$f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m, m \in N,$$

аргументируйте свой ответ, и определите значение $m, m \in N$

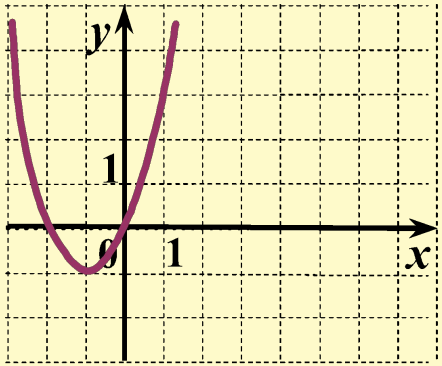
а,



б,



в,



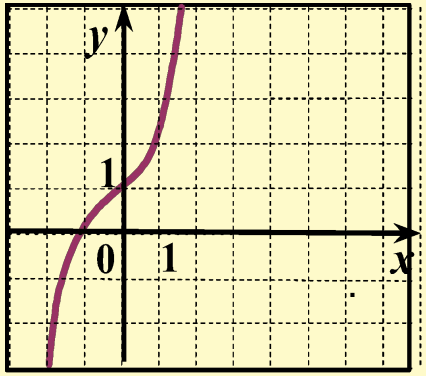
3. Можно ли определить количество корней уравнения $f(f(f(f(x)))) = 0$ если $f(x)$ - квадратичная функция вида $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m$ функции используя результаты вашего исследования?

Примерные вопросы учителя для III группы

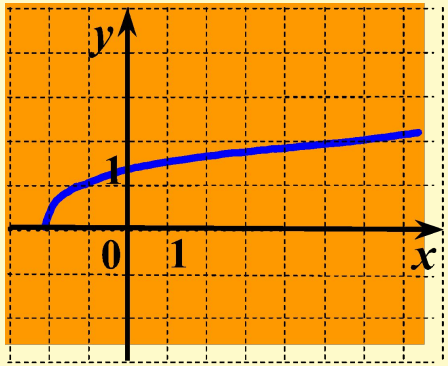
1. Что вы можете сказать о функции $f(x)=\sqrt[3]{x+2}$?

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции $f(x)=\sqrt[3]{x+b}$ аргументируйте свой ответ и определите значение b.

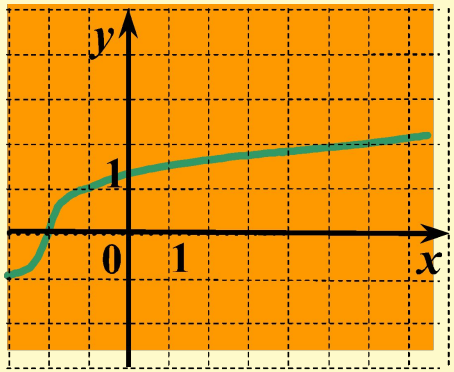
а



б



в



3.Можно ли определить количество корней уравнения

$$f(f(f(x)))\cdot f(q(x))=-f(f(f(f(x))))\cdot q(f(x))$$

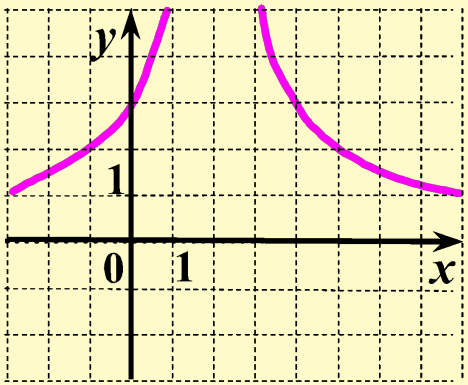
если $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные функции, $f(x)=\sqrt[3]{x+2}$, используя результаты вашего исследования?

Примерные вопросы учителя для IV группы

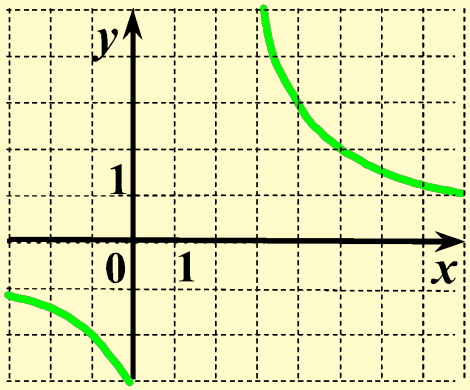
1. Что вы можете сказать о функции $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$?

2. Укажите соответствующий эскиз графика функции $f(x)=\dfrac{6}{x-2}$ аргументируйте свой ответ

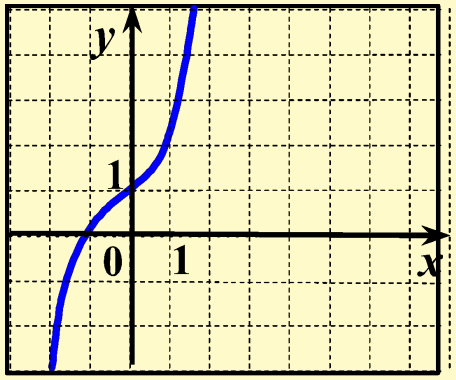
а,



б,



в,



3.При какой зависимости параметров графики функций $f(x)$ и $q(x)$ совпадают для всех допустимых x, если $f(x)$ и $q(x)$ взаимно обратные функции и $q(x)=\dfrac{ax+b}{2x-8}$?