7 класс алгебра

Математический язык. Математическая модель

Уроки № 3-4
Линейное уравнение с одной переменной

Цели:

- Дать понятие об уравнении и его корнях.
- Дать понятие о линейном уравнении и его решении.
- Текстовые задачи и их решение с помощью уравнений.

Одной из самых простых и важных математических моделей реальных ситуаций есть линейные уравнения с одной переменной.

$$3x = 12 \qquad 5y - 10 = 0 \qquad 2a + 7 = 0$$

Решить линейное уравнение с одной переменной – это значит найти те значения переменной, при каждом из которых уравнение обращается в верное числовое равенство.

Уравнение.

$$x + 2 = 5$$

$$x = 3$$

Корень уравнения - значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Найдём корень уравнения:

$$x + 37 = 85$$

$$= \quad -$$

$$x = 48$$

Решили уравнение – нашли те значения переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Не решая уравнений, проверь, какое из чисел является корнем уравнения.

42; 14; 0; 12

$$87 + (32 - x) = 105$$

42; 14; 0; 12

$$87 + (32 - x) = 105$$

$$87 + (32 - 42) = 77$$

$$87 + (32 - 14) = 105$$

$$87 + (32 - 0) = 119$$

$$x = 14$$

$$87 + (32 - 12) = 107$$

Решить уравнение – это значит найти все его корни или доказать, что их нет

$$(35 + y) - 15 = 31$$

$$35 + y = 31 + 15$$

$$35 + y = 46$$

$$y = 46 - 35$$

$$y = 11$$

Уравнения, которые имеют одни и те же корни, называют равносильными.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \text{и} \quad (x - 2)(x - 3) = 0$$

Равносильные уравнения

Каждое уравнение имеет одни и те же корни

$$x_1 = 2 \qquad x_2 = 3$$

При решении уравнений используют свойства:

1. Если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится равносильное уравнение.

2. Если обе части уравнения умножить или разделить на число (не равное нулю), то получится равносильное уравнение.

Решите уравнение и выполните проверку:

$$(y - 35) + 12 = 32;$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями

Решение.

$y - 35 + 12 = 32;$

$y – 23 = 32;$

$y = 32 + 23;$

$y = 55;$

$(55 - 35) + 12 = 32;$

$30 + 12 = 32;$

$32 = 32.$

Ответ: 55.

Решите уравнение и выполните проверку:

б) (24 + x) - 21 = 10;

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями

Решение.

$24 - 21 + x = 10;$

$x + 3 = 10;$

$x = 10 - 3;$

$\underline{x = 7}$

$(24 + 7) - 21 = 31 - 21 = 10;$

Ответ: 7.

Решите уравнение и выполните проверку:

$$в)\ (45 - y) + 18 = 58;$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями

Решение.

$$45 + 18 - y = 58;$$

$$63 - y = 58;$$

$$y = 63 - 58;$$

$$y = 5$$

$$(45 - 5) + 18 = 40 + 18 = 58.$$

Ответ: 5.

Уравнение вида: $ax + b = 0$

называется линейным уравнением с одной переменной (где x – переменная, a и b некоторые числа).

Внимание!

x – переменная входит в уравнение обязательно в первой степени.

$(45 - y) + 18 = 58$ — **линейное уравнением с одной переменной**

$3x^2 + 6x + 7 = 0$ — **не линейное уравнением с одной переменной**

Решите уравнение :

$$2(3x - 1) = 4(x + 3)$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями.

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$2(3x - 1) = 4(x + 3)$$

$$6x - 2 = 4x + 12$$

$$6x - 4x = 2 + 12$$

$$2x = 14$$

$$x = 14 : 2$$

$x = 7$ **- уравнение имеет 1 корень**

Решите уравнение :

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) - 14 + 2x$$

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) - 14 + 2x$$

$$6x - 2 = 4x + 12 - 14 + 2x$$

$$6x - 4x - 2x = 2 + 12 - 14$$

$$0 \cdot x = 0 \qquad (a = 0,\ b = 0)$$

При подстановке любого значения x получаем верное числовое равенство:

$$0 = 0$$

x – любое число

уравнение имеет бесконечно много корней

Решите уравнение :

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) + 2x$$

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$2(3x - 1) = 4(x + 3) + 2x$$

$$6x - 2 = 4x + 12 + 2x$$

$$6x - 4x - 2x - 2 - 12 = 0$$

$$0 \cdot x - 14 = 0 \qquad (a = 0,\ b = -14)$$

При подстановке любого значения x получаем неверное числовое равенство:

$$-14 = 0$$

Уравнение корней не имеет

Вспомним!

***Математическая модель** позволяет анализировать и решать задачи.*

При решении задачи четко выполнены три этапа:

1) Получение математической модели.

- ***Обозначают неизвестную в задаче величину буквой,***
- ***используя эту букву, записывают другие величины,***
- ***составляют уравнение по условию задачи.***

2) Работа с математической моделью.

- ***Решают полученное уравнение,***
- ***находят требуемые по условию задачи величины.***

3) Ответ на вопрос задачи.

Найденное решение используют для ответа на вопрос задачи применительно к реальной ситуации.

Задача:

Три бригады рабочих изготавливают игрушки к Новому году. Первая бригада сделала шары. Вторая бригада изготавливает сосульки и сделала их на 12 штук больше, чем шаров. Третья бригада изготавливает снежинки и сделала их на 5 штук меньше, чем изготовлено шаров и сосулек вместе. Всего было сделано 379 игрушек. Сколько в отдельности изготовлено шаров, сосулек и снежинок?

Шары – ?

Сосульки – ? **на 12 шт. больше, чем** **?**

Снежинки - ? **- на 5 шт. меньше, чем**

1) Получение математической модели.

Обозначим **шары –** x **(шт.)**

сосульки – $x + 12$ **(шт.)** $\quad x + x + 12 = 2x + 12$ **(шт.)**

снежинки - $2x + 12 - 5 = 2x + 7$ **(шт.)**

Так как по условию всего было сделано 379 игрушек, то составим уравнение:

$$x + (x + 12) + (2x + 7) = 379$$

математическая модель ситуации

линейное уравнением с одной переменной

2) Работа с математической моделью.

$$x + (x + 12) + (2x + 7) = 379$$

Решение уравнений состоит в постепенной замене более простыми равносильными уравнениями.

Приведем к стандартному виду: $ax + b = 0$

$$x + x + 12 + 2x + 7 = 379$$

$$4x + 19 = 379$$
$$4x = 379 - 19$$
$$4x = 360$$
$$x = 360 : 4$$
$$x = 90$$ 90 шт. - шаров

$x + 12 = 90 + 12 = 102$ (шт.) - сосульки

$2x + 7 = 2 \cdot 90 + 7 = 187$ (шт.) - снежинок

3) Ответ на вопрос задачи:

90 шт. – шаров, 102 (шт.) – сосульки, 187 (шт.) - снежинок

Ответить на вопросы:

1. Что называется уравнением?
2. Что называется корнем уравнения? Сколько корней может иметь уравнение?
3. Какие уравнения называются равносильными?
4. Сформулируйте основные свойства уравнений.
5. Стандартный вид линейного уравнения.
6. Какое уравнение называется линейным?