Метод интервалов

Подготовила:
учитель математики
МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова
Кутоманова Е.М.

2010-2011 учебный год

Рассмотрим функцию $f(x)=(x+3)(x-1)(x-2)$.

$D(f)$- любое число,

нули функции- числа -3; 1; 2.

Нули функции разбивают всю область определения на промежутки: $(-\infty;-3)$,$(-3;1)$,$(1;2)$, $(2;\infty)$.

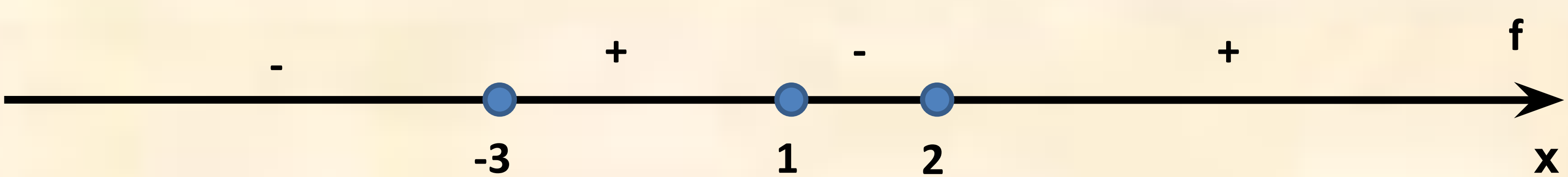
Выясним, какой знак имеет функция на каждом из указанных промежутков:

$f(-4)=-1\cdot(-5)(-6)=-30<0$;

$f(0)=3\cdot(-1)\cdot(-2)=6>0$;

$f(1,5)=4,5\cdot 0,5\cdot(-0,5)<0$;

$f(3)=6\cdot 2\cdot 1>0$;



ТЕОРЕМА :Если функция f непрерывна на интервале (a;b) и не обращается в 0 на этом интервале, то f сохраняет на нём постоянный знак.

Необходимым условием смены знака в точке С является : f (c)=0

Однако , это не является достаточным условием : **функция f может и не менять своего знака при переходе через точку С**

Методом интервалов можно решать неравенства вида:

$f(x)>0$,

$f(x)\geq 0$

$f(x)<0$,

$f(x)\leq 0$

1.Решим неравенство: $(x+4)(x-3)>0$

$f(x)=(x+4)(x-3)$,

$D(f)$- любое число,

-4 и 3- нули функции, которые разбивают всю область определения на промежутки:

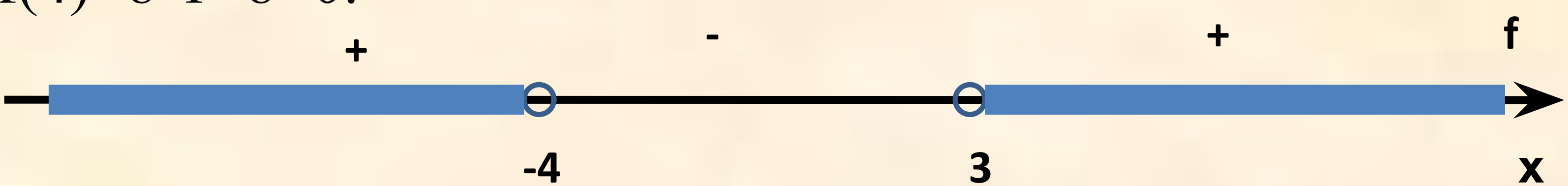
$(-\infty;-4)$, $(-4;3)$, $(3;\infty)$.

Определим знак функции на каждом промежутке:

$f(-5)=-1\cdot(-8)=8>0$;

$f(0)=4\cdot(-3)=-12<0$;

$f(4)=8\cdot 1=8>0$.



Ответ $(-\infty;-4) \cup (3;\infty)$.

2.Решим неравенство: $(x+5)(x+1)(x-3)<0$.

$f(x)=(x+5)(x+1)(x-3)$,

$D(f)$-любое число,

-5;-1;3- нули функции, которые разбивают всю область определения на промежутки:

$(-\infty;-5)$, $(-5;-1)$, $(-1;3)$.$(3;\infty)$.

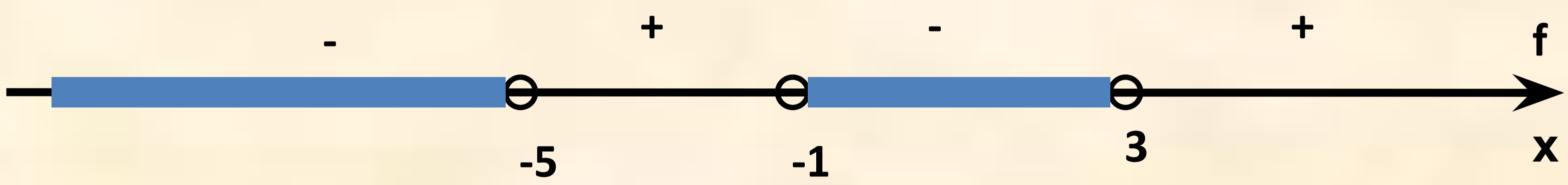
Определим знак функции на каждом промежутке:

$f(-6)=-1\cdot(-5)\cdot(-9)=-45<0$,

$f(-2)=3\cdot(-1)\cdot(-5)=15>0$,

$f(0)=5\cdot1\cdot(-3)=-15<0$,

$f(4)=9\cdot5\cdot6=270>0$.



Ответ $(-\infty;-5)$U $(-1;3)$.

№3. Решим неравенство $\dfrac{x-3}{x+5} \le 0$

$f(x) = \dfrac{x-3}{x+5},$

D(*f*)- *любое число, кроме -5,*

3- нуль функции.

$$f(-6) = \frac{-6-3}{-6+5} = \frac{-9}{-1} = 9\rangle 0, \quad f(0) = \frac{-3}{5}\langle 0, \quad f(4) = \frac{4-3}{4+5} = \frac{1}{9}\rangle 0,$$

$$x \in (-5;3]$$

$$Ответ: (-5;3]$$

№4. Решим неравенство $\dfrac{x-3}{x+5} \le 2$

$$\frac{x-3}{x+5} \le 2$$

$$\frac{x-3}{x+5} - 2 \le 0$$

$$\frac{x-3}{x+5} - 2 \le 0$$

$$\frac{x-3-2x-10}{x+5} \le 0$$

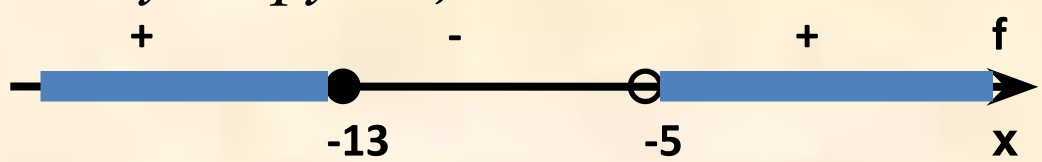
$$\frac{-x-13}{x+5} \ge 0$$

$$\frac{x+13}{x+5} \ge 0$$

$$f(x) = \frac{x+13}{x+5},$$

D(f)- любое число, кроме -5,

-13-нуль функции.



$$f(-14) = \frac{-1}{-9} \rangle 0, \quad f(-6) = \frac{7}{-1} \langle 0, \quad f(0) = \frac{13}{5} \rangle 0,$$

$$x \in (-\infty; -13] \cup (-5; \infty)$$

$$\textit{Ответ}: (-\infty; -13] \cup (-5; \infty)$$