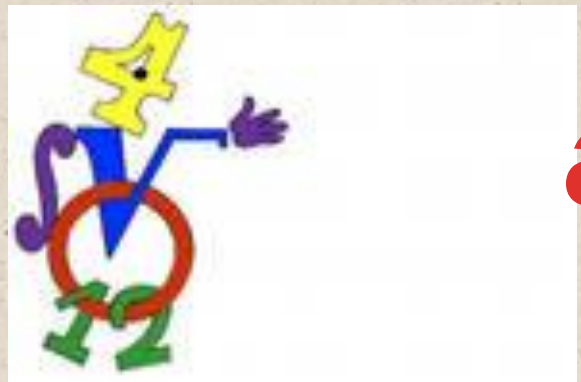

8 класс алгебра

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

7. ПЕРВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ (УРОКИ 19 - 20).

Цели:

- ✔Повторить правила решения и оформления линейных уравнений;
- ✔Изучить правила решения рациональных уравнений;
- ✔Научиться решать уравнения.

Вспомним!

Правила решения уравнений

$$\frac{1}{3}x + \overset{3}{12} = \overset{3}{x}$$

$$x + 36 = 3x$$

$$x - 3x = -36$$

$$-2x = -36$$

$$x = 18$$

Ответ : 18.

Корни уравнения не изменятся , если:

1) его обе части умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю;

2) какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак.

Линейное уравнение с одним неизвестным - это уравнение, которое можно привести к виду $ax = b$, где $a \neq 0$, с помощью переноса слагаемых и приведения подобных слагаемых.

Вспомним!

Допустимые значения дроби – ***это такие значения, при которых знаменатель дроби не обращается в нуль.***

Алгоритм нахождения допустимых значений дроби:

1. ***Находят значение переменной, при которых знаменатель дроби обращается в нуль.***

2. Затем исключают эти значения из множества всех чисел.

Изучение новой темы

Рациональное выражение – ***алгебраическое выражение составленное из чисел и переменных с помощью арифметических операций и возведения в натуральную степень.***

P(x) – рациональное выражение, тогда

P(x) = 0 называют рациональным уравнением.

Для решения рациональных уравнений применяют те же правила, что и для линейных уравнений.

Внимание!

К дроби $\frac{a}{b} = 0$; нужно относиться уважительно! Сначала воспользоваться условием $a = 0$, а затем проверить $b \neq 0$.

Рассмотрим на примерах правила решения рациональных уравнений.

Рассмотрим пример 1.

Решить уравнение.

$$\frac{2x-1}{5}-\frac{3x+2}{4}-1=0$$

Решение

Выполним действия в левой части:

$$\frac{2x-1}{5}-\frac{3x+2}{4}-1=\frac{4(2x-1)-5(3x+2)-20}{20}=$$

$$=\frac{8x-4-15x-10-20}{20}=\frac{-7x-34}{20};$$

$$\frac{-7x-34}{20}=0;$$

Дробь равна нулю лишь при условиях: $-7x-34=0;$ $20\neq 0.$

$$-7x=34;\quad x=-\frac{34}{7}=-4\frac{6}{7};$$

Ответ: $-4\frac{6}{7}.$

Рассмотрим пример 2.

Решить уравнение.

$$\frac{2}{x+3}+1=\frac{x^2-10}{x^2-9};$$

Решение

Это - рациональное уравнение. Перепишем его в виде:

$$\frac{2}{x+3}+1-\frac{x^2-10}{x^2-9}=0;$$

Выполним действия в левой части:

$x+3$ $(x-3)(x+3)$ 1

$$\frac{2}{x+3}+1-\frac{x^2-10}{x^2-9}=$$

$$=\frac{2(x-3)+(x-3)(x+3)-(x^2-10)}{(x+3)(x-3)}=$$

$$=\frac{2x-6+x^2-9-x^2+10}{(x+3)(x-3)}=$$

$$=\frac{2x-5}{(x+3)(x-3)};\qquad \frac{2x-5}{(x+3)(x-3)}=0;$$

$$2x-5=0,$$

$$(x+3)(x-3)\neq 0$$

- условие равенства нулю дроби

$$2x=5,$$

$$x=2{,}5.$$

Выполнив проверку убеждаемся, что при x = 2,5 знаменатель (x - 3)(x + 3) не равен нулю.

Ответ: $2{,}5.$

Рассмотрим пример 3.

Решить уравнение.

$$\frac{10}{x+2}+\frac{6}{x-2}=2$$

Решени

Это - рациональное уравнение. Перепишем его в виде:

$$\frac{10}{x+2}+\frac{6}{x-2}-2=0$$

$$\frac{10(x-2)+6(x+2)-2(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{10x-20+6x+12-2x^2+8}{(x+2)(x-2)}=$$

$$= \frac{16x - 2x^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x(8-x)}{(x+2)(x-2)};$$

$$\frac{2x(8-x)}{(x+2)(x-2)} = 0$$

$2x(8-x) = 0,$

$(x+2)(x-2) \neq 0$ - условие равенства нулю дроби

$2x = 0$ $\quad x = 0$

или $\quad$ или

$(8-x) = 0,$ $\quad x = 8,$

Подставим эти числа в знаменатель. Поскольку ни при x = 0 , ни при x = 8 знаменатель не обращается в нуль, оба значения являются корнями уравнения.

Ответ: 0, 8.

Задача.

Лодка прошла по течению реки 10 км и против течения 6 км, затратив на весь путь 2 часа. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч?

Решение

1 этап.

Составление математической модели.

Пусть x км/ч – собственная скорость лодки, тогда по течению реки она плывет со скоростью (x + 2) км/ч, а против течения со скоростью (x – 2) км/ч.

Время затраченное на 10 км по течению: $\frac{10}{x+2}$ ч

Время затраченное на 6 км против течения: $\frac{6}{x-2}$ ч

По условию задачи на весь путь затрачено 2 ч.

Получаем уравнение:

$$\frac{10}{x+2}+\frac{6}{x-2}=2$$

2 этап.

Работа с составленной математической моделью.

Внимание!

Это уравнение решено при решении примера 3.

x = 0, или x = 8.

3 этап.

Ответ на вопрос задачи.

Нужно выяснить, чему равна собственная скорость лодки,

т. е. чему равно значение x?

Мы получили, что x = 0, либо x = 8

Собственная скорость лодки не может быть равна 0 км/ч.

Значит собственная скорость лодки -равна 8 км/ч.

Ответ: ***8 км/ч – собственная скорость лодки.***

Ответить на вопросы:

1. Какое выражение называется рациональным? Привести пример рационального алгебраического выражения.
2. В каком случае дробь не имеет смысла? Что называют допустимыми значениями дроби?
3. Каково условие равенства алгебраической дроби нулю?