Методы решения систем уравнений

МОУ - СОШ №6
Учитель математики
Миссюра Ирина Николаевна

Цель урока

- Продолжить формирование навыков сознательного выбора способа решения системы;
- Развивать потребность в нахождении рациональных способов решения;
- Воспитывать умение контролировать внимание на всех этапах урока;

«Математику нельзя изучать, наблюдая как это делает сосед»

ТЕСТ
по теме «Подготовка к ГИА »
7 – 9 классы

1. Вычислите: $(-1\frac{2}{3})^2 \cdot 1\frac{4}{5} - 0{,}2 : \frac{2}{65}$.

1) $-11{,}5$

2) $-1{,}5$

3) -3

4) $1{,}5$

Проверка

2. Упростите выражение $0{,}2\tilde{o}^2 \cdot (-0{,}5\tilde{o})^3$.

1) $-0{,}1x^5$

2) $-0{,}025x^5$

3) $-25x^5$

4) $-0{,}3x^6$

Проверка

3. Разложите на множители $ax + ay.$

1) $a(x + ay)$

2) $a(x + y)$

3) $x(a + y)$

4) $y(x + a)$

Проверка

4. Выполните умножение $(\sqrt{6}-5)(\sqrt{6}+5)$.

1) -19

2) 31

3) 1

4) 11

Проверка

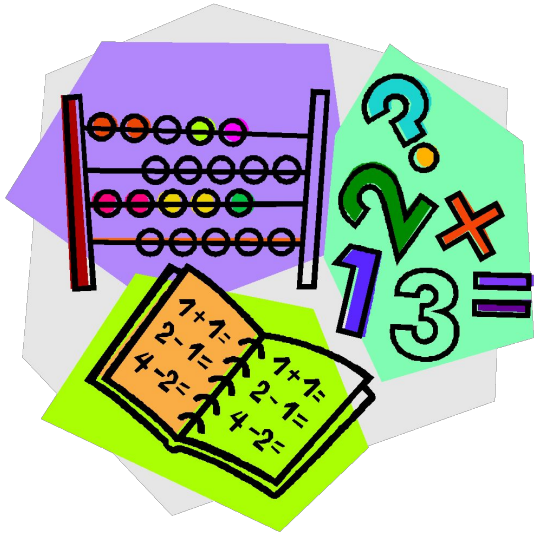
5. Упростите выражение $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\dfrac{a-b}{a+b}$.

1) $-\dfrac{2b}{a+b}$

2) $\dfrac{2b^2}{a^2-b^2}$

3) $\dfrac{a+b}{a-b}$

4) $\dfrac{2ab}{a^2-b^2}$



Проверка

6. Сколько процентов составляет число 8 от своего квадрата?

1) 20

2) 8

3) 12,5

4) 12

Проверка

7. Найдите наибольший корень уравнения

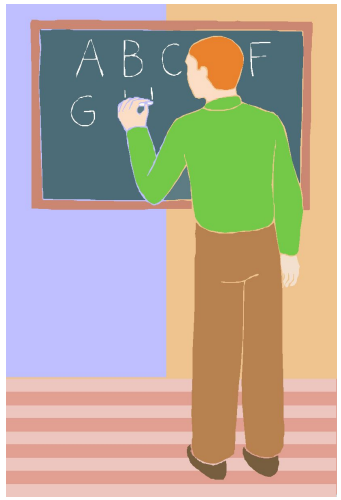
$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

1) 1

2) $-2{,}5$

3) -1

4) 2,5



Проверка

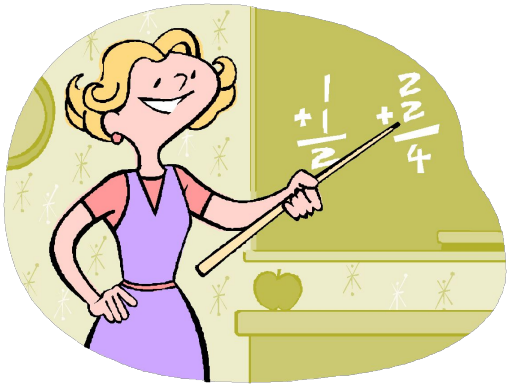
8. Решите неравенство $x^2 \le 0{,}25.$

1) $\left(-\infty; 0{,}5\right]$

2) $\left[-0{,}5; 0{,}5\right]$

3) $\left[0{,}5; +\infty\right)$

4) $\left(-0{,}5; 0{,}5\right)$



Проверка

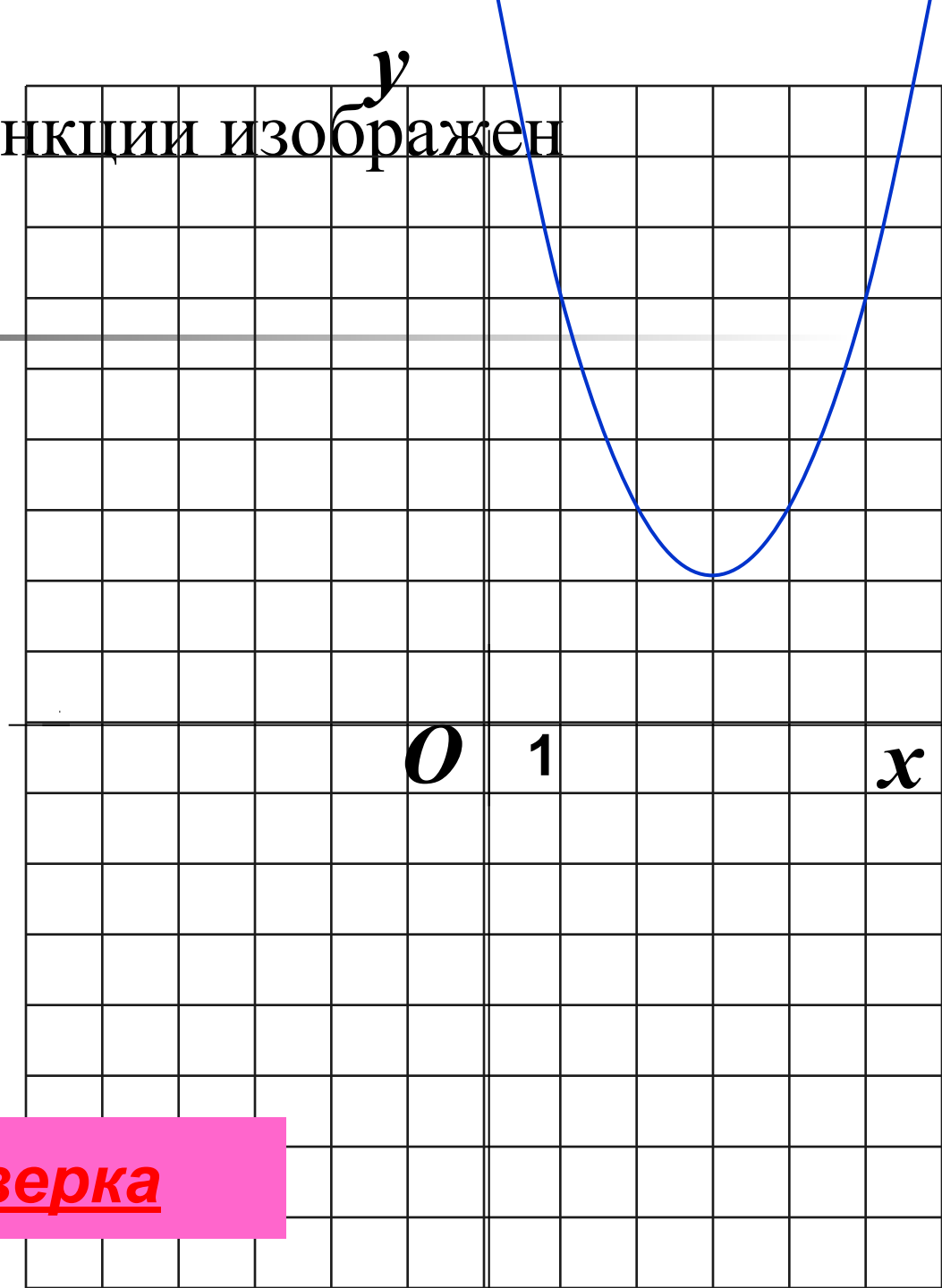
9. График какой функции изображен на рисунке?

1) $y = x^2 + 3x + 2$

2) $y = x^2 - 3x + 2$

3) $y = x^2 - 6x + 11$

4) $y = x^2 + 6x + 11$



Проверка

10. Найдите значение выражения

$$\sqrt{2x+1} \text{ при } x=-\frac{4}{9}.$$

А. $\frac{\sqrt{17}}{3}$

Б. $\frac{1}{3}$

В. 1

Г. При x = - 4/9 выражение не имеет смысла.

Проверка

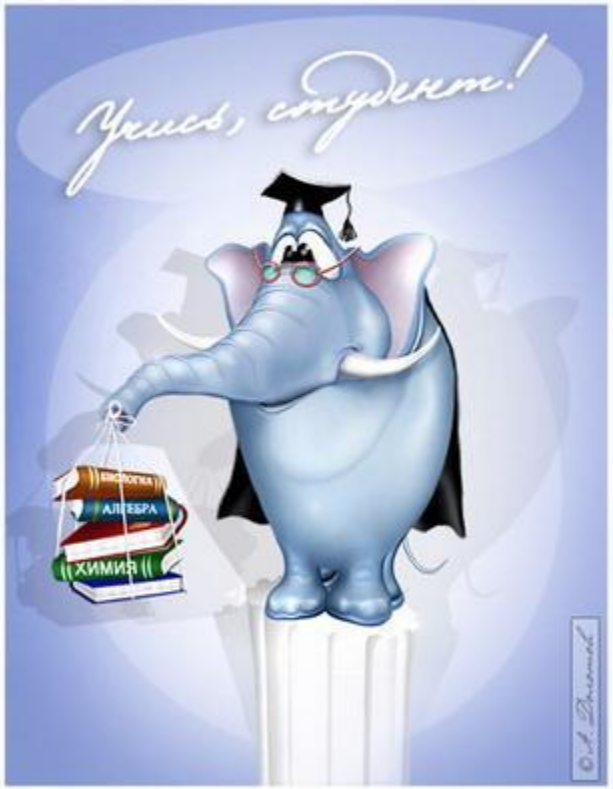
11. Из формулы мощности N=A/t выразите работу А.

А. A = Nt

Б. $A = \frac{Nt}{A}$

В. $A = \frac{N}{t}$

Г. $A = \frac{t}{N}$



Проверка

12. Упростите выражение

$$(a-4)^2-2a(3a-4).$$

А. $-5a^2+16$

Б. $-5a^2+8a-16$

В. $-5a^2+8$

Г. $-5a^2+8a-4$

Проверка

13. Какое из данных выражений не равно

$$\sqrt{\frac{5}{48}}\,?$$

А. $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{3}}$

Б. $\dfrac{\sqrt{5}}{8}$

В. $\dfrac{\sqrt{15}}{12}$

Г. $\dfrac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}$

Проверка

14. Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 ч?

Пусть x ч – время, затраченное на дорогу от озера до деревни. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

А. $\frac{15}{x}+\frac{10}{1-x}=1$

Б. 15x = 10(1 – x)

В. 15x + 10(1 – x) = 1

Г. 15(1 – x) = 10x

Проверка

$$(-1\frac{2}{3})^2 \cdot 1\frac{4}{5} - 0{,}2 : \frac{2}{65} = -1{,}5$$

РЕШЕНИЕ:

$$1)\ (-1\frac{2}{3})^2 = (-\frac{5}{3})^2 = \frac{25}{9}$$

$$2)\ \frac{25}{9} \cdot \frac{9}{5} = 5$$

$$3)\ 0{,}2 : \frac{2}{65} = \frac{1}{5} \cdot \frac{65}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$$

$$4)\ 5 - 6{,}5 = -1{,}5$$

Ответ: 2.

2. Упростите выражение $0{,}2x^2 \cdot (-0{,}5x)^3$.

РЕШЕНИЕ:

$$0{,}2x^2 \cdot (-0{,}5x)^3 = 0{,}2x^2 \cdot (-0{,}125x^3) =$$

$$= -0{,}025x^5$$

Ответ: 2.

3. Разложите на множители $ax + ay.$

РЕШЕНИЕ:

$$ax + ay = a(x + y)$$

Ответ: 2.

4. Выполните умножение $(\sqrt{6}-5)(\sqrt{6}+5)$.

РЕШЕНИЕ:

$$(\sqrt{6}-5)(\sqrt{6}+5)=(\sqrt{6})^2-5^2=$$

$$=6-25=-19$$

Ответ: 1.

РЕШЕНИЕ:

$$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}-\frac{a-b}{a+b}=$$

$$=\frac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}-\frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}-\frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}=$$

$$=\frac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}-\frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{a^2+b^2-a^2+2ab-b^2}{(a-b)(a+b)}=$$

$$=\frac{2ab}{a^2-b^2}.$$

Ответ: 4.

6. Сколько процентов составляет число 8 от своего квадрата?

Решение:

$$1)\ 8^2 = 64$$

$$2)\ 8 : 64 = 0{,}125 = 12{,}5\ \%$$

Ответ: 3.

7. Найдите наибольший корень уравнения

$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

РЕШЕНИЕ:

$a + b + c = 2 + 3 - 5 = 0$, значит $x_1 = 1$, $x_2 = -5 : 2 = -2{,}5$.

Наибольший корень уравнения $x = 1$.

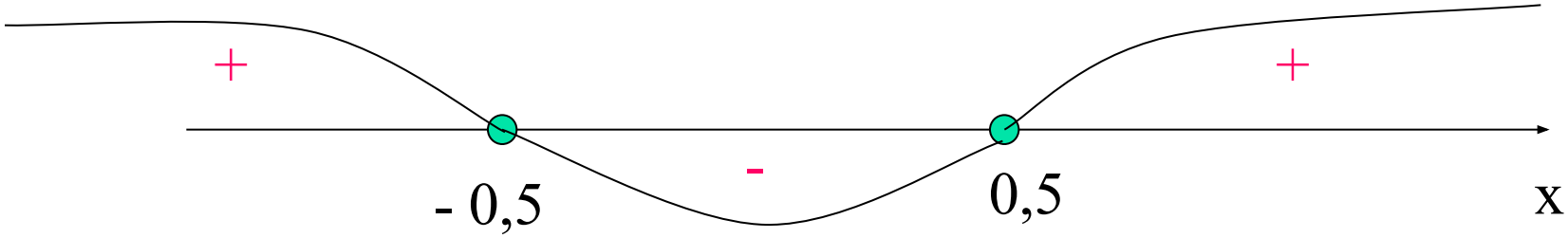
Ответ: 1.

8. Решите неравенство $x^2 \le 0{,}25.$

РЕШЕНИЕ:

$$x^2 - 0{,}25 \le 0,$$

$$(x + 0{,}5)(x - 0{,}5) \le 0,$$



$$x \in [-0{,}5; 0{,}5]$$

Ответ: 2.

9. График какой функции изображен на рисунке?

РЕШЕНИЕ:

$$y = x^2 - 6x + 11 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 + 2 =$$

$$= (x-3)^2 + 2.$$

$$x_0 = 3, y_0 = 2.$$

Ответ: 3.

10. Найдите значение выражения

$$\sqrt{2x+1} \text{ при } x=-\frac{4}{9}.$$

РЕШЕНИЕ:

$$\sqrt{2\cdot(-\frac{4}{9})+1}=\sqrt{-\frac{8}{9}+1}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}.$$

Ответ: Б.

11. Из формулы мощности N=A/t выразите работу A.

РЕШЕНИЕ:

$$N = \frac{A}{t}, \quad A = Nt.$$

Ответ: А.

13. Упростите выражение

$$(a-4)^2-2a(3a-4).$$

РЕШЕНИЕ:

$$(a-4)^2-2a(3a-4)=$$

$$=a^2-8a+16-6a^2+8a=$$

$$=-5a^2+16.$$

Ответ: А.

13. Какое из данных выражений не равно

$$\sqrt{\frac{5}{48}}?$$

РЕШЕНИЕ:

$$1)\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{5}{48}}.$$

$$2)\ \frac{\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{64}} = \sqrt{\frac{5}{64}}.$$

$$3)\ \frac{\sqrt{15}}{12} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{144}} = \sqrt{\frac{15}{144}} = \sqrt{\frac{5}{48}}.$$

$$4)\ \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{5}{48}}.$$

Ответ: Б.

14. Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 ч?

Пусть x ч – время, затраченное на дорогу от озера до деревни. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

РЕШЕНИЕ:

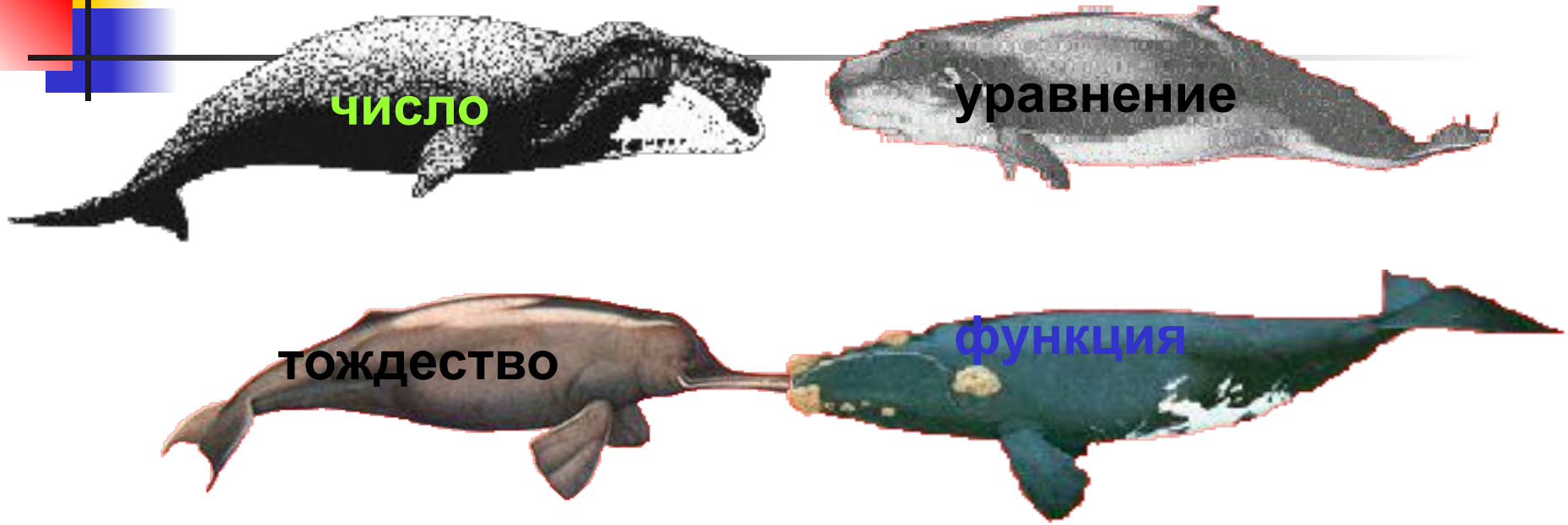
Если x ч – время затраченное на дорогу от озера до деревни и все время 1 ч, то на путь обратно велосипедист затратил (1 – x) ч.

15x км – расстояние от озера до деревни,
10(1 – x) км – расстояние от деревни до озера.
Зная, что расстояния одинаковые, составляем уравнение:

$$15x = 10(1 - x).$$

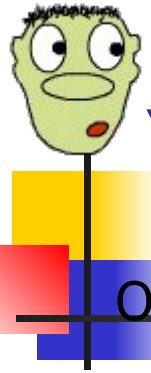
Ответ: Б.

Алгебра стоит на четырёх китах



Алгебра щедра. Зачастую она дает больше, чем у нее спрашивают

Ж.Даламбер



Уравнение и его свойства

Определение

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных

$ax=b$ → Линейное уравнение с одной переменной

$ax+by=c$ → Линейное уравнение с двумя переменными

Свойства уравнений

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному

Вопросы для размышления

- *Являются ли данные выражения уравнениями?*

a) $5x + 4 = 0$; b) $2 + 3x$; c) $7x + 3 = 4y$; d) $7x + 5y$;

- *Равносильны ли эти уравнения?*

a) $2x + 3y = 10$ и $2x = 10 – 3y$;

b) $10 – 2x = 5y$ и $10 = 5y – 2x$;

- *Равносильны ли эти уравнения?*

a) $2x + y = 3$ и $4x + 2y = 6$;

b) $21x + 15 = 3y$ и $7x + 5 = 9y$;

Выпишите буквы правильных ответов

Что называется системой уравнений?

- Что называется решением системы уравнений?
- Что значит – решить систему уравнений?

Система уравнений и её решение

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+l=7 \\ l+m=9 \\ m+x+y=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2+x+z^2=3 \\ 5+3+2x-1=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=5 \\ x+y=2 \\ y^2-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ xy=2 \\ x^2+y=3 \end{cases}$$

1) $x=1,\ y=2$ - решение системы.

$$\begin{cases} 1+2\cdot 2=5 & \text{верно} \\ 1\cdot 2=2 & \text{верно} \\ 1^2+2=3 & \text{верно} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$$

Общий вид системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, где a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 и c_2 некоторые числа.

Определения

- Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно
- Каждая пара значений переменных, которая одновременно является решением всех уравнений системы, называется решением системы
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство
- Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что их нет

Сколько решений имеет система уравнений ?

Если $к1 \neq к2$	Графики пересекаются	Система имеет единственное решение
Если $к1=к2$, $b1 \neq b2$	Графики параллельны	Система не имеет решений
Если $к1=к2$, $b1=b2$	Графики совпадают	Система имеет бесконечно много решений

Является ли пара чисел решением системы

$$\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$$

(3;1)

$$\begin{cases} 3 + 1 = 4, & \text{верно} \\ 2 * 3 - 1 = 2; & \text{неверно} \end{cases}$$

(3;1) не является решением

(2;2)

$$\begin{cases} 2 + 2 = 4, & \text{верно} \\ 2 * 2 - 2 = 2; & \text{верно} \end{cases}$$

(2;2) является решением

Методы решения систем уравнений

- способ подстановки
- способ сложения
- графический способ

Решить систему уравнений способом подстановки

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1. \end{cases}$$

Решение системы способом подстановки

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$7x - 2x - 4 = 1;$$

$$5x = 5;$$

$$\underline{x = 1};$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: x=1; y=6.

Способ подстановки (алгоритм)

- Из какого-либо уравнения ***выразить*** одну переменную через другую
- Подставить ***полученное выражение*** для переменной в ***другое*** уравнение и решить его
- Сделать ***подстановку*** найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной
- Записать ответ: x=…; y=… .

Решить систему уравнений способом сложения

$$\begin{cases} 7x + 2y = 1, \\ 17x + 6y = -9. \end{cases}$$

Решение системы способом сложения

Уравняем модули коэффициентов перед y

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \quad \|\cdot(-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравнения почленно

$$+\begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} -4x=-12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 7\cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)

Способ сложения (алгоритм)

- ***Уравнять*** модули коэффициентов при какой-нибудь переменной
- ***Сложить*** почленно уравнения системы
- Составить ***новую*** систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых
- Решить ***новое*** уравнение и найти значение одной переменной
- ***Подставить*** значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной
- Записать ответ: x=…; y=… .

Решение системы графическим способом

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

Вырази y через x

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график первого уравнения

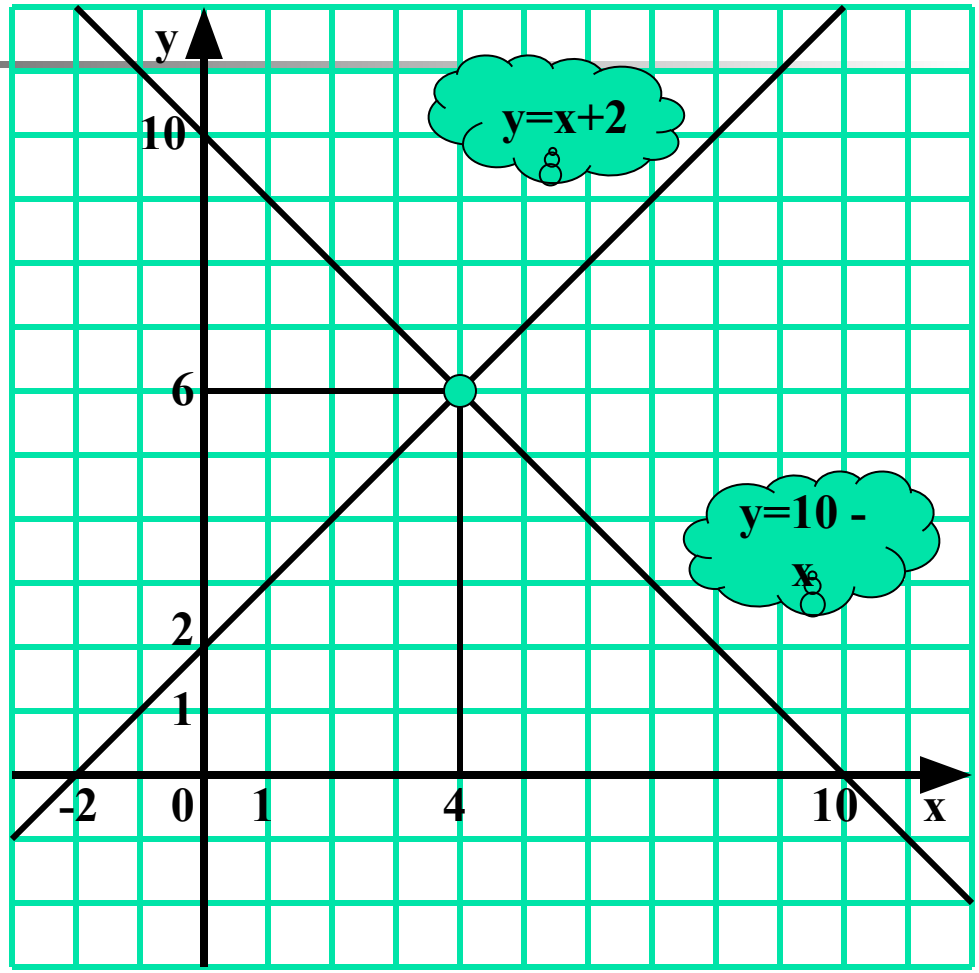
$y = x + 2$

x	0	-2
y	2	0

Построим график второго уравнения

$y = 10 - x$

x	0	10
y	10	0



Ответ: (4; 6)

Графический способ (алгоритм)

- Выразить y через x в каждом уравнении
- Построить в одной системе координат график каждого уравнения
- Определить координаты точки пересечения
- Записать ответ: x=…; y=… , или (x; y)

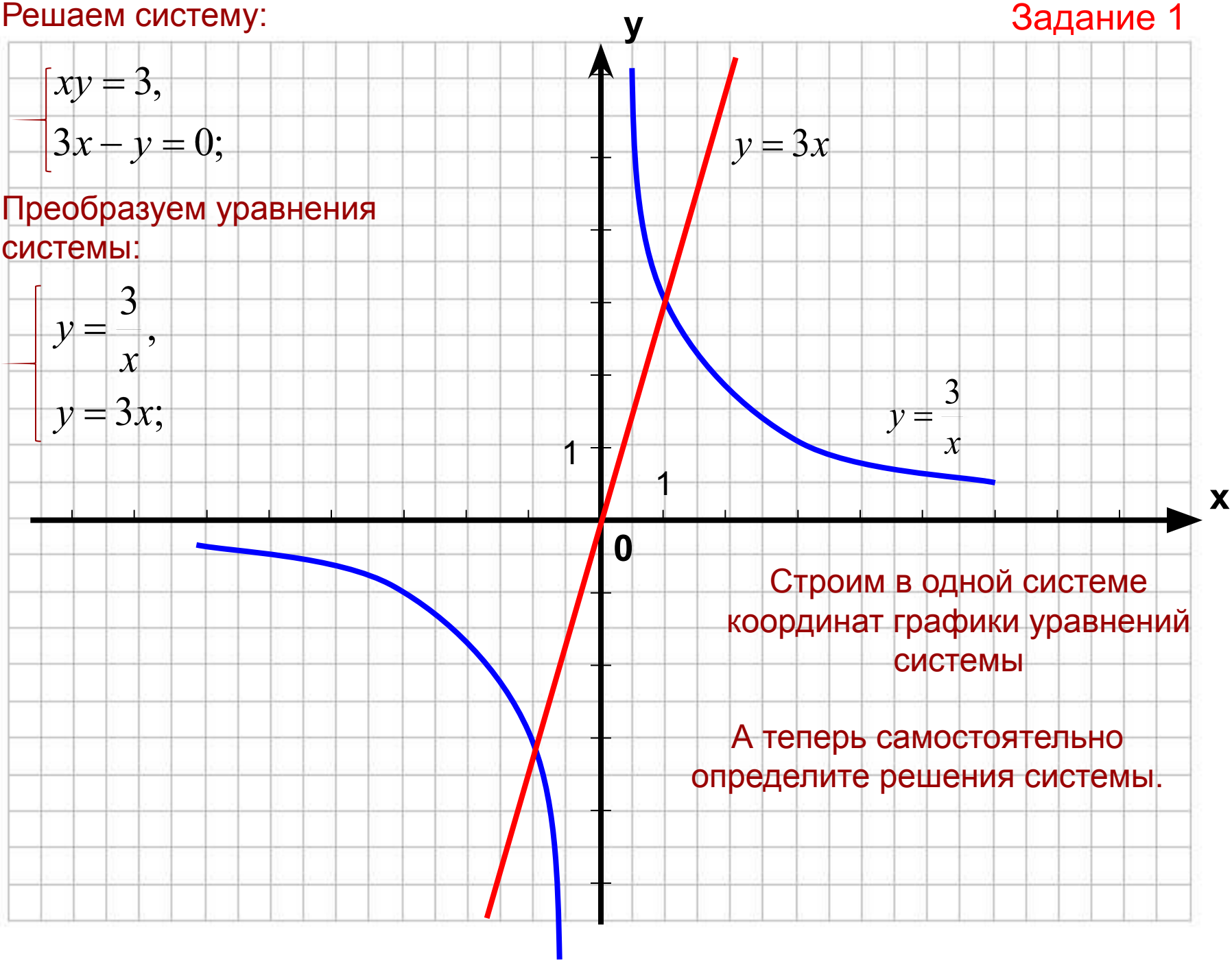
Решаем систему:

Задание 1

$$\begin{cases} xy = 3, \\ 3x - y = 0; \end{cases}$$

Преобразуем уравнения системы:

$$\begin{cases} y = \dfrac{3}{x}, \\ y = 3x; \end{cases}$$



Строим в одной системе координат графики уравнений системы

А теперь самостоятельно определите решения системы.

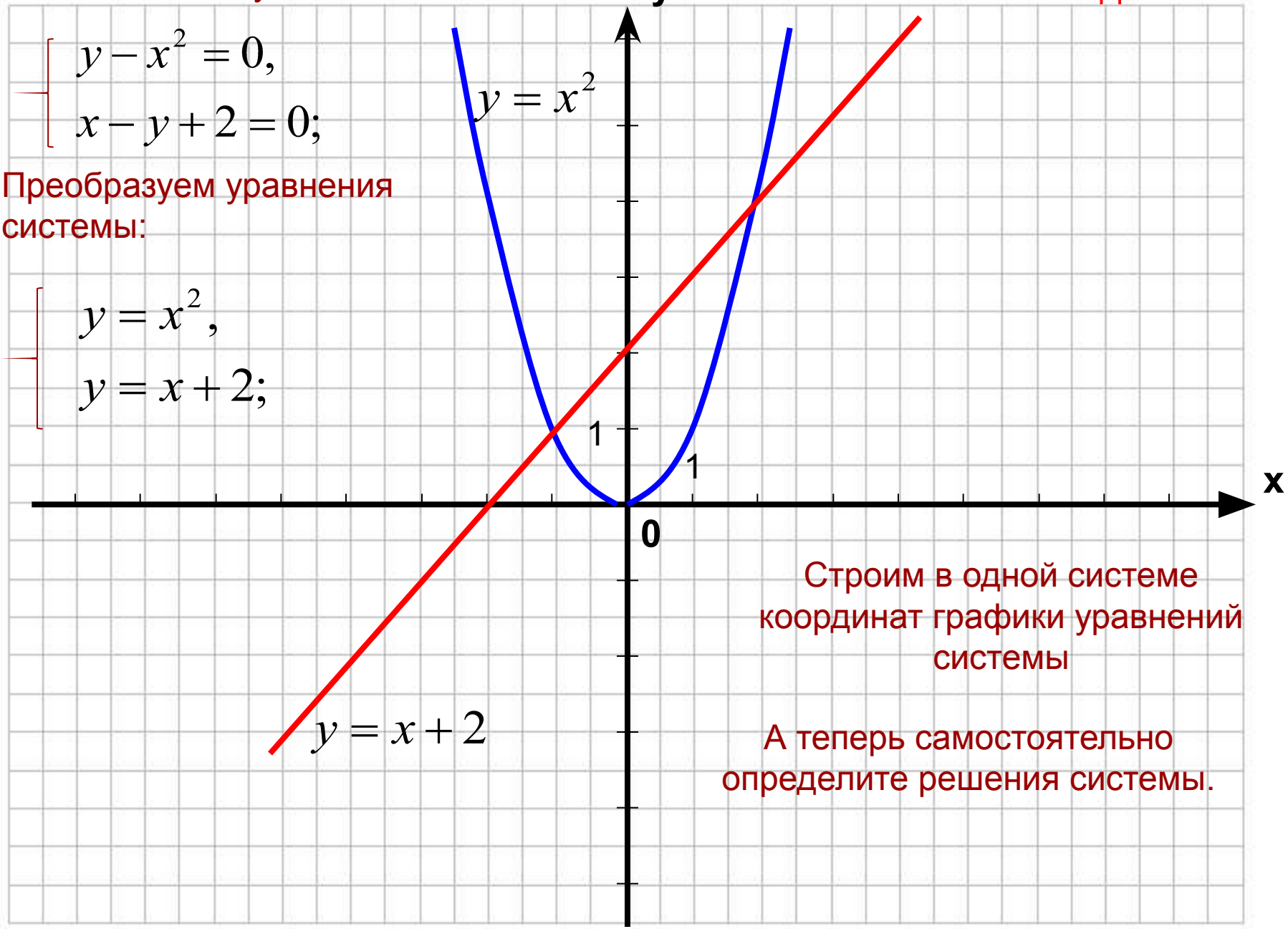
Решаем систему:

Задание 2

$$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ x - y + 2 = 0; \end{cases}$$

Преобразуем уравнения системы:

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = x + 2; \end{cases}$$

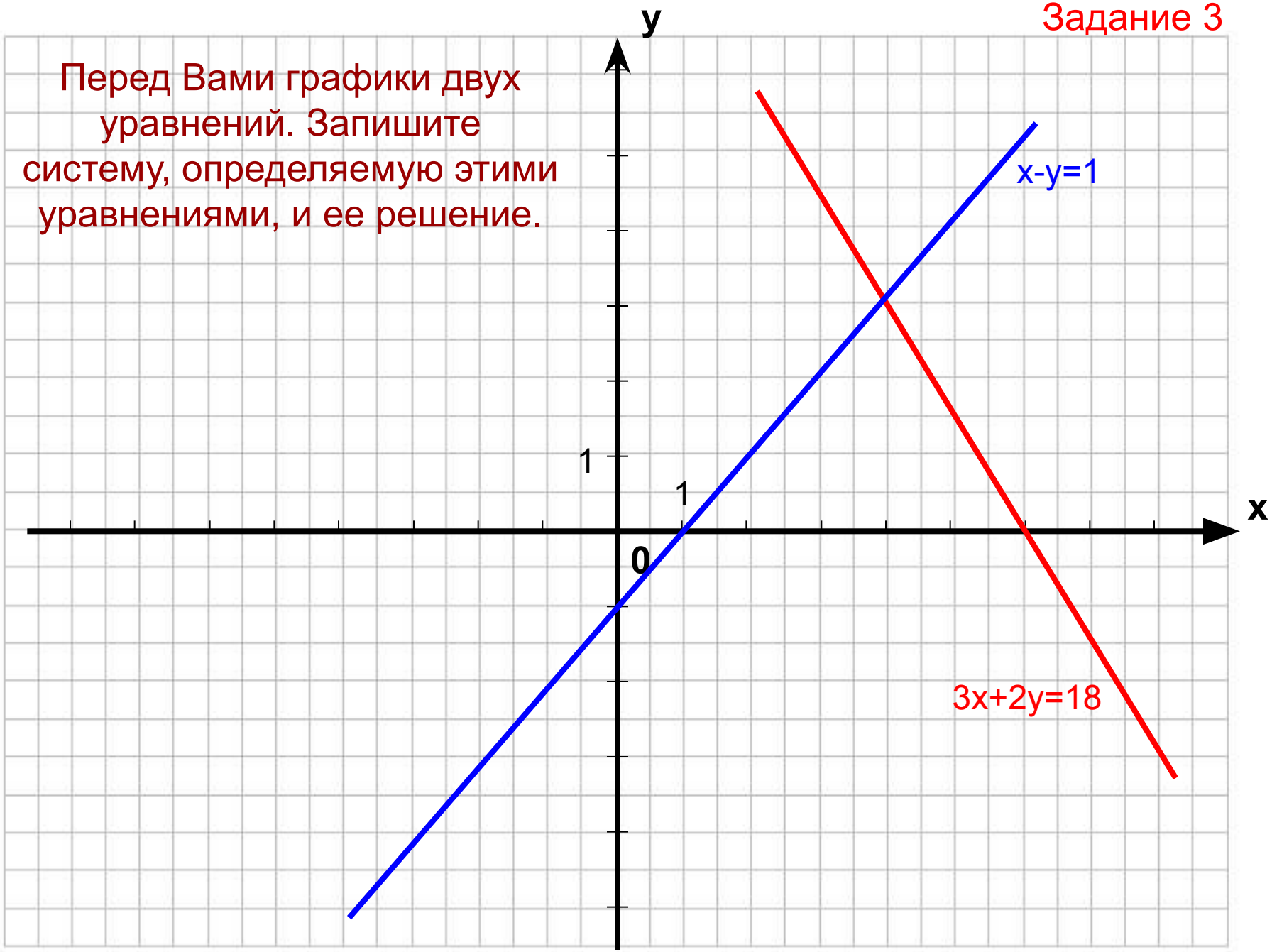


Строим в одной системе координат графики уравнений системы

А теперь самостоятельно определите решения системы.

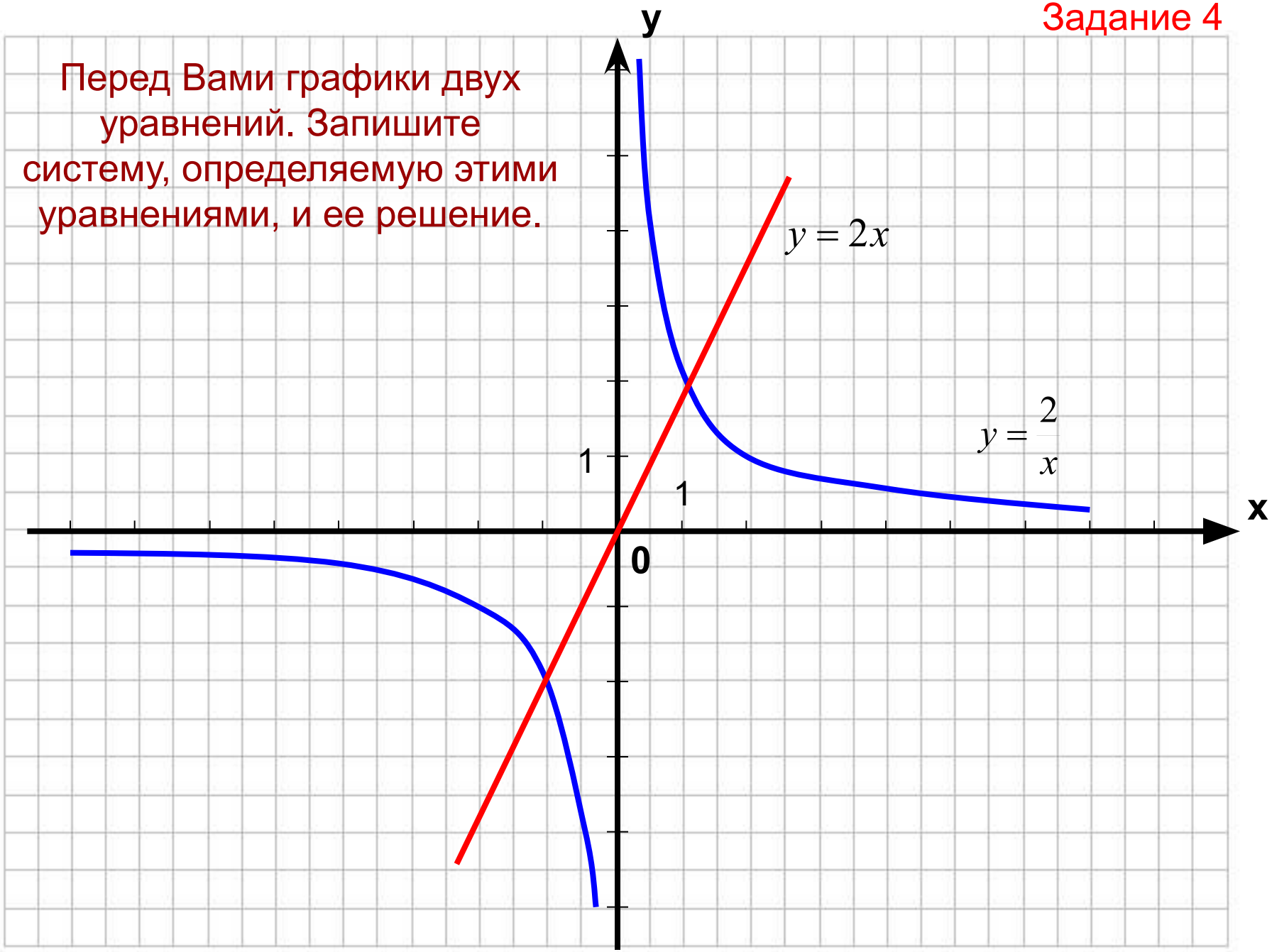
Задание 3

Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



Задание 4

Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



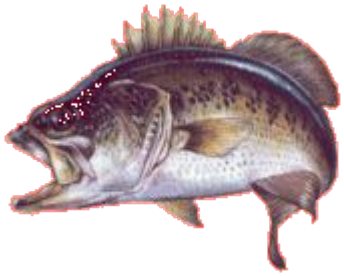
Применение систем уравнений

1. В настоящее время в компьютерной технологии широко используются электронные таблицы для решения задач управления в промышленности, бизнесе, финансовой деятельности.

Электронная таблица легко позволяет реализовать один из методов вычислительной математики - метод итераций.

Наибольшее применение итерационный метод нашел при решении систем линейных уравнений. К таким системам сводятся задачи анализа электрических цепей, расчета энергий колебательных уровней двухатомных молекул и др. Метод используется и для решения систем нелинейных уравнений: система "хищник-жертва" и др.

2. Решение задачи о месте и времени встречи промыслового рыболовецкого судна с перегрузчиком сводится по сути к решению систем линейных уравнений, использующих данные о координатах судов, их скоростях и метеоусловиях.



назад

Самостоятельная работа

- Решите системы уравнений

$$1)\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$2)\begin{cases} xy = -8, \\ (x-4)(y-2) = -12 \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} x + y - xy = -14, \\ x + y + xy = 2 \end{cases}$$

Домашнее задание:

п.6 (определение, примеры)
№ 6.7(а,б)
№ 6.8(а,б)
сборник ГИА №3.5

Спасибо всем за работу

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ РЕСУРСЫ:

1. **ШАБЛОН** – СЕТЬ ТВОРЧЕСКИХ УЧИТЕЛЕЙ «СОЗДАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ТЕСТОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ» Савченко Е. М.
2. **КАРТИНКИ** – КОЛЛЕКЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ И СЕТЬ ТВОРЧЕСКИХ УЧИТЕЛЕЙ
3. **«АЛГЕБРА»** Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. Москва. Просвещение. 2011.