

# Методы решения систем уравнений

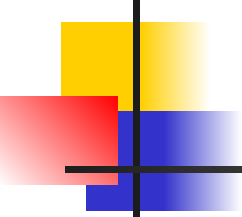
---

МОУ - СОШ №6  
Учитель математики  
Миссюра Ирина Николаевна

# Цель урока



- Продолжить формирование навыков сознательного выбора способа решения системы;
- Развивать потребность в нахождении рациональных способов решения;
- Воспитывать умение контролировать внимание на всех этапах урока;



---

«Математику  
нельзя изучать,  
наблюдая как это  
делает сосед»

# ТЕСТ

по теме «Подготовка к ГИА»  
7 – 9 классы

---



1. Вычислите:  $(-1\frac{2}{3})^2 \cdot 1\frac{4}{5} - 0,2 : \frac{2}{65}$ .

1)  $-11,5$

2)  $-1,5$

3)  $-3$

4)  $1,5$



*Проверка*

2. Упростите выражение  $0,2\delta^2 \cdot (-0,5\delta)^3$ .

1)  $-0,1x^5$

2)  $-0,025x^5$

3)  $-25x^5$

4)  $-0,3x^6$



*Проверка*

3. Разложите на множители  $ax + ay$ .

1)  $a(x + ay)$

2)  $a(x + y)$

3)  $x(a + y)$

4)  $y(x + a)$



Проверка

4. Выполните умножение  $(\sqrt{6} - 5)(\sqrt{6} + 5)$ .

1)  $-19$

2)  $31$

3)  $1$

4)  $11$



*Проверка*



5. Упростите выражение

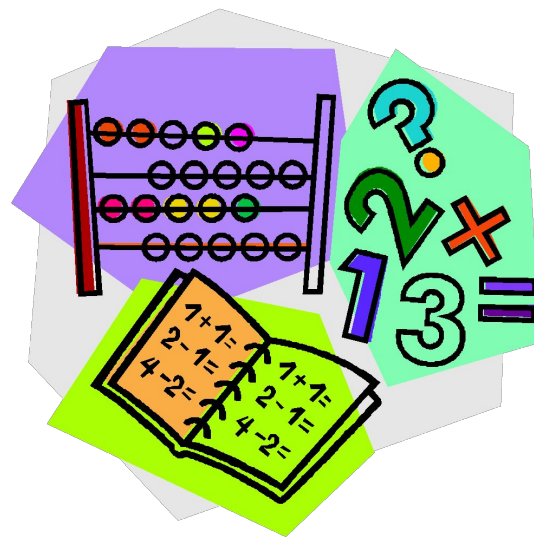
$$\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a - b}{a + b}$$

1)  $-\frac{2b}{a + b}$

2)  $\frac{2b^2}{a^2 - b^2}$

3)  $\frac{a + b}{a - b}$

4)  $\frac{2ab}{a^2 - b^2}$



Проверка

6. Сколько процентов составляет число 8 от  
своего квадрата?

---

1) 20

2) 8

3) 12,5

4) 12



Проверка

7. Найдите наибольший корень уравнения

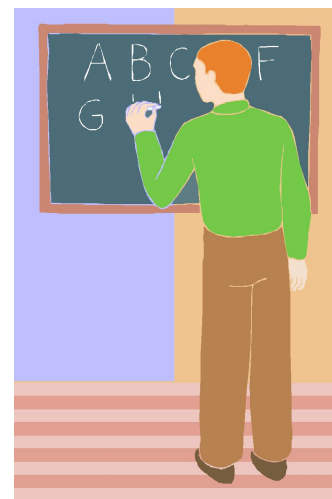
$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

1) 1

2) -2,5

3) -1

4) 2,5



Проверка

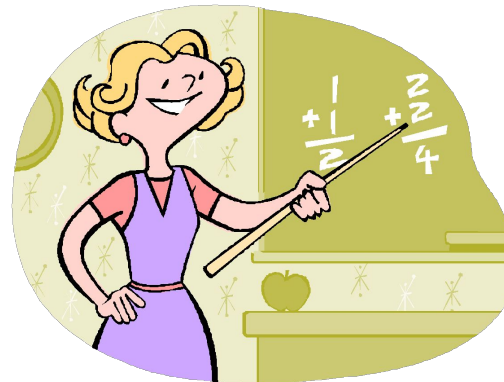
8. Решите неравенство  $x^2 \leq 0,25$ .

1)  $(-\infty; 0,5]$

2)  $[-0,5; 0,5]$

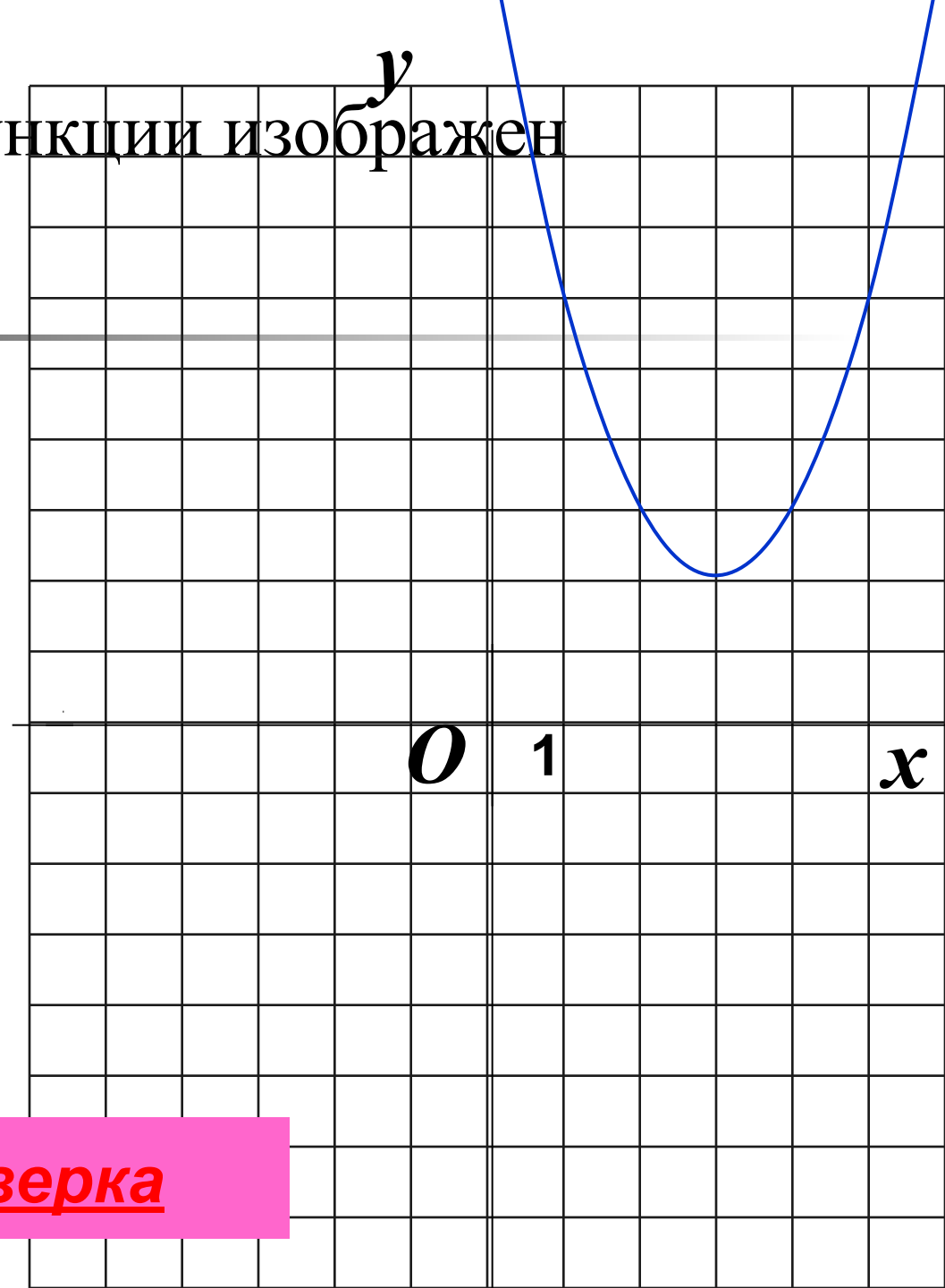
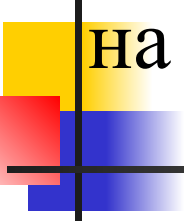
3)  $[0,5; +\infty)$

4)  $(-0,5; 0,5)$



Проверка

9. График какой функции изображен на рисунке?



1)  $y = x^2 + 3x + 2$

2)  $y = x^2 - 3x + 2$

3)  $y = x^2 - 6x + 11$

4)  $y = x^2 + 6x + 11$

Проверка

## 10. Найдите значение выражения

$$\sqrt{2x+1} \text{ при } x = -\frac{4}{9}.$$

А.  $\frac{\sqrt{17}}{3}$

Б.  $\frac{1}{3}$

В. 1

Г. При  $x = -4/9$  выражение не имеет смысла.



**Проверка**

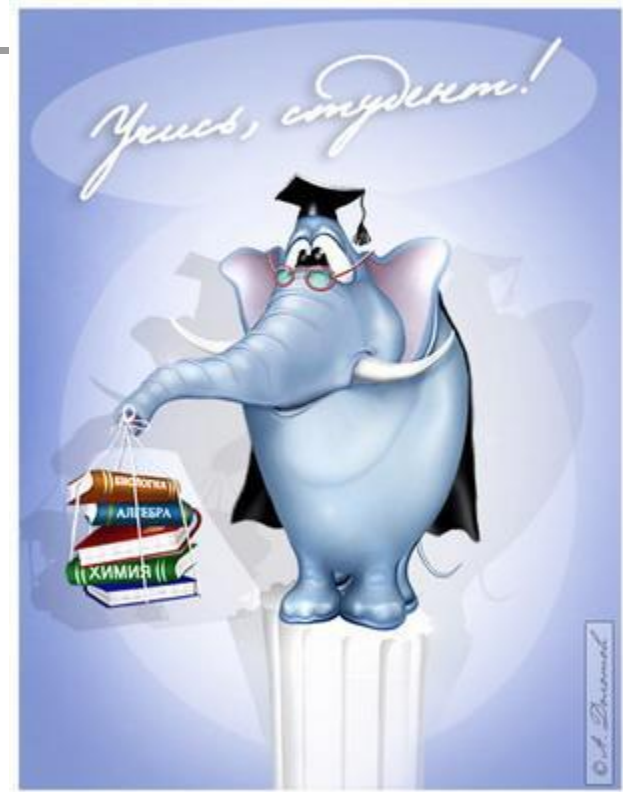
# 11. Из формулы мощности $N=A/t$ выразите работу $A$ .

А.  $A = Nt$

Б.  $A = \frac{Nt}{A}$

В.  $A = \frac{N}{t}$

Г.  $A = \frac{t}{N}$



**Проверка**

## 12. Упростите выражение

$$(a - 4)^2 - 2a(3a - 4).$$

А.  $-5a^2 + 16$

Б.  $-5a^2 + 8a - 16$

В.  $-5a^2 + 8$

Г.  $-5a^2 + 8a - 4$

Проверка



### 13. Какое из данных выражений не равно

$$\sqrt{\frac{5}{48}}?$$

А.  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{3}}$

Б.  $\frac{\sqrt{5}}{8}$

В.  $\frac{\sqrt{15}}{12}$

Г.  $\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}$

Проверка

14. Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 ч?

Пусть  $x$  ч – время, затраченное на дорогу от озера до деревни. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

А.  $\frac{15}{x} + \frac{10}{1-x} = 1$

Б.  $15x = 10(1 - x)$

В.  $15x + 10(1 - x) = 1$

Г.  $15(1 - x) = 10x$

Проверка

$$\left(-1\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 1\frac{4}{5} - 0,2 : \frac{2}{65} = -1,5$$

**РЕШЕНИЕ:**

$$1) \left(-1\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$2) \frac{25}{9} \cdot \frac{9}{5} = 5$$

$$3) 0,2 : \frac{2}{65} = \frac{1}{5} \cdot \frac{65}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

$$4) 5 - 6,5 = -1,5$$

**Ответ: 2.**



2. Упростите выражение  $0,2x^2 \cdot (-0,5x)^3$ .



**РЕШЕНИЕ:**

---

$$\begin{aligned} 0,2x^2 \cdot (-0,5x)^3 &= 0,2x^2 \cdot (-0,125x^3) = \\ &= -0,025x^5 \end{aligned}$$

**Ответ: 2.**



3. Разложите на множители  $ax + ay$ .

**РЕШЕНИЕ:**

---

$$ax + ay = a(x + y)$$

**Ответ: 2.**



4. Выполните умножение  $(\sqrt{6} - 5)(\sqrt{6} + 5)$ .

**РЕШЕНИЕ:**

---

$$\begin{aligned}(\sqrt{6} - 5)(\sqrt{6} + 5) &= (\sqrt{6})^2 - 5^2 = \\ &= 6 - 25 = -19\end{aligned}$$

**Ответ: 1.**



## РЕШЕНИЕ:

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a - b}{a + b} = \frac{a^2 + b^2}{(a - b)(a + b)} - \frac{a - b}{a + b} = \\ & = \frac{a^2 + b^2}{(a - b)(a + b)} - \frac{(a - b)(a - b)}{(a + b)(a - b)} = \frac{a^2 + b^2}{(a - b)(a + b)} - \frac{(a - b)^2}{(a - b)(a + b)} = \\ & = \frac{a^2 + b^2}{(a - b)(a + b)} - \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a - b)(a + b)} = \frac{a^2 + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{(a - b)(a + b)} = \\ & = \frac{2ab}{a^2 - b^2}. \end{aligned}$$

Ответ: 4.



6. Сколько процентов составляет число 8 от своего квадрата?

**Решение:**

---

$$1) 8^2 = 64$$

$$2) 8 : 64 = 0,125 = 12,5 \%$$

**Ответ: 3.**





7. Найдите наибольший корень уравнения

$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

**РЕШЕНИЕ:**

$a + b + c = 2 + 3 - 5 = 0$ , значит  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -5 : 2 = -2,5$ .

Наибольший корень уравнения  $x = 1$ .

Ответ: 1.



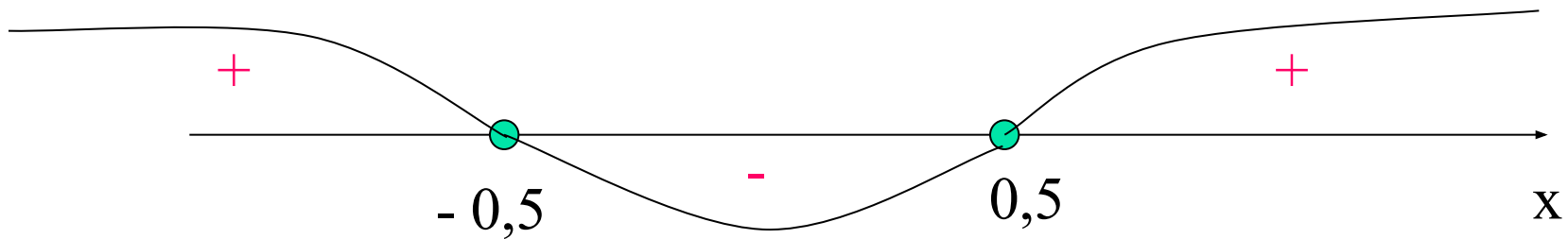
8. Решите неравенство

$$x^2 \leq 0,25.$$

**РЕШЕНИЕ:**

$$x^2 - 0,25 \leq 0,$$

$$(x + 0,5)(x - 0,5) \leq 0,$$



$$x \in [-0,5; 0,5]$$

Ответ: 2.



9. График какой функции изображен на рисунке?

**РЕШЕНИЕ:**

$$y = x^2 - 6x + 11 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 + 2 =$$
$$= (x - 3)^2 + 2.$$

$$x_0 = 3, y_0 = 2.$$

Ответ: 3.



## 10. Найдите значение выражения

$$\sqrt{2x+1} \text{ при } x = -\frac{4}{9}.$$

**РЕШЕНИЕ:**

$$\sqrt{2 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) + 1} = \sqrt{-\frac{8}{9} + 1} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$

**Ответ: Б.**



11. Из формулы мощности  $N=A/t$  выразите работу  $A$ .

**РЕШЕНИЕ:**

---

$$N = \frac{A}{t}, \quad A = Nt.$$

Ответ:  $A$ .



### 13. Упростите выражение

$$(a - 4)^2 - 2a(3a - 4).$$

**РЕШЕНИЕ:**

$$\begin{aligned}(a - 4)^2 - 2a(3a - 4) &= \\ &= a^2 - 8a + 16 - 6a^2 + 8a = \\ &= -5a^2 + 16.\end{aligned}$$

Ответ: А.



### 13. Какое из данных выражений не равно

$$\sqrt{\frac{5}{48}}?$$

**РЕШЕНИЕ:**

$$1) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{5}{48}}.$$

$$2) \frac{\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{64}} = \sqrt{\frac{5}{64}}.$$

$$3) \frac{\sqrt{15}}{12} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{144}} = \sqrt{\frac{15}{144}} = \sqrt{\frac{5}{48}}.$$

$$4) \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{5}{48}}.$$

**Ответ: Б.**



14. Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 ч?

Пусть  $x$  ч – время, затраченное на дорогу от озера до деревни.  
Какое из уравнений соответствует условию задачи?

### РЕШЕНИЕ:

*Если  $x$  ч – время затраченное на дорогу от озера до деревни и все время 1 ч, то на путь обратно велосипедист затратил  $(1 - x)$  ч.*

*15 $x$  км – расстояние от озера до деревни,*

*10(1 -  $x$ ) км – расстояние от деревни до озера.*

*Зная, что расстояния одинаковые, составляем уравнение:*

$$15x = 10(1 - x). \quad \text{Ответ: Б.}$$





# Алгебра стоит на четырёх

китах



число



уравнение



тождество



функция

Алгебра щедра. Зачастую она дает больше, чем у нее спрашивают

Ж.Даламбер



# Уравнение и его свойства

## Определение

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных

$$ax=b$$



Линейное уравнение с одной переменной

$$ax+by=c$$



Линейное уравнение с двумя переменными

## Свойства уравнений

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному

# Вопросы для размышления

■ *Являются ли данные выражения уравнениями?*

a)  $5x + 4 = 0$ ; b)  $2 + 3x$ ; c)  $7x + 3 = 4y$ ; d)  $7x + 5y$ ;

■ *Равносильны ли эти уравнения?*

a)  $2x + 3y = 10$  и  $2x = 10 - 3y$ ;

b)  $10 - 2x = 5y$  и  $10 = 5y - 2x$ ;

■ *Равносильны ли эти уравнения?*

a)  $2x + y = 3$  и  $4x + 2y = 6$ ;

b)  $21x + 15 = 3y$  и  $7x + 5 = 9y$ ;

**Выпишите буквы правильных ответов**



## Что называется системой уравнений?

---

- Что называется решением системы уравнений?
- Что значит – решить систему уравнений?



# Система уравнений и её решение

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+l=7 \\ l+m=9 \\ m+x+y=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+x^2=3 \\ 5x^3+2x-7=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=5 \\ x+y=2 \\ y^2-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ xy=2 \\ x^2+y=3 \end{cases}$$

1)  $x=1, y=2$  - решение системы.  
 $\begin{cases} 1+2 \cdot 2=5 & \text{верно} \\ 1 \cdot 2=2 & \text{верно} \\ 1^2+2=3 & \text{верно} \end{cases}$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$$

Общий вид системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, где  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$  и  $c_2$  некоторые числа.

## Определения

- Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно
- Каждая пара значений переменных, которая одновременно является решением всех уравнений системы, называется решением системы
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство
- Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что их нет



# Сколько решений имеет система уравнений ?

---

Если $k_1 \neq k_2$	Графики пересекаются	Система имеет единственное решение
Если $k_1 = k_2,$ $b_1 \neq b_2$	Графики параллельны	Система не имеет решений
Если $k_1 = k_2,$ $b_1 = b_2$	Графики совпадают	Система имеет бесконечно много решений

# Является ли пара чисел решением системы

$$\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$$

(3;1)

$$\begin{cases} 3 + 1 = 4, & \text{верно} \\ 2 * 3 - 1 = 2; & \text{неверно} \end{cases}$$

(3;1) **не** является решением

(2;2)

$$\begin{cases} 2 + 2 = 4, & \text{верно} \\ 2 * 2 - 2 = 2; & \text{верно} \end{cases}$$

(2;2) является решением

# Методы решения систем уравнений



---

- способ подстановки
- способ сложения
- графический способ



# Решить систему уравнений способом подстановки

---

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1. \end{cases}$$



# Решение системы способом подстановки

Выразим  $y$  через  $x$

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Подставим

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

$$7x - 2x - 4 = 1;$$

$$5x = 5;$$

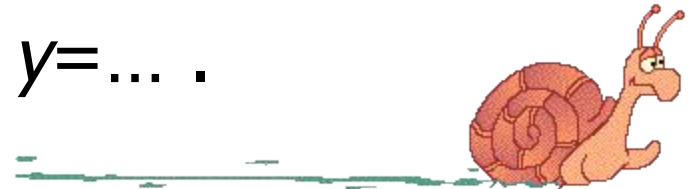
$$\underline{x = 1};$$

Подставим

Ответ:  $x = 1; y = 6$ .

# Способ подстановки (алгоритм)

- Из какого-либо уравнения **выразить** одну переменную через другую
- Подставить **полученное выражение** для переменной в **другое** уравнение и решить его
- Сделать **подстановку** найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$  .



Решить систему уравнений  
способом сложения

---

$$\begin{cases} 7x + 2y = 1, \\ 17x + 6y = -9. \end{cases}$$



Уравняем  
модули  
коэффи-  
циентов  
перед  $y$

# Решение системы способом сложения

$$\begin{cases} 7x+2y=1, & \parallel \cdot (-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравнения по-членно

$$+\begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7 \cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)

# Способ сложения (алгоритм)

**Уравнять** модули коэффициентов при какой-нибудь переменной

- **Сложить** почленно уравнения системы
- Составить **НОВУЮ** систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых
- Решить **НОВОЕ** уравнение и найти значение одной переменной
- **Подставить** значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной
- Записать ответ:  $x = \dots; y = \dots$ .



$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

# Решение системы графическим способом

Вырази

$y$  через  $x$

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график первого уравнения

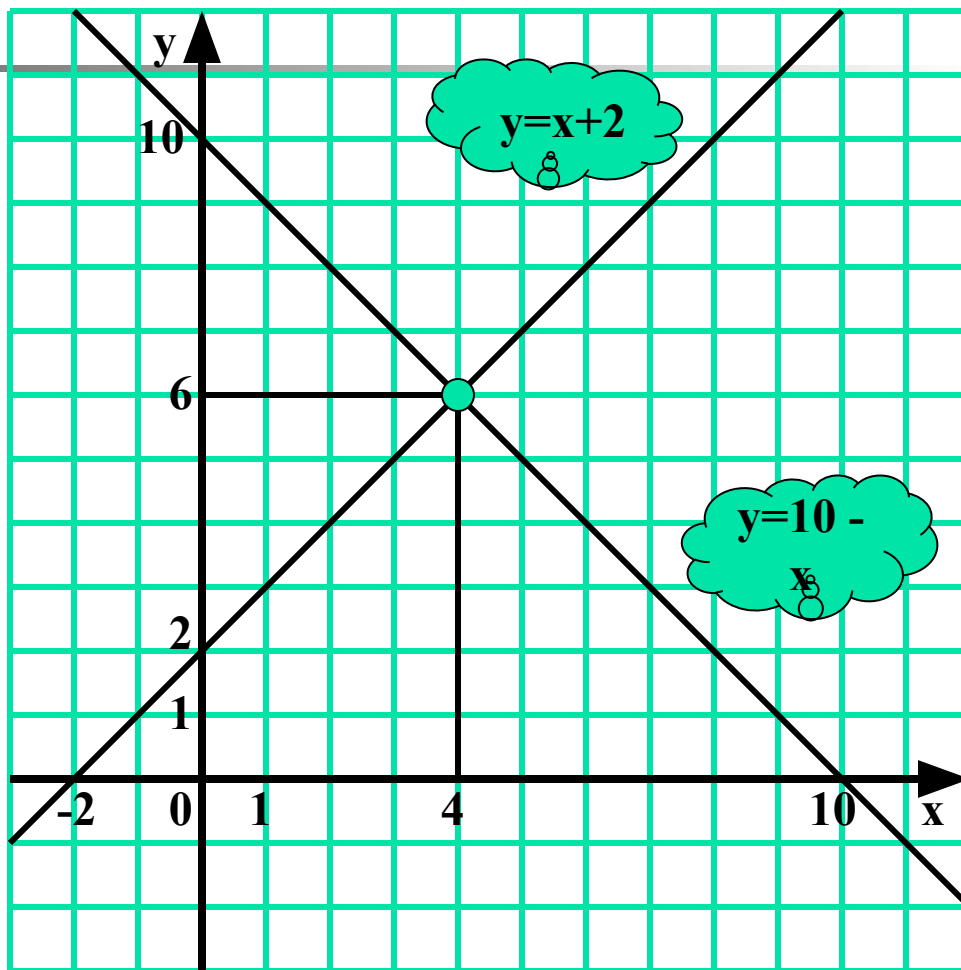
$$y = x + 2$$

$x$	0	-2
$y$	2	0

Построим график второго уравнения

$$y = 10 - x$$

$x$	0	10
$y$	10	0



Ответ: (4; 6)

# Графический способ (алгоритм)

- Выразить  $y$  через  $x$  в каждом уравнении
- Построить в одной системе координат график каждого уравнения
- Определить координаты точки пересечения
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$  , или  $(x; y)$





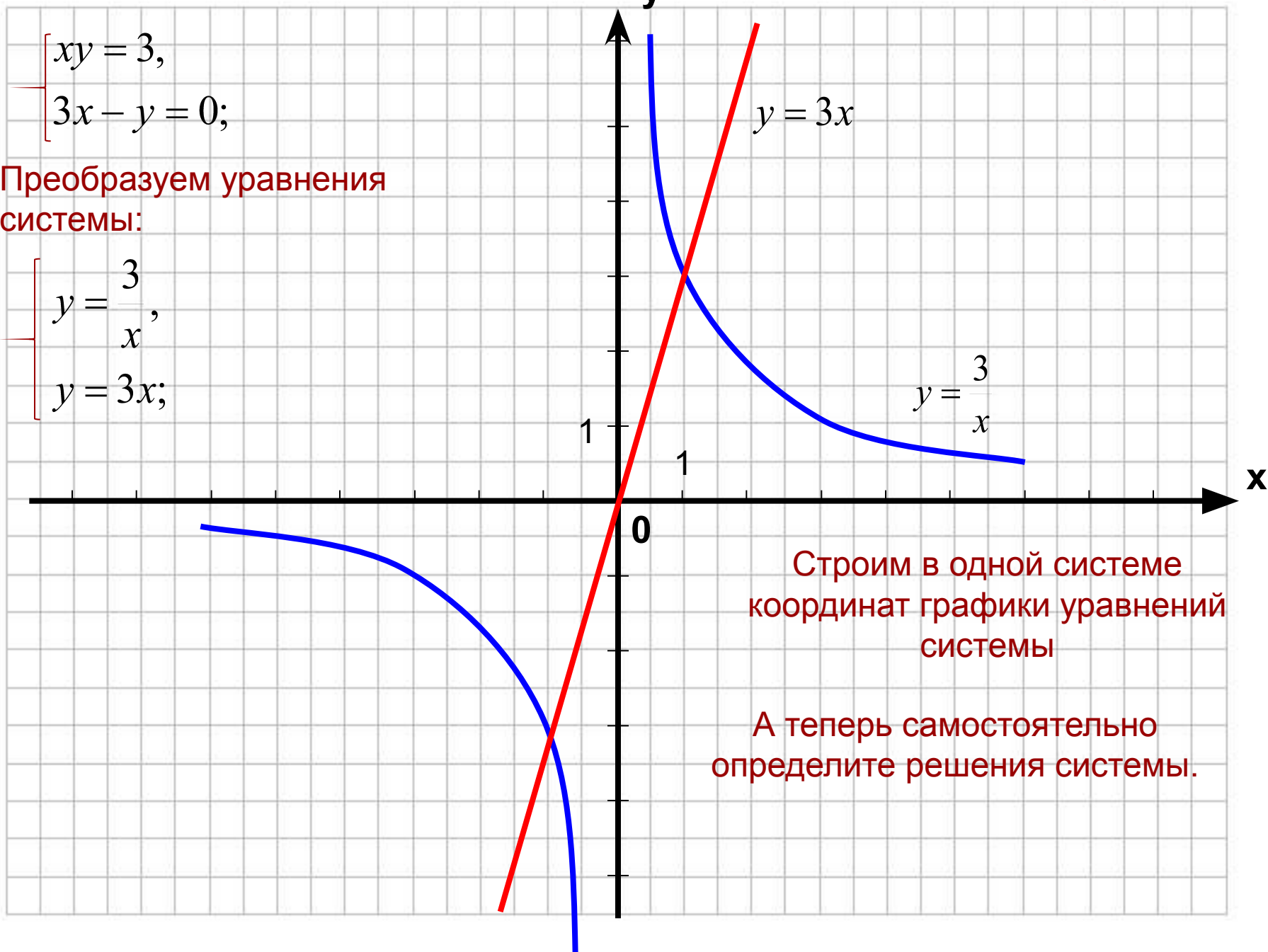
Решаем систему:

Задание 1

$$\begin{cases} xy = 3, \\ 3x - y = 0; \end{cases}$$

Преобразуем уравнения системы:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{x}, \\ y = 3x; \end{cases}$$



Строим в одной системе координат графики уравнений системы

А теперь самостоятельно определите решения системы.

Решаем систему:

Задание 2

$$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ x - y + 2 = 0; \end{cases}$$

Преобразуем уравнения системы:

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = x + 2; \end{cases}$$

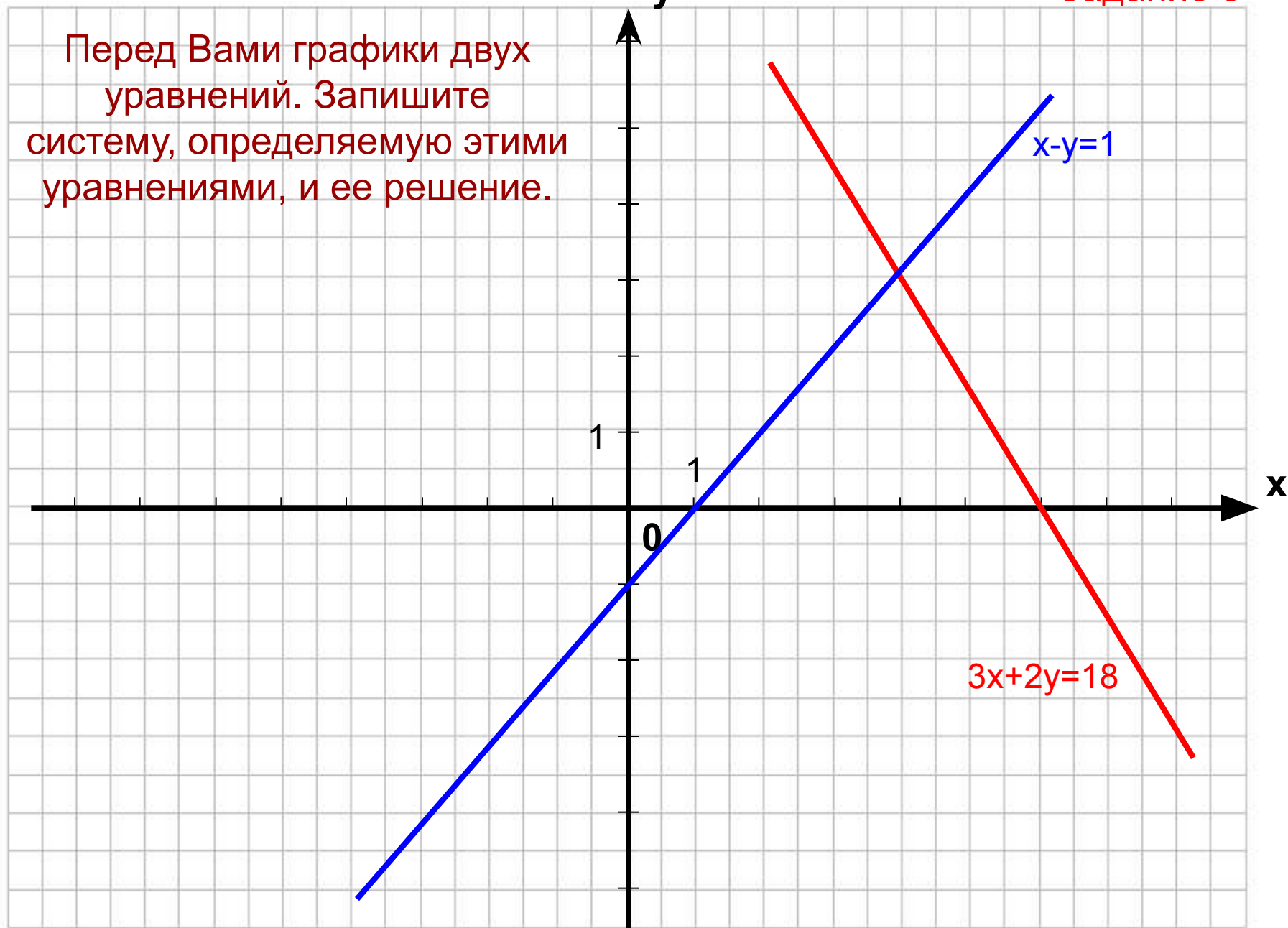


Строим в одной системе координат графики уравнений системы

А теперь самостоятельно определите решения системы.

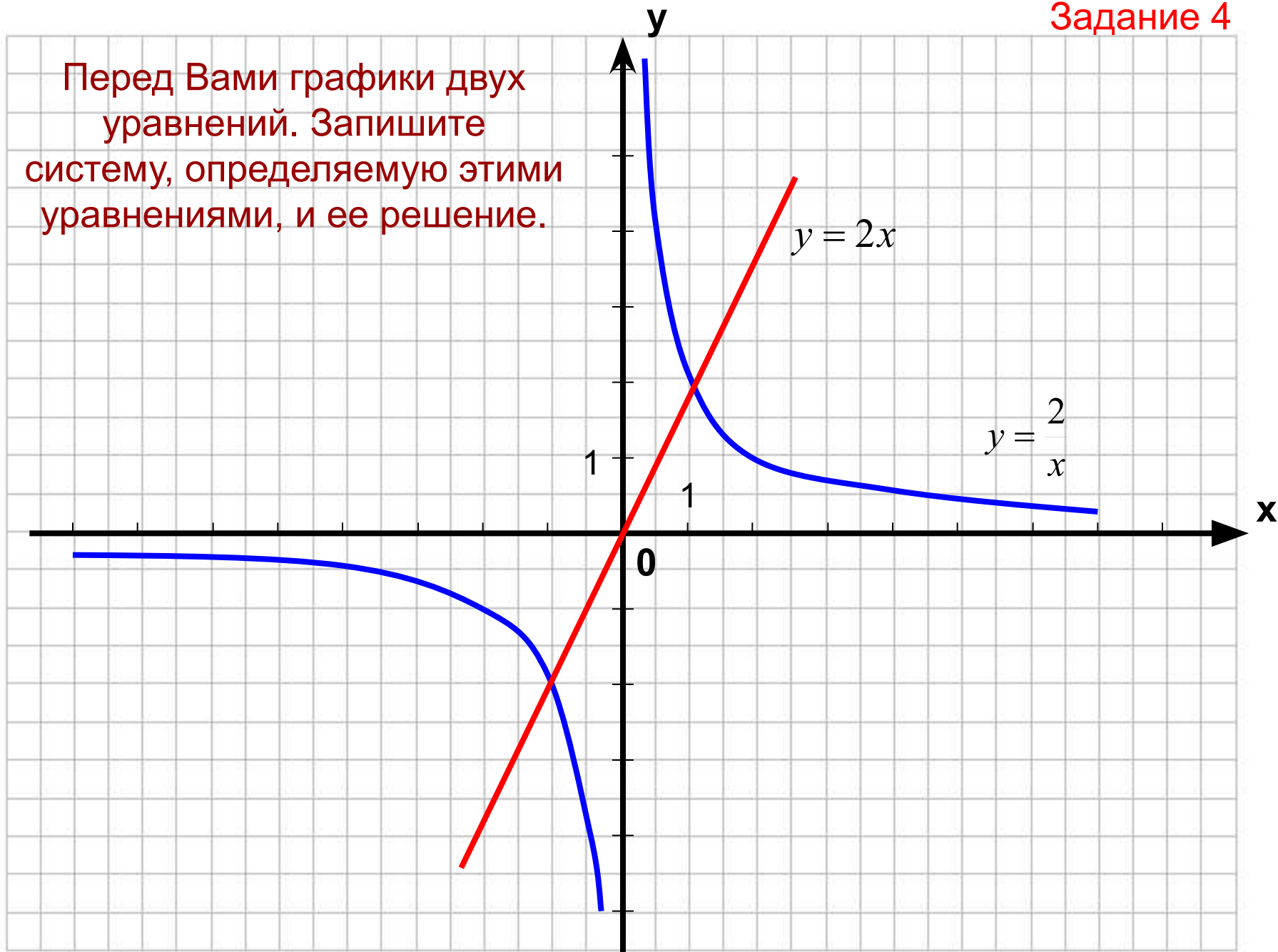
### Задание 3

Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



# Задание 4

Перед Вами графики двух уравнений. Запишите систему, определяемую этими уравнениями, и ее решение.



# Применение систем уравнений



**1. В настоящее время в компьютерной технологии широко используются электронные таблицы для решения задач управления в промышленности, бизнесе, финансовой деятельности.**

**Электронная таблица легко позволяет реализовать один из методов вычислительной математики - метод итераций.**

**Наибольшее применение итерационный метод нашел при решении систем линейных уравнений. К таким системам сводятся задачи анализа электрических цепей, расчета энергий колебательных уровней двухатомных молекул и др. Метод используется и для решения систем нелинейных уравнений: система "хищник-жертва" и др.**

**2. Решение задачи о месте и времени встречи промыслового рыболовецкого судна с перегрузчиком сводится по сути к решению систем линейных уравнений, использующих данные о координатах судов, их скоростях и метеоусловиях.**





# Самостоятельная работа


---

- Решите системы уравнений

$$1) \begin{cases} 2x + y = 1, \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = -8, \\ (x - 4)(y - 2) = -12 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y - xy = -14, \\ x + y + xy = 2 \end{cases}$$



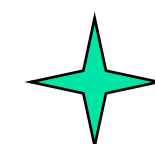
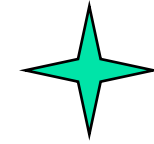
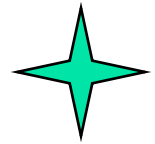
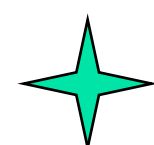
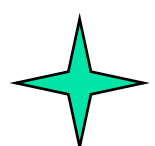
Домашнее  
задание:

п.6  
(определение  
, примеры)  
№ 6.7(а,б)  
№ 6.8(а,б)  
сборник ГИА

№3.5



Спасибо всем за работу





## ***ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ РЕСУРСЫ:***

- 1. ШАБЛОН – СЕТЬ ТВОРЧЕСКИХ УЧИТЕЛЕЙ**  
**«СОЗДАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ТЕСТОВ НА УРОКАХ**  
**МАТЕМАТИКИ»** Савченко Е. М.
- 2. КАРТИНКИ – КОЛЛЕКЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ**  
**РЕСУРСОВ И СЕТЬ ТВОРЧЕСКИХ УЧИТЕЛЕЙ**
- 3. «АЛГЕБРА»** Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. Москва. Просвещение. 2011.