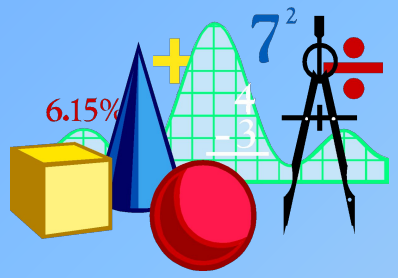
ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

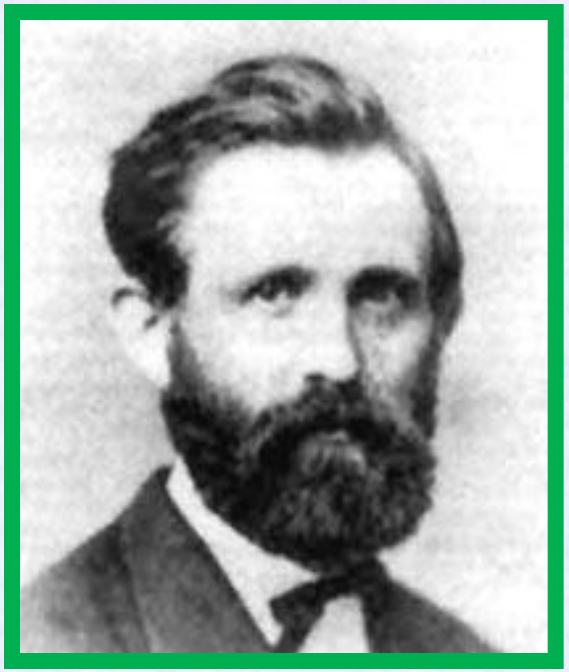
Алгебра 10



Садоха Г.К.

учитель математики
МБОУ СОШ №3

г. Кстово
Нижегородской области



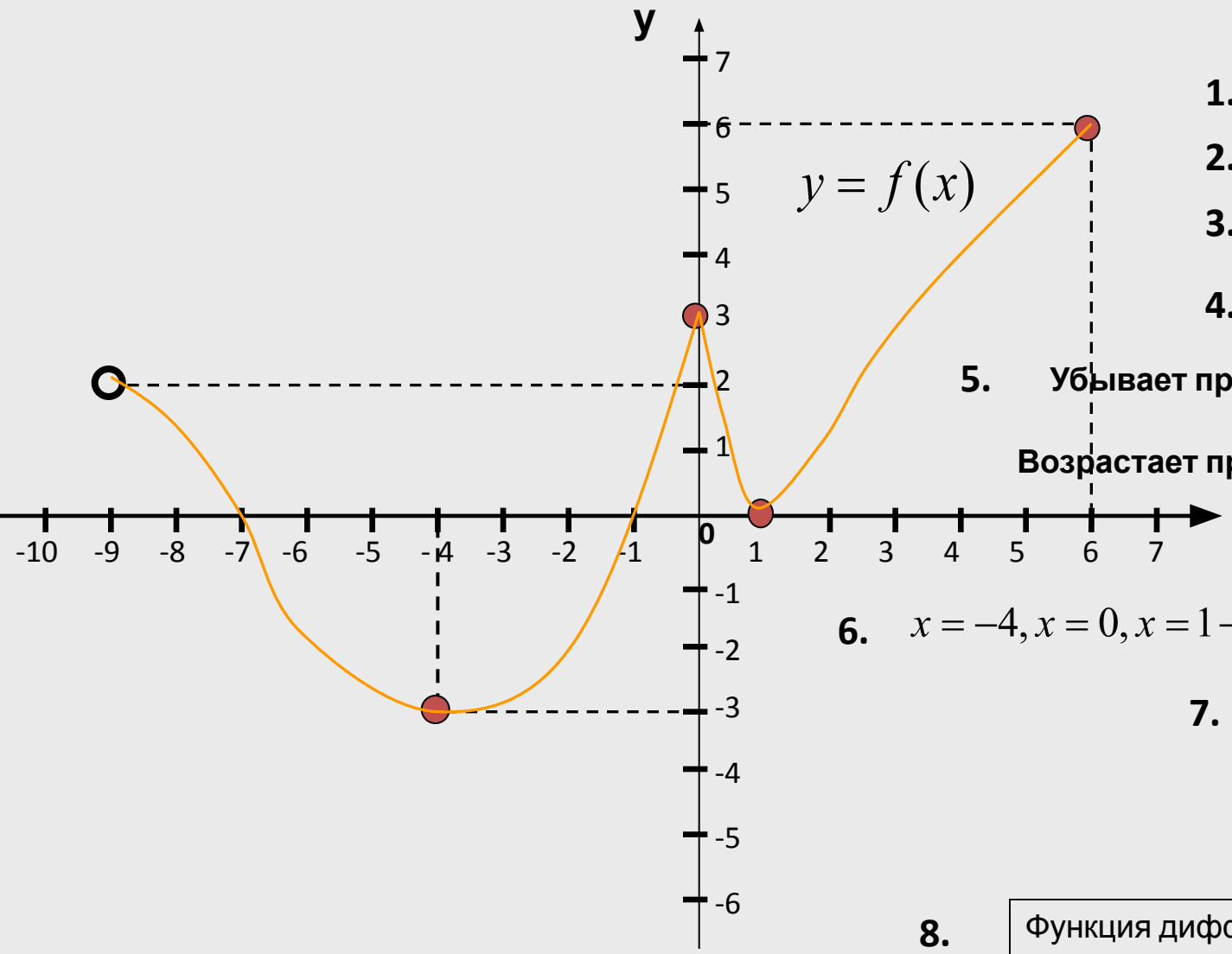
Правильному применению методов можно научиться только применяя их на разнообразных примерах.

Цейтен Г.Г.

Тема урока:

Приложения производной

Чтение графика



Ответ:

1. $Д(y) = (-9;6]$
2. $E(y) = [-3;6]$
3. Ни чётная и ни нечётная
4. $x_1 = -7, x_2 = -1, x_3 = 1$
5. Убывает при $x \in (-9;-4] _ u _ x \in [0;1]$

   Возрастает при $x \in [-4;0] _ u _ x \in [1;6]$
6. $x = -4, x = 0, x = 1 - точки _ экстремума$
7. $y_{\min} = f(-4) = -3$

   $y_{\max} = f(0) = 3$

   $y_{\min} = f(1) = 0$
8. Функция дифференцируема при всех значениях **x** из области определения, кроме x=0
9. $M = f(6) = 6, m = f(-4) = -3$

Найдите производную функции

1. $f(x)=4x^3-3x^2$ $\quad f'(x)=12x^2-6x$
2. $v(t)=\frac{1}{5}t^5-\frac{1}{3}t^3$ $\quad \upsilon'(t)=t^4-t^2$
3. $g(x)=\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}$ $\quad g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
4. $x(t)=\frac{8}{\sqrt[4]{t^3}};$ ⇒ $x(t)=8t^{-\frac{3}{4}}$ $\quad x'(t)=-\frac{6}{\sqrt[4]{t^7}}=-\frac{6}{t\sqrt[4]{t^3}}$
5. $S(r)=2\pi r^2+4\pi lr$ $\quad S'(r)=4\pi r+4\pi l$
6. $f(x)=ax^4+bx^3-\frac{c}{x}-d$ $\quad f'(x)=4ax^3+3bx^2+\frac{c}{x^2}$
7. $\gamma(t)=(3t-5)^4$ $\quad \gamma(t)=12(3t-5)^3$
8. $h(t)=\upsilon t+\frac{gt^2}{2}$ $\quad h'(t)=\upsilon+gt$
9. $y(x)=\sqrt[3]{-5x+2}$ $\quad y'(x)=\frac{-5}{3\sqrt[3]{(-5x+2)^2}}$

Физический смысл производной

Задача

Задан закон прямолинейного движения точки $x(t) = (t-1)^3$, где $t \in [0;10]$

1. Найти среднюю скорость движения на указанном отрезке

$$\upsilon_{ср} = \frac{x(10) - x(0)}{10 - 0} = \frac{9^3 - (-1)^3}{10} = \frac{730}{10} = 73\ м/с$$

---

2. Найти мгновенную скорость в момент времени t=3 сек.

$$\upsilon(t) = x'(t) = 3(t-1)^2$$

$$\upsilon_{мгн} = \upsilon(3) = 3(3-1)^2 = 3 \cdot 4 = 12\ м/с$$

---

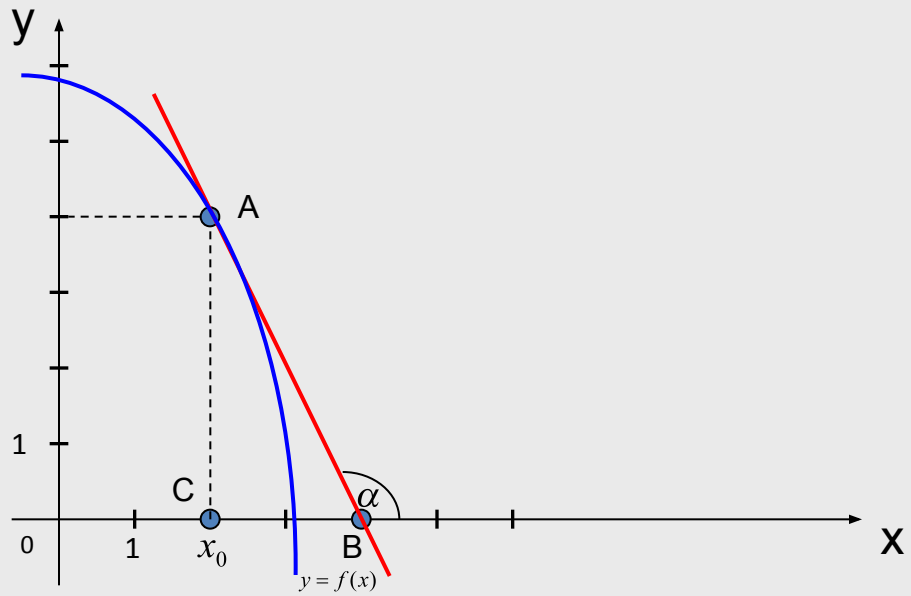
3. Найти ускорение при t=3 сек

$$a(t) = \upsilon'(t) = 6(t-1)$$

$$a(3) = 12\ м/с^2$$

Геометрический смысл производной

$$f'(x_0) = tg\alpha = \kappa_{кас}$$



Задача: На рисунке изображён график функции y=f(x) и касательная к нему в точке **A** с абсциссой

Найти:

$$f'(x_0)$$

Решение:

$$\Delta ABC: tg < ABC = \frac{AC}{CB}$$

$$\left(tg(180^0 - \alpha) = -tg\alpha\right)$$

$$tg(180^0 - \alpha) = \frac{4}{2} = 2$$

$$tg\alpha = -2$$

Найти промежутки монотонности функции

$$f(x) = 0{,}1x^4 - 0{,}4x^3 + 0{,}4x^2 + 0{,}5$$

Решение

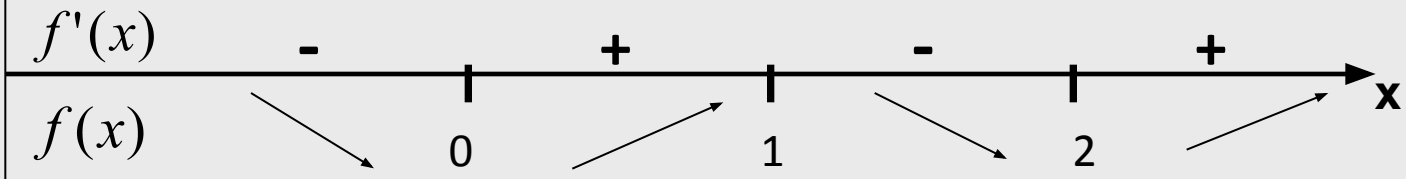
$x \in R$

$$f'(x) = 0{,}4x^3 - 1{,}2x^2 + 0{,}8x$$

$$f'(x) = 0$$

$$0{,}4x(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$x = 0, x = 1, x = 2$$



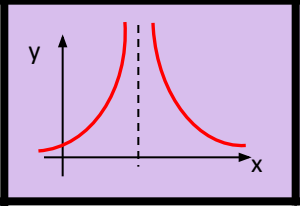
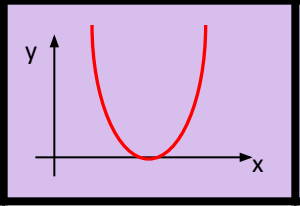
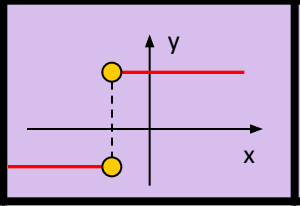
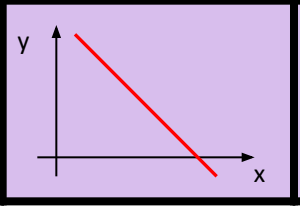
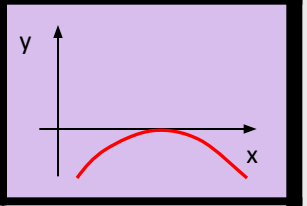
Функция убывает при $x \in (-\infty;0], x \in [1;2]$

Возрастает $x \in [0;1], \quad x \in [2;+\infty)$

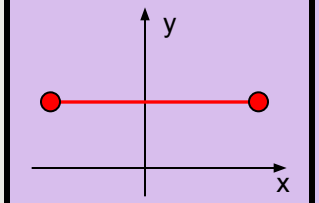
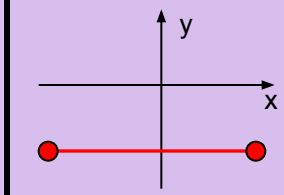
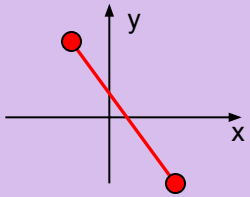
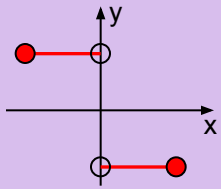
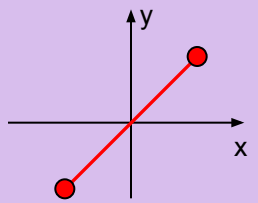
Физкультминутка

Закрыли глаза, опустили руки вниз. Наступает весна. Представим себя в весеннем лесу. Что мы слышим?! Пение птиц, журчание ручейка. Что мы чувствуем? Легкий ветерок, ласковое прикосновение солнечных лучей, запах свежести талого снега, хвои. Хочется вдохнуть полной грудью этот свежий запах пробуждающейся весны. Теперь открываем глаза и продолжаем работать.

Дифференцирование

y / y’					
$y=-(3-\frac{x}{2})^2$				+	
$y=\frac{1}{2-x}$	+				
$y=\lvert x+2\rvert$			+		
$y=(3-\frac{1}{3}x)^3$					+
$y=(x-2)^3$		+			

Исследование функции на отрезке

y’ / y					
Только на левом конце отрезка		+			
Только на правом конце отрезка	+				
В одной внутренней точке			+	+	
На левом и правом концах отрезка					+

Самостоятельная работа

При каких действительных значениях **b** уравнение $\sqrt{2x-4}+\sqrt{7-x}=b$ имеет решение.

Решение

1. $f(x)=\sqrt{2x-4}+\sqrt{7-x}$
2. $D(f): 2\le x\le 7$
3. $f(2)=\sqrt{5},\ f(7)=\sqrt{10}$
4. $f'(x)=\dfrac{2\sqrt{7-x}-\sqrt{2x-4}}{2\sqrt{(7-x)\cdot(2x-4)}}$
5. $f'(x)=0$

   $x=\dfrac{16}{3},\qquad \dfrac{16}{3}\in[2;7]$
6. $f\left(\dfrac{16}{3}\right)=\sqrt{15}$
7. $m=\sqrt{5}, M=\sqrt{15},$ т.е. $\sqrt{5}\le f\le\sqrt{15}\Rightarrow\sqrt{5}\le b\le\sqrt{15}$

Ответ: при $\sqrt{5}\le b\le\sqrt{15}$

уравнение имеет решение

Домашнее задание

Стр. 322, работа №8