

Урок по алгебре и началам анализа в 11 классе  
Учитель математики Кировской МБОУ: Ткачук Н.П.

# **ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРОМ**

## Какую информацию о графике функции $f(x)$ можно получить, зная коэффициенты квадратного трёхчлена?

- если старший коэффициент квадратного трёхчлена больше нуля, то ветви параболы направлены вверх,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена меньше нуля, то ветви параболы направлены вниз,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена равен нулю, то графиком функции является не парабола, а прямая; (и соответствующее уравнение надо решать не как квадратное, а как линейное),
- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс, если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,
- абсцисса вершины параболы равна  $-\frac{b}{2a}$

# ИСПОЛЬЗУЯ ПОЛУЧЕННЫЕ ЗНАНИЯ, ОТВЕЬТЕ НА ВОПРОСЫ. ВЫБЕРИТЕ ВАРИАНТ

## ПОЛУЧЕННОГО ОТВЕТА

- ▣ .При каких значениях  $a$  парабола  $y = ax^2 - 2x + 25$  касается оси  $X$ ?
- ▣ а)  $a=25$  ; б)  $a=0$  и  $a=0,04$  ; в)  $a=0,04$ .
- ▣ При каких значениях  $k$  уравнение  $(k - 2)x^2 = (4 - 2k)x + 3 = 0$  имеет единственное решение? а)  $k=-5, k=-2$  ; б)  $k=5$  ; в)  $k=5, k=2$  .
- ▣ При каких значениях  $k$  уравнение  $kx^2 - (k - 7)x + 9 = 0$  имеет два равных положительных корня? а)  $k=49, k=1$  ; б)  $k=1$  ; в)  $k=49$  .
- ▣ При каких значениях  $a$  уравнение  $ax^2 - 6x + a = 0$  имеет два различных корня? а)  $a \in (-3; 0) \cup (0; 3)$ ; б) при  $a \in (-3; 3)$  ;
- ▣ в)  $a \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
- ▣

**Вывод: Оба корня**

квадратного уравнения  $A$   
 $(a)x^2+B(a)x+C(a) = 0$  **больше**  
заданного числа  $M$  тогда и  
только тогда, когда имеет  
место система

$$\begin{cases} Af(M) > 0 \\ D > 0 \\ -B/2A > M \end{cases}$$

**Вывод: Оба корня**

квадратного уравнения  $A(a)$   
 $x^2+B(a)x+C(a) = 0$  **меньше**  
заданного числа  $M$  тогда и  
только тогда, когда имеет  
место система

$$\begin{cases} Af(M) > 0 \\ D > 0 \\ -B/2A < M \end{cases}$$

**Вывод: Заданное число  $M$**

лежит между корнями  
квадратного уравнения  $A$   
 $(a)x^2+B(a)x+C(a) = 0$  тогда и  
только тогда, когда имеет  
место неравенство

$$Af(M) < 0$$

# ЗАКРЕПЛЕНИЕ МАТЕРИАЛА

## ИСПОЛЬЗУЯ, ПОЛУЧЕННЫЕ ЗНАНИЯ, РЕШИТЬ УРАВНЕНИЯ С УСЛОВИЯМИ:

---

- При каких значениях параметра  $a$  корни квадратного уравнения
- $x^2 + (a + 1)x + 3 = 0$  лежат по разные стороны от числа 2?
- **Решение.** Рассмотрим функцию
- $f(x) = x^2 + (a + 1)x + 3$ .
- $f(2) < 0$ ;
- $f(2) = 4 + 2a + 2 + 3 = 2a + 9 < 0$
- $2a < -9$
- $a < -4.5$
- **Ответ.**  $a \in (-\infty; -4.5)$

# ПРИ КАКИХ ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРА А ОБА КОРНЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

$(2-a)x^2 - 3ax + 2a = 0$  БОЛЬШЕ  $1/2$ .

$$\square \left\{ \begin{array}{l} Af(M) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} D > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} -B/2A > M \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (2-a)(1/2 - \\ a/4 - 3a/2 + 2a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 9a^2 - 8a(2-a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 3a/(2-a) > 1/2 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (2-a)(2/4 + a/4) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} A^2 - 16a > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 3a/(2-a) - 1/2 > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (2-a)(a+2) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a(a-16) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (6a-2+a)/(2-a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-2; 2) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (7a-2)/(2-a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-2; 2) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (2/7; 2) \end{array} \right.$$

$\square$  Ответ: решений нет

# НАЙТИ ВСЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА А, ПРИ КОТОРЫХ ОБА КОРНЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

$$x^2 - 6ax + (2 - 2a + 9a^2) = 0 \text{ БОЛЬШЕ 3.}$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} Af(M) > 0 \\ D > 0 \\ B/2A > M \end{array} \right.$$

$$\square D > 0$$

$$\square B/2A > M$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 9 - 18a + 2 - 2a + 9a^2 > 0 \\ 36a^2 - 8 - 8a - 36a^2 > 0 \\ 6a/2 > 3 \\ 9a^2 - 20a + 11 > 0 \\ a + 1 > 0 \\ a > 1 \end{array} \right.$$

$$\square 36a^2 - 8 - 8a - 36a^2 > 0$$

$$\square 6a/2 > 3$$

$$\square 9a^2 - 20a + 11 > 0$$

$$\square a + 1 > 0$$

$$\square a > 1$$

$$\square a \in (-\infty; 1) \cup (11/9; +\infty)$$

$$\square a > -1$$

$$\square a > 1$$

$$\square \text{ Ответ: } a \in (11/9; +\infty)$$

# НАЙТИ ВСЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА А, КОТОРЫХ ОБА КОРНЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ $x^2+4Ax+(1-2A+4A^2)=0$ МЕНЬШЕ $-1$ .

$$\square \begin{cases} Af(M) > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} D > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} -B/2A < M \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 1-4a+1-2a+4a^2 > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 16a^2-4+8a-16a^2 > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} -4a/2 < -1 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 2a^2-3a+1 > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 2a > 1 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} a \in (-\infty; 1/2) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} a > 1/2 \end{cases}$$

$$\square \text{ Ответ: } a \in (1; +\infty)$$



# НАЙДИТЕ СУММУ ЦЕЛЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА $a$ , ПРИ КОТОРЫХ РЕШЕНИЕМ НЕРАВЕНСТВА $(a-3)x^2-4x+1 \leq 0$ ЯВЛЯЕТСЯ ОТРЕЗОК.

- Данное условие выполняется, если  $a-3 > 0$
- $D > 0$
- $a > 3$
- $16 - 4(a-3) > 0$
- $a > 3$
- $a < 7$       $a \in (3; 7)$
- Ответ:  $a = 4 + 5 + 6 = 15$