

Урок по алгебре и началам анализа в 11 классе
Учитель математики Кировской МБОУ: Ткачук Н.П.

ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРОМ

Какую информацию о графике функции $f(x)$ можно получить, зная коэффициенты квадратного трёхчлена?

- если старший коэффициент квадратного трёхчлена больше нуля, то ветви параболы направлены вверх,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена меньше нуля, то ветви параболы направлены вниз,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена равен нулю, то графиком функции является не парабола, а прямая; (и соответствующее уравнение надо решать не как квадратное, а как линейное),
- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс, если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,
- абсцисса вершины параболы равна $-\frac{b}{2a}$

ИСПОЛЬЗУЯ ПОЛУЧЕННЫЕ ЗНАНИЯ, ОТВЕЬТЕ НА ВОПРОСЫ. ВЫБЕРИТЕ ВАРИАНТ

ПОЛУЧЕННОГО ОТВЕТА

- ▣ .При каких значениях a парабола $y = ax^2 - 2x + 25$ касается оси X ?
- ▣ а) $a=25$; б) $a=0$ и $a=0,04$; в) $a=0,04$.
- ▣ При каких значениях k уравнение $(k - 2)x^2 = (4 - 2k)x + 3 = 0$ имеет единственное решение? а) $k=-5, k=-2$; б) $k=5$; в) $k=5, k=2$.
- ▣ При каких значениях k уравнение $kx^2 - (k - 7)x + 9 = 0$ имеет два равных положительных корня? а) $k=49, k=1$; б) $k=1$; в) $k=49$.
- ▣ При каких значениях a уравнение $ax^2 - 6x + a = 0$ имеет два различных корня? а) $a \in (-3; 0) \cup (0; 3)$; б) при $a \in (-3; 3)$;
- ▣ в) $a \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
- ▣

Вывод: Оба корня

квадратного уравнения A
 $(a)x^2+B(a)x+C(a) = 0$ **больше**
заданного числа M тогда и
только тогда, когда имеет
место система

$$\begin{cases} Af(M) > 0 \\ D > 0 \\ -B/2A > M \end{cases}$$

Вывод: Оба корня

квадратного уравнения $A(a)$
 $x^2+B(a)x+C(a) = 0$ **меньше**
заданного числа M тогда и
только тогда, когда имеет
место система

$$\begin{cases} Af(M) > 0 \\ D > 0 \\ -B/2A < M \end{cases}$$

Вывод: Заданное число M

лежит между корнями
квадратного уравнения A
 $(a)x^2+B(a)x+C(a) = 0$ тогда и
только тогда, когда имеет
место неравенство

$$Af(M) < 0$$

ЗАКРЕПЛЕНИЕ МАТЕРИАЛА

ИСПОЛЬЗУЯ, ПОЛУЧЕННЫЕ ЗНАНИЯ, РЕШИТЬ УРАВНЕНИЯ С УСЛОВИЯМИ:

- При каких значениях параметра a корни квадратного уравнения
- $x^2 + (a + 1)x + 3 = 0$ лежат по разные стороны от числа 2?
- **Решение.** Рассмотрим функцию
- $f(x) = x^2 + (a + 1)x + 3$.
- $f(2) < 0$;
- $f(2) = 4 + 2a + 2 + 3 = 2a + 9 < 0$
- $2a < -9$
- $a < -4.5$
- **Ответ.** $a \in (-\infty; -4.5)$

ПРИ КАКИХ ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРА А ОБА КОРНЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

$(2-a)x^2 - 3ax + 2a = 0$ БОЛЬШЕ $1/2$.

$$\square \left\{ \begin{array}{l} Af(M) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} D > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} -B/2A > M \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (2-a)(1/2 - \\ a/4 - 3a/2 + 2a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 9a^2 - 8a(2-a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 3a/(2-a) > 1/2 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (2-a)(2/4 + a/4) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} A^2 - 16a > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} 3a/(2-a) - 1/2 > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (2-a)(a+2) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a(a-16) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (6a-2+a)/(2-a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-2; 2) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} (7a-2)/(2-a) > 0 \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-2; 2) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty) \end{array} \right.$$

$$\square \left\{ \begin{array}{l} a \in (2/7; 2) \end{array} \right.$$

\square Ответ: решений нет

НАЙТИ ВСЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА А, ПРИ КОТОРЫХ ОБА КОРНЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

$$x^2 - 6ax + (2 - 2a + 9a^2) = 0 \text{ БОЛЬШЕ 3.}$$

□ $Af(M) > 0$

□ $D > 0$

□ $B/2A > M$

□ $9 - 18a + 2 - 2a + 9a^2 > 0$

□ $36a^2 - 8 - 8a - 36a^2 > 0$

□ $6a/2 > 3$

□ $9a^2 - 20a + 11 > 0$

□ $a + 1 > 0$

□ $a > 1$

□ $a \in (-\infty; 1) \cup (11/9; +\infty)$

□ $a > -1$

□ $a > 1$

□ Ответ: $a \in (11/9; +\infty)$

НАЙТИ ВСЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА А, КОТОРЫХ ОБА КОРНЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ $x^2+4Ax+(1-2A+4A^2)=0$ МЕНЬШЕ -1 .

$$\square \begin{cases} Af(M) > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} D > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} -B/2A < M \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 1-4a+1-2a+4a^2 > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 16a^2-4+8a-16a^2 > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} -4a/2 < -1 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 2a^2-3a+1 > 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} 2a > 1 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} a \in (-\infty; 1/2) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} a > 1/2 \end{cases}$$

$$\square \text{ Ответ: } a \in (1; +\infty)$$

НАЙДИТЕ СУММУ ЦЕЛЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА А, ПРИ КОТОРЫХ РЕШЕНИЕМ НЕРАВЕНСТВА $(A-3)x^2-4x+1 \leq 0$ ЯВЛЯЕТСЯ ОТРЕЗОК.

- Данное условие выполняется, если

$$a-3 > 0$$

- $D > 0$

- $a > 3$

- $16 - 4(a-3) > 0$

- $a > 3$

- $a < 7$ $a \in (3; 7)$

- Ответ: $a = 4 + 5 + 6 = 15$