Prezented.Ru

Производная

и графики функций

Курышова Н. Е. СПб лицей 488

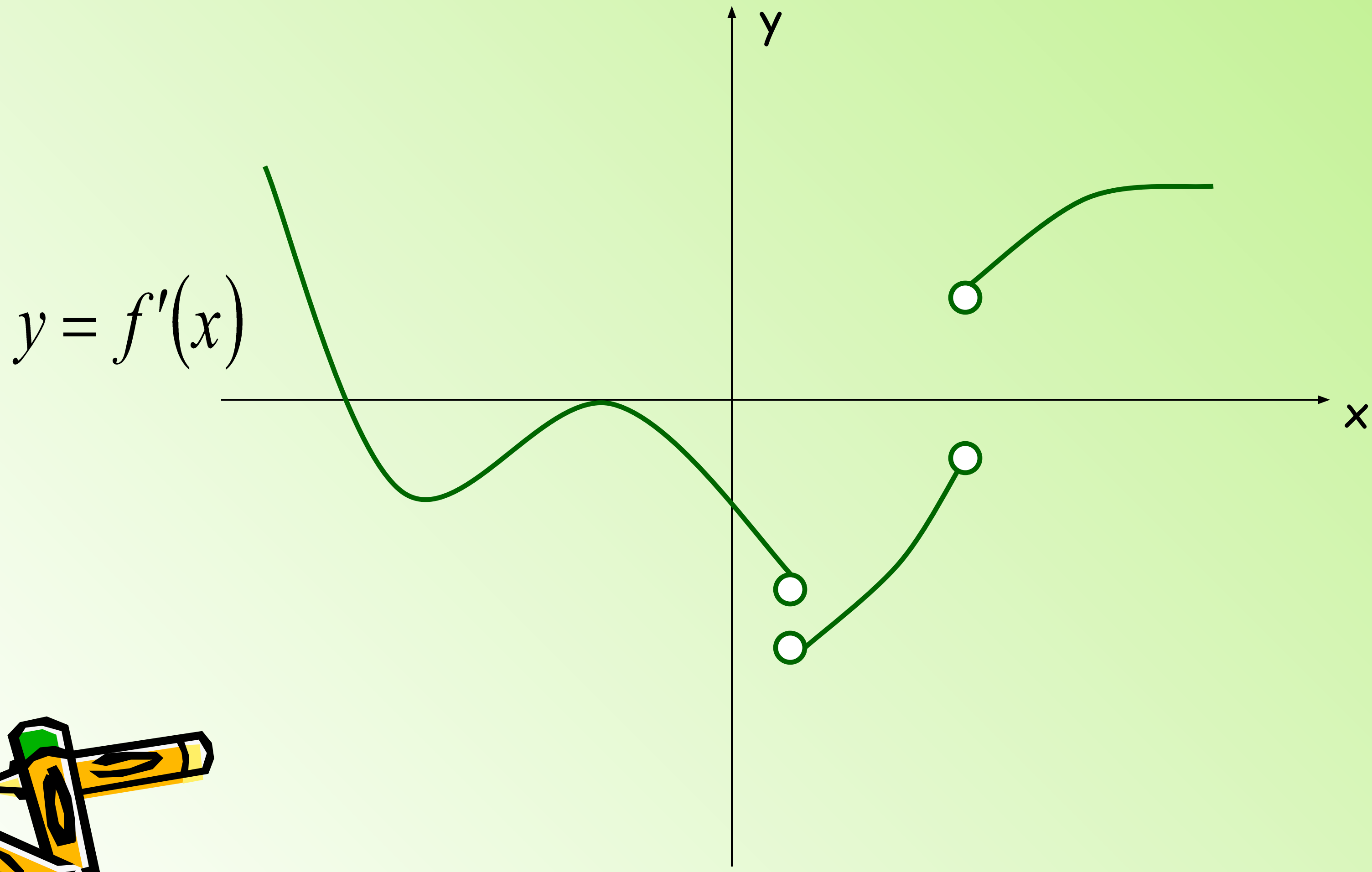
Доказать, что функция монотонна на заданном промежутке:

$$y = 4x - 2008;\ \text{если}\ x \in \Re;$$

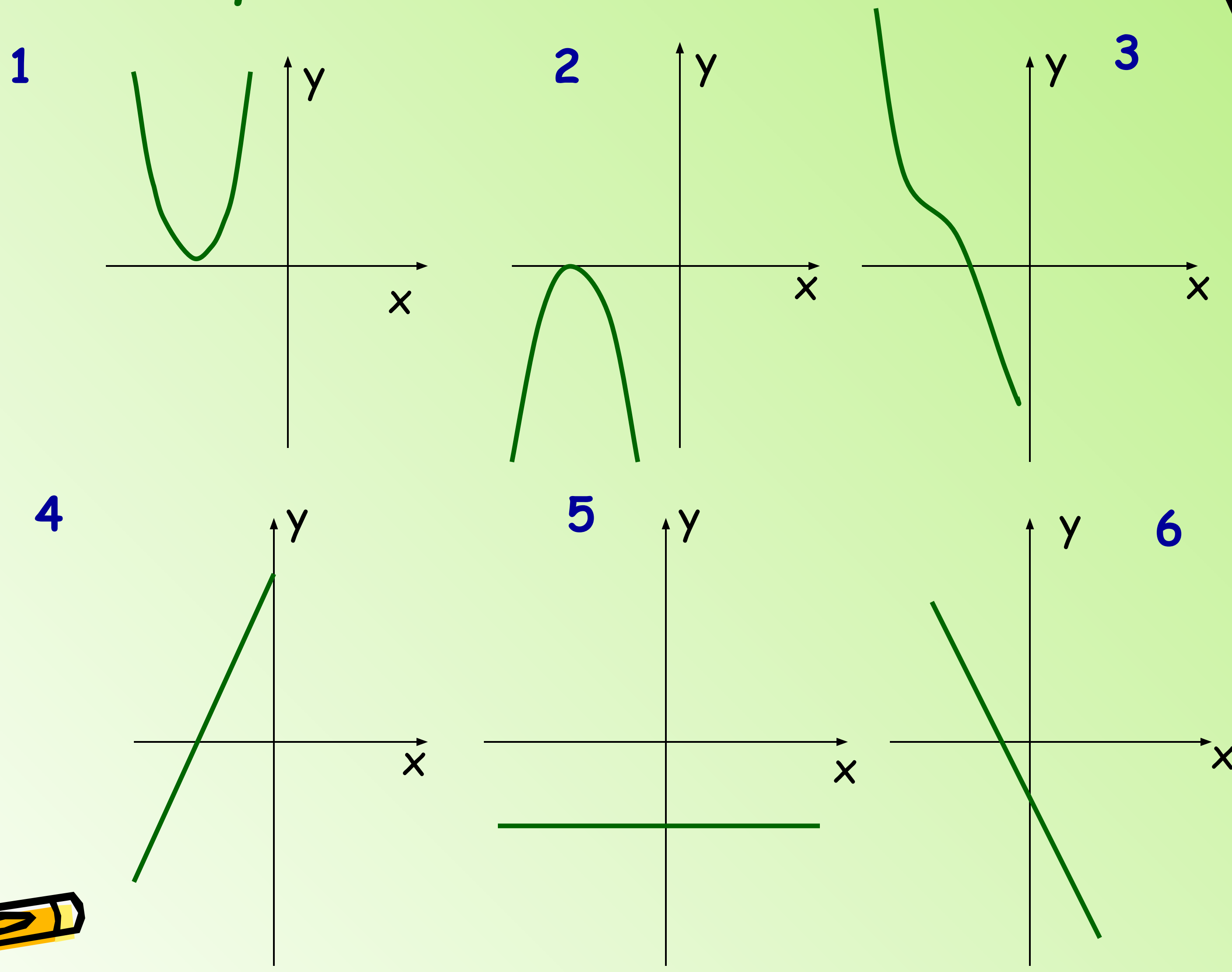
$$y = -2x + \sin x;\ \text{если}\ x \in \Re;$$

$$y = x^5 + x^3 - 448;\ \text{если}\ x \in \Re.$$

Дана непрерывная на $\Re$ функция. Используя график производной этой функции, определите, имеет ли функция точки экстремума.



Найти пары $(f(x); f'(x))$.



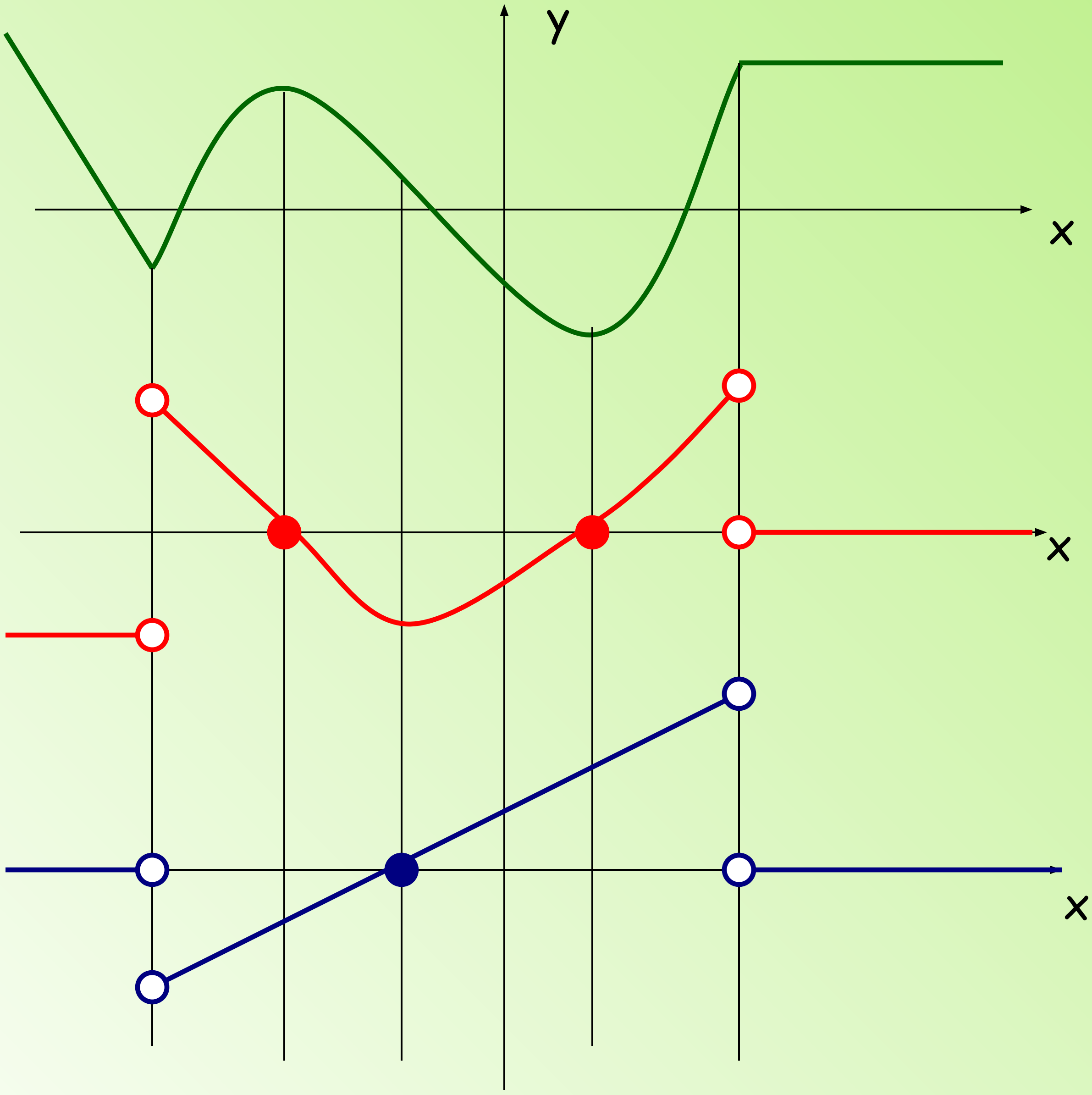
(1 ; 4); (3; 2); (6; 5)

Нарисовать эскизы графиков $f'(x)$ и $f''(x)$

$y = f(x)$

$y = f'(x)$

$y = f''(x)$

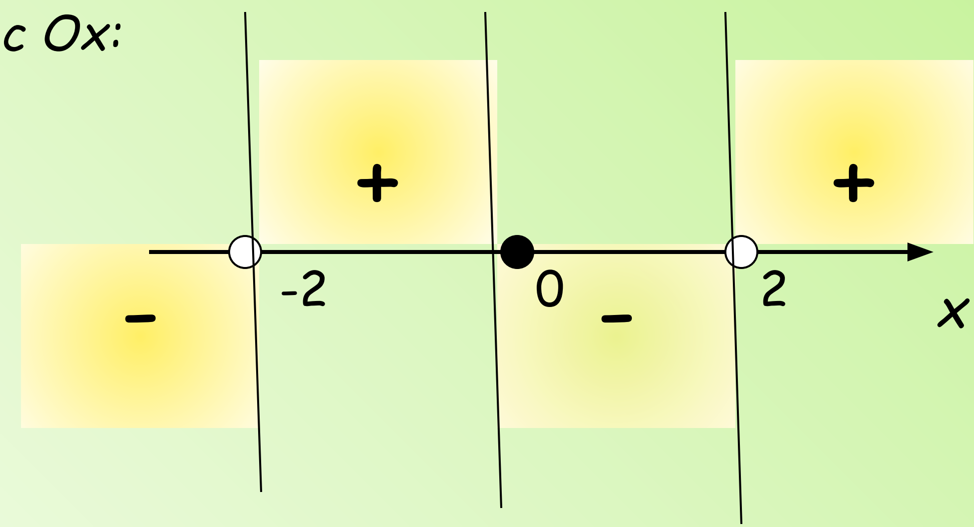


Исследовать функцию и построить её график

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

$$D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2;\ 2) \cup (2;\ +\infty);$$

2. Функция нечётная, график симметричен относительно начала отсчёта.
3. Точки пересечения с осями: с Оу: (0; 0); с Ох: (0; 0).
4. Промежутки знакопостоянства функции:



5. Вертикальные асимптоты:

$x = 2 \quad и \quad x = -2,$ так как

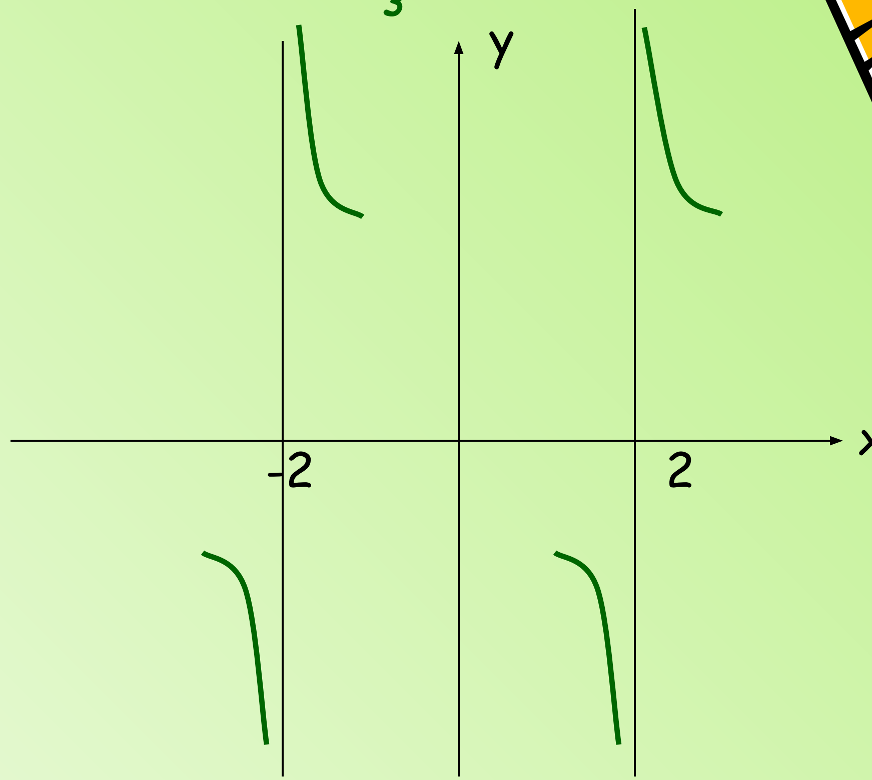
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \left|\frac{8}{0}\right| = \infty,$$

$$\lim_{x \to -2_-} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty; \quad \lim_{x \to -2_+} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty.$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \left|\frac{-8}{0}\right| = \infty.$$

$$\lim_{x \to 2_-} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty; \quad \lim_{x \to 2_+} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty.$$

эскиз



6. Наклонные асимптоты

$$y = x$$

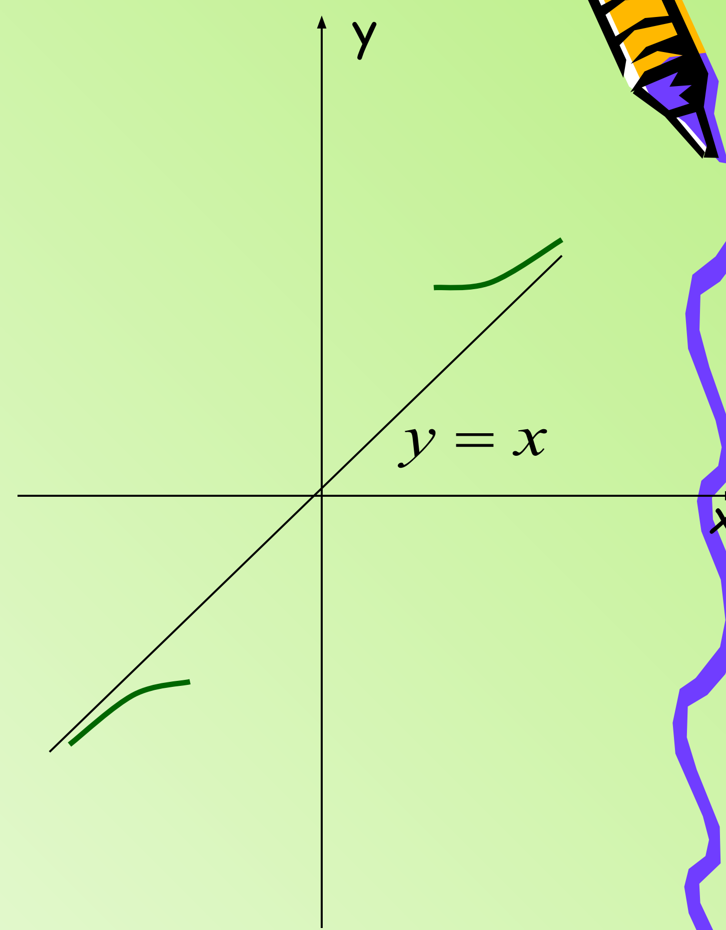
$$k = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{(x^2-4)x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3}{(x^2-4)x} = 1.$$

$$b = \lim_{x \to +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \to -\infty} (f(x) - x) = 0.$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2-4} - x \right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - x^3 + 4x}{x^2-4} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x}{x^2-4} = 0_+;$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{4x}{x^2-4} = 0_-.$$

эски
з



7. Исследование на монотонность и наличие точек экстремума.

$$f'(x)=\frac{x^4-12x^2}{\left(x^2-4\right)^2};$$

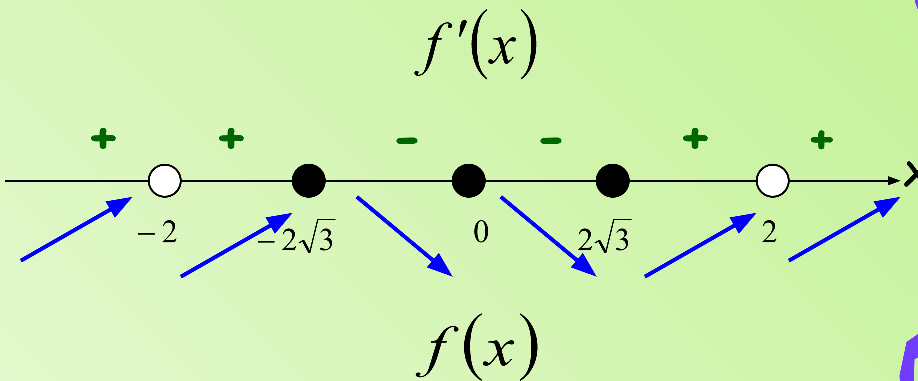
$f'(x)=0$, *если* $\quad x^4-12x^2=0$

$$x^2=0;\quad x=\pm2\sqrt{3}.$$

$f'(x)$ – *не существует, если*

$$\left(x^2-4\right)^2=0,$$

$$x=2;\ \ x=-2.$$



$x=-2\sqrt{3}$ – *точка локального максимума*

$$f\left(-2\sqrt{3}\right)=3\sqrt{3}$$

$x=2\sqrt{3}$ – *точка локального минимума*

$$f\left(2\sqrt{3}\right)=-3\sqrt{3}$$

Prezented.Ru

Исследование на направление выпуклостей и наличие точек перегиба.

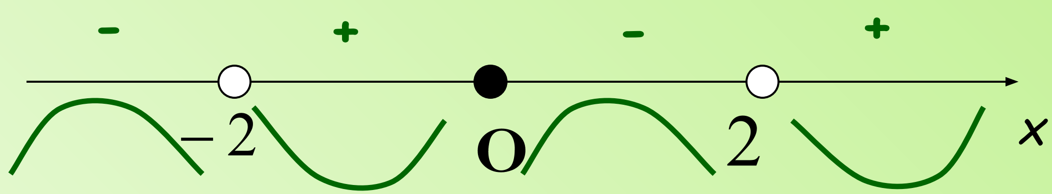
$$f''(x)=\frac{8x\left(x^2+12\right)}{\left(x^2-4\right)^3};$$

$$f''(x)=0,\ \textit{если}\ x=0.$$

$f''(x)$ *– не существует, если*

$x=-2,\ \ x=2$

$f''(x)$

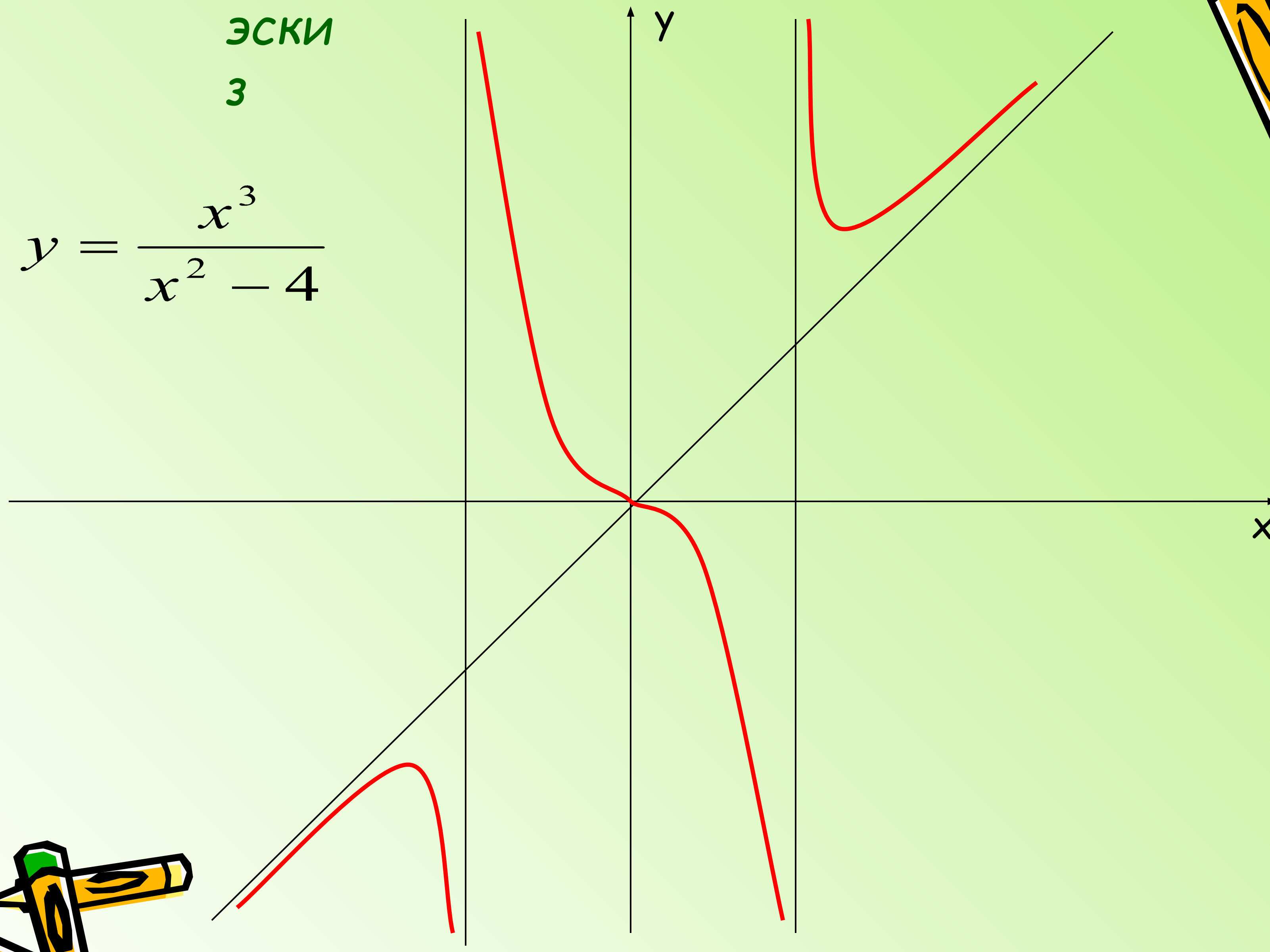


$f(x)$

$(0;\ f(0))$ *– точка перегиба*

эски
з

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$



Спасибо за внимание!