# Производная степенной функции

# Математики о производной.

**« Слова «производная» и «произошло» имеют похожие части слова, да и смысл похож: производная происходит от исходной функции (переложив на отношения человека: исходная функция - *«мама»,* её производная - *«дочь»).***

**Производная - часть математической науки, одно из её звеньев. Нет этого звена - прерваны связи между многими понятиями.»**

# Что называется производной?

Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

# «Алгоритм нахождения производной»

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

**Исследуя функции, можно встретить случаи, когда функция определена, но не дифференцируема. Что это?**

**Почему так происходит?**

**Можно ли этому найти объяснения?**

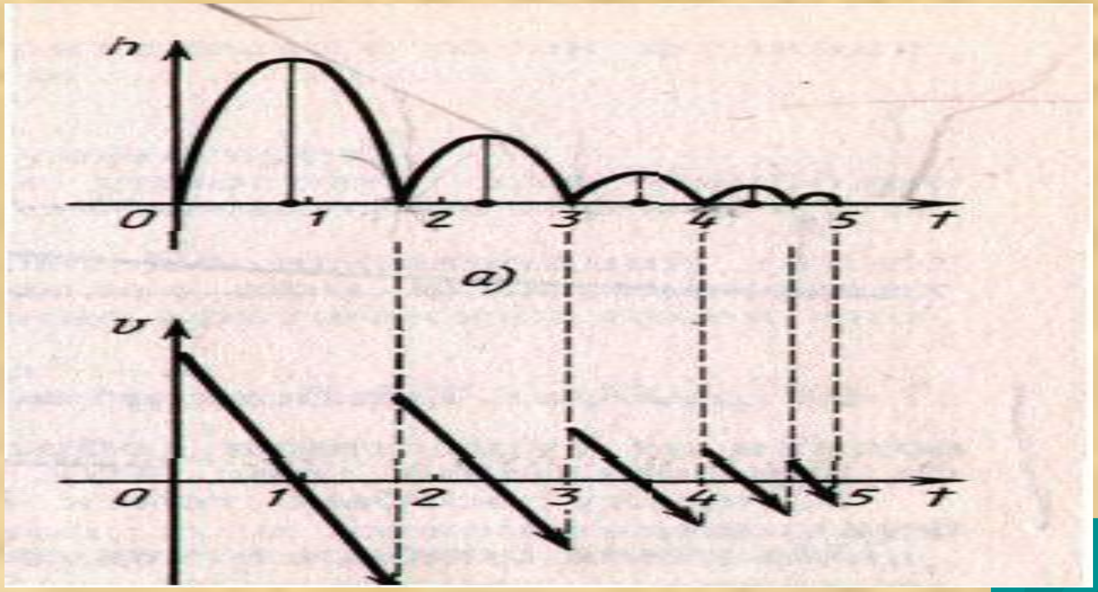
# Взгляд из детства.

**Всем с детства известно такое явление, как движение мяча, падающего на пол и упруго отскакивающего от него.**

**Это явление можно объяснить с помощью законов физики.**

**Попробуем переложить всё это на математический язык.**

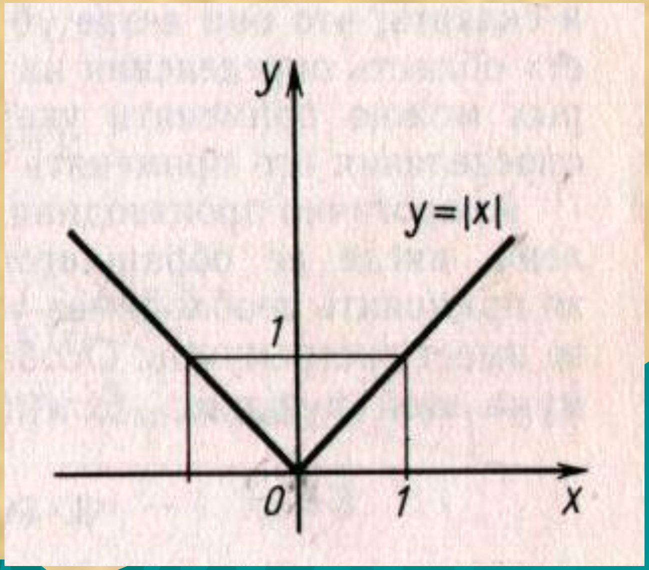
**При отскоке от пола (при h=0) направление движения мяча меняется (и функция достигает минимума), однако в эти моменты скорость мяча не равна нулю, касательную к графику h провести нельзя.**
**На графике скорости мяча мы видим: в момент отскока скорость мяча однозначно найти нельзя - график скорости в эти моменты имеет разрывы.**
(Производная в этих точках не существует).



# Примеры функций, имеющих особые точки.

Все функции вида $y = |f(x)|$, при $f(x)=0$ имеют особые точки - точки излома.

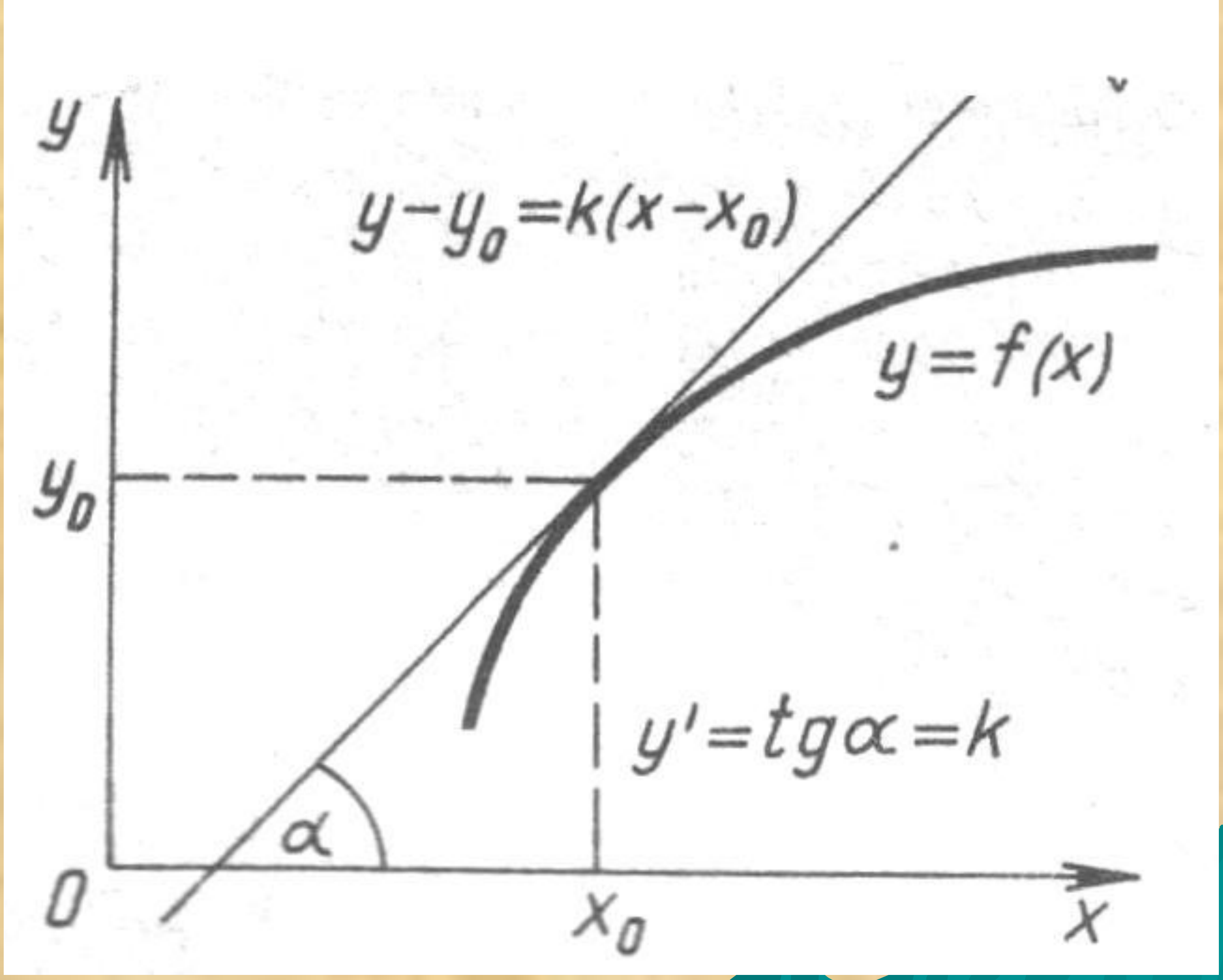
Частный случай: $y = |x|$, где $x=0$ - особая точка.



$$f'(x) = k = tg\alpha$$

- Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции *y=f(x)* в точке *x* равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке с абсциссой $x_0$

# Геометрический смысл производной



# Физический смысл

$$y = f(x)$$

$f'(x_0)$ скорость

$f''(x_0)$ ускорение

Производная от перемещения по времени является мгновенная скорость. Производная от скорости по времени является ускорением.

# Задача 1

**Точка движется прямолинейно по закону** $S(t) = 2t^3 - 3t.$
**Вычислите скорость движения точки:**
**а) в момент времени** ***t;***
**б) в момент времени** ***t=2с.***

**Решение.**

а) $V(t) = S'(t) = (2t^3 - 3t)' = 6t^2 - 3$

б) $V(2) = 6 * 2^2 - 3 = 21(м / с)$

# Задача 2

**Найдите скорость и ускорение для точки, движущейся по закону** $S(t)=t^2+2t+3$:

**а) в момент времени** ***t;***

**б) в момент времени** ***t=3c.***

**<u>Решение.</u>**

$$а)V(t)=S'(t)=(t^2+2t+3)'=2t+2$$

$$a(t)=V'(t)=S''(t)=2$$

$$б)V(3)=2*3+2=8(м/с)$$

$$a(3)=2(м/с^2)$$

# Проблемная задача

- **Две материальные точки движутся прямолинейно по законам**

$$S_1(t) = 2{,}5t^2 - 6t + 1,$$

$$S_2(t) = 0{,}5t^2 + 2t - 3.$$

**В какой момент времени скорости их равны, т.е.**

$$V_1(t_0) = V_2(t_0), t_0 - ?$$

## Решение проблемной задачи

$$V_1(t) = (2{,}5t^2 - 6t + 1)' = 5t - 6$$

$$V_1(t_0) = 5t_0 - 6$$

$$V_2(t) = (0{,}5t^2 + 2t - 3)' = t + 2$$

$$V_2(t_0) = t_0 + 2$$

$$5t_0 - 6 = t_0 + 2$$

$$t_0 = 2$$

# Разбор некоторых задач самостоятельной работы

$m(l) = 3l^2 + 5l$ (г), $l_{AB} = 20$ см,

$\rho_{сер} = ?$

Решение:

Т.к. $\rho(l) = m'(l)$, то $\rho(l) = 6l + 5$.

$l = 10$ см, $\rho(10) = 60 + 5 = 65$(г/см$^3$)

Ответ: 65 г/см$^3$.

# Разбор некоторых задач самостоятельной работы

**A7** **Какая из указанных ниже функций имеет производную, график которой изображен на рисунке?**

1) $f(x) = 1 - x^2$
2) $f(x) = x - x^2$
3) $f(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$
4) $f(x) = x - \frac{x^2}{2}$