Prezented.Ru
Prezented.Ru

«Решение простейших логарифмических неравенств»

Выполнила:

учитель математики

МОУ Акуловской СОШ

Панасюк Оксана Вячеславовна

Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Например, неравенства вида:

$$\log_a f(x) > \log_a \varphi(x) \quad \log_a f(x) < \log_a \varphi(x)$$

При а>0, а $\neq$ 1 являются логарифмическими.

⇔

Свойства логарифмических неравенств:

1. $$\log_a x_1 > \log_a x_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ x1 > x2 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ x2 > x1 > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

2. $$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ x2 > x1 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ x1 > x2 > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

При решении логарифмических неравенств следует учитывать общие свойства неравенств, свойство монотонности логарифмической функции и область её определения.

1. Решите неравенство:

$$\log_{2x-3} x > 1$$

Решение:

$$\log_{2x-3} x > 1 \Leftrightarrow \log_{2x-3} x > \log_{2x-3}(2x-3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x-3>1 \\ x>2x-3 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-3<1 \\ 2x-3>0 \\ x<2x-3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>2 \\ x<3 \end{cases} \\ \begin{cases} x<2 \\ x>1{,}5 \\ x>3 \end{cases} \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} 2<x<3 \\ \theta \end{array}$$

Ответ: $(2;3)$

2. Решите неравенство:

$$\log_3 (1-2x) < 2$$

Решение:

$$\log_3 (1-2x) < \log_3 {}^{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x < 9 \\ 1-2x > 0 \\ 3 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -8 \\ 2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x, \dfrac{1}{2.} \end{cases}$$

Ответ: $(-4; \dfrac{1}{2})$

3. Решите неравенство:

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$$

Решение:

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 6-5x \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x > 8 \\ 6 > 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(1; \dfrac{1}{2}).$

Prezented.Ru
Prezented.Ru

4. **Решите неравенство:**

$$0{,}5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)}>1$$

Решение:

$$0{,}5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)}>1 \Leftrightarrow 0{,}5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)}>0{,}5^{0} \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)<0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)<\log_{\sqrt{3}}1 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\lg\frac{1}{x}<1\\ \lg\frac{1}{x}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\lg\frac{1}{x}<\lg 10\\ \lg\frac{1}{x}>\lg 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}<10\\ \frac{1}{x}>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1-10x}{x}<0\\ \frac{1-x}{x}>0.\end{cases}$$

Ответ: $(0{,}1;1)$

5. **Решите неравенство:**

9

$$x^{-2+\lg x} < 1000$$

Решение:

Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 10.

$$\lg x^{-2+\lg x} < \lg 1000\ ;$$

$$(-2+\lg x)\lg x < 3\,;$$

$$\lg^2 x - 2\lg x - 3 < 0;$$

$$\begin{cases}\lg x < 3\\ \lg x > -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\lg x < \lg 1000\\ \lg x > \lg 10^{-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x < 1000\\ x > 10^{-1}\end{cases}$$

Ответ: $\left(0{,}1;1000\right)$

Индивидуальная работа по теме:

Вариант 1:

1. $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) < \log_{\frac{1}{2}}(3-x)$
2. $\log_3(4x-9) < 1$
3. $\log_{\frac{1}{\text{ï}}} \frac{2+x}{2-x} > \log_{\frac{1}{\text{ï}}} 2$
4. $\log_{\frac{1}{26}}(26x-2 \geq 0)$
5. $\log_{28} x + \log_{28}(x-27) < 1$

Вариант 2:

1. $\log_2(2x-2).\log_2(6-5x)$
2. $\log_{\frac{1}{2}}(5x-8) > 1$
3. $\log_{\text{ï}} \frac{x-2}{x-3} < \log_{\text{ï}} 3$
4. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-2) \geq 0$
5. $\log_4 x + \log_4(x-3) < 1$

Вариант 3:

1. $\log_{\frac{1}{2}}(5x-2) < \log_{\frac{1}{2}}(3-2x)$
2. $\log_3(2x-7) < 1$
3. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3+x}{x-1} > 1$
4. $\log_{37}(37x+2) \leq 1$
5. $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) + \log_{\frac{1}{5}} x > 0$

Спасибо за внимание