



# УРАВНЕНИЯ N-ОЙ СТЕПЕНИ





***Большинство жизненных  
задач решаются как  
алгебраические уравнения:  
приведением их к самому  
простому виду.***

***Толстой Л.Н.***



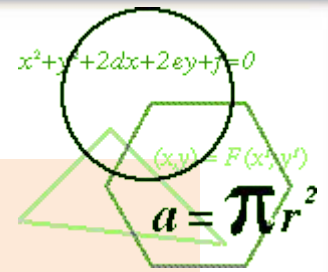
# Задачи:

- рассмотреть основные виды уравнений
- познакомиться с различными методами решения уравнений



\*





**Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и впоследствии подтвердить это, - что следуя этому методу, мы достигнем цели.**

**Лейбниц**



# Методы решения уравнений

- разложение многочлена на множители
- метод введения новой неизвестной
- комбинирование различных методов
- метод неопределенных коэффициентов



# Разложение многочлена на множители

*Любой многочлен может быть представлен в виде произведения. Самые известные методы разложения многочленов это: вынесение общего множителя, применение формул сокращенного умножения, выделение полного квадрата, группировка, разложение квадратного трехчлена на множители по формуле*



$$\underline{2x^5 - 10x^4 + 14x^3 - 10x^2 + 12x = 0}$$

$$2x(x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 6 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 3x^2 + x - 3) = 0$$

$$(x-2)(x^2 \cdot (x-3) + (x-3)) = 0$$

$$(x-2)(x-3)(x^2 + 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{или} \quad x - 3 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + 1 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 3$$

корней нет



Ответ: **0, 2, 3**

# Метод введения новой неизвестной

В некоторых случаях путем замены выражения  $f(x)$ , входящего в многочлен  $P_n(x)$ , через  $y$  можно получить многочлен относительно  $y$ , который уже легко разложить на множители. Затем после замены  $y$  на  $f(x)$  получаем разложение на множители многочлена  $P_n(x)$





$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}$$

**пусть  $x^2 + 2x + 2 = t$**

$$\frac{t-1}{t} + \frac{t}{t+1} = \frac{7}{6}$$

**умножим обе части уравнения на  $6t(t+1)$ , где  $t \neq 0$ ,  $t \neq -1$**

$$6t^2 - 6 = 26t^2 - 7t^2 - 67t = 0$$

$$5t^2 - 7t - 6 = 0$$



$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}$$

**1)  $x^2 + 2x + 2 = 2$**   
 **$x^2 + 2x = 0$**   
 **$x(x+2) = 0$**   
 **$x = 0$  или  $x = -2$**

**2)  $x^2 + 2x + 2 = -0,6$**   
 **$5x^2 + 10x + 13 = 0$**   
 **$D = -169 < 0$**   
**корней нет**

**Ответ:  $-2; 0$**



# Метод неопределенных коэффициентов

Суть метода неопределённых коэффициентов состоит в том, что вид сомножителей, на которые разлагается данный многочлен, угадывается, а коэффициенты этих сомножителей (также многочленов) определяются путём перемножения сомножителей и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях переменной.



$$\underline{x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 21x - 16 = 0}$$

$$x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 21x - 16 = (x^2 + px + g)(x^2 + bx + c)$$

$$(x^2 + px + g)(x^2 + bx + c) =$$

$$(x^2 - x + 1)(x^2 + 5x - 16) = 0 \rightarrow x^4 + (p+b)x^3 + (c+g+pb)x^2 + x(pc+gb) + gc$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad p + b = 4 \\ \quad \quad D = -3 < 0 \\ c + g + pb = -20 \\ \quad \quad \text{Корней нет} \\ pc + gb = 21 \end{array} \right.$$

$$\text{или} \quad 2) \quad x^2 + 5x - 16 = 0$$

$$p = -1, \quad b = 5, \quad c = -16, \quad g = 1.$$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{89}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{89}}{2}$$



**Ответ:**

$$\frac{-5 \pm \sqrt{89}}{2}$$

# Виды уравнений

- квадратные уравнения
- биквадратные уравнения
- возвратные уравнения
- уравнения вида  $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=A$
- уравнения вида:  
$$(ax^2 + bx + c)(ax^2 + b_1x + c_1)=Ax^2$$
- уравнения, однородные относительно многочленов



# Возвратные уравнения

общий вид :

Алгебраическое уравнение  $f(x)=0$  называется возвратным, если у многочлена в левой его части, представленного в каноническом виде, равны коэффициенты членов, равноудаленных от его концов: первого и последнего, второго и предпоследнего и т.д.



Рассмотрим алгоритм  
решения возвратных  
уравнений четной степени

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$$
$$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c = 0$$

$$t = x + \frac{1}{x} \qquad t^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$at^2 + bt + c - 2a = 0$$



$$\underline{2x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 13x^2 + 5x + 2 = 0}$$

	2	5	-13	-13	5	2
$-1$	$x - 1 = 0$	или	$2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0$			
	$\frac{2}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{-13}{-16}$	$\frac{-13}{3}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{0}$

$$(x-1) \left( 2 \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 3 \left( x + \frac{1}{x} \right) - 16 \right) = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = t, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

$$2t^2 + 3t - 20 = 0$$

$$t_1 = \frac{5}{2}, \quad t_2 = -4$$





$$\underline{2x^5+5x^4-13x^3-13x^2+5x+2=0}$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad 2x^4+3x^3-16x^2+3x+2=0$$

$$x=-1$$

$$1) 2x^2+5x+2=0$$

$$x_1=2, x_2=0,5$$

$$2) x^2+4x+1=0$$

$$x_3 = -2 + \sqrt{3}$$

$$x_4 = -2 - \sqrt{3}$$



**Ответ:** 0,5; 2;  $-2 \pm \sqrt{3}$

$$(x^2 - x + 1)^4 - 6x^2(x^2 - x + 1)^2 = -5x^2$$

Пусть  $(x^2 - x + 1)^2 = a$ ;  $x^2 = b$

$$a^2 - 6ab + 5b^2 = 0 \quad a) \quad x^2 + 1 = -\sqrt{5x^2}$$

$$x^2 - x + 1 = a \quad (a - b) - 5b(a - b) = 0 \quad б) \quad x^2 - x + 1 = \sqrt{5x^2}$$

$$(a - b)(a - 5b) = 0$$

$$a = b \quad \text{или} \quad a = 5b$$

$$1) \quad (x^2 - x + 1)^2 = 1 \quad 2) \quad \frac{x^2 \sqrt{5} \pm \sqrt{2x^2 + 2\sqrt{5}}}{2} = 5x^2$$

Ответ: 1;



**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**

