Законы алгебры логики

Равносильные преобразования

- Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в обычной алгебре.
- Они служат для упрощения формул или приведения их к определённому виду путем использования основных законов алгебры логики.

Под *упрощением формулы*, понимают *равносильное преобразование*, приводящее к формуле, которая

- либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и инверсий
- не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит их меньшее число

1. Закон двойного отрицания

Двойное отрицание исключает отрицание.

$$\overline{\overline{A}} = A$$

2. Переместительный (коммутативный) закон

— для логического сложения:

A + B = B + A

— для логического умножения:

A*B = B*A

3. Сочетательный (ассоциативный) закон

— для логического сложения:

$(A + B) + C = A + (B + C)$

— для логического умножения:

$(A*B)*C = A*(B*C)$

4. Распределительный (дистрибутивный) закон

— для логического сложения:

(A + B)*C = (A*C) + (B*C)

— для логического умножения:

A*B + C = (A + C)*(B+ C)

5. Закон общей инверсии (законы де Моргана)

— для логического сложения

$$\overline{A+B}=\overline{A}*\overline{B}$$

— для логического умножения:

$$\overline{A*B}=\overline{A}+\overline{B}$$

6. Закон идемпотентности

— для логического сложения:

$$A + A = A$$

— для логического умножения:

$$A*A = A$$

Закон означает отсутствие показателей степени.

7. Законы исключения констант

— для логического сложения:

$$A + 1 = 1, \qquad A + 0 = A;$$

— для логического умножения:

$$A * 1 = A, \qquad A * 0 = 0$$

8. Закон противоречия

Невозможно, чтобы противоречащие высказывания были одновременно истинными.

$$\overline{A} * A = 0$$

9. Закон исключения третьего

Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе — ложно, третьего не дано.

$$\overline{A} + A = 1$$

$$\overline{A} = 1 - A$$

10. Закон поглощения

— для логического сложения:

$$A + (A * B) = A;$$

$$A + B * \overline{A} = A + B$$

— для логического умножения:

$$A * (A + B) = A$$

$$A * (B + \overline{A}) = A * B$$

11. Закон исключения (склеивания)

— для логического сложения:

$$(A+B)*(\overline{A}+B)=B$$

— для логического умножения:

$$A*B+\overline{A}*B=B$$

Логические законы и правила преобразования логических выражений

- **Закон тождества**: всякое высказывание тождественно самому себе.

$$A=A$$

- **Закон непротиворечия**: высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

$$\overline{A} * A=0$$

- **Закон исключенного третьего.** Высказывание может быть истинным, либо ложным, третьего не дано.

$$\overline{A} + A=1$$

- **Закон двойного отрицания**: если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание.

$$\overline{\overline{A}}=A$$

Логические законы и правила преобразования логических выражений

- **Законы Моргана:**

$$\overline{A + B} = \overline{A} * \overline{B}$$

$$\overline{A * B} = \overline{A} + \overline{B}$$

- Таблицы истинности совпадают, следовательно, логические выражения равносильны: $\overline{A}\&\overline{B} = \overline{A\&B}$
- Докажите , используя таблицы истинности, что логические выражения $\overline{A} \vee \overline{B}$ и $\overline{A\&B}$ равносильны