

Проект урока по теме:
«Построение графика функции
методом ее исследования с
помощью производной»



г. Новосибирск

2008

Автор:

учитель математики первой
квалификационной категории
МОУ лицей № 176
Ткаченко Зоя Васильевна

Научный руководитель:

доцент кафедры математического
образования
Батан Любовь Федоровна

Аннотация

Урок алгебры рекомендован для учащихся 10 класса,
обучающихся по учебнику

«Алгебра и математический анализ»

для углубленного изучения математики
в общеобразовательных учреждениях

авторов Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд.

Программа соответствует обязательному минимуму среднего
(полного) общего образования. Приказ №56 от 30. 06. 1999г.

Издательство МНЕМОЗИНА
Москва 2005

Актуальность

Данная тема является очень важной и значимой, т. к. в материалах ЕГЭ большое внимание уделяется заданиям, связанным с исследованием функции с помощью графика, с построением графика заданной функции.

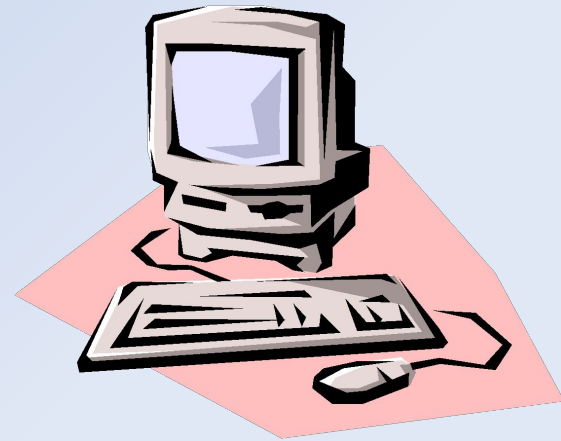
Успешное изучение этой темы поможет вам хорошо сдать государственный экзамен по математике

Тип урока

Урок закрепления изученного материала в форме самостоятельной групповой работы по карточкам

Оборудование:

- Smart-доска;
- Сканер;
- Персональный компьютер;
- Карточка с заданием на каждой парте.



Цели урока

- Для учителя
- Для ученика



Цели урока

- Обобщить и закрепить свои знания и умения при построении графика функции с помощью ее исследования.
- Применить (ИКТ) новые информационные технологии для проверки результатов построения с помощью программы MathCAD
- Воспитывать такие качества личности, как познавательная активность, самостоятельность, упорство в достижении цели



Цели урока

- Систематизировать, обобщить и расширить знания и умения учащихся при построении графиков функций.
- Развивать умения наблюдать, сравнивать, обобщать и анализировать математические ситуации с использованием ИКТ и программы MathCAD.
- Воспитывать такие качества личности, как познавательная активность, самостоятельность, упорство в достижении цели, коммуникативную и информационную культуру. Побуждать учеников к самоконтролю, взаимоконтролю и самоанализу своей деятельности.

Задачи урока

Формировать устойчивый интерес к математике через дифференцированный подход к учащимся.

Вовлекать каждого ученика в процесс активного учения через интерактивные методы обучения.

Развивать познавательный интерес, графическую культуру, культуру речи, память, самостоятельность мышления.

Содержание урока

1. Вводная беседа.
2. Устная работа.
3. Самостоятельная работа в группах.
4. Обобщение.
5. Итог.
6. Историческая справка.
7. Рефлексия.

Вводная беседа

На уроке мы должны закрепить и обобщить свои знания и умения при построении графика функции с помощью производной и убедиться в правильности своего построения с помощью программы MathCAD.

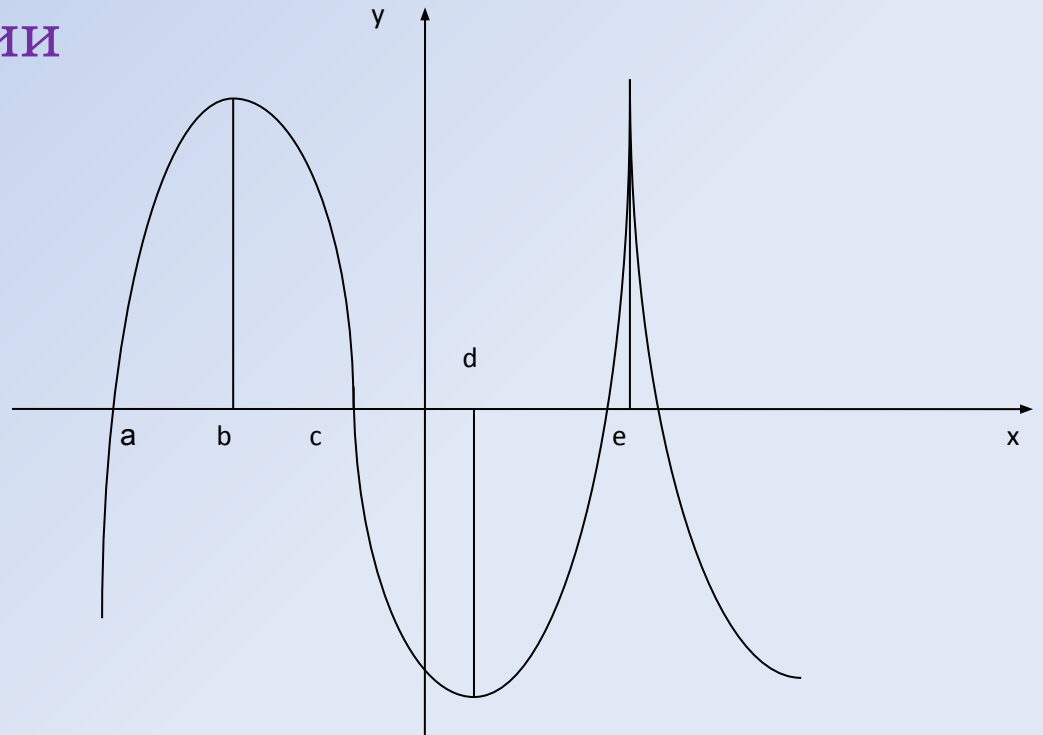


Устная работа

Задача 1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить точки, в которых:

– Производная функции не существует:

- $x = e$;
- $x = b$;
- $x = d$;
- $x = 0$.

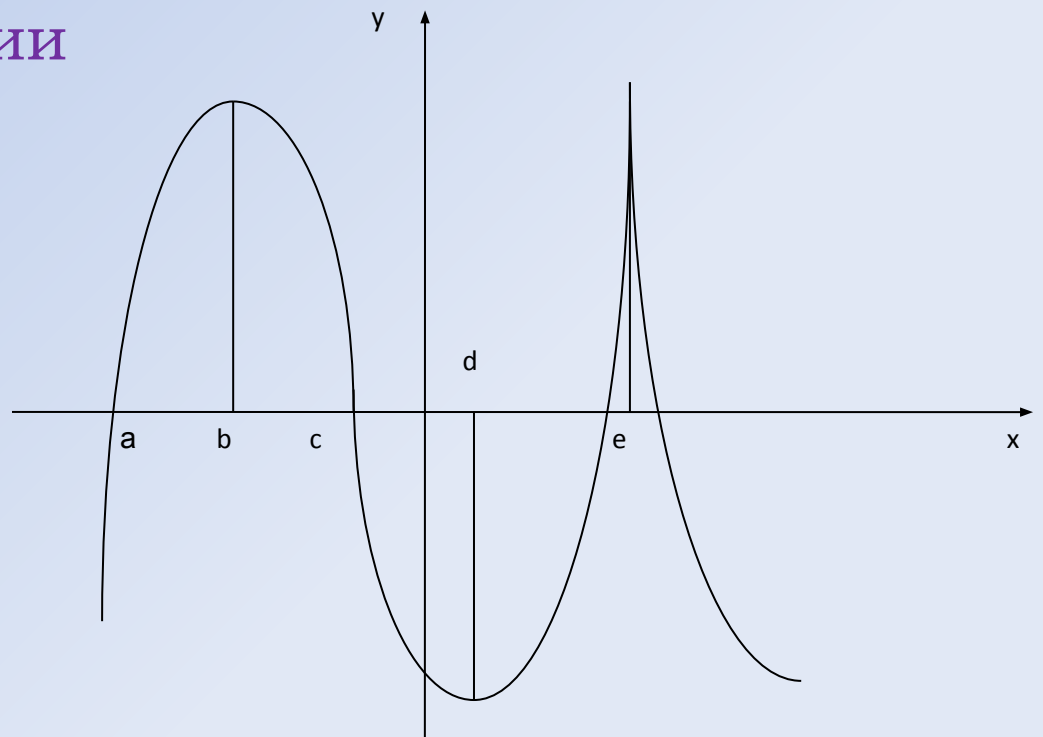


Устная работа

Задача 1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить точки, в которых:

– Производная функции обращается в ноль:

- $x = b, x = d;$
- $x = c, x = a;$
- $x = b, x = e, x = d;$
- $x = e.$

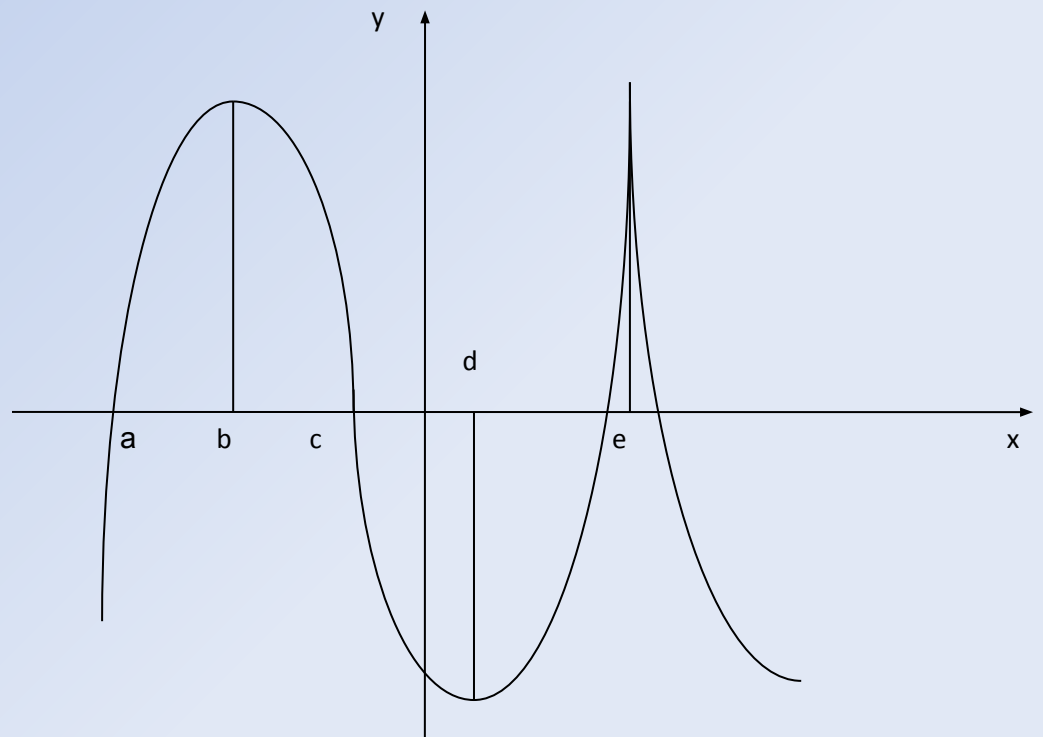


Устная работа

Задача 1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить:

– Точки максимума функции:

- $x = e$;
- $x = b$;
- $x = b, x = e$;
- нет точек максимума нет точек максимума.

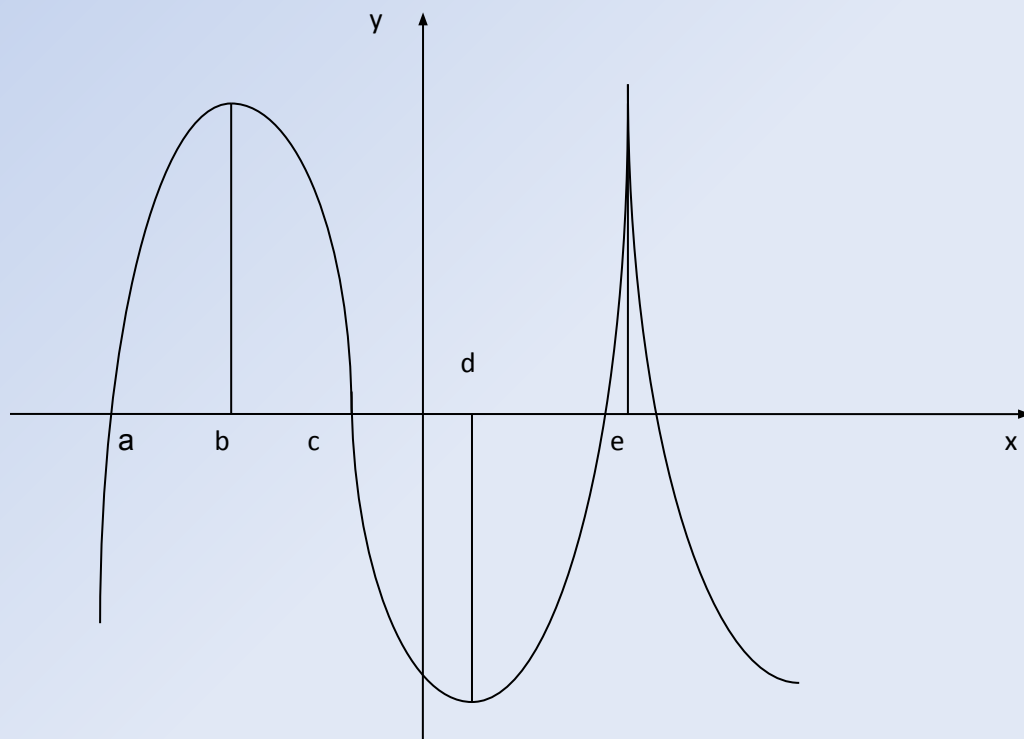


Устная работа

Задача 1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить:

– промежутки убывания функции:

- $[b;d]$ $[b;d]$ и $[b;d]$ и $[e;+\infty)$;
- $(-\infty;b]$ $(-\infty;b]$ и $(-\infty;b]$ и $[d;e]$.

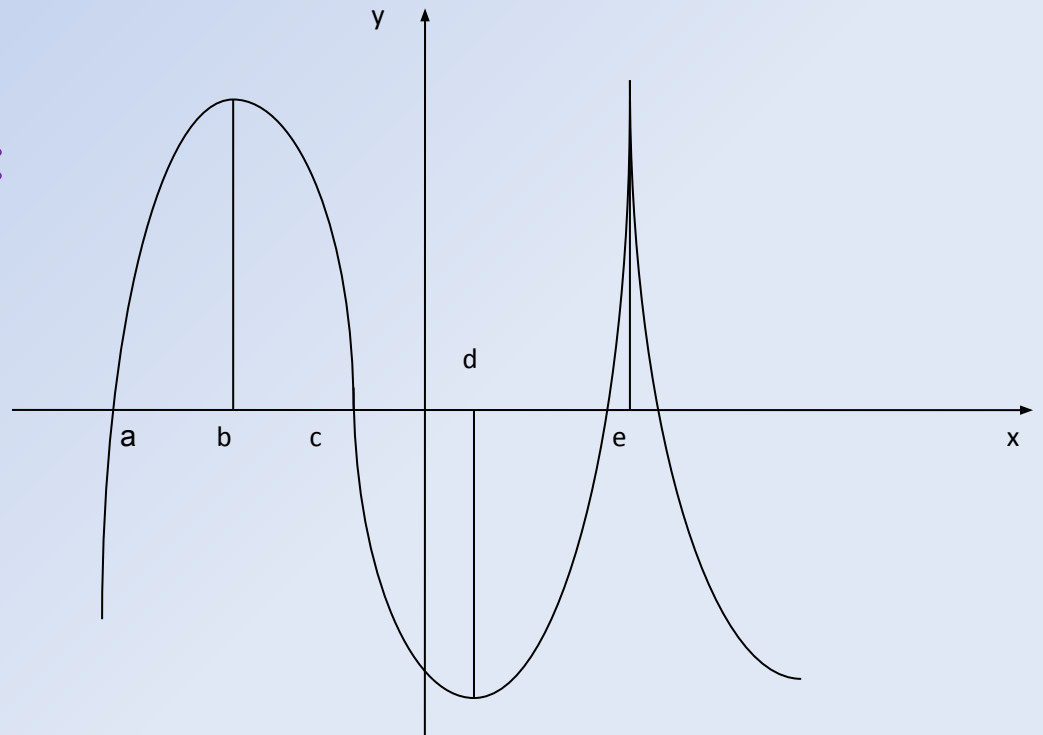


Устная работа

Задача 1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить:

– Промежутки возрастания функции:

- $[b;d]$ $[b;d]$ и $[b;d]$ и $[e;+\infty)$;
- $(-\infty;b]$ $(-\infty;b]$ и $(-\infty;b]$ и $[d;e]$.

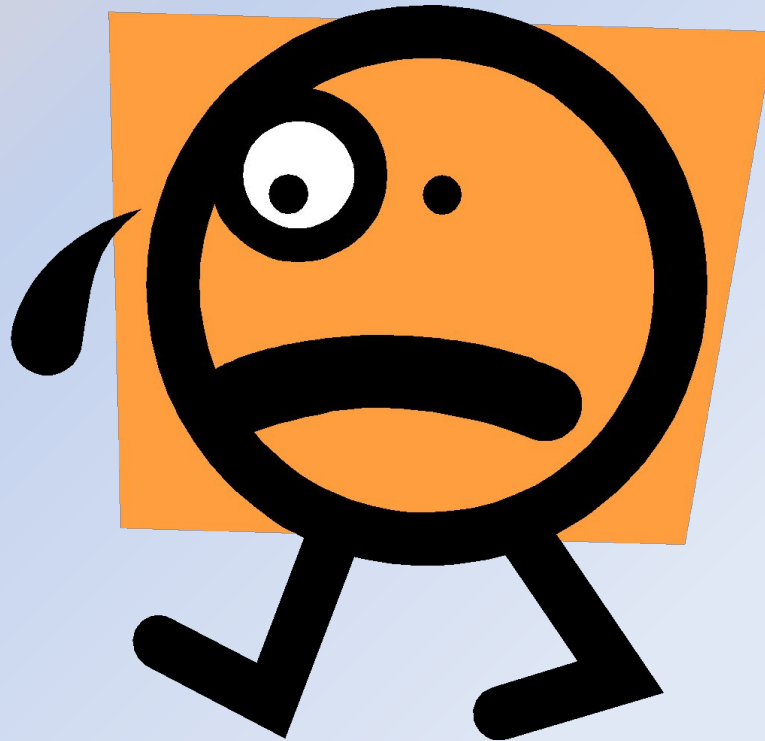


Отлично!

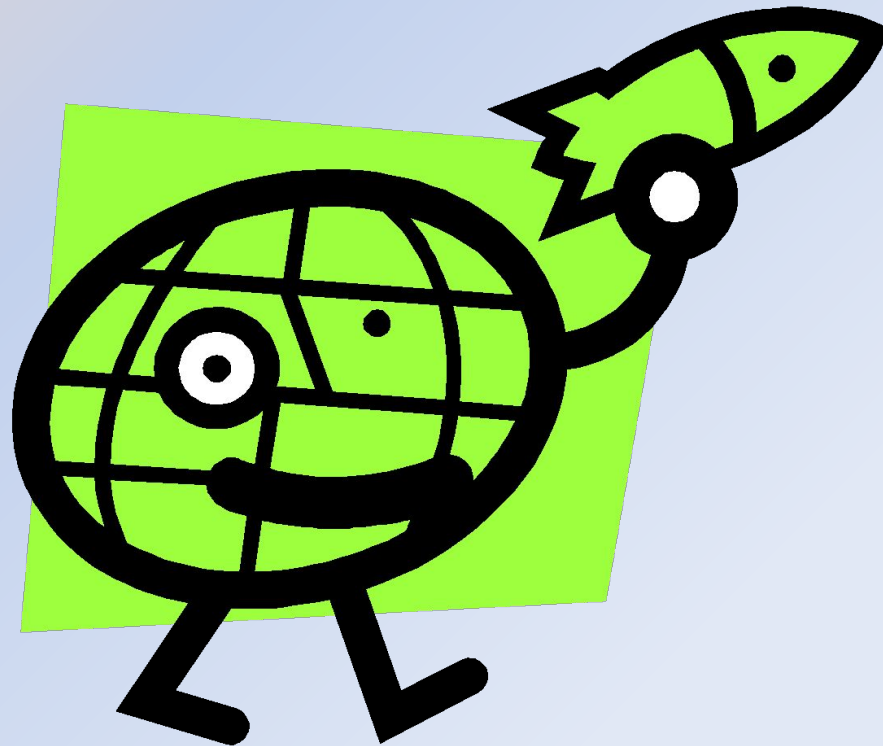


Далее

Подумай ещё!

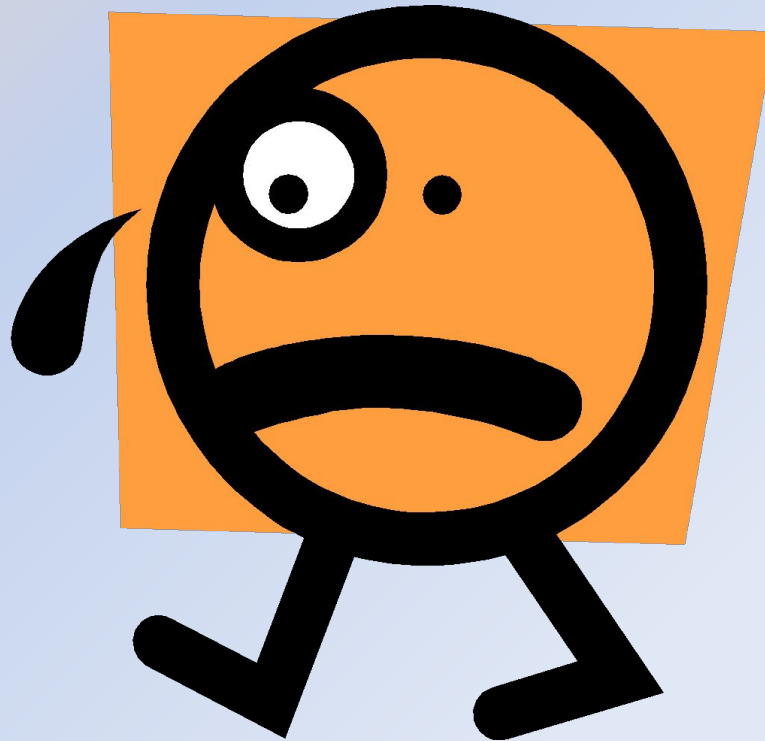


Отлично!



Далее

Подумай ещё!

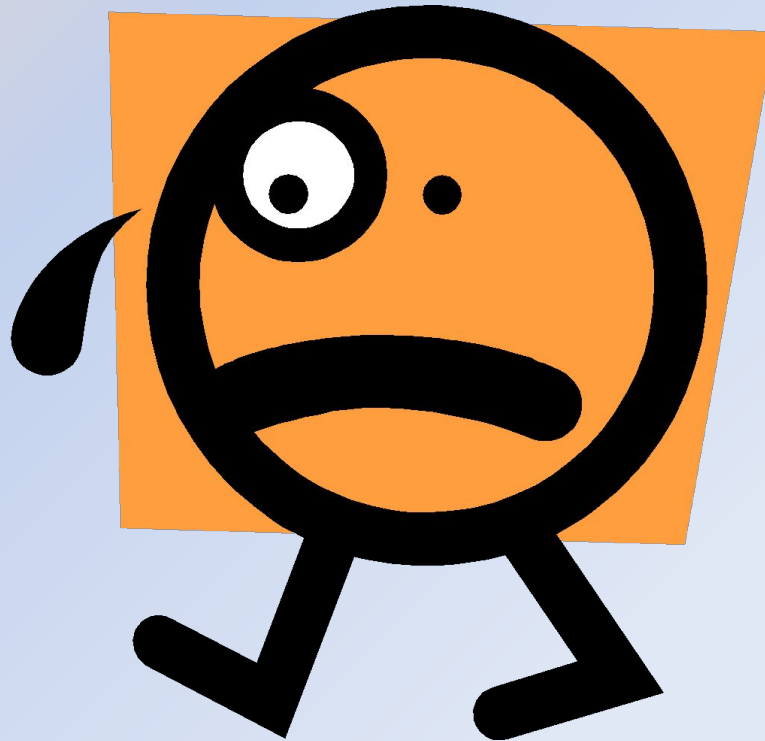


Отлично!

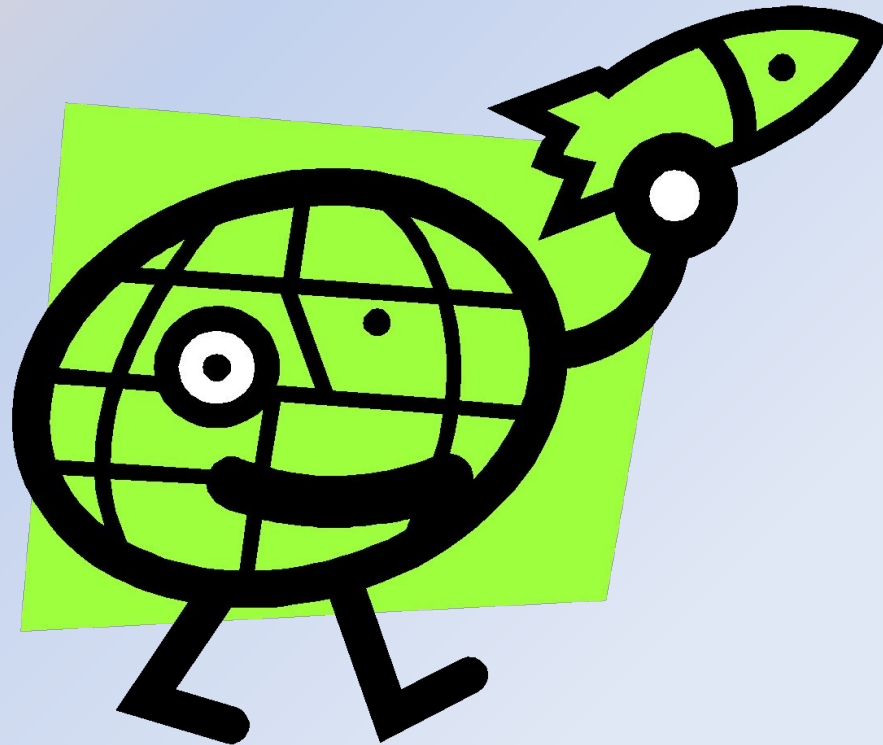


Далее

Подумай ещё!

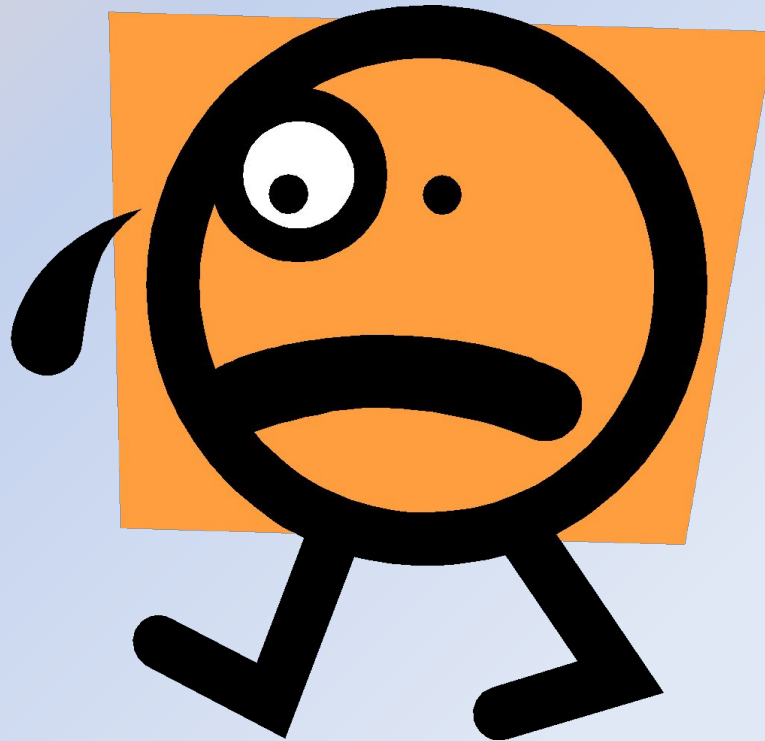


Отлично!



Далее

Подумай ещё!

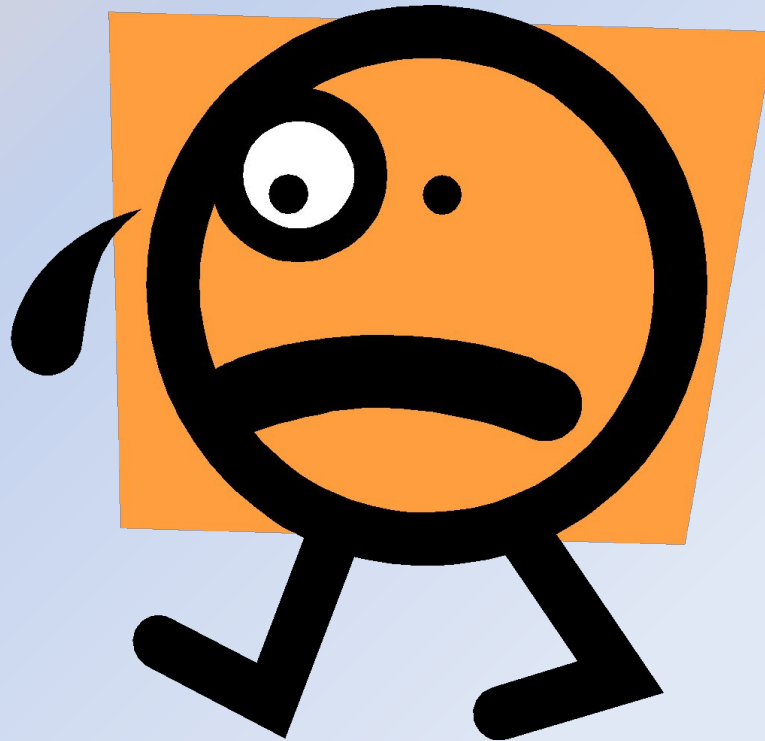


Отлично!



Далее

Подумай ещё!



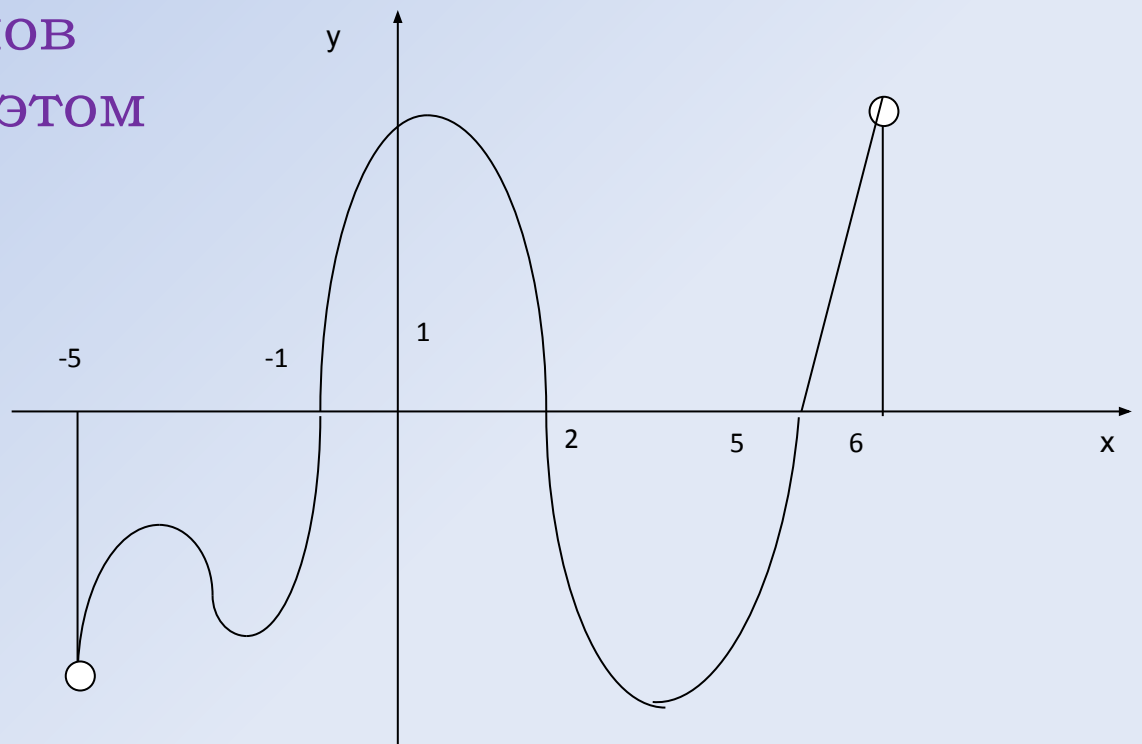
Устная работа

Задача 2. На рисунке изображен график производной функции $y=f(x)$ на промежутке $(-5;6)$.

Сколько экстремумов имеет функция на этом промежутке?

- 3
- 4
- 6
- 1

Правильный ответ



Правильный ответ

3

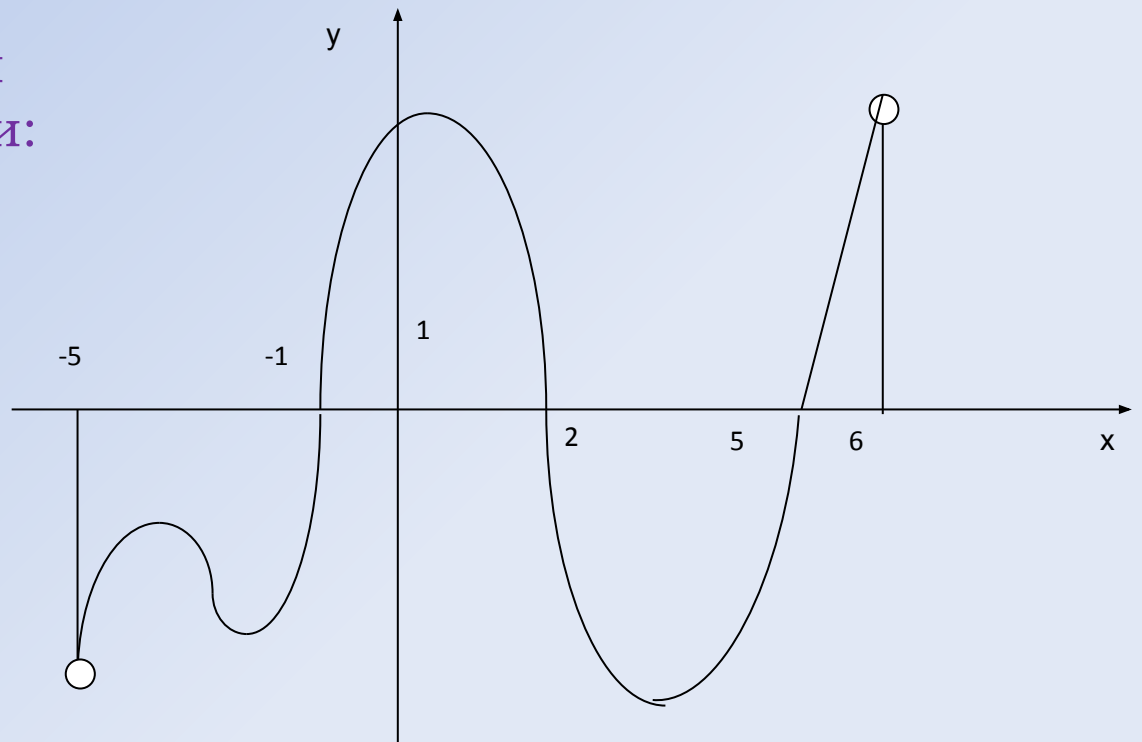


Устная работа

Задача 2. На рисунке изображен график производной функции $y=f(x)$ на промежутке $(-5;6)$.

-назвать промежутки возрастания функции:

- $[-1;2]$ и $[5;6)$
- $[3;6)$ и $[-2;1]$
- $(-5;-4]$



Правильный ответ

Правильный ответ

$[-1;2]$ и $[5;6)$

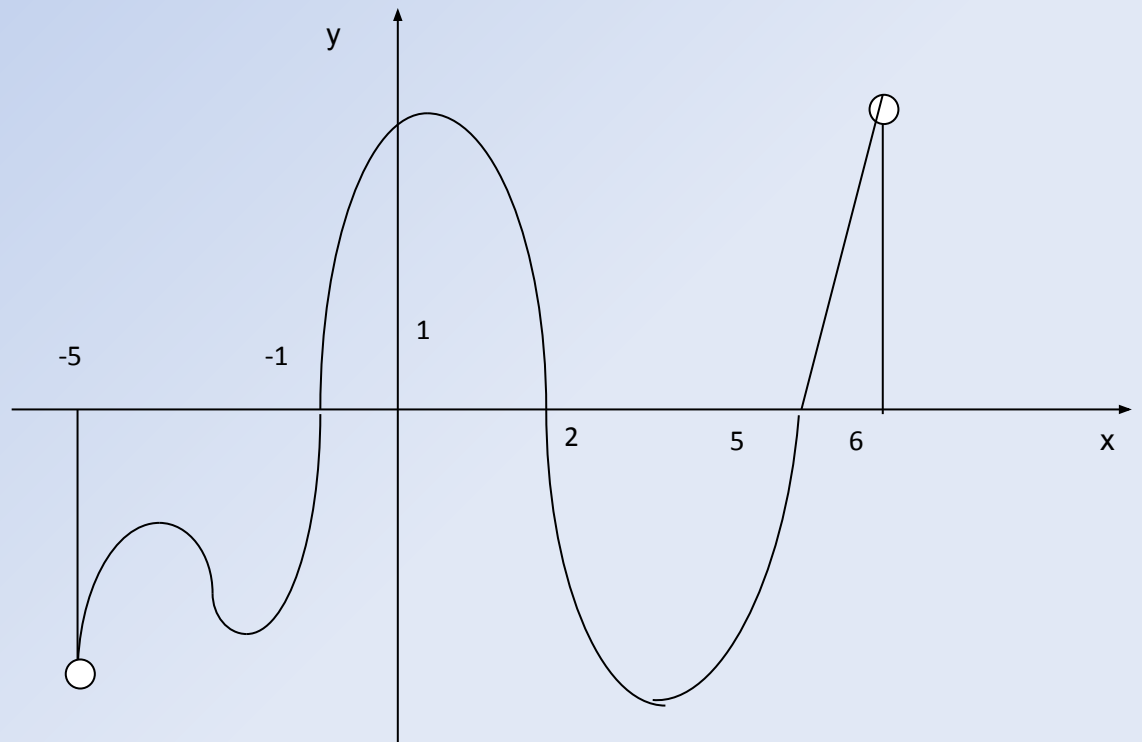


Устная работа

На рисунке изображен график производной функции $y=f(x)$ на промежутке $(-5;6)$.

Назвать промежутки убывания функции:

- $[-1;2]$ и $[5;6)$
- $[3;6)$ и $[-2;1]$
- $(-5;-1)$ и $[2;5]$



Правильный ответ

Правильный ответ

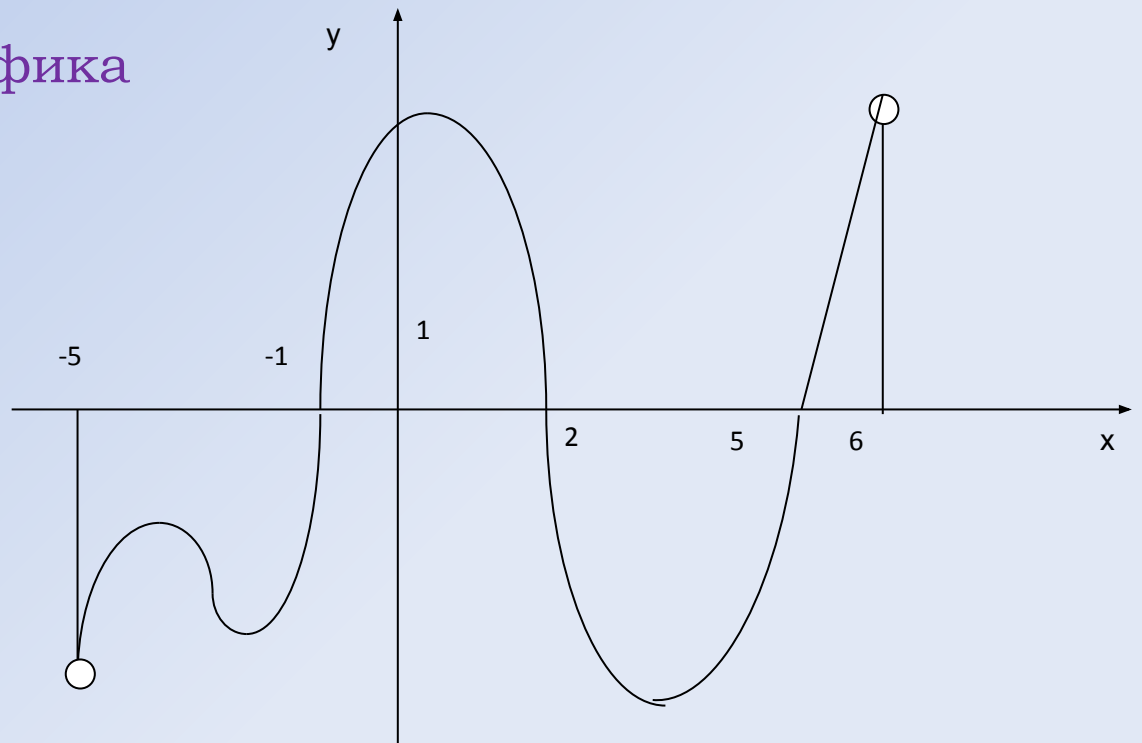
$(-5; -1]$ и $[2; 5]$



Устная работа

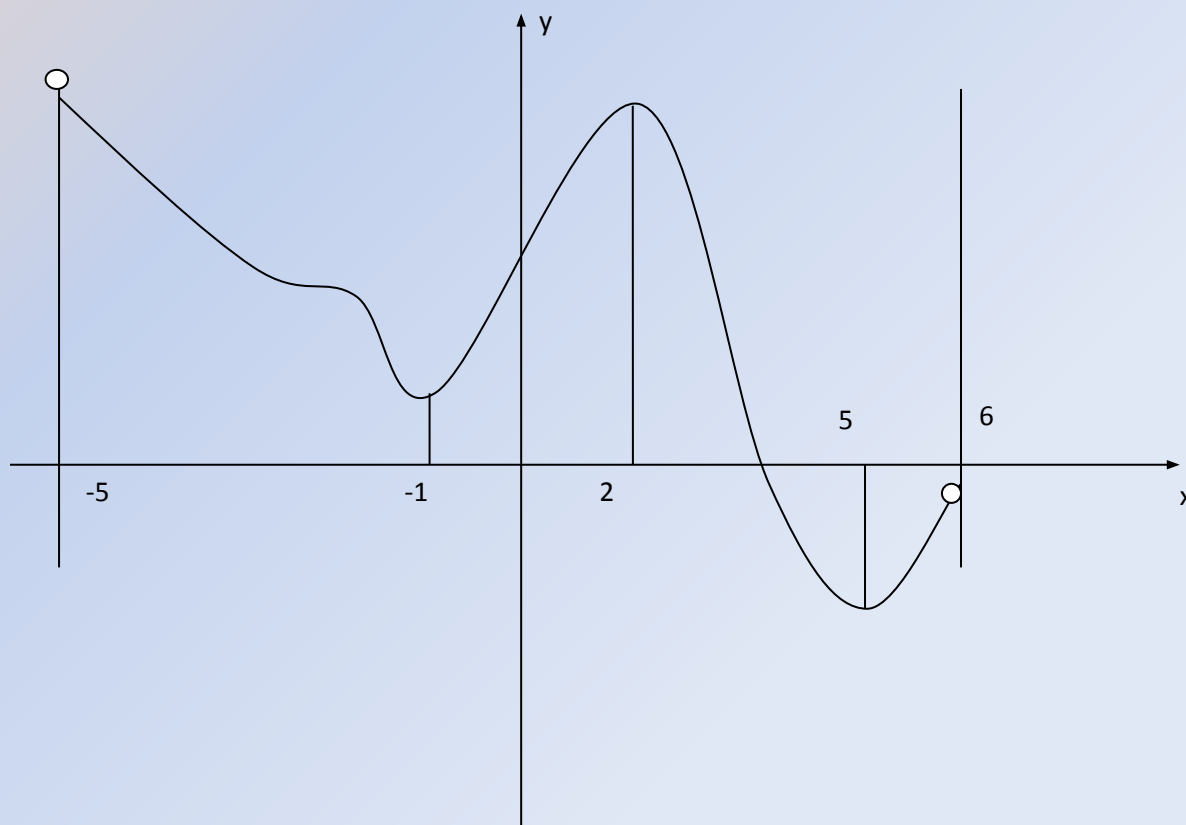
Задача 2. На рисунке изображен график производной функции $y=f(x)$ на промежутке $(-5;6)$.

-построить эскиз графика функции:



Проверь себя

Эскиз графика функции $y=f(x)$



Устная работа

Задача 3. Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{1}{(x-2)^2}$$

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 9}$$

[Проверь себя](#)

Ответ

$x=2$ – вертикальная асимптота

$y=x$ – наклонная асимптота



Самостоятельная работа учащихся

Класс делится на 3 группы. Каждая группа учащихся получает задание на карточке.

Первая группа – задание базового уровня.

Вторая группа – задание основного уровня.

Третья группа – задание продвинутого уровня.

Задание: Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график.

Исследовав функцию с помощью производной и построив ее график на листе бумаги, учащиеся сканируют свою работу и сохраняют ее на Smart – доске.

Осуществляют самопроверку с помощью программы MathCAD.

Уровни

Уровни

базовый уровень

основной уровень

продвинутый уровень

Задание группе 1

Базовый уровень:

Исследовать функцию и
построить ее график

$$y = x^4 - 8x^2$$

[Назад](#)

[Справка](#)

[Проверь себя](#)

Задание группе 2

Основной уровень:
Исследовать функцию и
построить ее график

$$y = 3x^5 - 5x^3$$

[Назад](#)

[Справка](#)

[Проверь себя](#)

Задание группе 3

Продвинутый уровень:
Исследовать функцию и
построить ее график

$$y = x + \frac{4}{x}$$

[Назад](#)

[Справка](#)

[Проверь себя](#)

Вспомните план исследования:

1. Область определения функции.
2. Множество значений функции.
3. Чётность.
4. Периодичность.
5. Первая производная: по ней определяются участки монотонности и точки экстремума.
6. Вторая производная: по ней определяются участки выпуклости и вогнутости и точки перегиба.
7. Точки пересечения с осями координат.
8. Таблица значений.

Вспомните план исследования:

1. Область определения функции.
2. Множество значений функции.
3. Чётность.
4. Периодичность.
5. Первая производная: по ней определяются участки монотонности и точки экстремума.
6. Вторая производная: по ней определяются участки выпуклости и вогнутости и точки перегиба.
7. Точки пересечения с осями координат.
8. Таблица значений.

[Назад](#)

Вспомните план исследования:

1. Область определения функции.
2. Множество значений функции.
3. Чётность.
4. Периодичность.
5. Первая производная: по ней определяются участки монотонности и точки экстремума.
6. Вторая производная: по ней определяются участки выпуклости и вогнутости и точки перегиба.
7. Точки пересечения с осями координат.
8. Таблица значений.

Проверь себя

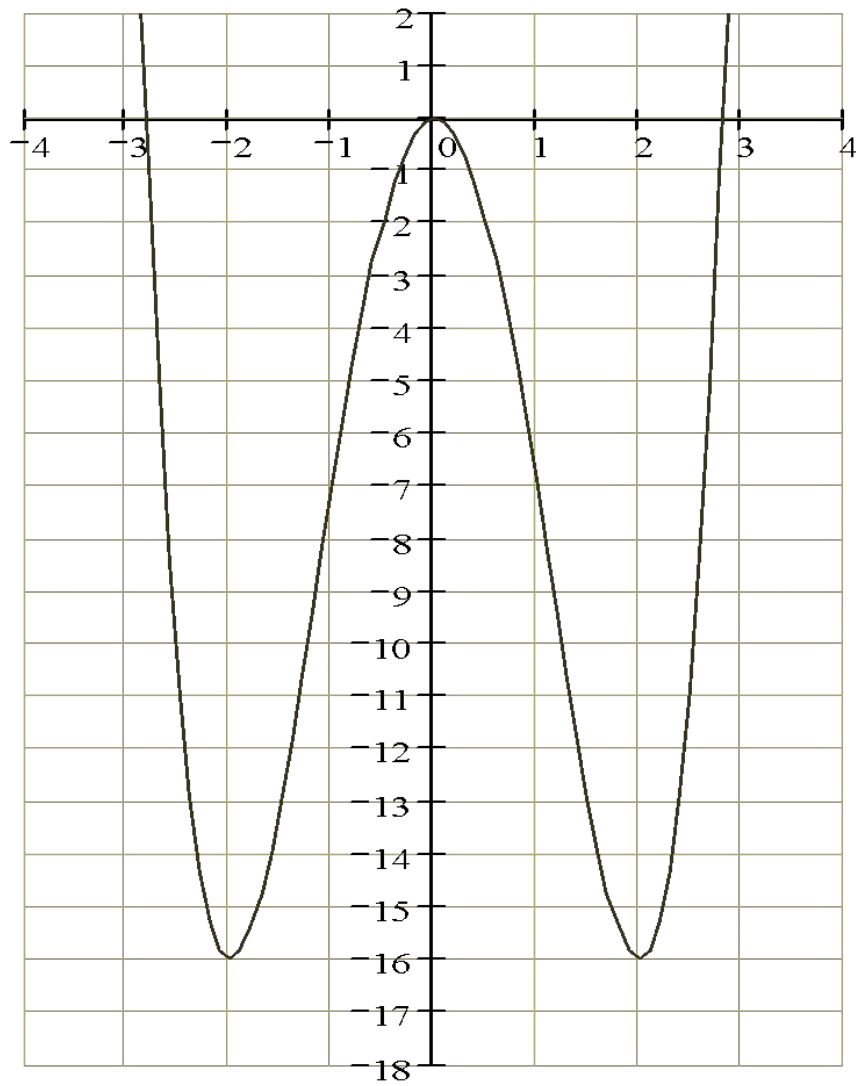
Замечаем, что функция четная и ее график симметричен оси ОУ, достаточно исследовать ее на интервале от 0 до $+\infty$.

Данные исследования заносим в таблицу:

x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	убывает	-16	возрастает	0	убывает	-16	возрастает

[График](#)

$$\frac{x^4 - 8x^2}{x}$$



x

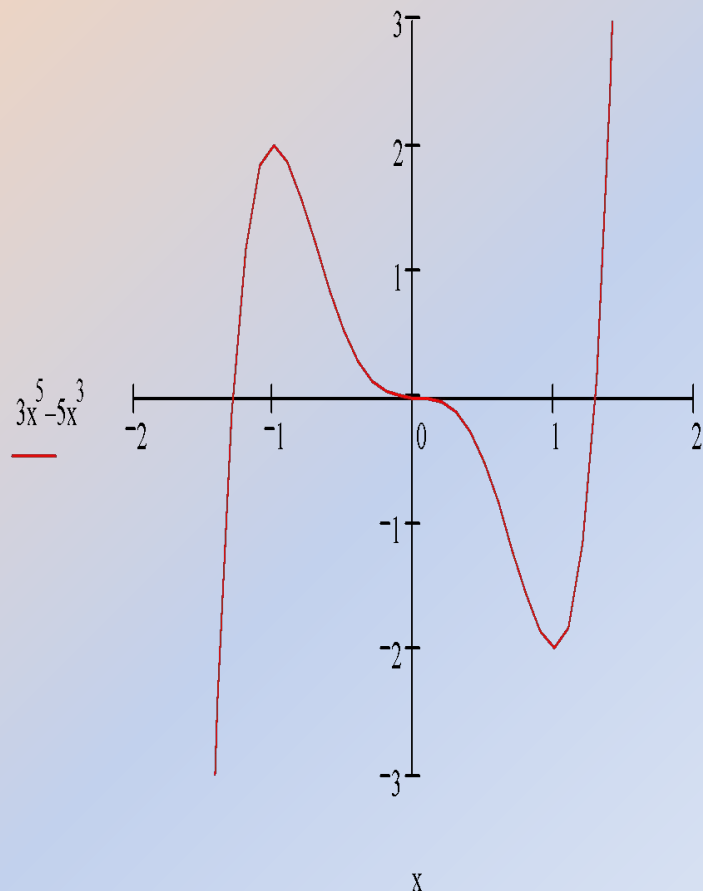
[Посмотрите в](#)
Посмотрите в
[MathCAD](#)Посмо
трите в
MathCAD([e](#)).



$$y = 3x^5 - 5x^3$$

Дополнительное задание:

Ответить, используя график, на вопросы:



- 1. Сколько критических точек имеет функция ?*
- 2. Чему равна точка минимума ?*
- 3. Чему равен минимум функции ?*
- 4. Чему равна точка максимума ?*
- 5. Чему равен максимум функции ?*
- 6. При каком наименьшем натуральном значении a уравнение $f(x)=a$ имеет одно решение ?*
- 7. При каком наибольшем целом значении a это уравнение имеет 3 решения ?*
- 8. При каких значениях a уравнение имеет 2 решения ?*
- 9. Есть ли значения a , при которых уравнение не имеет корней ?*

[Посмотрите в](#)
Посмотрите в
[MathCAD](#)Посмот

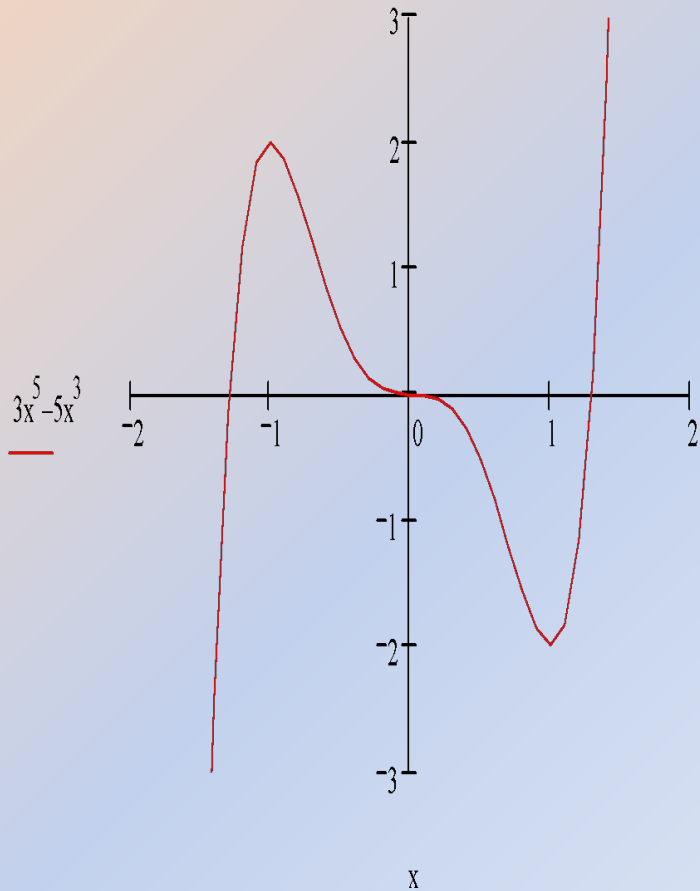
[Ответы:](#)

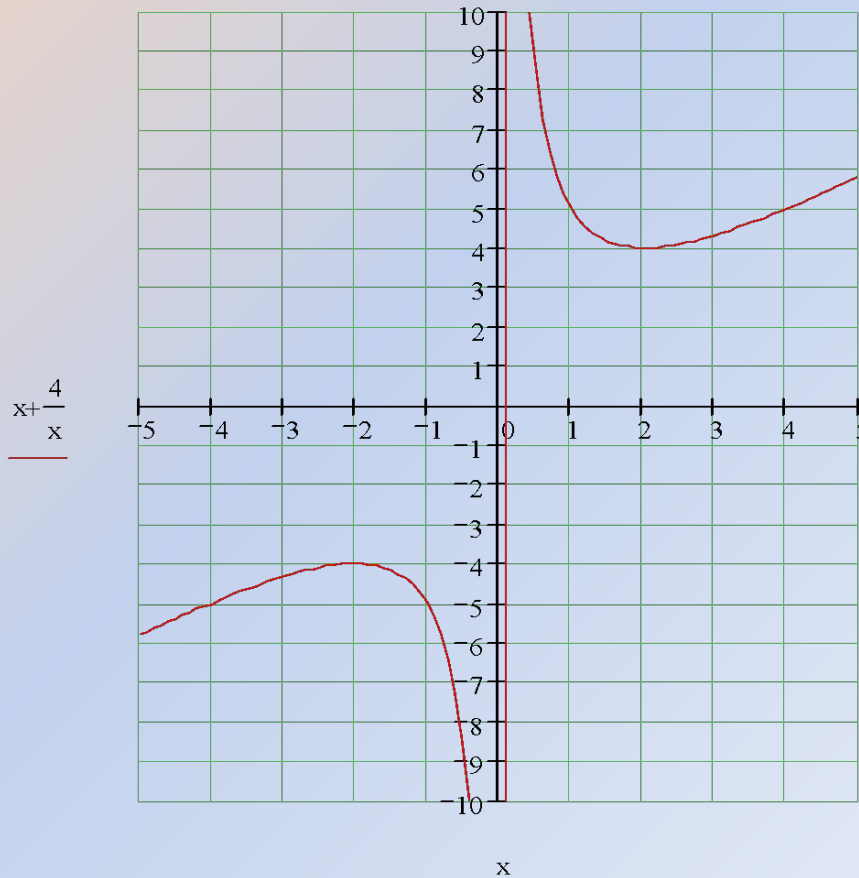
$$y = 3x^5 - 5x^3$$

Дополнительное задание:

Ответить, используя график, на вопросы:

1. Сколько критических точек имеет функция? (3)
2. Чему равна точка минимума? (1)
3. Чему равен минимум функции? (-2)
4. Чему равна точка максимума? (-1)
5. Чему равен максимум функции? (2)
6. При каком наименьшем натуральном значении a уравнение $f(x)=a$ имеет одно решение? ($a = 3$)
7. При каком наибольшем целом значении a это уравнение имеет 3 решения? ($a = 1$)
8. При каких значениях a уравнение имеет 2 решения? (-2 и 2)
9. Есть ли значения a , при которых уравнение не имеет корней? (нет)





[Посмотрите в MathCAD](#) [Посмотрите в MathCAD](#) [Посмотрите в MathCAD](#) [\(e\)](#).

Дополнительное задание:

Ответить по графику на вопрос:
«Сколько решений имеет уравнение $y = a$ в зависимости от параметра **a** ?»

[Ответ](#)

Ответ:

Если $a = \pm 4$, то одно решение.

Если $|a| > 4$, то два решения.

Если $-4 < a < 4$, то нет решений.



Обобщение

- Графики функций можно строить «по точкам». Однако при таком способе построения можно пропустить важные особенности графика.
- Можно строить график функции с помощью преобразований:
 - сдвига прямой на **a** единиц;
 - растяжения прямой от точки O с коэффициентом k ;
 - центральной симметрии относительно точки O ;
 - симметрии относительно оси абсцисс и оси ординат.
- А можно строить график методом исследования функции с помощью производной.

Итог

Методы математического анализа позволяют строить достаточно точный график заданной функции, если только удастся хорошо изучить свойства этой функции.

Вот что сказал Декарт по поводу методов:

«Под методом же я разумею точные и простые правила, строгое соблюдение которых всегда препятствует принятию ложного за истинное, и без излишней траты умственных сил, но постепенно и непрерывно увеличивая знания, способствует тому, что ум достигает истинного познания всего, что доступно.»

[Далее](#)

Историческая справка

Математика развивалась стремительно, но без понятия производной многие исследования не имели смысла.

В 1679 году Пьер Ферма находил экстремумы функции, касательные, наибольшие и наименьшие значения функций. Но в своих записях он использовал сложнейшую символику Виета, и поэтому эти исследования не привели к созданию теории интегральных и дифференциальных исчислений.

В 1736 году Исаак Ньютон получил теорию интегральных и дифференциальных исчислений методом флюксий (производных). Но вся теория была осмыслена с точки зрения физики. Математики хотели строгих логических обоснований.

Современник Ньютона Лейбниц предложил новый подход к математическому анализу. Он ввёл обозначения дифференциала, интеграла, функции, такие понятия как ордината, абсцисса, координата. Но в его теории было много “тёмных мест”.

И вот в 18 веке величайший математик Леонард Эйлер создал теорию дифференциальных и интегральных исчислений, и в таком виде она изучается и по сей день.

[Ход урока](#)

[Далее](#)

Рефлексия

Ответив на вопросы, оцените свои умения.

Исследуя функцию с помощью производной, я научился находить :

- ✓ Область определения функции;
- ✓ Определять четность функции;
- ✓ Критические точки и выделять из них точки экстремума;
- ✓ Промежутки монотонности функции;
- ✓ Точки перегиба;
- ✓ Промежутки выпуклости;
- ✓ Строить график функции

Спасибо за урок

До свидания!!!

Удачи вам!!!

Литература

1. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика, 5-11 классы; М. : Дрофа 2004.
2. Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбург . Алгебра и математический анализ 11. Учебник для углубленного изучения математики в общеобразовательных учреждениях. М.: Мнемозина, 2005.
3. И.Н. Галицкий. Дидактические материалы по алгебре для 10 класса, учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 1998.
4. И.Н. Галицкий и др. Методическое пособие для учителя «Углубленное изучение алгебры и математического анализа в 10 классе». М.: Просвещение, 2000.