Призма

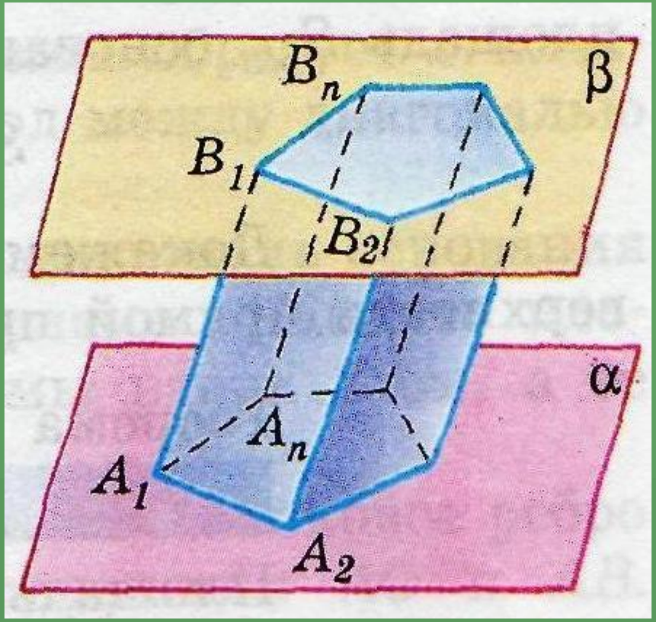
Определение призмы:

A1A2…AnB1B2Bn– ***призма***

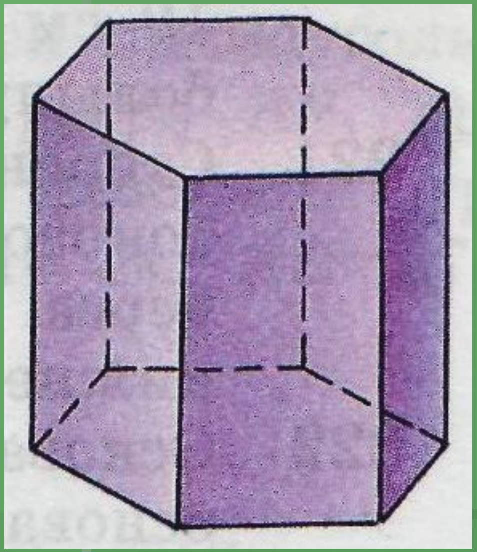
Многоугольники A1A2…An и B1B2…Bn – ***основания призмы***

Параллелограммы A1A2B2B1, A1A2B2B1,… AnA1B1Bn – ***боковые грани***

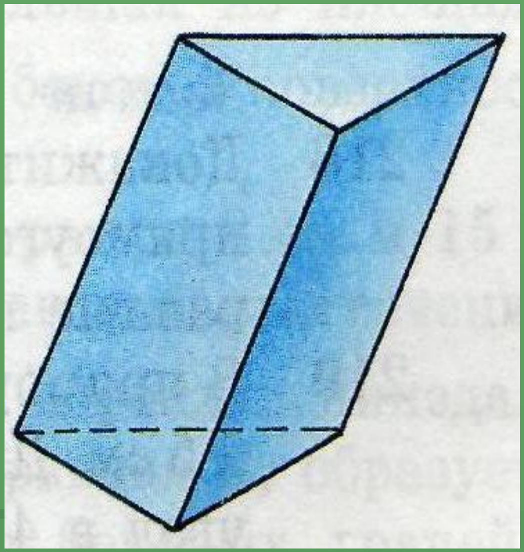
Отрезки A1B1, A2B2…AnBn – ***боковые ребра призмы***



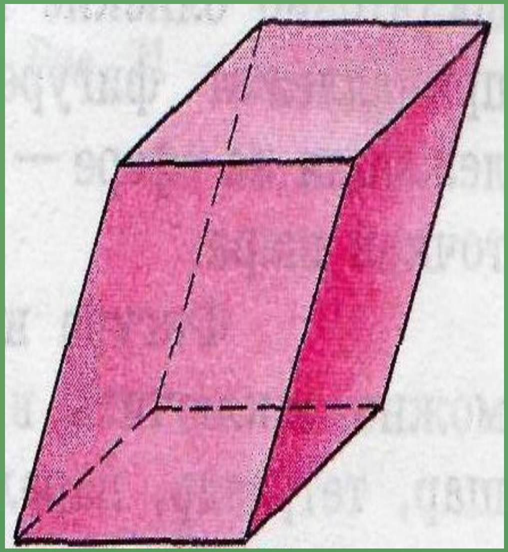
Виды призм



Шестиугольная
призма



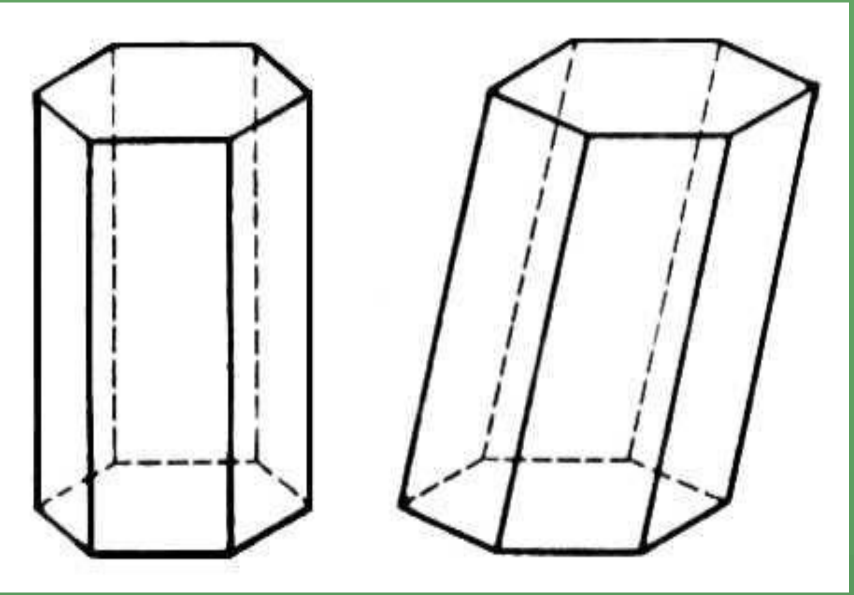
Треугольная
призма



Четырехугольная
призма

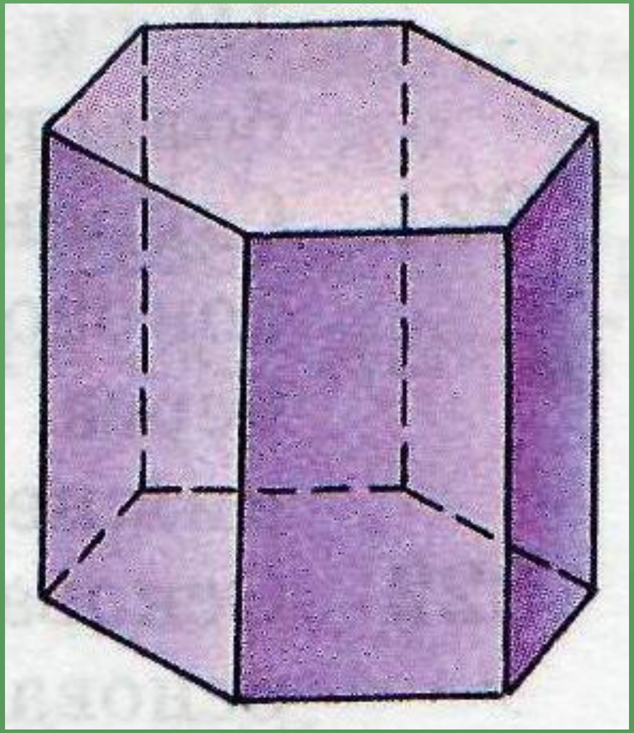
Наклонная и прямая призма

Если боковые ребра призмы перпендикулярны основаниям то призма называется ***прямой***, в противном случае – ***наклонной***.



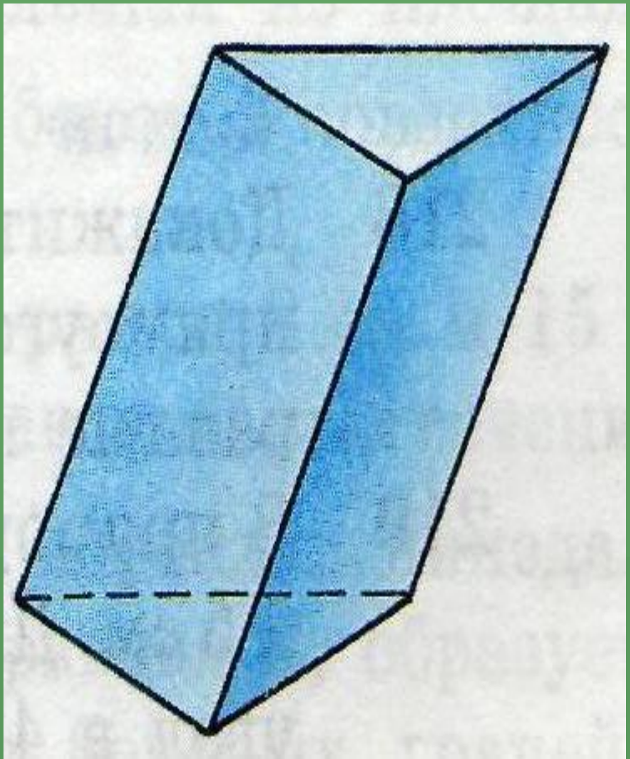
Правильная призма

Призма называется ***правильной***, если она прямая и ее основания - правильные многоугольники.



Площадь полной поверхности призмы

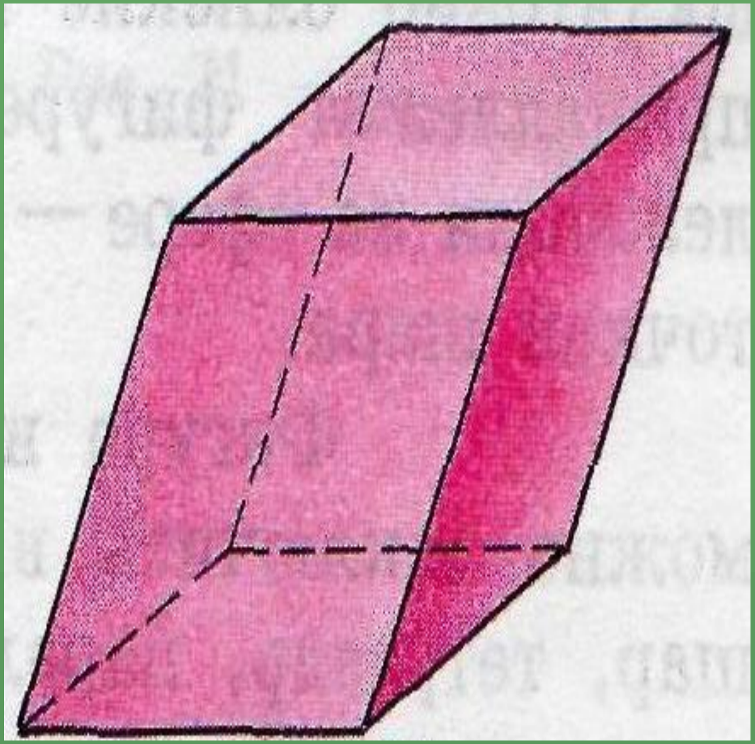
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}.$$



Площадь боковой поверхности призмы

Теорема

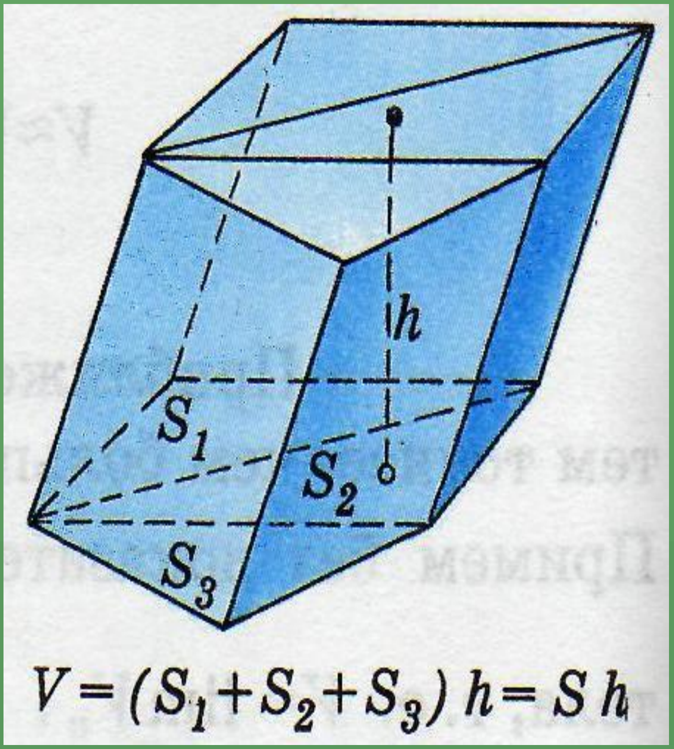
Площадь боковой поверхности прямой призмы равна половине произведения периметра основания на высоту призмы.



Объем наклонной призмы

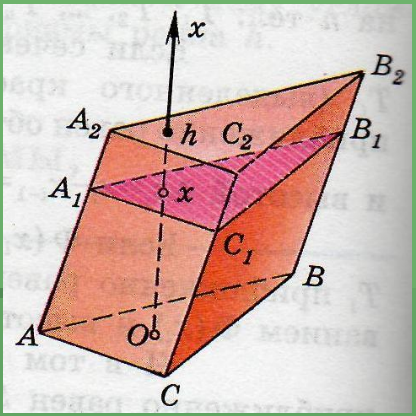
Теорема

Объем наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту.



Доказательство

Докажем сначала теорему для треугольной призмы, а затем — для произвольной призмы.



1. Рассмотрим треугольную призму с объемом V, площадью основания S и высотой h. Отметим точку O на одном из оснований призмы и направим ось Ox перпендикулярно к основаниям. Рассмотрим сечение призмы плоскостью, перпендикулярной к оси Ox и, значит, параллельной плоскости основания. Обозначим буквой x абсциссу точки пересечения этой плоскости с осью Ox, а через S (x) — площадь получившегося сечения.

Докажем, что площадь S (x) равна площади S основания призмы. Для этого заметим, что треугольники ABC (основание призмы) и A1B1C1 (сечение призмы рассматриваемой плоскостью) равны. В самом деле, четырехугольник AA1BB1 — параллелограмм (отрезки AA1 и BB1 равны и параллельны), поэтому A1B1=AB. Аналогично доказывается, что B1C1=BC и A1C1=AC. Итак, треугольники A1B1C1 и ABC равны по трем сторонам. Следовательно, S(x)=S. Применяя теперь основную формулу для вычисления объемов тел при a=0 и b=h, получаем

$$V=\int_0^h S(x)\,dx=\int_0^h S\,dx=S\int_0^h dx=S\cdot x\Big|_0^h=S\cdot h.$$

2. Докажем теперь теорему для произвольной призмы с высотой *h* и площадью основания S. Такую призму можно разбить на треугольные призмы с общей высотой *h*. Выразим объем каждой треугольной призмы по доказанной нами формуле и сложим эти объемы. Вынося за скобки общий множитель *h,* получим в скобках сумму площадей оснований треугольных призм, т. е. площадь *S* основания исходной призмы. Таким образом, объем исходной призмы равен *S* * *h.* Теорема доказана.