Решение логарифмических уравнений

Урок изучения новой темы

Цель урока:

- обобщить материал по свойствам логарифмов, логарифмической функции;
- рассмотреть основные методы решения логарифмических уравнений;
- развивать навыки устной работы.

Вспомни и продолжи свойство!

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r\log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r}\log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Вычислите значения выражения

$\log_2 8$

$\lg 100$

$\log_5 125$

$\log_4 64$

$\log_3 \frac{1}{27}$

$\log_{0,5} 32$

$\log_{\frac{1}{3}} 9$

$\log_5 5$

$\log_7 1$

$\lg 0,01$

$\log_2 \sqrt{2}$

$\log_3 81$

$2^{\log_2 5}$

$10^{\lg 15}$

Вычислить значение выражения

$$\log_8 16 + \log_8 4 \qquad \log_3 33 - \log_3 11$$

$$\lg 34 - \lg 3{,}4 \qquad \lg 25 + \lg 4$$

$$\log_3 \log_3 27 \qquad \log_2 \log_2 16$$

$$3^{2-\log_3 18} \qquad 5^{\log_5 2+1}$$

$$\frac{\log_5 49}{\log_5 7} \qquad \frac{\log_3 64}{\log_3 4}$$

Определение:

- Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма или в основании логарифма называются *логарифмическими*.

$$\log_a f(x) = b$$

$$\log_{f(x)} b = a$$

Методы решения ЛУ:	Вид уравнения
1.Применение определения логарифма	$\log_a f(x) = b$
2.Введение новой переменной	$\log_a^2 f(x) + b\log_a f(x) + c = 0$
3. Приведение к одному и тому же основанию	
4. Метод потенцирования	$\log_a f(x) = \log_a g(x)$
5 Метод логарифмирования обеих частей уравнения	
6. Функционально-графический метод	$\log_a f(x) = g(x)$

$$\log_3^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$$

$\hat{I}\ddot{A}\text{Ç}\ : x > 0$

$\hat{I}\acute{a}\hat{i}\text{ç}\acute{i}\grave{a}\div\grave{e}\grave{i}\qquad \log_3 x = t$

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$t_1 = 3, t_2 = 2$

$1)\ \log_3 x = 3$

$x = 3^3 = 27$

$2)\ \log_3 x = 2$

$x = 3^2 = 9$

$\hat{I}\grave{o}\hat{a}\mathring{a}\grave{o}\quad : 9;27.$

Решение простейшего логарифмического уравнения

$$\log_a f(x) = b, \tilde{a}\ddot{a}\mathring{a}\, a > 0, a \neq 1$$

основано на применении определения логарифма и решении равносильного уравнения

$$f(x) = a^b$$

Пример

$$\log_2(3x-5) = 4$$

$$3x - 5 = 2^4$$

$$3x = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

Метод потенцирования

- Под потенцированием понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:
  если $\log_a f(x) = \log_a g(x)$,
  то $f(x) = g(x)$,
  решив полученное равенство, следует сделать проверку корней.

Ïðèìåð :

$$\log_7(3x+4)=\log_7(5x+8)$$

$$3x+4=5x+8$$

$$3x-5x=8-4$$

$$-2x=4$$

$$x=-2$$

Ïðîâåðêà : ïðè $x=-2$

ëåâàÿ è ïðàâàÿ ÷àñòè óðàâíåíèÿ íå èìåþò ñìûñëà

Îòâåò : íåò ðåøåíèé

Если в уравнении содержатся логарифмы с разными основаниями, то прежде всего следует свести все логарифмы к одному основанию, используя формулы перехода

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_{a^r} b = \frac{1}{r}\log_a b$$

Ïðèìåð :

$$\log_2 x - 2\log_{\frac{1}{2}} x = 9;$$

ÎÄÇ $: x > 0$

$$\log_2 x - 2\log_{2^{-1}} x = 9;$$

$$\log_2 x + 2\log_2 x = 9;$$

$$3\log_2 x = 9;$$

$$\log_2 x = 3;$$

$$x = 8 \in ÎÄÇ$$

Îòâåò $: x = 8$

Если в показатели степени содержится логарифм, то обе части уравнения логарифмируют по тому основанию, которое содержится в основании логарифма, находящегося в показателе степени.

$$x^{\log_3 x+1} = 9;$$

$$ÎÄÇ \ : x > 0, x \neq 1$$

Ëîãàðèôìèð óåì îáå ÷àñòè óðàâíåíèÿ ïî îñíîâàíèþ 3

$$\log_3 x^{\log_3 x+1} = \log_3 9;$$

$$(\log_3 x + 1)\log_3 x = 2;$$

$$\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0;$$

$$ïóñòü \ \log_3 x = t, òîãäà$$

$$t^2 + t - 2 = 0;$$

$$t_1 = -2, t_2 = 1;$$

$$1) \log_3 x = -2;$$

$$x = \frac{1}{9};$$

$$2) \log_3 x = 1;$$

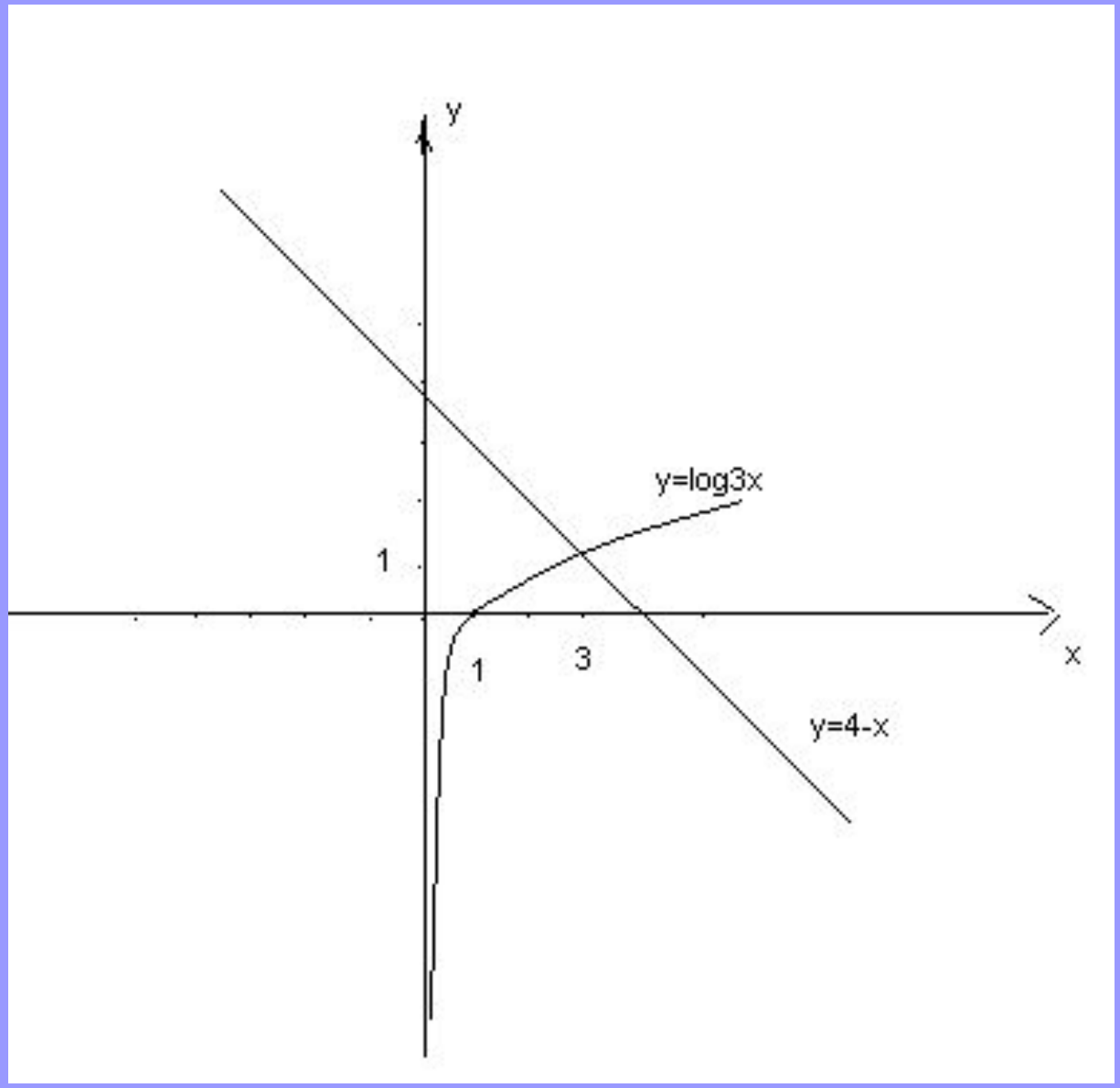
$$x = 3; Îòâåò \ : \frac{1}{9}; 3.$$

Для решения ЛУ графическим методом надо построить в одной и той же системе координат графики функций, стоящих в левой и правой частях уравнения и найти абсциссу их точки пересечения

Пример

$$\log_3 x = 4-x.$$

- Так как функция $y= \log_3 x$ возрастающая, а функция $y =4-x$ убывающая на $(0; +\infty)$,то заданное уравнение на этом интервале имеет один корень.


y
y=log3x
1
1
3
x
y=4-x

Домашнее задание

- П.19,№337,338(четн.)