ГИА 2013.
Модуль «АЛГЕБРА»
№7

Автор презентации:
Гладунец Ирина Владимировна

учитель математики МБОУ гимназии №1 г.Лебедянь Липецкой области

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (5)

Преобразуйте в многочлен выражение $(a+b)^2(a-b)^2$.
Найдите значение многочлена при $a=\sqrt{5}$ è $\sqrt{2}.$

1 способ:

$$(a+b)^2(a-b)^2=(a^2+2ab+b^2)(a^2-2ab+b^2)=$$

$$=a^4\cancel{-2a^3b}\underline{+a^2b^2}\cancel{+2a^3b}\underline{-4a^2b^2}\cancel{+2ab^3}\underline{+a^2b^2}\cancel{-2ab^3}+b^4=$$

$$=a^4-2a^2b^2+b^4$$

2 способ:

$$(a+b)^2(a-b)^2=(a+b)(a-b)\cdot(a+b)(a-b)=(a^2-b^2)^2=a^4-2a^2b^2+b^4$$

$$(\sqrt{5})^4-2(\sqrt{5})^2(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^4= \quad 25-2\cdot5\cdot2+4=1$$

Ответ: 1

Повторение (подсказка)

Квадрат суммы (разности) двух выражений равен квадрату первого выражения плюс (минус) удвоенное произведение первого и

Чтобы умножить многочлен на многочлен, надо умножить каждый член одного

Если у слагаемых одинаковая буквенная часть, то они подобны. При сложении таких слагаемых складывают

Произведение разности двух выражений на их сумму равно разности квадратов

Если квадратный корень возвести в квадрат, то получим подкоренное выражение.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (2)

Сократите дробь $\dfrac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$.
Найдите значение выражения при а = 3,05 и b= $-1\dfrac{1}{20}$

$$\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}=\frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(a+b)}=\frac{a-b}{a+b}$$

$$b=-1\frac{1}{20}=-1{,}05$$

$$\frac{3{,}05-(-1{,}05)}{3{,}05+(-1{,}05)}=\frac{3{,}05+1{,}05}{3{,}05-1{,}05}=\frac{4{,}1}{2}=2{,}05$$

Ответ: 2,05

Повторение (подсказка)

Чтобы сократить дробь, надо и числитель, и знаменатель разложить на множители.

Чтобы перевести обыкновенную дробь в десятичную, надо числитель разделить на знаменатель.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (4)

Сократите дробь $\dfrac{x^2-25^2}{x^2-3x-10}$.

$$x^2-25=(x-5)(x+5)$$

$$x^2-3x-10=0$$

$$D=b^2-4ac=9+40=49=7^2$$

D>0, $\Rightarrow$ 2

корня:

$$x_1=\frac{3-7}{2\cdot 1}=-2;\quad x_1=\frac{3+7}{2\cdot 1}=5$$

$$\frac{x^2-25^2}{x^2-3x-10}=\frac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(x-5)}=\frac{x+5}{x+2}$$

Ответ: $\dfrac{x+5}{x+2}$

Повторение (подсказка)

Разность квадратов равна произведению разности этих выражений на из сумму.

Квадратный трехчлен можно разложить на множители по формуле $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Корни квадратного трехчлена можно найти по формулам: $D=b^2-4ac;\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

Чтобы сократить дробь, надо и числитель и знаменатель разделить на одно и тоже выражение, не равное нулю.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (2)

Сократите дробь $\dfrac{n^3+4n^2}{n^2-16}$.

$$n^3-4n^2=n^2(n-4n)$$

$$n^2-16=(x-4)(x+4)$$

$$\frac{n^3+4n^2}{n^2-16}=\frac{n^2(n+4)}{(n-4)(n+4)}=\frac{n^2}{n-4}$$

Ответ: $\dfrac{n^2}{n-4}$

Повторение (подсказка)

Если у слагаемых есть общий множитель, то при разложении многочлена на множители этот множитель можно вынести за скобку.

Разность квадратов можно разложить по формуле: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (3)

Выполните умножение:

$$\frac{a^3+ba^2}{a-b}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

1) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{b+a}{ab}$

2) $\frac{a^3+ba^2}{a-b}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}\cdot\frac{b+a}{ab}=$ $=\frac{a^{\cancel{2}}\cancel{(a+b)}}{\cancel{a-b}}\cdot\frac{\cancel{(a-b)}\cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)^2}}\cdot\frac{b+a}{\cancel{a}b}=$

$$=\frac{a(a+b)}{b}=\frac{a^2+ab}{b}$$

Ответ: $\frac{a^2+ab}{b}$

Повторение (подсказка)

Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, надо привести дроби к общему знаменателю и сложить числители.

Чтобы умножить дроби, надо отдельно умножить числители и знаменатели.

В процессе умножения дробей можно сокращать. Для этого надо числители и знаменатели дробей разложить на множители

Трехчлен $a^2+2ab+b^2$ можно «свернуть» по формуле $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (1)

Выполните деление:

$$\frac{(x+y)^2}{(x+y)^2-(x-y)^2}:\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)$$

1) $(x+y)^2-(x-y)^2 = \cancel{x^2}+2xy\cancel{+y^2}\cancel{-x^2}+2xy\cancel{-y^2} = 4xy$

2) $\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{x^2-y^2}{xy}$

3) $\dfrac{(x+y)^2}{4xy}:\dfrac{x^2-y^2}{xy} = \dfrac{(x+y)^2}{4xy}\cdot\dfrac{xy}{x^2-y^2} = \dfrac{(x+y)^2}{4xy}\cdot\dfrac{xy}{(x-y)(x+y)} =$

$$=\frac{x+y}{4(x-y)}=\frac{x+y}{4x-4y}$$

Ответ: $\dfrac{x+y}{4x-4y}$

Повторение (подсказка)

Сумма противоположных слагаемых равна нулю.

Чтобы разделить дробь на дробь, надо первую дробь умножить на обратную второй дроби.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (2)

Упростите выражение:

$$1-\frac{a^3-b^3}{(a^2-b^2)(a+b)}$$

1) $(a^2-b^2)(a+b)=a^3+a^2b-ab^2-b^3$

2) $\frac{1}{1}-\frac{a^3-b^3}{a^3+a^2b-ab^2-b^3}=\frac{\cancel{a^3}+a^2b-ab^2\cancel{-b^3}\cancel{-a^3}\cancel{+b^3}}{a^3+a^2b-ab^2-b^3}=\frac{a^2b-ab^2}{(a^2-b^2)(a+b)}=$

$$=\frac{ab\cancel{(a-b)}}{\cancel{(a-b)}(a+b)(a+b)}=\frac{ab}{(a+b)^2}$$

Ответ: $\frac{ab}{(a+b)^2}$

Повторение (подсказка)

Чтобы сложить с дробью натуральное число, надо это число представить в виде дроби со знаменателем 1 и сложить по правилу дробей.

Произведение двух одинаковых множителей можно записать в виде квадрата этого множителя.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (2)

Выполните умножение:

$$\left(\frac{x^3+8}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x+4}\right)$$

1) $x^3+8=(x+2)(x^2-2x+4)$

2) $$\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x-2}\cdot\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x+4}=\frac{(x+2)\cancel{(x^2-2x+4)}}{\cancel{x-2}}\cdot\frac{(x-2)^{\cancel{2}}}{\cancel{x^2-2x+4}}=$$

$$=\frac{(x+2)(x-2)}{1}=$$

$$=(x+2)(x-2)=x^2-4$$

Ответ: x^2-4

Повторение (подсказка)

Сумму кубов двух выражений можно разложить по формуле $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Дробь, знаменатель которой равен единице, является целым выражением.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (4)

Выполните умножение:

$$\left(\frac{x^2}{y}-3x-\frac{y^2}{x}+3y\right)\cdot\frac{xy}{x^2-y^2}$$

1) $$\frac{x^2}{y}-3x-\frac{y^2}{x}+3y=\frac{x^2}{y}-\frac{3x}{1}-\frac{y^2}{x}+\frac{3y}{1}=\frac{x^3-3x^2y-y^3+3xy^2}{xy}=$$

$$=\frac{(x^3-y^3)-(3x^2y-3xy^2)}{xy}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)-3xy(x-y)}{xy}=$$

$$=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2-3xy)}{xy}=\frac{(x-y)(x^2-2xy+y^2)}{xy}=\frac{(x-y)(x-y)^2}{xy}$$

2) $$\frac{(x-y)(x-y)^2}{xy}\cdot\frac{xy}{x^2-y^2}=\frac{\cancel{(x-y)}(x-y)^2}{\cancel{xy}}\cdot\frac{\cancel{xy}}{\cancel{(x-y)}(x+y)}=\frac{(x-y)^2}{x+y}$$

Ответ: $\frac{(x-y)^2}{x+y}$

Повторение (подсказка)

Чтобы сложить дробь с одночленом, надо одночлен заменить дробью со знаменателем 1 и выполнить сложение дробей.

Чтобы разложить многочлен на множители (в случае, если формулы сокращенного умножения на подходят), можно применить способ группировки.

Далее надо каждую скобку разложить на множители своим способом.

Далее общий множитель в виде многочлена вынести за скобку.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (5)

Найдите значение выражения при n= $2\sqrt{2}$:

$$\frac{n^3-\sqrt{2}n^2}{n^2-2}$$

$$1)\quad \frac{n^3-\sqrt{2}n^2}{n^2-2}=\frac{n^2(n-\sqrt{2})}{n^2-2}=\frac{n^2(n-\sqrt{2})}{n^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{n^2\cancel{(n-\sqrt{2})}}{\cancel{(n-\sqrt{2})}(n+\sqrt{2})}=\frac{n^2}{n+\sqrt{2}}$$

$$2)\quad \frac{(2\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2}+\sqrt{2}}=\frac{4\cdot 2}{3\sqrt{2}}=\frac{4\cdot 2}{3\sqrt{2}}=\frac{4\cdot 2\cdot\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{4\cdot\cancel{2}\cdot\sqrt{2}}{3\cdot\cancel{2}}=\frac{4\cdot\sqrt{2}}{3}$$

Ответ: $\frac{4\cdot\sqrt{2}}{3}$

Повторение (подсказка)

Чтобы проще выполнить задание, надо выражение с переменными упростить.

Чтобы упростить запись дроби, ее надо сократить, а для этого надо числитель и знаменатель разложить на множители.

Чтобы вынести общий множитель за скобки, надо разделить каждое слагаемое на этот множитель.

Чтобы записать натуральное число в виде квадрата, надо его заключить под знак квадратного корня.

Чтобы «избавиться» от иррациональности в знаменателе, надо числитель и знаменатель умножить на иррациональный множитель.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (1)

Найдите значение выражения при $u = 7+\sqrt{5}; \quad v = 7-\sqrt{5}.$

$$\left(u+2v+\frac{v^2}{u}\right):\left(1+\frac{v}{u}\right)$$

$$1)\ u+2v+\frac{v^2}{u} = \frac{u^2+2uv+v^2}{u} = \frac{(u+v)^2}{u}$$

$$2)\ 1+\frac{v}{u} = \frac{u+v}{u}$$

$$3)\ \frac{(u+v)^2}{u} : \frac{u+v}{u} = \frac{(u+v)^{\cancel{2}}}{\cancel{u}} \cdot \frac{\cancel{u}}{\cancel{u+v}} = u+v$$

$$4)\ (7+\sqrt{5})+(7-\sqrt{5}) = 7\cancel{+\sqrt{5}}+7\cancel{-\sqrt{5}} = 14$$

Ответ: 14.

Повторение (подсказка)

Сначала надо выполнить действия с рациональными дробями.

Модуль «Алгебра» №4

Повторение (3)

Найдите значение выражения при

$$a=\sqrt{6};\quad b=\sqrt{8};\quad c=\sqrt{6};\quad d=\sqrt{2}.$$

$$\frac{a^3b^3-(cd)^3}{ab-cd}$$

1) $$\frac{a^3b^3-(cd)^3}{ab-cd}=\frac{(ab)^3-(cd)^3}{ab-cd}=\frac{(ab-cd)((ab)^2+abcd+(cd)^2)}{ab-cd}=$$

$$=(ab)^2+abcd+(cd)^2$$

2) $$(\sqrt{6}\sqrt{8})^2+\sqrt{6}\sqrt{8}\sqrt{6}\sqrt{2}+(\sqrt{6}\sqrt{2})^2=$$

$$=6\cdot8+\sqrt{6\cdot6\cdot8\cdot2}+6\cdot2=48+6\cdot4+12=84$$

Ответ: 84.

Повторение (подсказка)

Числитель дроби можно записать в виде разности кубов и разложить на множители по формуле $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

Если квадратный корень возвести в квадрат, то получится подкоренное число.

Произведение квадратных корней из неотрицательных множителей равно квадратному корню из произведения этих множителей..

Использованные ресурсы

- http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582_7.jpg
- Автор шаблона Larisa Vladislavovna Larus http://www.proshkolu.ru/user/vladislava22/
- «ГИА-2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов» под редакцией А. Л. Семенова, И. В. Ященко. – М.: Изд. «Национальное образование», 2013.