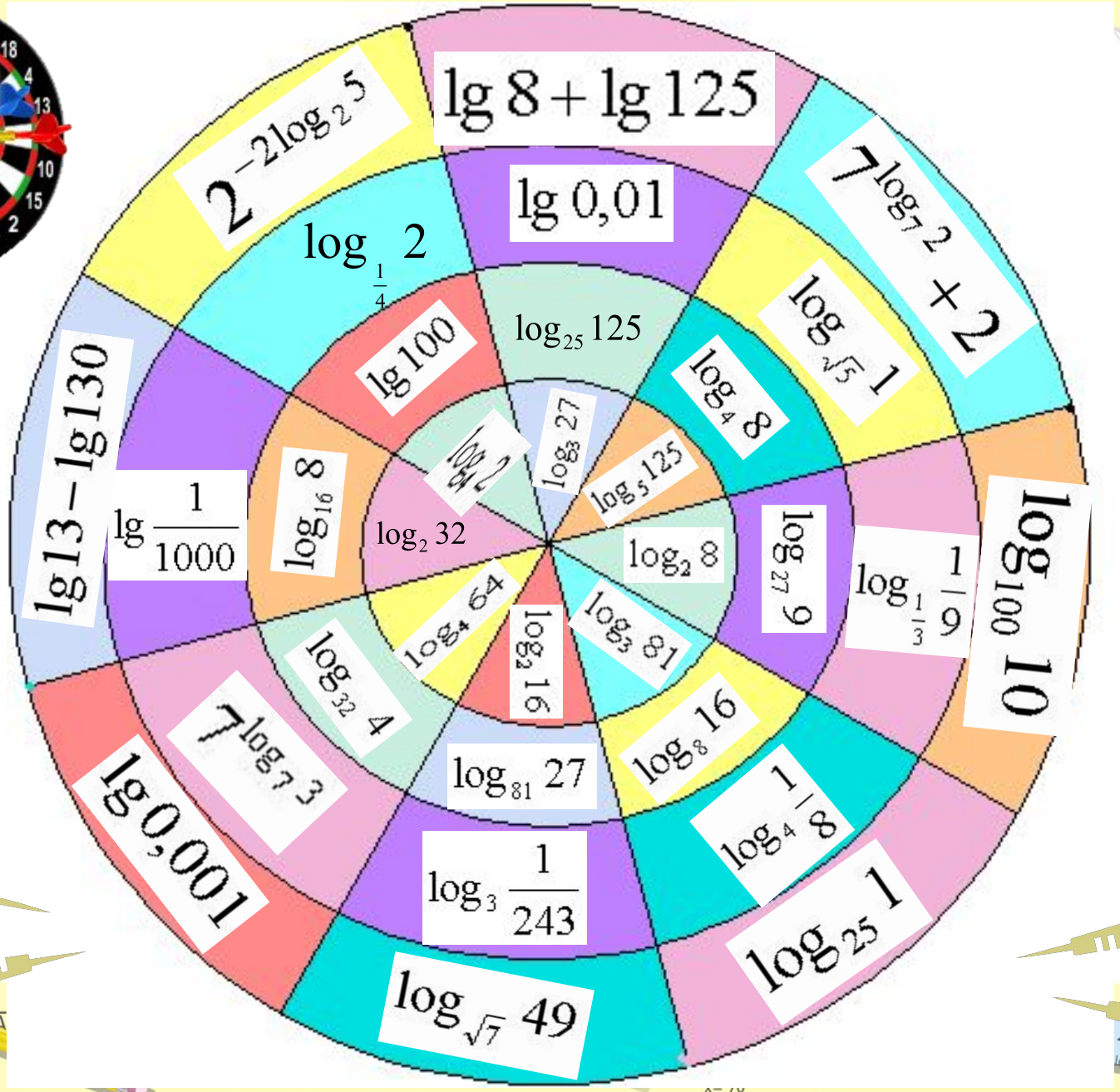
Математика

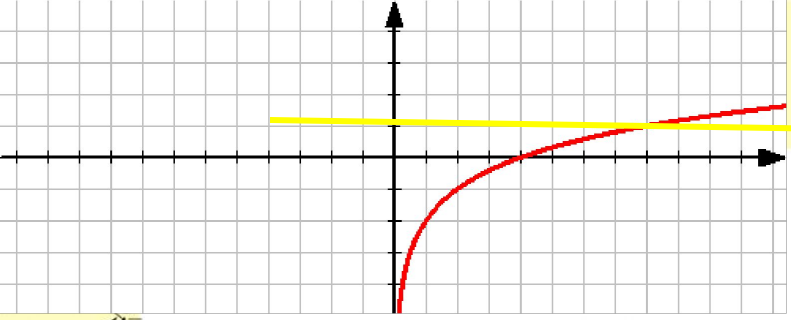
Натуральные логарифмы

Расширить понятие логарифма, для этого введя понятие натурального логарифма, выяснить взаимное расположение графиков функции натурального логарифма и показательной, научиться использовать свойства для вычисления натуральных логарифмов

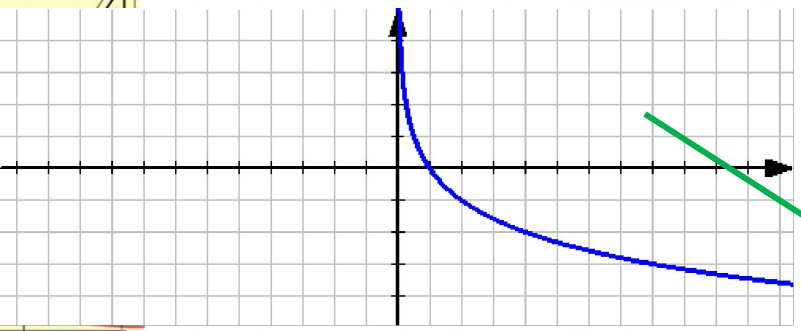
«Логарифмический дартс»



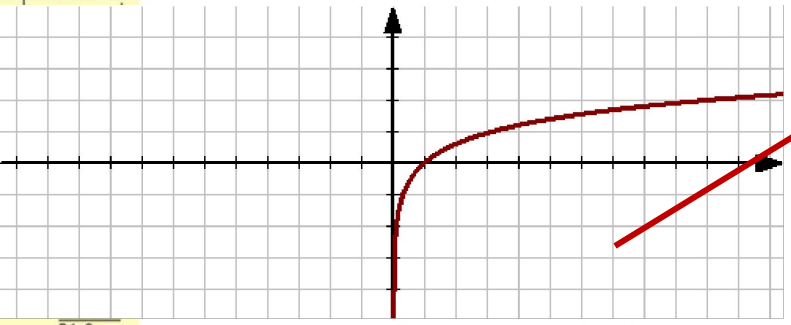
1	$\log_5 5^7$	-2	11	$\lg 1$	7
2	$\log_{11} x = 2$	4	12	$\log_x 7 = 1$	2
3	$\log_{\frac{1}{2}} 4$	4	13	$\log_2 16 = x$	4
4	$\log_5 x = -3$	0,1	14	$\log_7 7^4$	0
5	$\lg 1000$	7	15	$\log_{\frac{1}{5}} 3125$	4
6	$\log_2 x = 2$	121	16	$\log_x \frac{1}{343} = 3$	4
7	$\lg x = -1$	3	17	$\log_6 x = -2$	-5
8	$\log_x 4 = 1$	-4	18	$\log_7 49$	$\frac{1}{36}$
9	$\log_5 \frac{1}{625}$	0,04	19	$\log_x 256 = 4$	-5
10	$\log_{0.2} x = 2$	$\frac{1}{125}$			



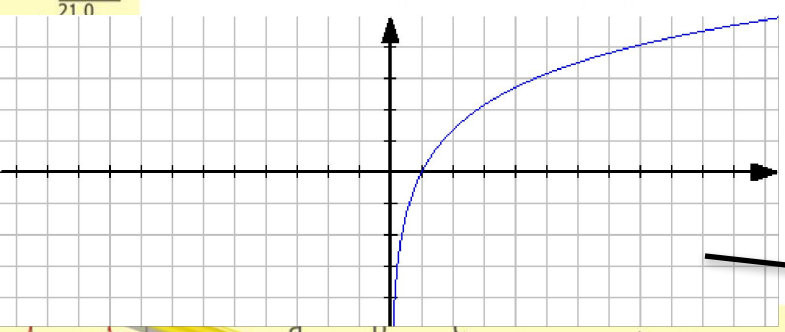
$$y = \log_2 x - 2$$



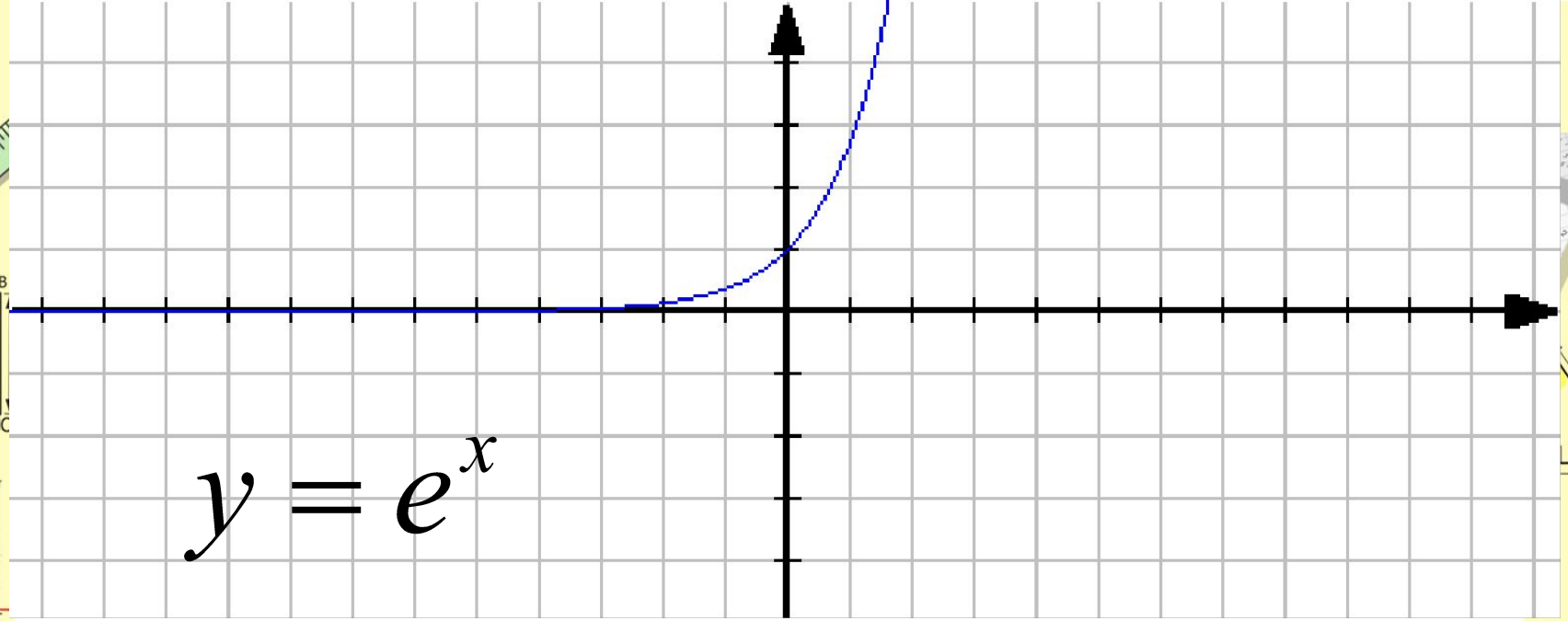
$$y = \lg x$$



$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$



$$y = -\log_{0,6} x$$



Не является ни четной, ни нечетной;

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

Возрастает;

Не ограничена сверху, ограничена снизу

Не имеет наименьшего, наибольшего значений;

непрерывна

Выпукла вниз

$$E(f) = (-\infty; +\infty)$$

Дифференцируема

Функция	Производная
$y = 2e^{x}$	$y = 2e^{x}$
$y = e^{2x}$	$y = 2e^{2x}$
$y = e^{x} - x$	$y = e^{x} - 1$
$y = e^{3x} - x^{2}$	$y = 3e^{3x} - 2x$
$y = \left(\frac{1}{e}\right)^{x}$	$y = -e^{x}$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	cos x	-sin x
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$	sin x	cos x
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x};(x>0)$	y= f(kx+b)	$y=\frac{1}{k}F(kx+b)$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	-ctg x	y=f(x)+g(x)	Y=F(x)+G(x)
$\frac{1}{\cos^2 x}$	tg x	y=kf(x)	Y=kF(x)

$$\int_b^a f(x)dx$$ **=F(b) – F(a).**

$$\int_b^a f(x)dx = F(x)\Big|_a^b$$

$$\int 3e^x dx \qquad 3e^x + C$$

$$\int e^{2x-3} dx \qquad \frac{1}{2}e^{2x-3} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2} \qquad -\frac{1}{x} + C$$

$$\int (e^x + \sin 2x) dx \qquad e^x - \frac{1}{2}\cos 2x + C$$

Десятичные логарифмы для наших потребностей являются весьма удобными. Однако при изучении высшей математики более удобными оказываются логарифмы по основанию е = 2,718281828... (см. § 134, ч. 1). Употребление этих логарифмов позволяет значительно упростить большое количество математических формул. Логарифмы по основанию е получаются при решении многих физических задач и естественным образом входят в математическое описание некоторых химических, биологических и других процессов. Этим и объясняется их название «натуральные логарифмы».

Натуральный логарифм числа *a* обозначается ln *a*. Сейчас имеются достаточно полные таблицы

$$\log_e b = \ln b, b > 0$$

Логарифм по основанию е называется натуральным логарифмом

$$\ln 1 = 0$$

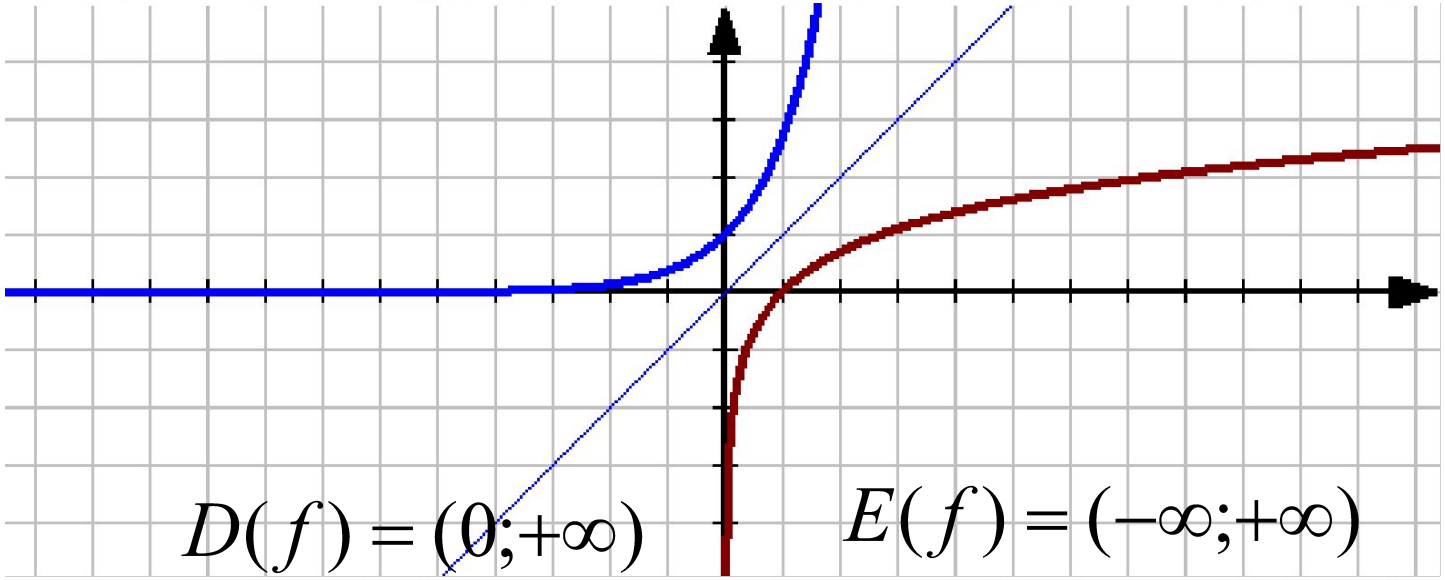
$$\ln e = 1$$

$$\ln e^{r} = r$$

$$e^{\ln x} = x$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

Функция вида y=lnx, свойства и график



Ни четна, ни нечетна
Не ограничена ни сверху, ни снизу
Не имеет наибольшего, наименьшего значений
Непрерывна
Выпукла вверх
дифференцируема

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$y = \ln(3x+5), x = -1$$

$$y' = (\ln(3x+5))' = 3 \cdot \frac{1}{3x+5} = \frac{3}{3x+5}$$

$$y'(-1) = \frac{3}{3(-1)+5} = 1{,}5$$

$$y = \log_2 x$$

$$y' = \frac{1}{x \ln 2}$$

1633, 1634, 1635, 1636(а,б)
Дома: в,г

№1633

$$y = x^2 \ln x$$

$$y' = \left(x^2\right)' \ln x + x^2 \left(\ln x\right)'$$

$$y' = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$$

$$y = \frac{\ln x}{x+1}$$

$$y'' = \frac{\left(\ln x\right)'\left(x+1\right) - \ln x\left(x+1\right)'}{\left(x+1\right)^2} =$$

$$\frac{\frac{1}{x} \cdot \left(x+1\right) - \ln x}{\left(x+1\right)^2} = \frac{x+1-x\ln x}{x\left(x+1\right)^2}$$

№1634

$$y = e^x \ln x$$

$$y' = e^x \ln x + \frac{e^x}{x}$$

$$y = 3\ln x + \sin 2x$$

$$y' = \frac{3}{x} + 2\cos 2x$$

№1635

$$y = \ln x + x, x_0 = \frac{1}{7}$$

$$y' = \frac{1}{x} + 1$$

$$y' = 8$$

$$y = x^3 \ln x, x_0 = e$$

$$y' = 3x^2 \ln x + x^2$$

$$y' = 3e^2 + e^2 = 4e^2$$

№1636

$$y = \ln(2x+2),\ x_0 = -\frac{1}{4}$$

$$y' = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}$$

$$y' = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$y = \ln(5-2x),\ x_0 = 2$$

$$y' = -\frac{2}{5-2x} = -\frac{2}{1} = -2$$

Составить уравнение касательной к графику функции y=lnx в точке x=e

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$f(x_0) = \ln e = 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f'(x_0) = \frac{1}{e}$$

$$y = \frac{1}{e}(x - e) + 1 = \frac{x}{e} - 1 + 1 = \frac{x}{e}$$

№1623,1637,1641 (а,б)
в,г - дома

№1642, 1643

$$\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$$

$$\int_1^2 \left(e^x + \frac{1}{x}\right)dx = \left(e^x + \ln|x|\right)\Big|_1^2 = e^2 - e + \ln 2 - \ln 1 =$$

$$e^2 - e + \ln 2$$

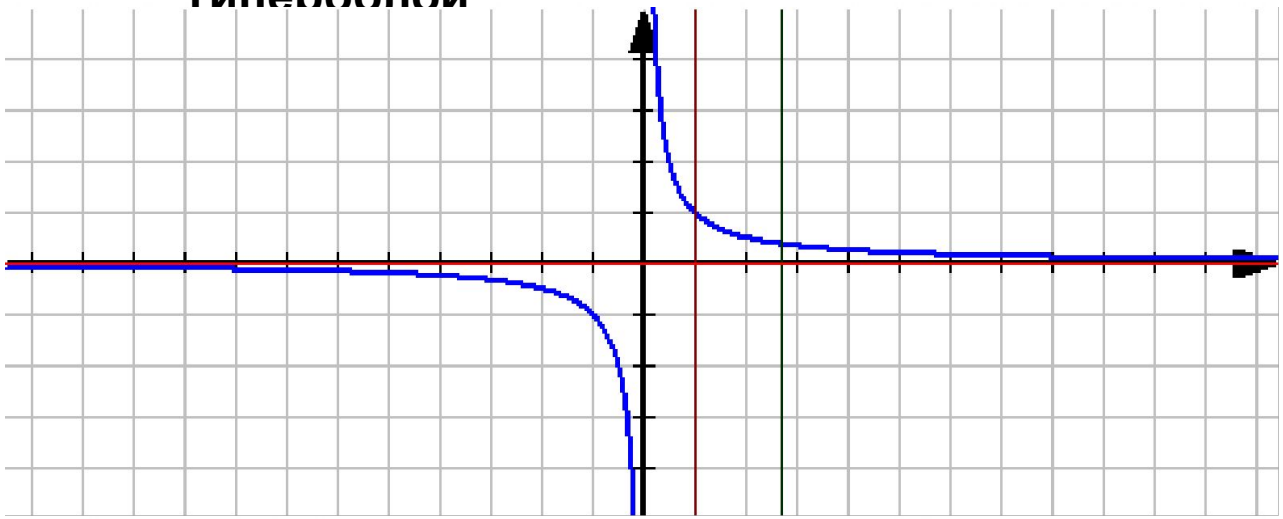
$$\int_{-1}^{0} \frac{dx}{-5x+6} = -\frac{1}{5}\ln|-5x+6|\Big|_{-1}^{0} =$$

$$-\frac{1}{5}(\ln 6 - \ln 11) = -\frac{1}{5}\ln\frac{6}{11}$$

$$\int_3^6 \frac{dx}{2x-3} = \frac{1}{2}\ln(|2x-3|)\Big|_3^6 = \frac{1}{2}(\ln 9 - \ln 3) =$$

$$\frac{1}{2}\ln\frac{9}{3} = \frac{1}{2}\ln 3$$

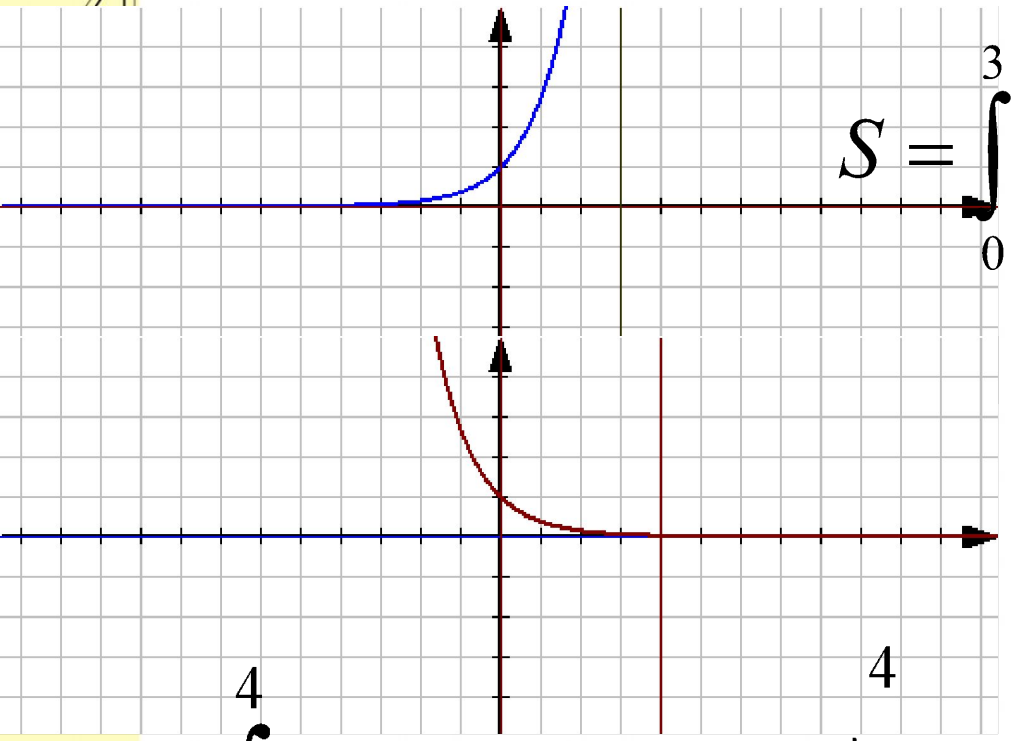
Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямыми y=0, x=1, x=e и гиперболой $y = \frac{1}{x}$



$$S = \int_1^e \frac{dx}{x} = \ln x_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$$

№1628, 1629, 1642, 1645 (а,б) дома: в,г

$$y = 0, x = 0, x = 3, y = e^x$$

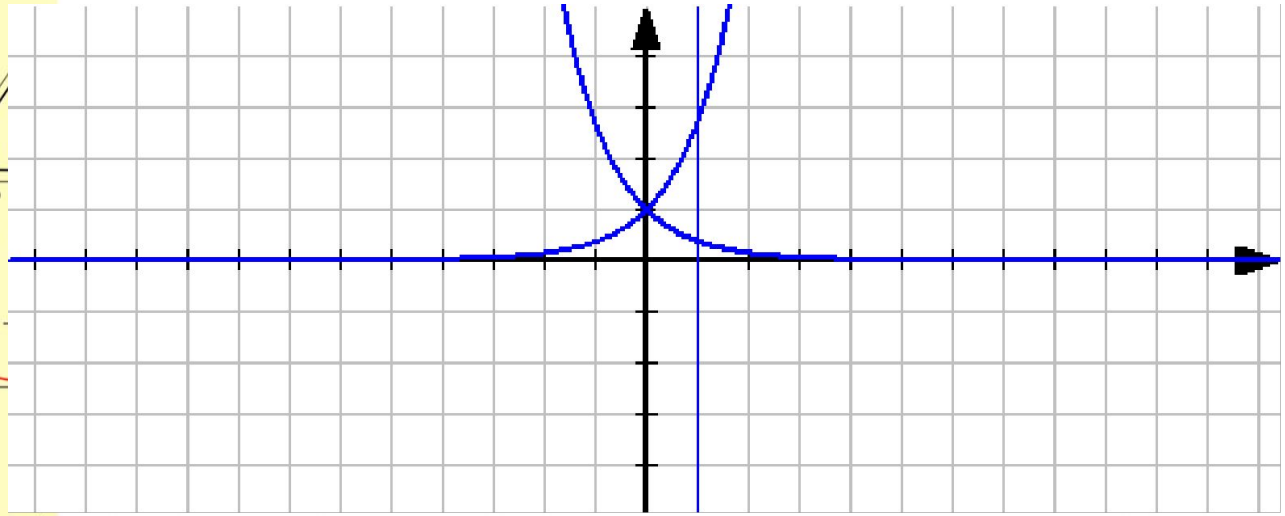


$$S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1$$

$$S = \int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = -e^{-4} - (-e^0) = 1 - \frac{1}{e^4}$$

№1629 (а)

$$x = 1,\ y = e^{x},\ y = e^{-x}$$

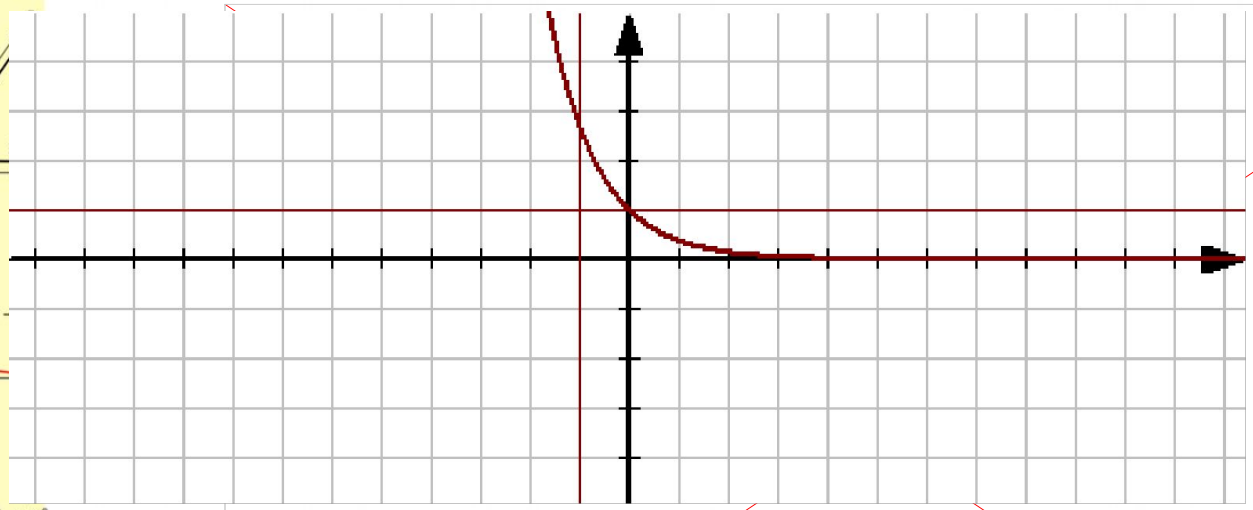


$$S = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e^{-x} dx = e^x \Big|_0^1 - (-e^{-x}) \Big|_0^1 =$$

$$e - 1 + e^{-1} - 1 = e - 2 + \frac{1}{e} = \frac{e^2 - 2e + 1}{e} = \frac{(e-1)^2}{e}$$

№1629(б)

$$y=\frac{1}{e^{x}},\ y=1,\ x=-1$$

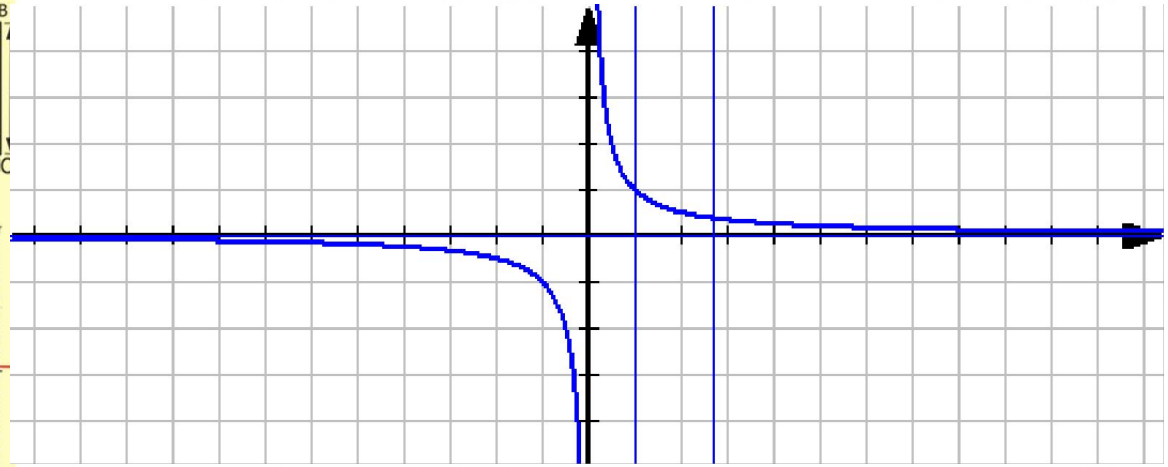


$$S=\int_{-1}^{0} e^{-x}dx - S_{кв} = -e^{-x}\Big|_{-1}^{0} - 1 =$$

$$-1+e-1=e-2$$

№1642

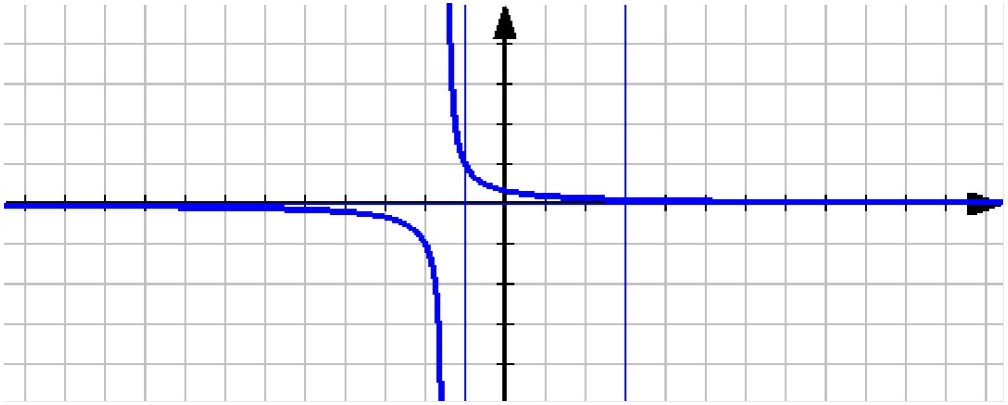
$$y = 0, x = 1, x = e, y = \frac{1}{x}$$



$$S = \int_1^e \frac{dx}{x} = \ln x \,\Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$$

№1642(б)

$$y = 0,\ x = 3,\ x = -1,\ y = \frac{1}{2x+3}$$

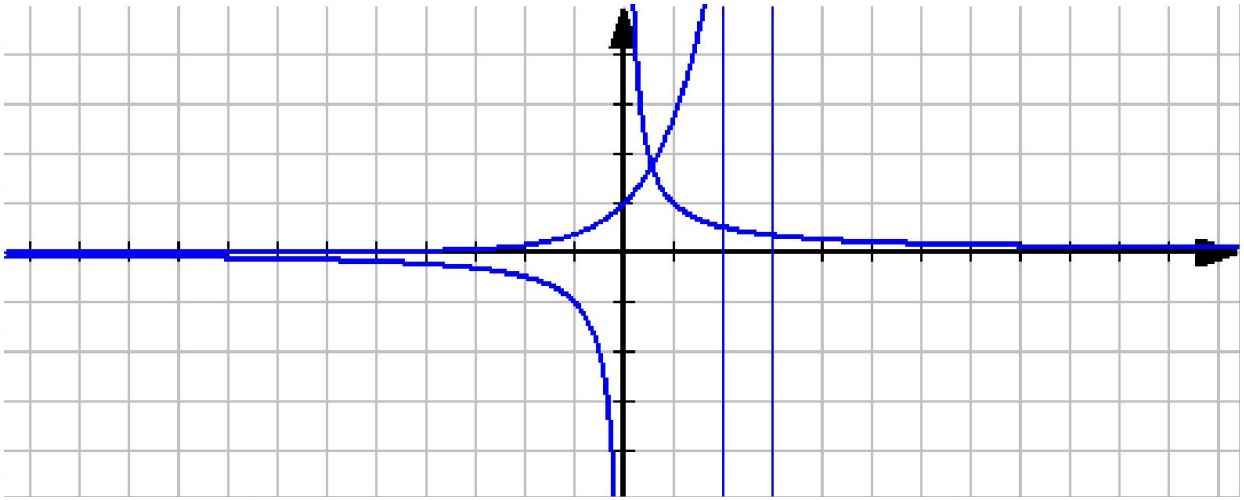


$$S = \int_{-1}^{3} \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2}\ln(2x+3)\Big|_{-1}^{3} = \frac{1}{2}(\ln 9 - \ln 1) =$$

$$\frac{1}{2}\ln 9 = \frac{1}{2}\ln 3^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\ln 3 = \ln 3$$

№1645 (а)

$$y = e^x, y = \frac{1}{x}, x = 2, x = 3$$

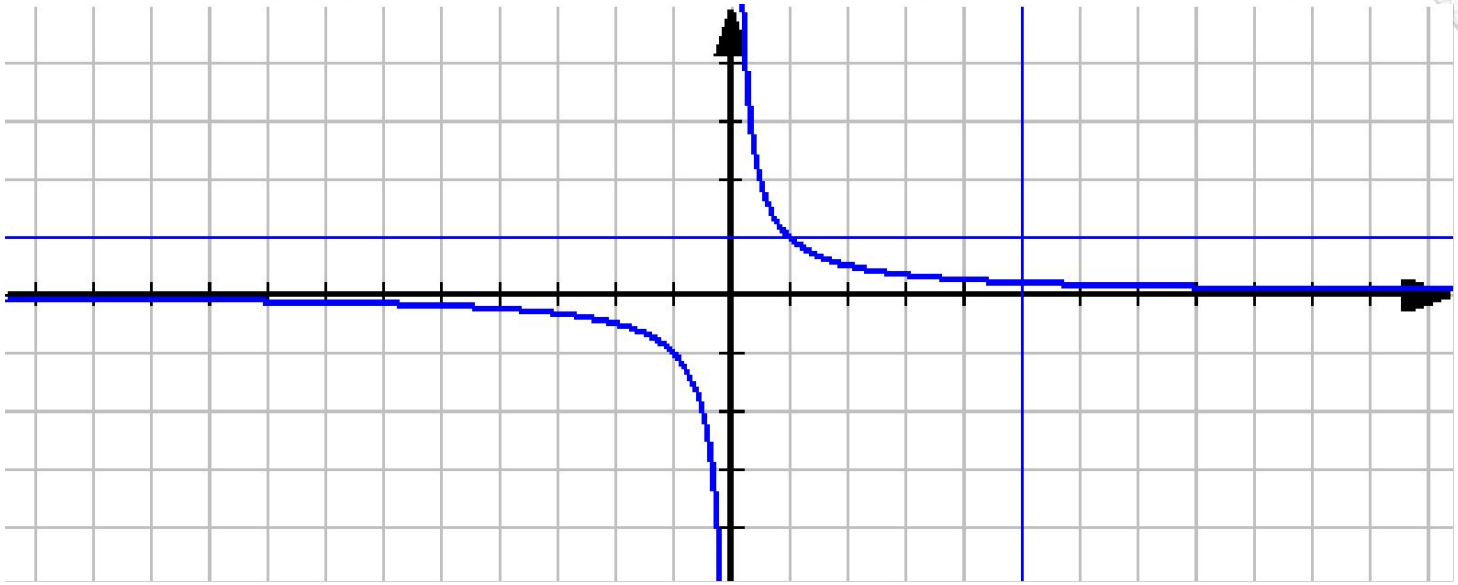


$$S = \int_2^3 e^x dx - \int_2^3 \frac{dx}{x} = e^x \Big|_2^3 - \ln x \Big|_2^3 =$$

$$e^3 - e^2 - \ln 3 + \ln 2 = e^3 - e^2 + \ln \frac{2}{3}$$

№1645(б)

$$y = \frac{1}{x}, y = 1, x = 5$$



$$S = 1 \cdot 5 - \int_1^5 \frac{dx}{x} = 5 - \ln 5$$

Задание на каникулы:

Создать справочник по формулам (лучше напечатать, чтобы можно было размножить), презентация, видеоролик и т.п.

1. **Тригонометрические формулы**
2. **Тригонометрические уравнения (общий вид, частные случаи, методы решения)**
3. **Производная**
4. **Применение производной к исследованию функций**
5. **Функции, свойства, графики, преобразования**
6. **Первообразная и интеграл**
7. **Показательные уравнения и неравенства**
8. **Логарифмические уравнения и неравенства**
9. **Степени и корни**
10. **Системы уравнений**
11. **Основные типы задач**
12. **РЕШАТЬ ВАРИАНТЫ ЕГЭ**