

# Решение заданий В<sub>8</sub> ЕГЭ по математике

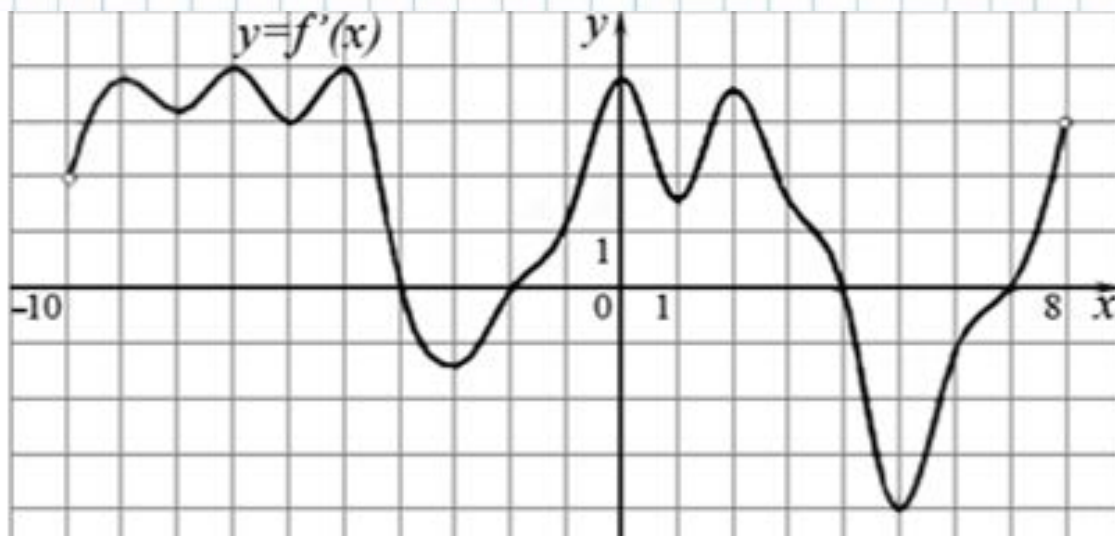
Артамонова Л.В.,  
учитель математики  
МКОУ «Москаленский лицей»

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 8)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-9; 6]$ .

• **Решение.**

Точки максимума соответствуют точкам смены знака производной с плюса на минус. На отрезке  $[-9; 6]$  функция имеет две точки максимума  $x = -4$  и  $x = 4$ .

**Ответ: 2.**



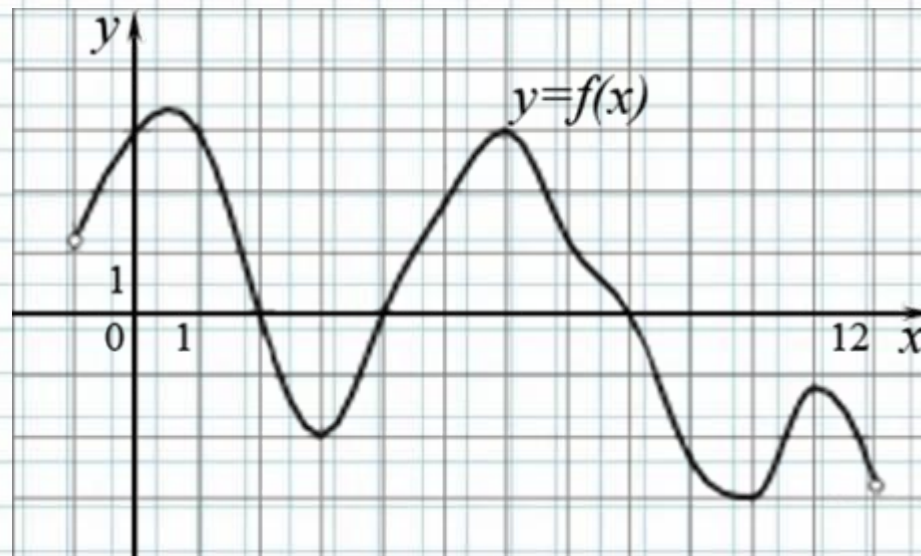


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 12)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

## • Решение.

Производная функции отрицательна на тех интервалах, на которых функция убывает, т. е. на интервалах  $(0,5; 3)$ ,  $(6; 10)$  и  $(11; 12)$ . В них содержатся целые точки 1, 2, 7, 8 и 9. Всего 5 точек.

**Ответ: 5.**



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 4)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

• **Решение.**

Промежутки убывания функции  $f(x)$  соответствуют промежуткам, на которых производная функции отрицательна, то есть интервалу  $(-9; -6)$  длиной 3 и интервалу  $(-2; 3)$  длиной 5. Длина наибольшего из них равна 5.

**Ответ: 5.**



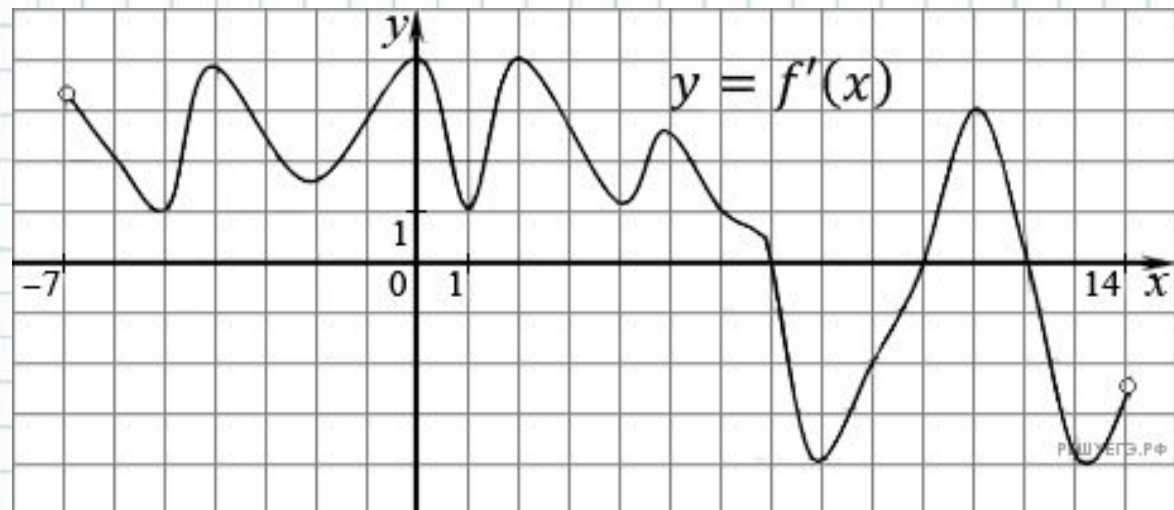


На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .

• **Решение.**

Точки максимума соответствуют точкам смены знака производной с положительного на отрицательный. На отрезке  $[-6; 9]$  функция имеет одну точку максимума  $x = 7$ .

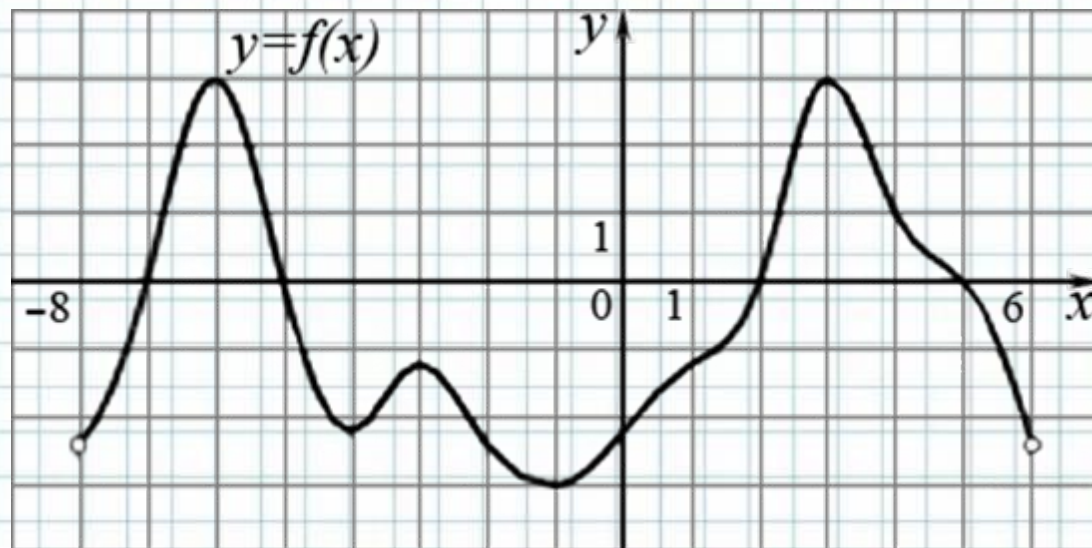
**Ответ: 1.**



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 6)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

• **Решение.**

Промежутки возрастания функции  $f(x)$  соответствуют промежуткам, на которых производная функции положительна, то есть интервалам  $(-7; -5)$ ,  $(2; 5)$ . Наибольший из них — интервал  $(2; 5)$ , длина которого 3.



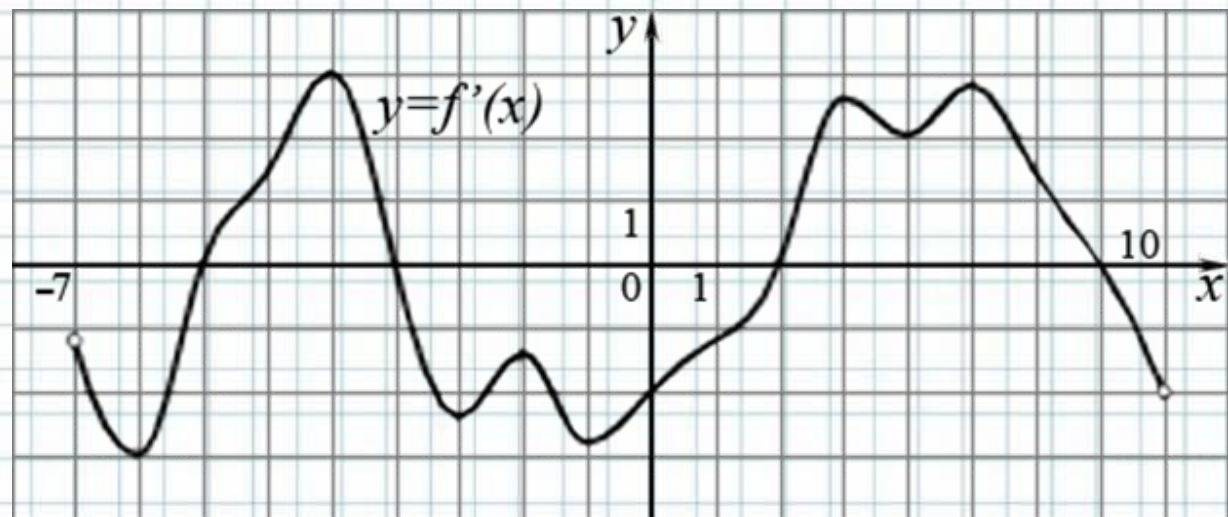


На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 10)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-3; 8]$ .

• **Решение.**

Точки минимума соответствуют точкам смены знака производной с минуса на плюс. На отрезке  $[-3; 8]$  функция имеет одну точку минимума  $x = 4$ .

**Ответ: 1.**



Прямая  $y = 5x + 5$  является касательной к графику функции  $8x^2 + 29x + c$ . Найдите  $c$ .

Решение.

Условие касания графика функции  $y = f(x)$  и прямой  $y = kx + b$  задаётся системой требований:

$$\begin{cases} f'(x) = k, \\ f(x) = kx + b. \end{cases}$$

В нашем случае имеем:

$$\begin{cases} 16x + 29 = 5, \\ 8x^2 + 29x + c = 5x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1,5, \\ 8x^2 + 24x + c - 5 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -1,5, \\ c = 23. \end{cases}$$

Таким образом,  $c = 23$ .



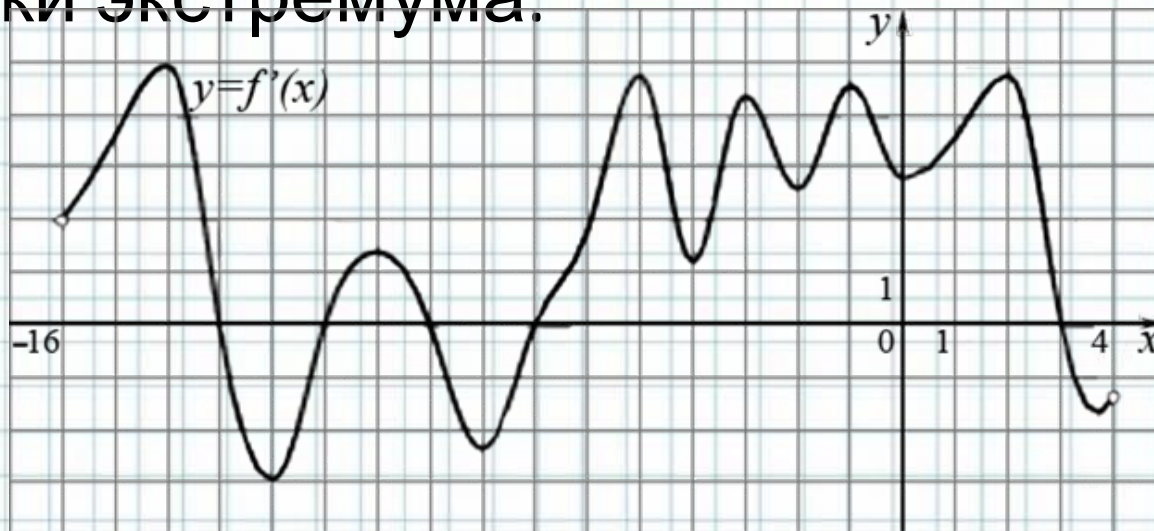
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-16; 4)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-14; 2]$ .

• **Решение.**

Точки экстремума соответствуют точкам смены знака производной — изображенным на графике нулям производной.

Производная обращается в нуль в точках  $-13, -11, -9, -7$ . На отрезке  $[-14; 2]$  функция имеет 4 точки экстремума.

**Ответ: 4.**

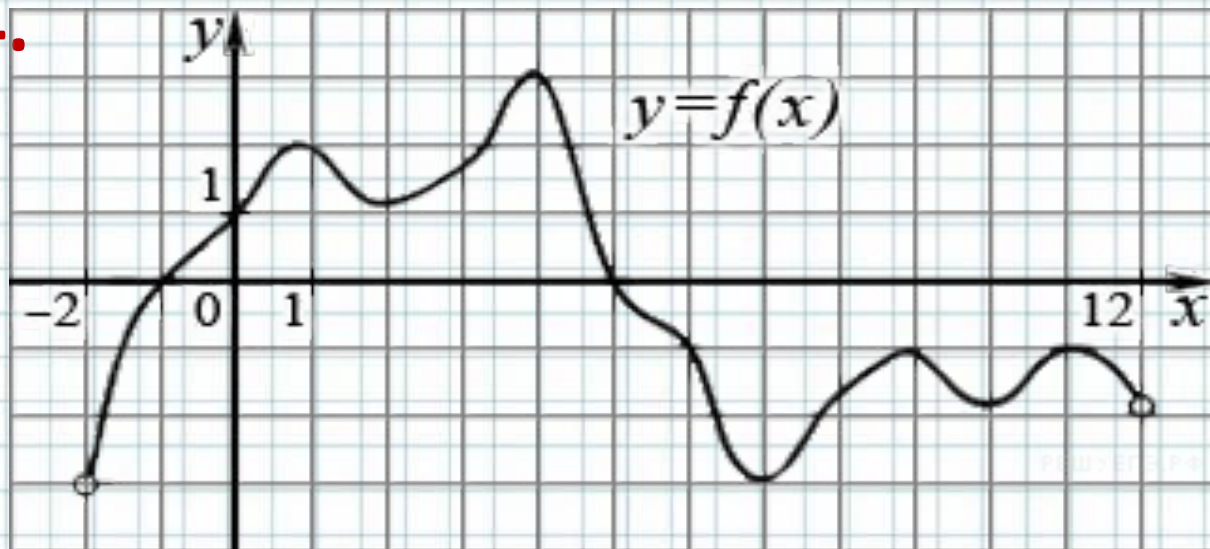


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .

• **Решение.**

Заданная функция имеет максимумы в точках 1, 4, 9, 11 и минимумы в точках 2, 7, 10. Поэтому сумма точек экстремума равна  $1 + 4 + 9 + 11 + 2 + 7 + 10 = 44$ .

**Ответ: 44.**





Прямая  $y = -9x + 5$  является касательной к графику функции  $ax^2 + 15x + 11$ . Найдите  $a$ .

Решение.

Прямая  $y = kx + b$  является касательной к графику функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  тогда и только тогда, когда одновременно  $f(x_0) = y(x_0)$  и  $f'(x_0) = k$ . В нашем случае имеем:

$$\begin{cases} 2ax_0 + 15 = -9, \\ ax_0^2 + 15x_0 + 11 = -9x_0 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax_0 = -12, \\ -12x_0 + 24x_0 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 24, \\ x_0 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Искомое значение  $a$  равно 24.

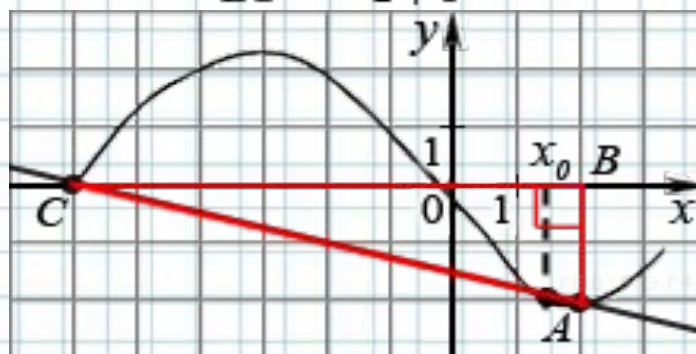
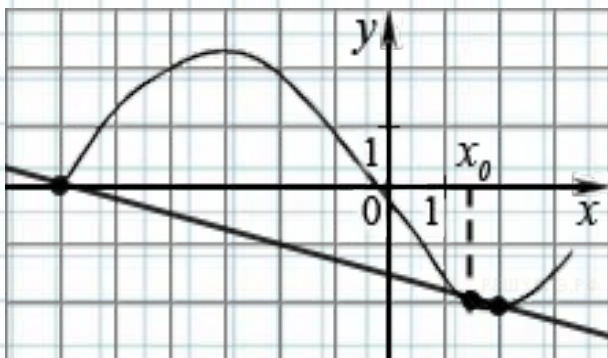
Ответ: 24.

На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

• **Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках  $A(2; -2)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(-6; 0)$ . Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом  $\angle ACB$ .

$$y'(x_0) = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ACB) = -\operatorname{tg}(\angle ACB) = -\frac{AB}{BC} = -\frac{2}{2+6} = -0,25$$



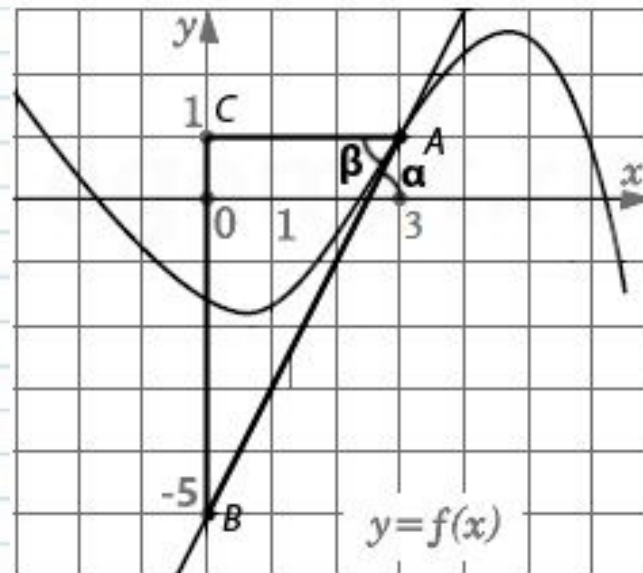
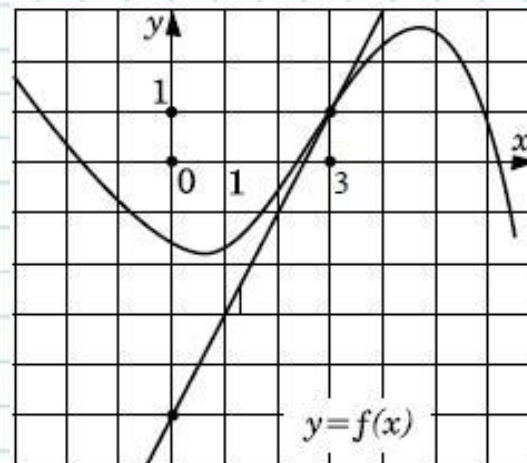


На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику в точке абсциссой, равной 3. Найдите значение производной этой функции в точке  $x = 3$ .

Для решения используем геометрический смысл производной: значение производной функции в точке равняется угловому коэффициенту касательной к графику этой функции, проведенной в этой точке. Угловым коэффициентом касательной равен тангенсу угла между касательной и положительным направлением оси  $x$  ( $\operatorname{tg} \alpha$ ). Угол  $\alpha = \beta$ , как накрест лежащие углы при параллельных прямых  $y=0$ ,  $y=1$  и секущей-касательной. Для треугольника  $ABC$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{3} = 2.$$

$$f'(3) = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = 2$$



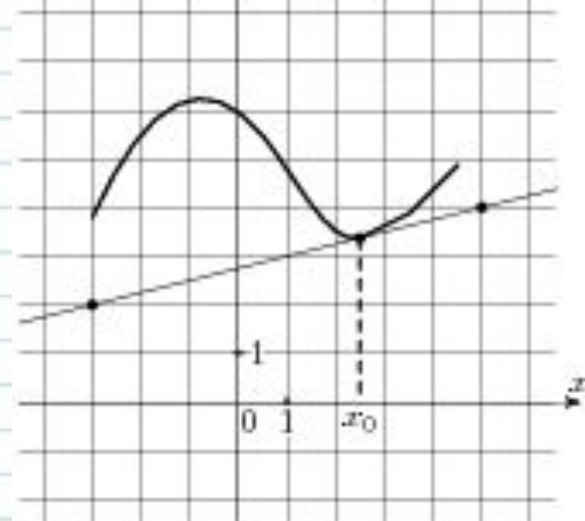
На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .

Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

- По свойствам касательной, формула касательной к функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равна
- $y=f'(x_0) \cdot x+b$ ,  $b=\text{const}$
- По рисунку видно, что касательная к функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  проходит через точки  $(-3;2)$ ,  $(5,4)$ . Следовательно, можно решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2 = f'(x_0) \cdot (-3) + b \\ 4 = f'(x_0) \cdot 5 + b \end{cases}$$

$$b = \frac{11}{4}, f'(x_0) = 0.25$$





# ИСТОЧНИКИ

- <http://reshuege.ru/>
- <http://egemat.ru/prepare/B8.html>
- <http://bankege.ru/>