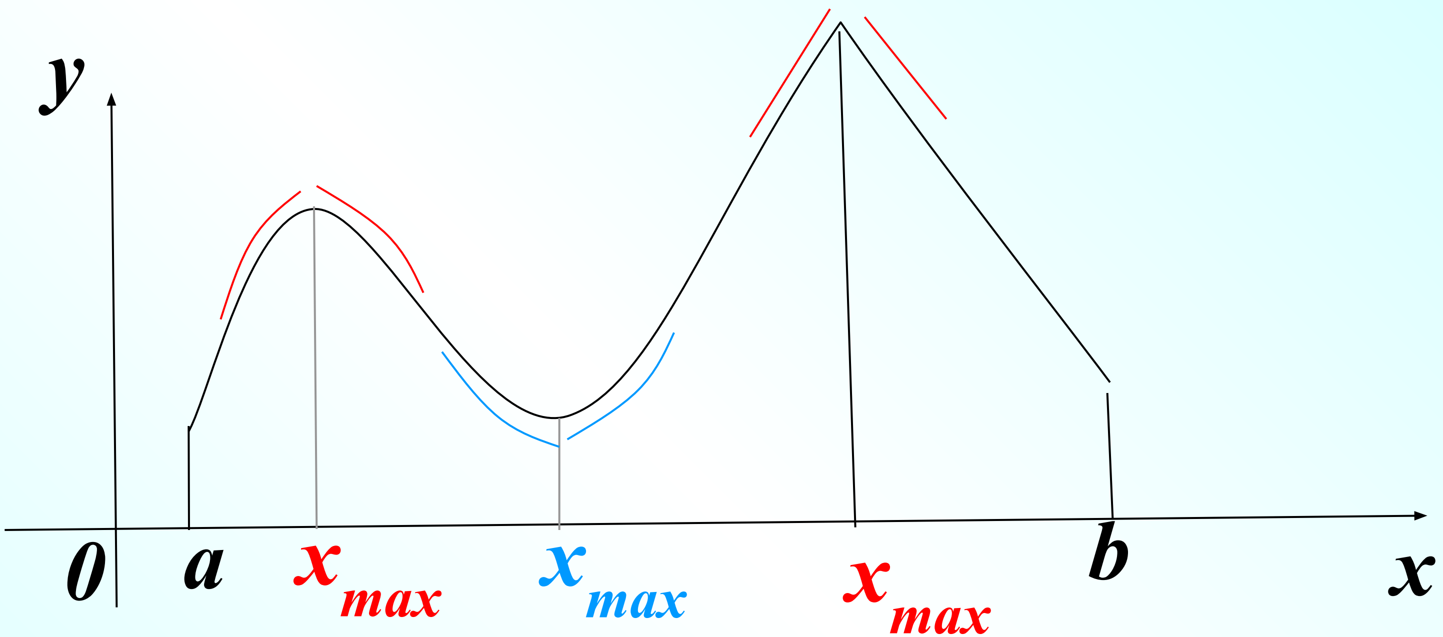
Методическая разработка Савченко Е.М. МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

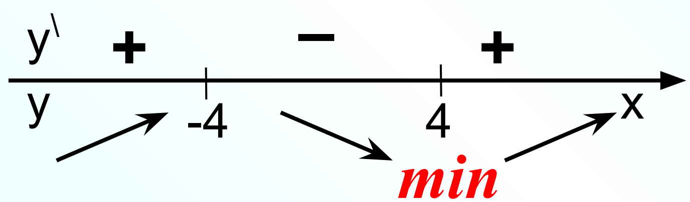
Экстремумы функции

Пример



1.

Выполнение этапов решения

Этапы	Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 48x + 17$
1. Найти $f'(x)$	1) $y' = 3x^2 - 48$
2. Найти критические точки	2) $y' = 3x^2 - 48 = 3(x^2 - 16) = 3(\overset{4}{x - 4})(\overset{-4}{x + 4})$
3. Проверить знаки производной, выполнить графическую иллюстрацию.	

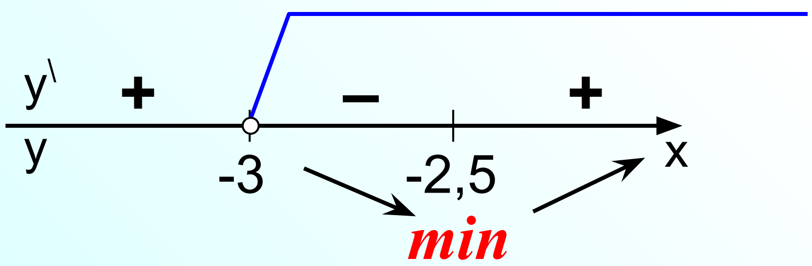
В 11 | 4

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

2. **Найдите точку минимума функции**
y = 2x – ln(x+3) + 7

$$D(y): x+3>0$$
$$x>-3$$

$$y' = 2 - \frac{1}{x+3} = \frac{2x+6-1}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3}$$



В 11	-	2	,	5		

3. **Найдите точку минимума функции**

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$y = \left(x^2 - 8x + 8\right) e^{6-x}$$

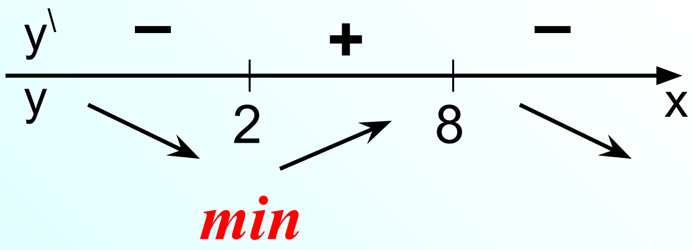
$$D(y): x \in R$$

$$y' = (x^2 - 8x + 8)' e^{6-x} + (x^2 - 8x + 8)(e^{6-x})' =$$

$$= (2x - 8)e^{6-x} + (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}(-1) =$$

$$= e^{6-x}(2x - 8 - x^2 + 8x - 8) = e^{6-x}(-x^2 + 10x - 16) =$$

$$= -e^{6-x}(x^2 - 10x + 16) = -e^{6-x}(x-8)(x-2)$$



В 11	2					

4. **Найдите точку минимума функции**

$$y = (x+16)e^{x-16}$$

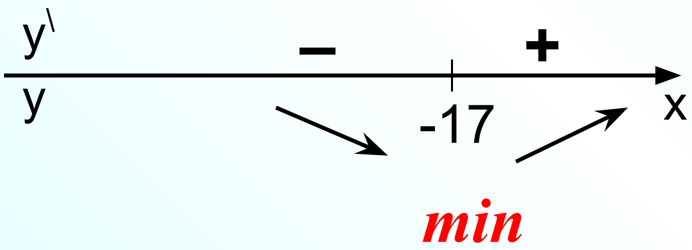
$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$D(y): x \in R$$

$$y' = (x+16)'e^{x-16} + (x+16)(e^{x-16})' =$$

$$= 1 \cdot e^{x-16} + (x+16)e^{x-16} = e^{x-16}(1+x+16) =$$

$$= e^{x-16}(x+17)$$



В 11	-	1	7			

5. **Найдите точку минимума функции**

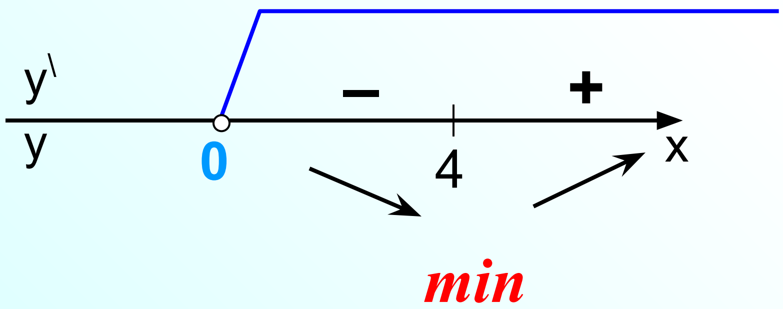
$$y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-2x+1 \qquad D(y): x\geq 0$$

$$y^{/}=x^{\frac{1}{2}}-2=\sqrt{x}-2$$

$$\sqrt{x}-2=0$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$x=4$$



В 11 | 4

6. **Найдите точку максимума функции**

$$y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 1$$

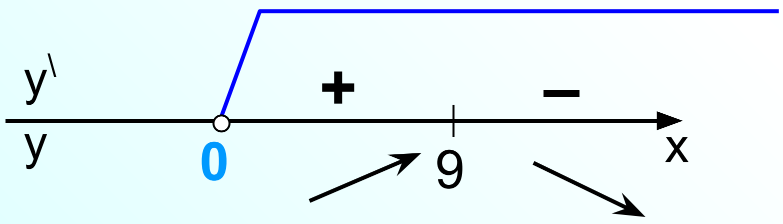
$$D(y): x \geq 0$$

$$y' = -x^{\frac{1}{2}} + 3 = -\sqrt{x} + 3$$

$$3 - \sqrt{x} = 0$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$



max

В 11	9					

7. Найдите точку максимума функции

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = -\frac{x^2+289}{x}$$

$$D(y):\ x \neq 0$$

$$y = -x - 289\cdot\frac{1}{x}$$

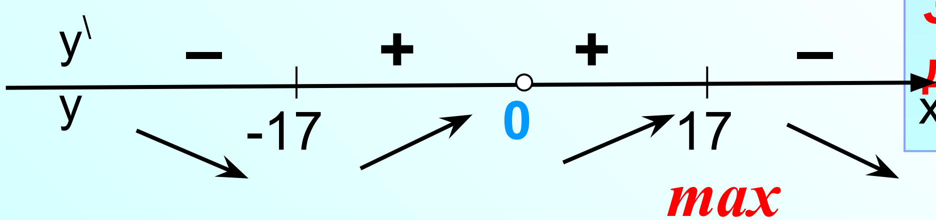
$$y' = -1 - 289\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{289}{x^2} = \frac{-x^2+289}{x^2} =$$

$$= \frac{289-x^2}{x^2} = \frac{(17-x)(17+x)}{x^2}$$

$$y = -\frac{x^2}{x} - \frac{289}{x}$$

$$y = -x - 289\cdot\frac{1}{x}$$

Запишем функцию в удобном для дифференцирования виде



В 11 | **1** | **7**

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

8. **Найдите точку максимума функции**

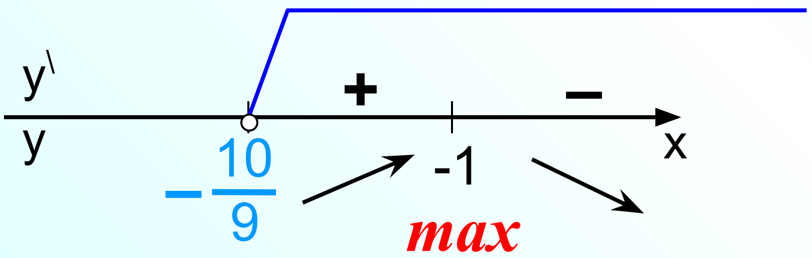
y = ln(9x+10) – 9x

$$D(y): 9x+10>0$$

$$x > -\frac{10}{9}$$

$$y' = \frac{1}{9x+10}(9x+10)' - 9 = \frac{9}{9x+10} - 9 = \frac{9-81x-90}{9x+10} =$$

$$= \frac{-81x-81}{9x+10} = \frac{-81(x+1)}{9x+10}$$



В 11	-	1				

9. **Найдите точку минимума функции**

$$y=(x+3)^2 e^{2-x}=\left(x^2+6x+9\right)e^{2-x}$$

$$(uv)' = u'v+uv'$$

$$D(y): x\in R$$

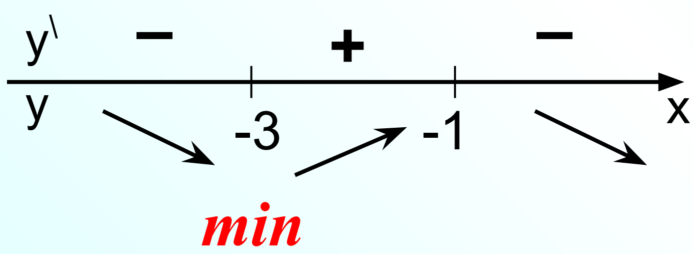
Запишем функцию в удобном для дифференцирования виде

$$y' = (x^2+6x+9)'e^{2-x}+(x^2+6x+9)(e^{2-x})' =$$

$$=(2x+6)e^{2-x}+(x^2+6x+9)e^{2-x}(-1)=$$

$$=e^{2-x}(2x+6-x^2-6x-9)=e^{2-x}(-x^2-4x-3)=$$

$$=-e^{6-x}(x^2+4x+3)=-e^{6-x}(x+1)(x+3)$$



В 11	-	3				