Тема:
Формула Ньютона-Лейбница

Работу выполнили:
Павшинцев И.С.
Чижков А.А.

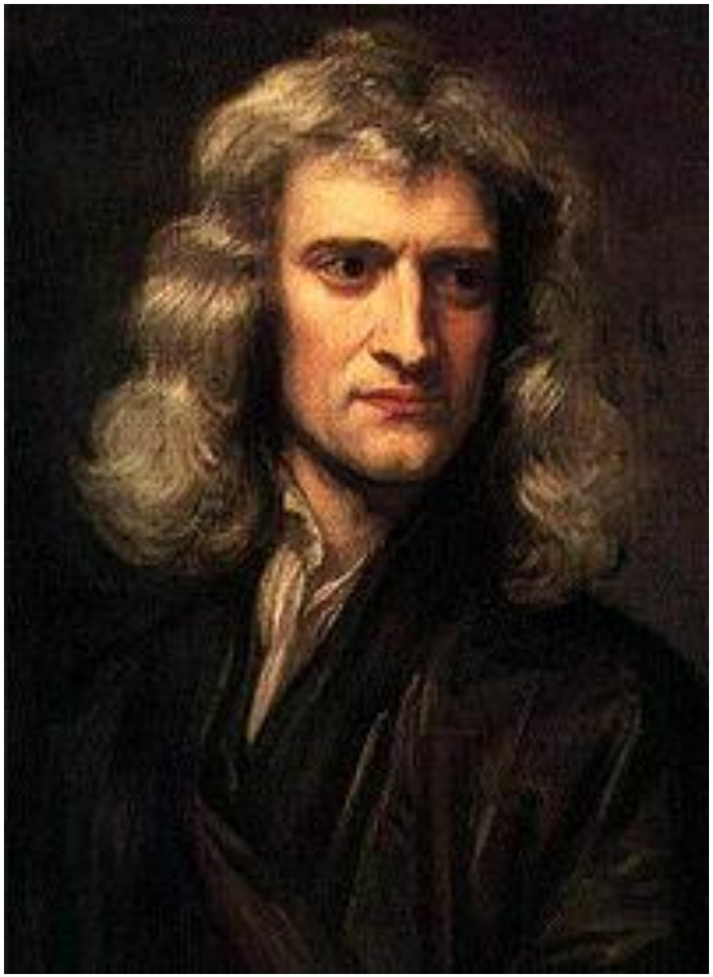
Работу приняла:
Плешакова О.В.

2010 год

план

- 1-Ньютон и Лейбниц
- 2- теорема
- 3- интеграл
- 4- применение интеграла
- 5-историческое значение и философский смысл формулы
- 6- список используемой литературы интернет ресурсы
- 7- конец!☺️

Ньютон



Лейбниц

Ньютон и Лейбниц

- Из сохранившихся документов историки науки выяснили, что дифференциальное и интегральное исчислениеИз сохранившихся документов историки науки выяснили, что дифференциальное и интегральное исчисление Ньютон открыл ещё в 1665Из сохранившихся документов историки науки выяснили, что дифференциальное и интегральное исчисление Ньютон открыл ещё в 1665-1666 годыИз сохранившихся документов историки науки выяснили, что дифференциальное и интегральное исчисление Ньютон открыл ещё в 1665-1666 годы, однако не публиковал его до 1704 года.[70] Лейбниц Лейбниц разработал свой вариант анализа независимо (с 1675 года Лейбниц разработал свой вариант анализа независимо (с 1675 года), хотя первоначальный толчок, вероятно, его мысль получила из слухов о том, что такое исчисление у Ньютона уже имеется, а также благодаря научным беседам в Англии и переписке с Ньютоном. В

- Вняв уговорам друзей, взывавших к его патриотизму, Ньютон во 2-й книге своих «Начал» (1687) сообщил:[71]
- В письмах, которыми около десяти лет тому назад я обменивался с весьма искусным математиком г-ном Лейбницем, я ему сообщал, что обладаю методом для определения максимумов и минимумов, проведения касательных и решения тому подобных вопросов, одинаково приложимых как для членов рациональных, так и для иррациональных, причем я метод скрыл, переставив буквы следующего предложения: «когда задано уравнение, содержащее любое число текущих количеств, найти флюксии[14] и обратно». Знаменитейший муж отвечал мне, что он также напал на такой метод и сообщил мне свой метод, который оказался едва отличающимся от моего, и то только терминами и начертанием формул.

- В 1693 году, когда Ньютон наконец опубликовал первое краткое изложение своей версии анализа, он обменялся с Лейбницем дружескими письмами. Ньютон сообщил:[72]
- Наш Валлис присоединил к своей «Алгебре», только что появившейся, некоторые из писем, которые я писал к тебе в своё время. При этом он потребовал от меня, чтобы я изложил открыто тот метод, который я в то время скрыл от тебя переставлением букв; я сделал это коротко, насколько мог. Надеюсь, что я при этом не написал ничего, что было бы тебе неприятно, если же это случилось, то прошу сообщить, потому что друзья мне дороже математических открытий.

- После появления первой подробной публикации ньютонова анализа (математическое приложение к «Оптике», 1704После появления первой подробной публикации ньютонова анализа (математическое приложение к «Оптике», 1704) в журнале Лейбница «Acta eruditorum» появилась анонимная рецензия с оскорбительными намёками в адрес Ньютона. Рецензия ясно указывала, что автором нового исчисления является Лейбниц. Сам Лейбниц решительно отрицал, что рецензия составлена им, но историки сумели найти черновик, написанный его почерком.[70] Ньютон проигнорировал статью Лейбница, но его ученики возмущённо ответили, после чего разгорелась общеевропейская приоритетная война, «наиболее постыдная склока во всей истории математики».[46]

- 31 января31 января 1713 года Королевское общество получило письмо от Лейбница, содержащее примирительную формулировку: он согласен, что Ньютон пришёл к анализу самостоятельно, «на общих принципах, подобных нашим». Рассерженный Ньютон потребовал создать международную комиссию для прояснения приоритета. Комиссии не понадобилось много времени: спустя полтора месяца, изучив переписку Ньютона с Ольденбургом и другие документы, она единогласно признала приоритет Ньютона, причём в формулировке, на этот раз оскорбительной в отношении Лейбница. Решение комиссии было напечатано в трудах Общества с приложением всех подтверждающих документов

- В ответ с лета 1713 года Европу наводнили анонимные брошюры, которые отстаивали приоритет Лейбница и утверждали, что «Ньютон присваивает себе честь, принадлежащую другому». Брошюры также обвиняли Ньютона в краже результатов Гука и Флемстида.[70] Друзья Ньютона, со своей стороны, обвинили в плагиате самого Лейбница; по их версии, во время пребывания в Лондоне (1676) Лейбниц в Королевском обществе ознакомился с неопубликованными работами и письмами Ньютона, после чего изложенные там идеи Лейбниц опубликовал и выдал за свои.[73]
- Война не ослабевала до декабря 1716 года, когда аббат Конти сообщил Ньютону: «Лейбниц умер — диспут окончен

теорема

Теорема

Если f непрерывна на отрезке a,b и Ф — ее любая первообразная на этом отрезке, то имеет место равенство

$$\int_a^b f(x)dx = \Phi(b) - \Phi(a) = \Phi|_a^b$$

Доказательство

- Пусть на отрезке (a,b) задана интегрируемая функция ʄ Начнем с того, что отметим, что

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(u)\,du$$

- то есть не имеет никакого значения, какая буква (x или u) стоит под знаком ʄ в определенном интеграле по отрезку (a,b)

- Зададим произвольное значение x € (a.b) и определим новую функцию

$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

- Она определена для всех значений x € (a.b) , потому что мы знаем, что если существует интеграл от ƒ на (a,b) , то существует также интеграл от ƒ на (a,b) , где $a \leqslant x \leqslant b$
- Напомним, что мы считаем по определению

$$F(a) = \int_a^a f(t)\,dt = 0$$

- Заметим, что

$$F(b) = \int_a^b f(t)\,dt$$

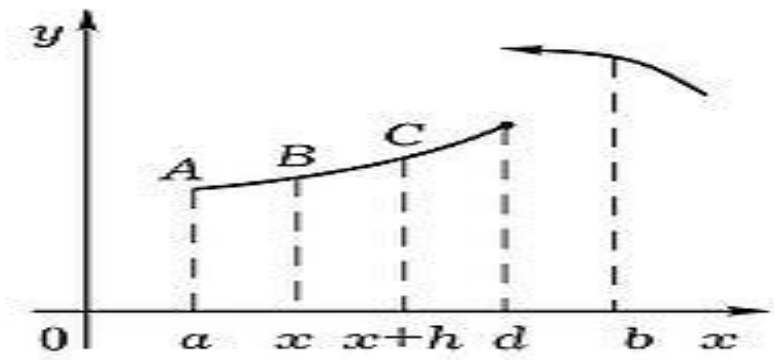
- Покажем, что F непрерывна на отрезке (a,b) В самом деле, пусть $x, x+h \in [a, x]$
- тогда

$$F(x+h) - F(x) = \int_a^{(x+h)} f(t)\,dt - \int_a^x f(t)\,dt = \int_x^{(x+h)} f(t)\,dt$$

- и если $K = sup|f(t)|, a \leqslant t \leqslant b$, то

$$|F(x+h) - F(x)| \leqslant \left| \int_x^{(x+h)} f(t)\,dt \right| \leqslant K|h| \to 0, h \to 0$$

- Таким образом , F непрерывна на (a,b) независимо от того, имеет или не имеет f разрывы; важно, что f интегрируема на (a,b)



- На рисунке изображен график f . Площадь переменной фигуры aABx равна F (X) Ее приращение F (X+h)-F(x) равно площади фигуры xBC(x+h) , которая в силу
- Ограниченности f очевидно, стремится к нулю при h$\rightarrow$ 0 независимо от того, будет ли x точкой непрерывности или разрыва f например точкой x-d

- Пусть теперь функция f не только интегрируема на (a,x) , но непрерывна в точке $x \in [a, x]$

$$F'(x) = f(x)$$

- Докажем, что тогда F имеет в этой точке производную, равную
- $$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{1}{h}\int_x^{x+h} f(t)\,dt = \frac{1}{h}\int_x^{x+h} (f(x) + \eta(t))\,dt$$

$$= \frac{1}{h}\int_x^{x+h} f(x)\,dt + \frac{1}{h}\int_x^{x+h} \eta(t)\,dt = f(x) + o$$

$$h \to 0$$

- Мы положили $f(t) = f(x) + \eta(t)$
- а так как $f(x)$ постоянная относительно **t** ,то

$$\int_x^{x+h} f(x)\, dt = f(x)h$$

- Далее, в силу непрерывности f в точке x для всякого ε >0 можно указать такое δ что
- $|\eta(t)| < \varepsilon$ я
- Поэтому $|x - t| < \delta$
- что доказывает, что левая часть этого неравенства есть о(1) при h$\to 0$

- Переход к пределу в при $h \to 0$ показывает существование производной от F в точке и справедливость равенства . При $x=a,b$ речь здесь идет соответственно о правой и левой производной.
- Если функция f непрерывна на (a,b) , то на основании доказанного выше соответствующая ей функция

$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

- имеет производную, равную

$$f(x) : F'(x) = f(x), a \leqslant x \leqslant b$$

- Следовательно, функция F(x) есть первообразная для f (a,b)

- Мы доказали, что произвольная непрерывная на отрезке (a,b) функция f имеет на этом отрезке первообразную, определенную равенством. Этим доказано существование первообразной для всякой непрерывной на отрезке функции.
- Пусть теперь есть произвольная первообразная функции $f(x)$ на (a,b) . Мы знаем, что

$$\Phi(x) = F(x) + C$$

- Где C — некоторая постоянная. Полагая в этом равенстве x=a и учитывая, что F(a)=0 получим

$$F(x) = \Phi(x) - \Phi(a)$$

- Ф(a)=C Таким образом,
Но

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b)$$

- Поэтому

$$\int_a^b f(x)\,dx = \Phi(b) - \Phi(a) = \Phi(x)\Big|_{x=b}^{x=a}$$

Интеграл

- **Интеграл функции** — естественный аналог суммы последовательности. Согласно основной теореме анализа — естественный аналог суммы последовательности. Согласно основной теореме анализа, интегрирование — операция, обратная к дифференцированию. Процесс нахождения интеграла называется интегрированием.
- Существует несколько различных определений операции интегрирования, отличающиеся в технических деталях. Однако все они совместимы, то есть любые два способа интегрирования, если их можно применить к данной функции, дадут один и тот же результат.

Типы интегралов

- Определённый интеграл
- Неопределённый интеграл
- Интеграл РиманаИнтеграл Римана и Римана — Стилтьеса
- Интеграл ЛебегаИнтеграл Лебега и Лебега — Стилтьеса
- Интеграл Даниэля
- Кратный интеграл
- Криволинейный интеграл
- Поверхностный интеграл
- Эллиптический интеграл

История

- Знаки интеграла ∫ дифференцирования **dx** были впервые использованы Лейбницемчбыли впервые использованы Лейбницем в конце XVII векабыли впервые использованы Лейбницем в конце XVII века. Символ интеграла образовался из буквы Sбыли впервые использованы Лейбницем в конце XVII века. Символ интеграла образовался из буквы S — сокращения слова лат. *summa* (сумма).
- **Интеграл в древности**
- Интегрирование прослеживается ещё в древнем Египте, *примерно* в 1800 до н. э., Московский математический папирус в 1800 до н. э., Московский математический папирус демонстрирует знание формулы объёма усечённой пирамиды в 1800 до н. э., Московский математический папирус демонстрирует знание формулы объёма усечённой пирамиды. Первым известным методом для расчёта интегралов является метод исчерпывания в 1800 до н. э., Московский математический папирус демонстрирует знание формулы объёма усечённой пирамиды. Первым известным методом для расчёта интегралов является метод исчерпывания Евдокса (*примерно* 370 до н. э.), который пытался найти площади и объёмы, разрывая их на бесконечное множество частей, для которых площадь или

Историческое значение и философский смысл формулы Ньютона-Лейбница

- *Одним из важнейших исследовательских инструментов этого ряда является формула Ньютона-Лейбница, и стоящий за ней метод нахождения первообразной функции путем интегрирования ее производной. Историческое значение формулы в использовании бесконечно малых величин и абсолютно точном ответе на поставленный вопрос. Общеизвестны преимущества применения этого метода для решения математических, физических и прочих естественнонаучных задач, например, классической задачи о квадратуре круга – построении квадрата равновеликого заданному кругу. Философский смысл – в возможности получения информации о целом по его бесконечно малой части, замеченный ранее – наглядно реализуется в медицине и биологии, примером чему могут служить успехи генной инженерии в клонировании – создании взаимоподобных живых существ. Редким исключением в перечне наук, воспользовавшихся формулой Ньютона-Лейбница, остается история. Невозможность представления информации исторических источников в виде цифр – аргументов формулы – традиционна. Таким образом, до сих пор философский смысл формулы является не совсем философским, так как реализуется лишь в естественнонаучном знании, оставляя социально-гуманитарное знание без столь мощного инструмента. Хотя, если придерживаться традиционных особенностей социально-гуманитарного знания, его так сказать, слабостей, то и по делом ему.*

- *Но дальнейший научный анализ дает в наше время новую, иную картину происходящего процесса. Ныне господствующие в науке атомистические воззрения разлагают материю на кучу мельчайших частиц или правильно расположенных центров сил, находящихся в вечных разнообразных движениях. Точно так же и проникающий материю эфир постоянно возбуждается и волнообразно колеблется. Все эти движения материи и эфира находятся в теснейшей и непрерывной связи с бесконечным для нас мировым пространством. Такое представление, недоступное нашему конкретному воображению, вытекает из данных физики .*

- *Даже мистические и магические течения должны считаться с этим положением, хотя они могут, придав иной смысл понятию времени, совершенно уничтожить значение этого факта в общем миросозерцании. Таким образом, пока вопрос касается явлений, воспринимаемых органами чувств, даже эти наиболее далекие от точного знания области философии и религии должны считаться с научно доказанным фактом, как они должны считаться с тем, что дважды два – четыре в той области, которая подлежит ведению чувств и разума .*

- *Вместе с тем объема накопленных человечеством знаний уже вполне достаточно для того, что бы эту традицию нарушить. В самом деле, нет необходимости на пифагорейский лад искать цифровое соответствие высказываниям «Петр I посетил Венецию во время Великого посольства» и «Петр I не был в Венеции во время Великого посольства», когда сами эти выражения легко могут служить аргументами алгебры логики Джорджа Буля . Результат каждого исторического исследования по сути и есть набор таких аргументов. Таким образом, оправдано, на мой взгляд, использование в качестве подинтегральной функции набора исторических исследований, представленных в виде аргументов алгебры логики, с целью соответствующего получения в качестве первообразной – наиболее вероятной реконструкции исследуемого исторического события. На этом пути есть много проблем. В частности: представление конкретного исторического исследования – производной реконструируемого события – в виде набора логических выражений – операция заведомо более сложная, чем, например, электронная каталогизация простого библиотечного архива. Однако информационный прорыв конца XX – начала XXI века (чрезвычайно высокая степень интегрированности элементной базы и увеличение мощности информационных) делают выполнение такой задачи вполне реальным.*

- *В свете вышесказанного, на современном этапе исторический анализ представляет собой математический анализ с теорией вероятности и алгеброй логики, а искомая первообразная функция – вероятность исторического события, что в целом вполне соответствует и даже дополняет представление о науке на современном этапе, ибо замена понятия сущность понятием функция – главное в понимании науки в Новое время – дополняется оценкой этой функции.*
  Следовательно, современное историческое значение формулы в возможности претворения в жизнь мечты Лейбница «о том времени, когда два философа вместо бесконечных споров будут подобно двум математикам брать перья в руки и, засаживаясь за стол, заменять спор вычислением» . Каждое историческое исследование – заключение имеет право на существование, отражает реально происходившее событие и дополняет информационную историческую картину. Опасность вырождения исторической науки в набор бесцветных фраз-утверждений – результата применения предлагаемого метода, не больше опасности вырождения музыки в набор звуков, а живописи в набор красок на современном этапе развития человечества. Таким видится мне новый философский смысл формулы Ньютона-Лейбница, приведенной впервые в конце XVII – начале XVIII вв.

- Собственно же формулу, ввиду особенности восприятия математических символов носителями социально-гуманитарного знания, выражающуюся в панической боязни этими носителями любого представления таковых знаков, приведем в словесной форме: определенный интеграл производной функции есть первообразная этой функции . Некоторое формальное отличие приводимого примера задачи о квадратуре круга от обычного учебно-математического примера вычисления площади, расположенной под произвольной кривой в декартовой системе координат, не меняет, естественно, сути.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Бродский И.А. Сочинения в четырех томах. Т.3. СПб., 1994.
2. Вернадский В.И. Биосфера и ноосфера. М., 2003.
3. Вундт, Вильгельм. Введение в философию. М., 2001.
4. Гайденко П.П. Эволюция понятия науки. М., 1980.
5. Декарт, Рене. Размышления о первоначальной философии. СПб., 1995.
6. Карпов Г.М. Великое посольство Петра I. Калининград, 1998.
7. Кунцман П., Буркард Ф.-П., Видман Ф. Философия: dtv-Atlas. М., 2002.
8. Малаховский В.С. Избранные главы истории математики. Калининград, 2002.
9. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. СПб., 2001.
10. Энгельс Ф. Анти-Дюринг. М., 1988.
11. Шереметевский В.П. Очерки по истории математики. М., 2004

- **Интернет ресурсы**
- http://ru.wikipedia.org

Конец ☺️