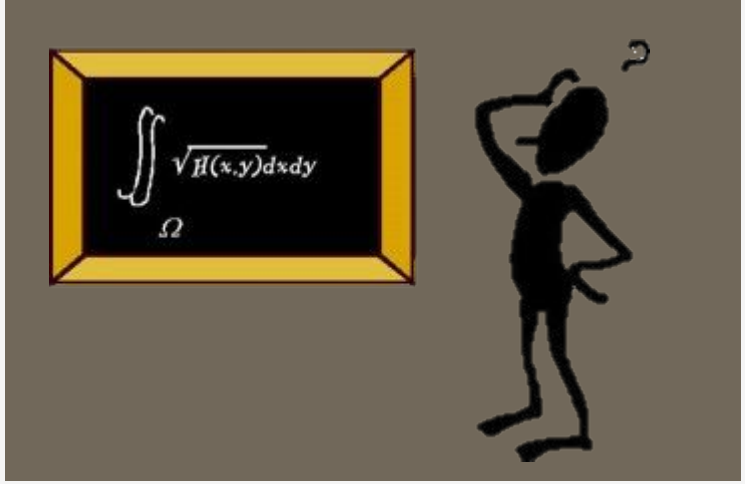
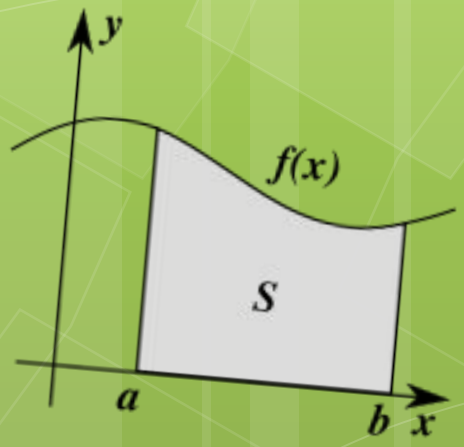
$$\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^c f(x) + \int_c^b f(x)dx$$





Приложение определенного интеграла в экономике

ФЭУП
13гр.
Гога В.
Печененко Я.

1

Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = 3/(3t + 1) + 4$.

РЕШЕНИЕ

Если ***f(t)*** характеризует производительность труда рабочего в зависимости от (времени) ***t***, то объем продукции, за времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

В нашем случае:

V $V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$ $V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt=$

$=\ln 10 + 12 - \ln 7 - 8 = \ln 10/7 + 4$

2

Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией $f(t) = 2t + 5$.

РЕШЕНИЕ

Имеем:

$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt =$

$= \left(\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt + 5t \right) \Big|_{t_1}^{t_2} =$

$= 9 + 15 - 0 - 0 = 24$

Задачи на определение излишка потребителя.

3

Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией $p=4-q2$, где q– количество товара (в шт.), p– цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при $p^*=q^*=1$. Определите величину потребительского излишка.

РЕШЕНИЕ

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

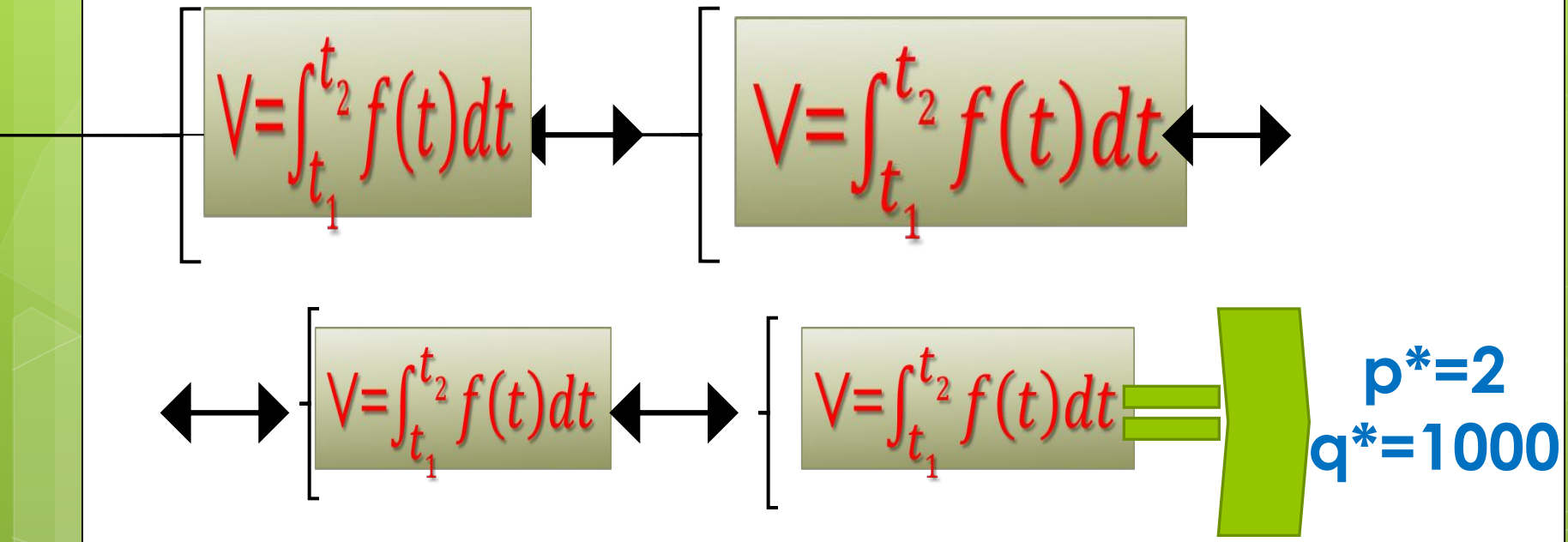
$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

4

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

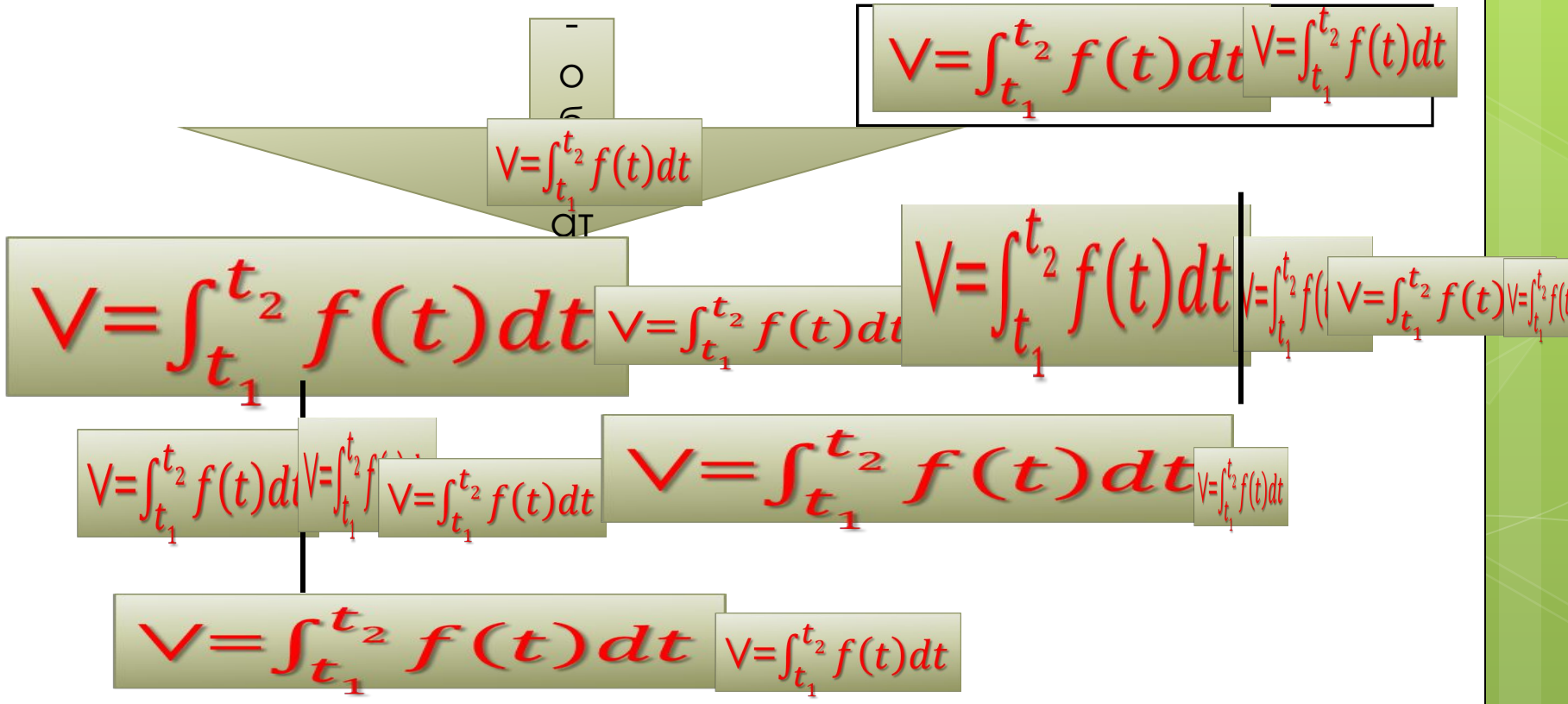
РЕШЕНИЕ

1)Для расчета излишка потребителя сначала определим параметры рыночного равновесия (p*; q*):



2)Формула для вычисления потребительского излишка:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$



5

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

РЕШЕНИЕ

1)Выигрыш потребителя это потребительский излишек. Для того, чтобы найти его, определим равновесные значения количества товара и его цены:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \rightarrow V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

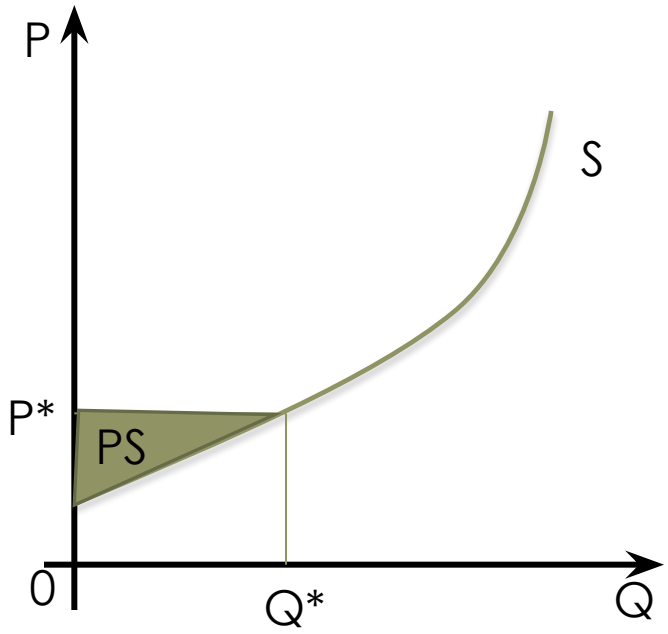
$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

2)Посчитаем потребительский излишек:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

Выведем формулу:

Излишек производителя представляет собой разницу между той денежной суммой, за которую он был бы готов продать Q* единиц товара, и той суммой, которую он реально получает при продаже этого количества товара.



$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

6

Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид $p = 4q3 + 2$, а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж $Q^* = 3$. Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

РЕШЕНИЕ

1)Найдем равновесное значение цены:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = 110$$

2) Подставим полученное значение в формулу:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

Сумма двух излишков – площадь заштрихованной фигуры на рисунке – характеризует общий эффект производства и потребления на рассматриваемом рынке.

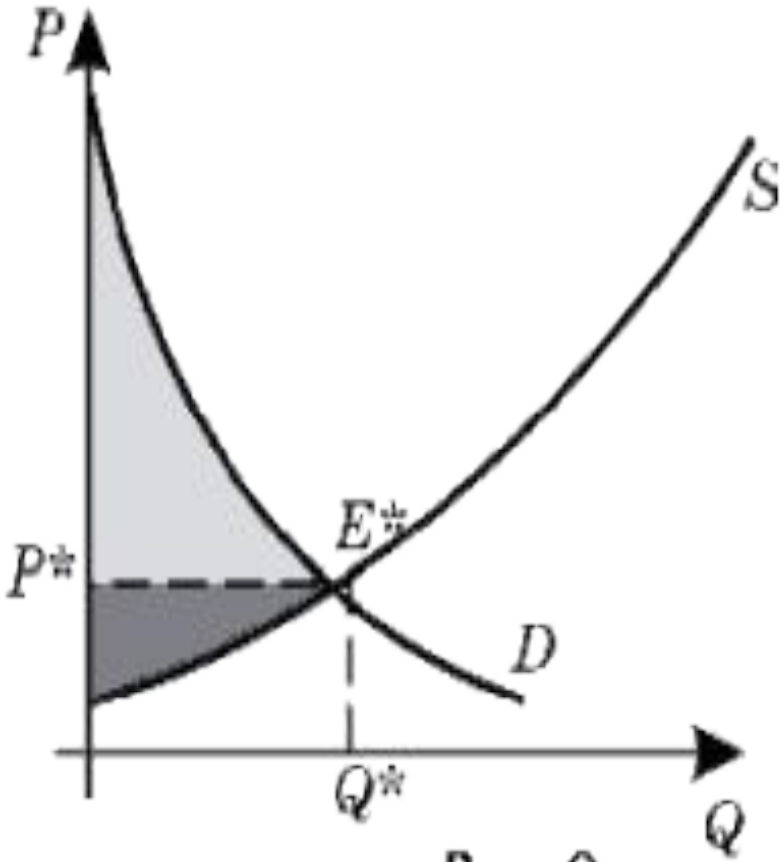


Рис. 9

7

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

РЕШЕНИЕ

I СПОСОБ

Для определения потребительских потерь при увеличении равновесной цены товара с 2 руб. до 3 руб. посмотрим, как при этом меняется объем продаж:

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

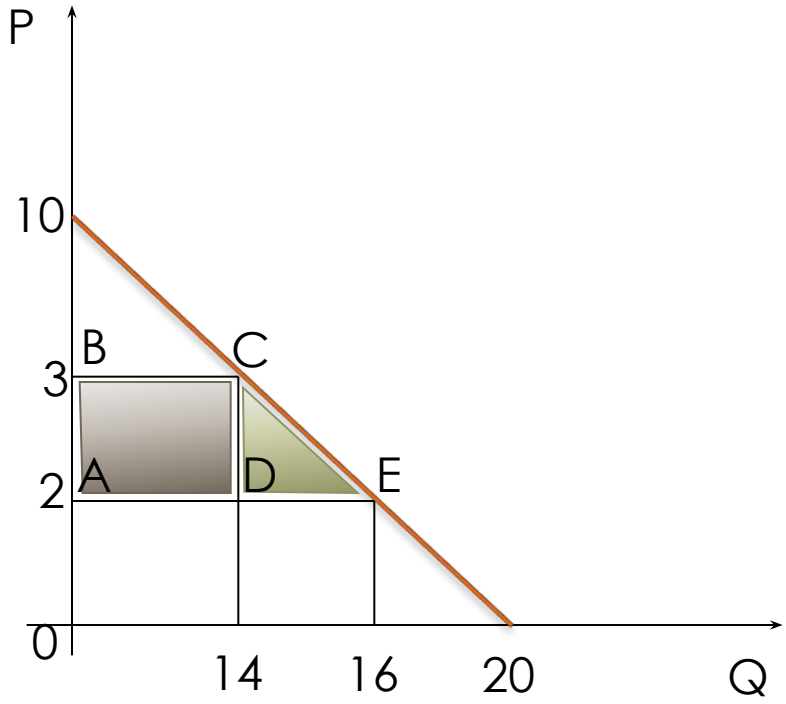
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

=15 (руб.)

II СПОСОБ

Так как в данном случае функция спроса линейна, то рассматриваемую ситуацию легко представить графически:



$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

=15 (руб.)

8

Найти объем продукции, произведенной за 4 года, если функция Кобба - Дугласа имеет вид: $z(t) = (1 + t) \cdot e^{3t}$.

РЕШЕНИЕ

$$Q = \int_0^T (\alpha t + \beta) \cdot e^{\gamma t} dt$$

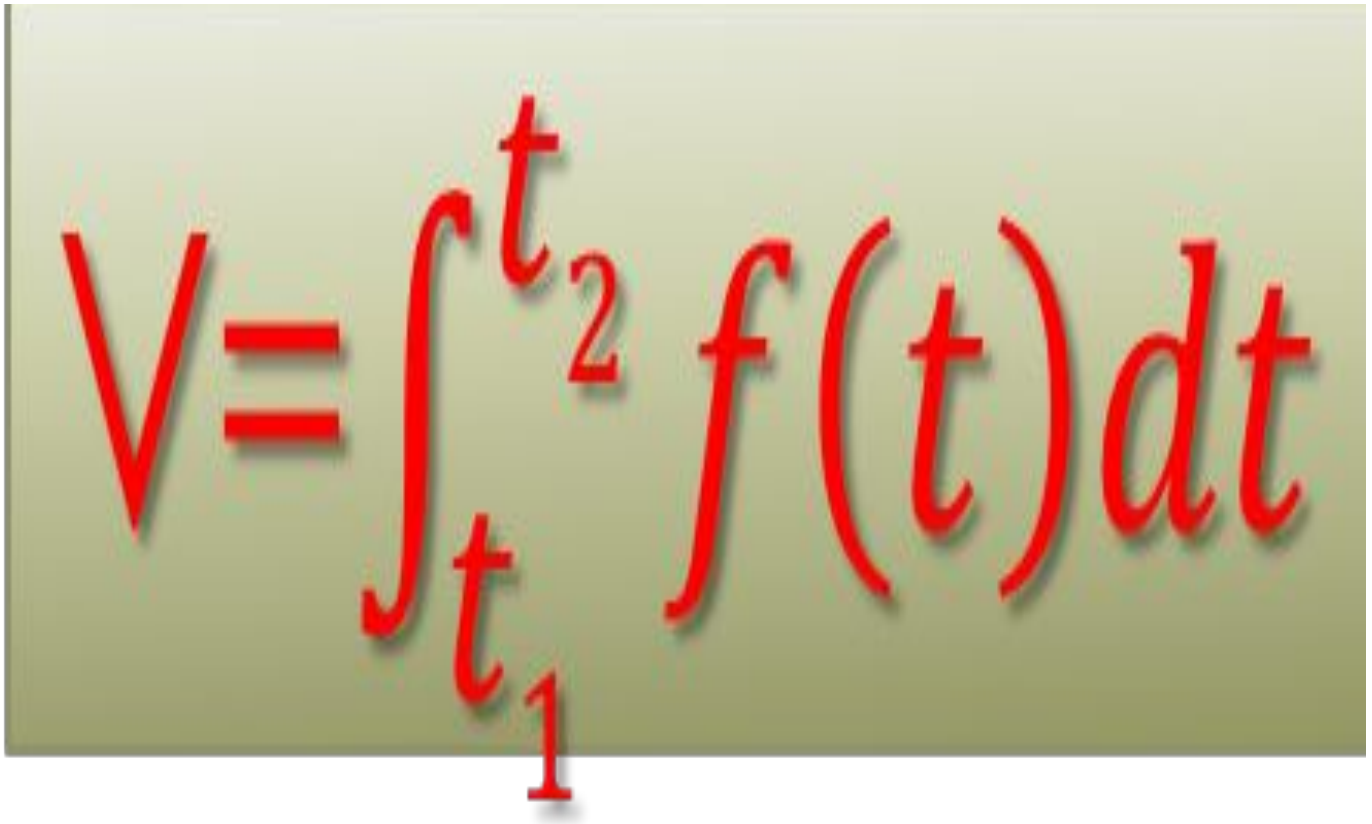
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)d$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)d$$

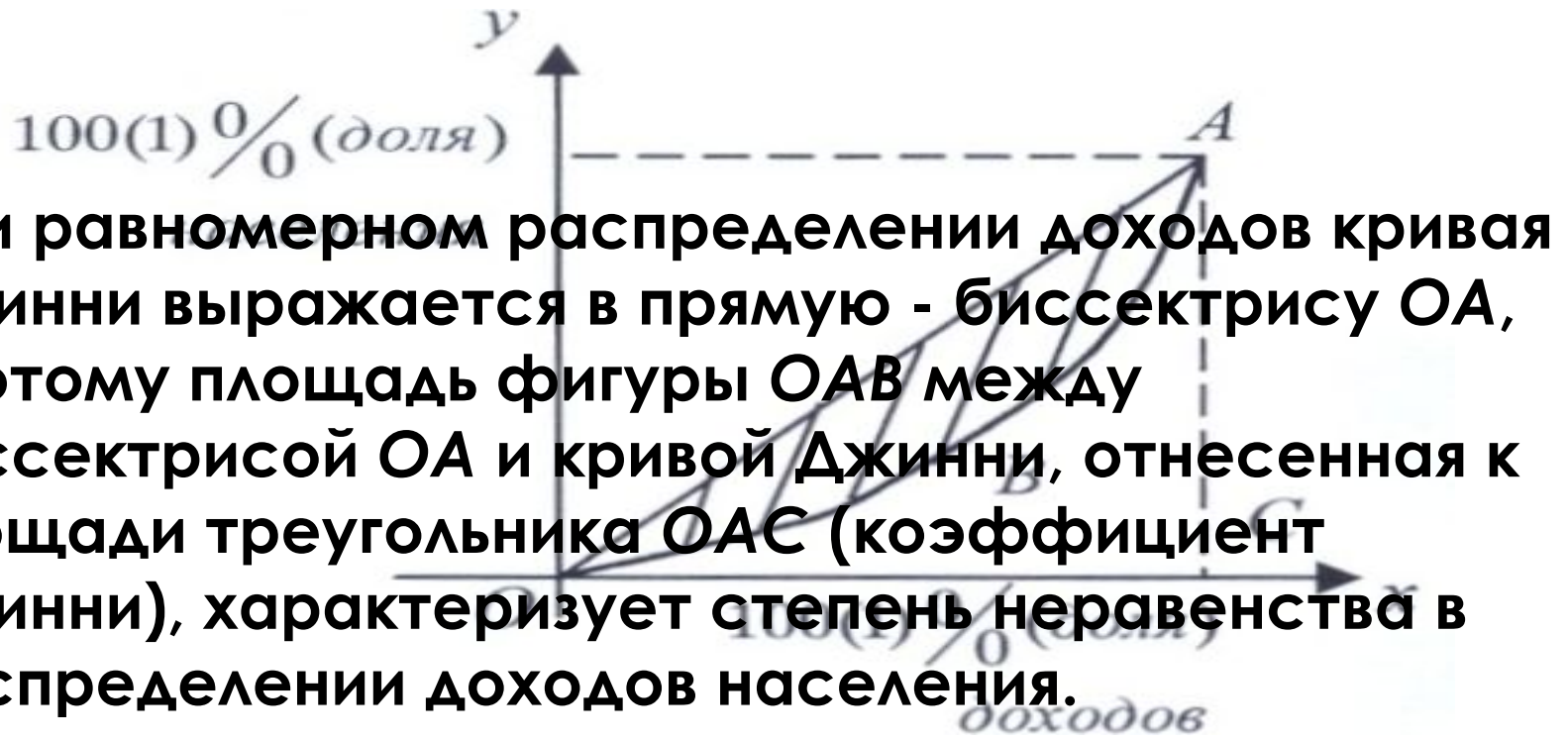
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \quad V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

9



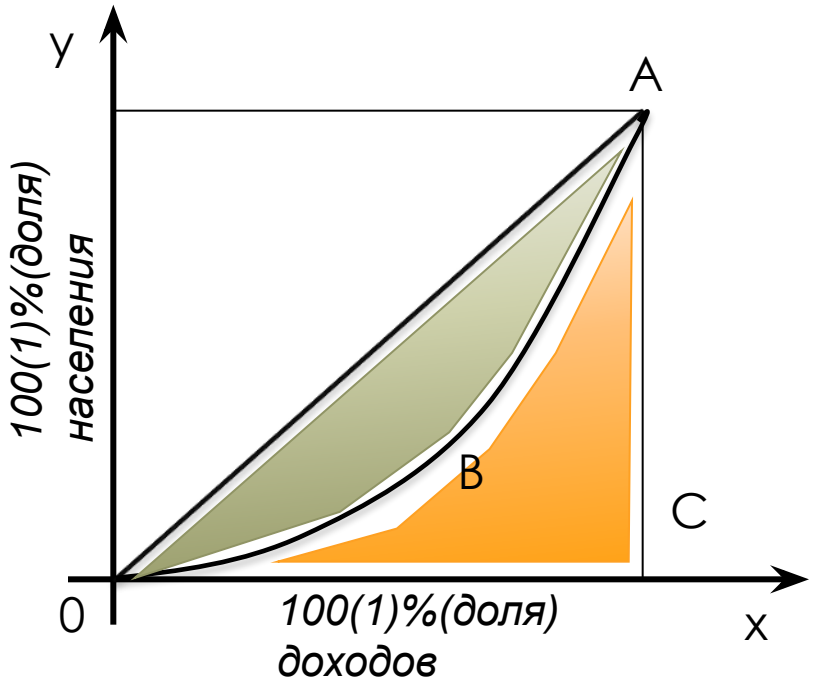
РЕШЕНИЕ

Для анализа социально - экономического строения общества используется так называемая «кривая Джинни» (или «кривая Лоренца») распределения богатства в обществе.



При равномерном распределении доходов кривая Джинни выражается в прямую - биссектрису *OA*, поэтому площадь фигуры *OAB* между биссектрисой *OA* и кривой Джинни, отнесенная к площади треугольника *OAC* (коэффициент Джинни), характеризует степень неравенства в распределении доходов населения.

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$ $$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$ $$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$



$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

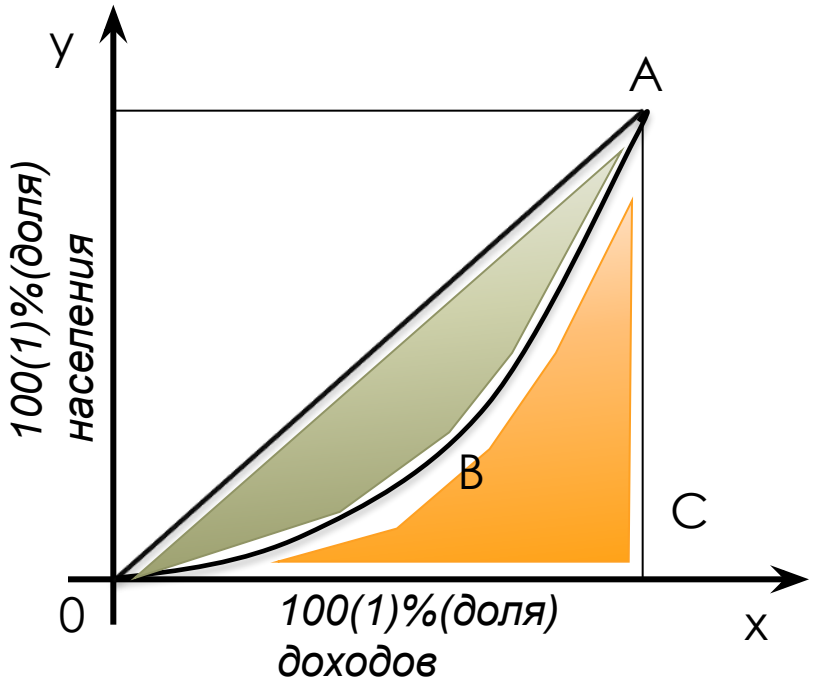
$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$



$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

10

Определить дисконтированный доход за три года при процентной ставке 8%, если первоначальные (базовые) капиталовложения составили 10млрд. руб. и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1млрд. руб.

РЕШЕНИЕ

Капиталовложения задаются функцией: $f(x) = 10 + 1 \cdot t = 10 + t$
Удельная процентная ставка $i=0,08$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

Следовательно, $k = 30,5$ млрд. руб. Это означает, что для получения одинаковой наращенной суммы через 3 года ежегодные капиталовложения от 10 до 13 млрд. руб. равносильны одновременным первоначальным вложениям 30,5 млрд. руб. при той же, начисляемой непрерывно процентной ставке.