



# *8 класс* *Геометрия*



## *Четырехугольники*

### *Урок № 2* *Параллелограмм*



## *Цели:*



- Ввести понятие параллелограмма.*
- Рассмотреть свойства параллелограмма.*
- Рассмотреть признаки параллелограмма.*
- Решение базовых задач.*

***Параллелограмм*** – четырехугольник,  
у которого противоположные  
стороны попарно параллельны.



***ABCD*** – параллелограмм.  
***AB*  $\parallel$  *CD*, *DC*  $\parallel$  *AD*.**

# Свойства параллелограмма

1

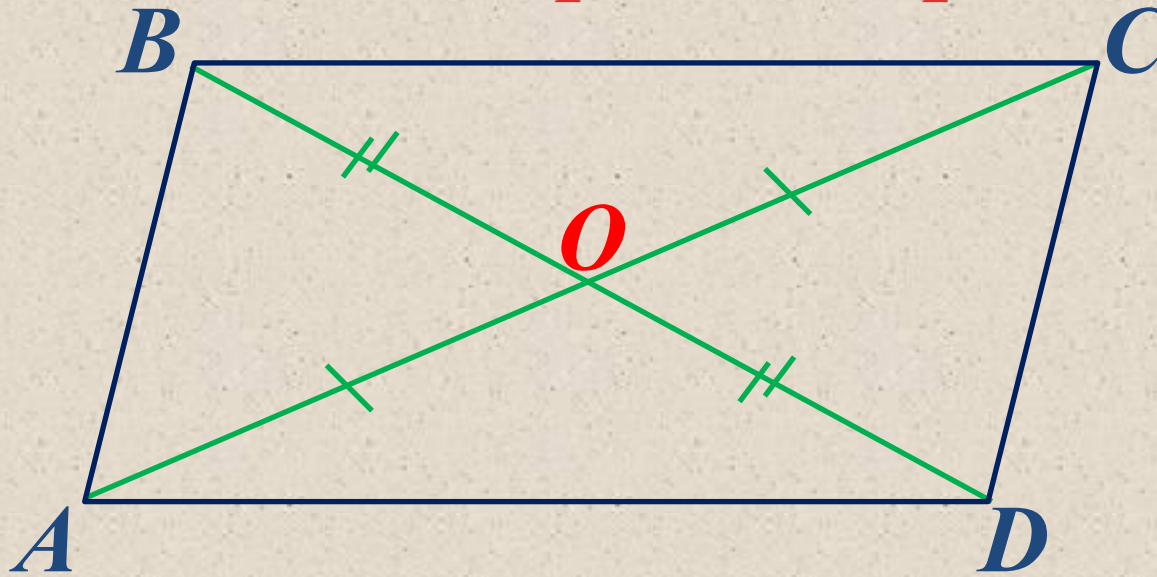


**В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.**

$$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$$
$$BC \neq AD, AB = CD$$

# Свойства параллелограмма

2



Диагонали параллелограмма **делятся**  
**точкой пересечения пополам.**

$$BO = OD, AO = OC$$

**O** – точка пересечения диагоналей

# Свойства параллелограмма



В параллелограмме **сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$ .**

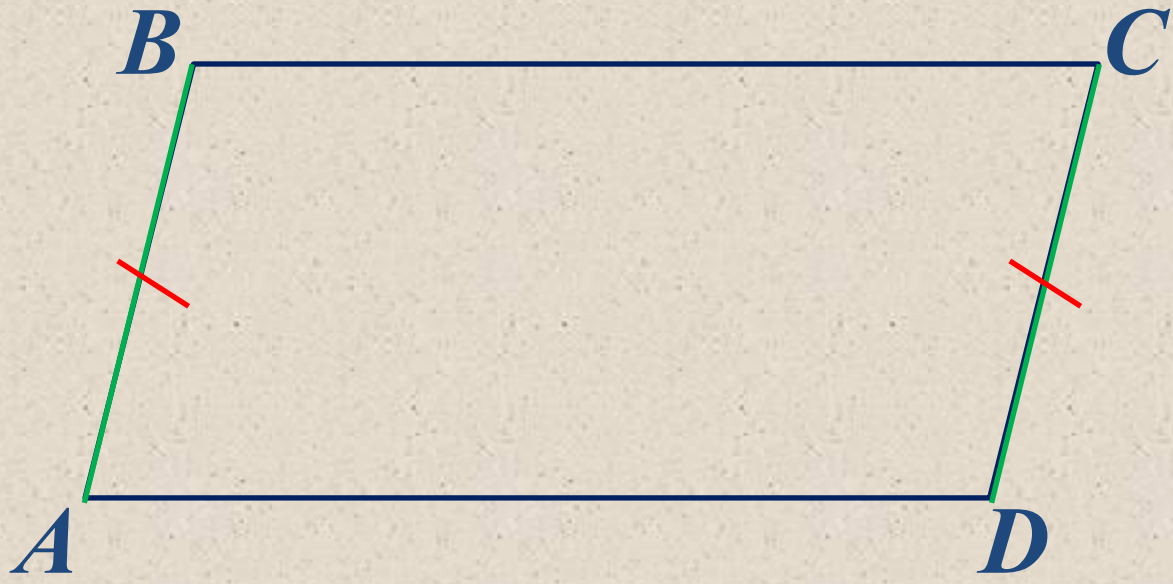
$$\angle A + \angle D = 180^\circ \quad \angle D + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 180^\circ \quad \angle B + \angle C = 180^\circ$$



# Признаки параллелограмма

*Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм.*



*Дано:*

*ABCD – четырехугольник,  
 $AB = CD, AB \parallel CD$*

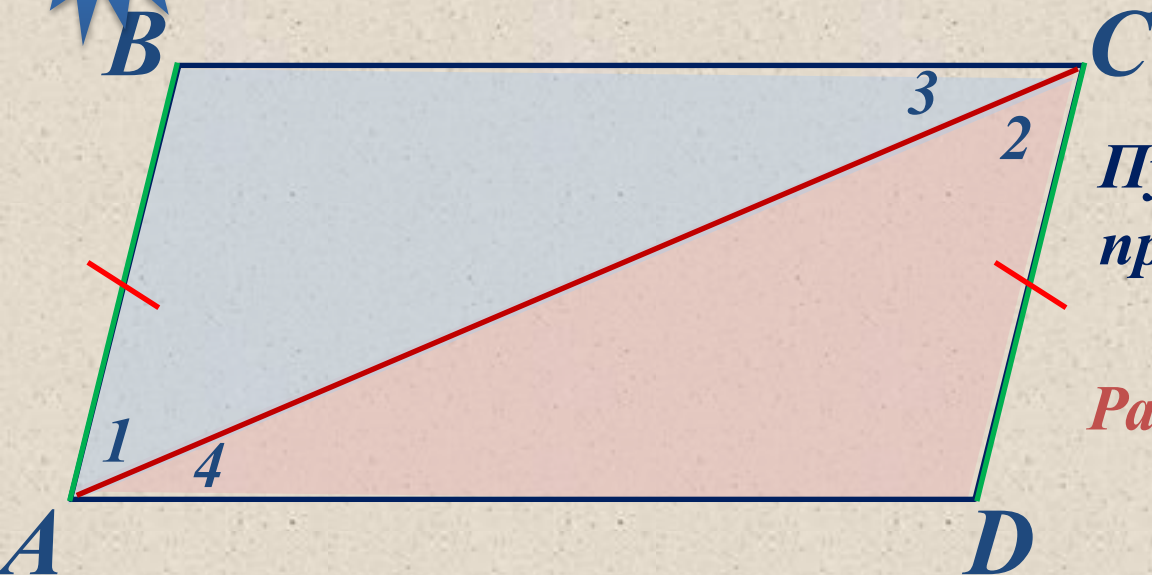
*Доказать:*

*ABCD – параллелограмм*

*Доказательство*

## Доказательство

1



Пусть  $AB = CD$  и  $AB \parallel CD$ ,  
проведем диагональ  $AC$ .

Рассмотрим треугольники  
 $\triangle ABC$  и  $\triangle ACD$ :

$\triangle ABC = \triangle ACD$  – по двум сторонам и углу между ними  
( $AC$  – общая,  $AB = CD$  – по условию,  $\angle 1 = \angle 2$  как накрест  
лежащие при  $AB \parallel CD$  и секущей  $AC$ ).

Поэтому  $\angle 3 = \angle 4$ .

Но  $\angle 3$  и  $\angle 4$  – накрест лежащие углы при пересечении  
прямых

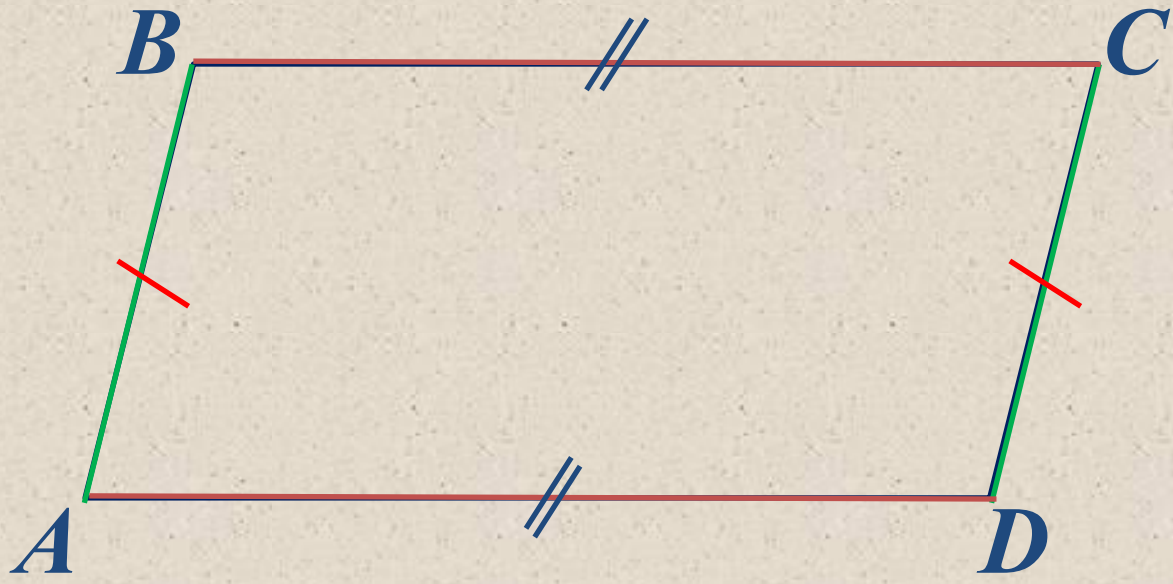
$BC$  и  $AD$  секущей  $AC$ . Следовательно  $BC \parallel AD$ . Поскольку  
стороны параллельны, то этот четырехугольник  $ABCD$  –  
параллелограмм.



# 2

## Признаки параллелограмма

*Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.*



**Дано:**

*ABCD – четырехугольник,  
 $AB = CD, BC = AD$*

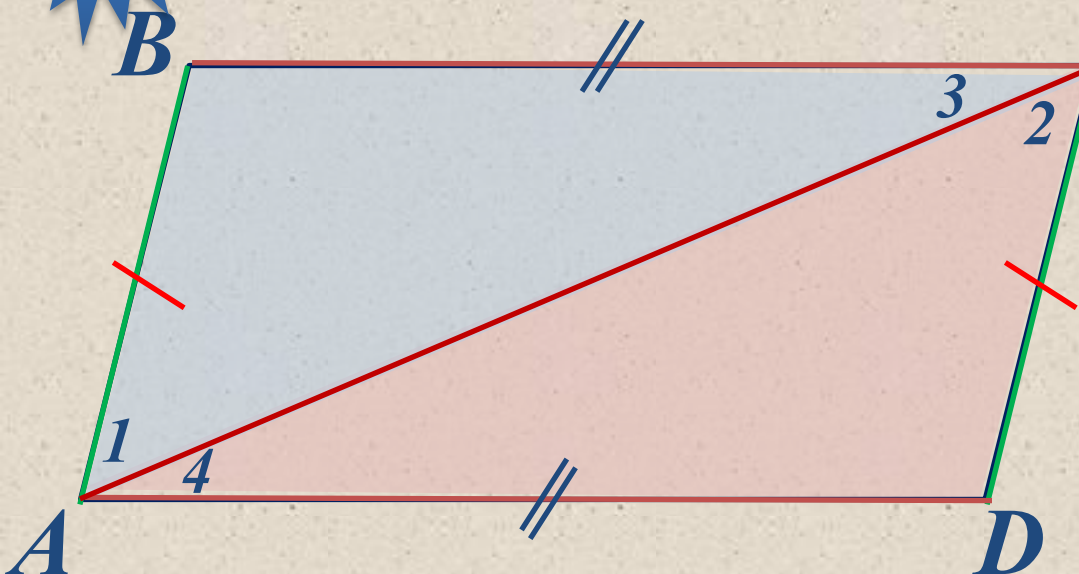
**Доказать:**

*ABCD – параллелограмм*

*Доказательство*

## Доказательство

2



$ABCD$ - четырехугольник,  
 $AB = CD$ ,  $BC = AD$ .

Проведем диагональ  $AC$ .

Рассмотрим треугольники  
 $\triangle ABC$  и  $\triangle ACD$ :

$\triangle ABC = \triangle ACD$  – по трем сторонам  
( $AC$  – общая,  $AB = CD$ ,  $BC = AD$  – по условию).

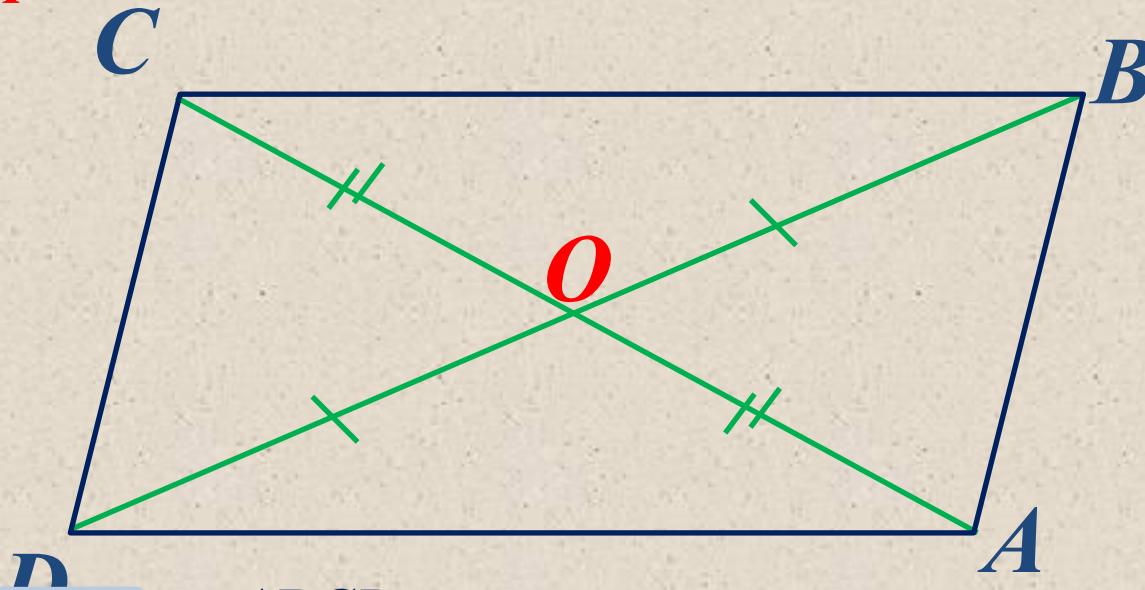
Поэтому  $\angle 1 = \angle 2$  как накрест лежащие при секущей  $AC$ .  
Отсюда следует, что  $AB \parallel CD$ .

Так как  $AB \parallel CD$  и  $AB = CD$ , то по признаку 1 четырехугольник  $ABCD$  – параллелограмм (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник параллелограмм).

3

## Признаки параллелограмма

Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник параллелограмм.



Дано:

$ABCD$  – четырехугольник,  
 $BO = OD$ ,  $AO = OC$

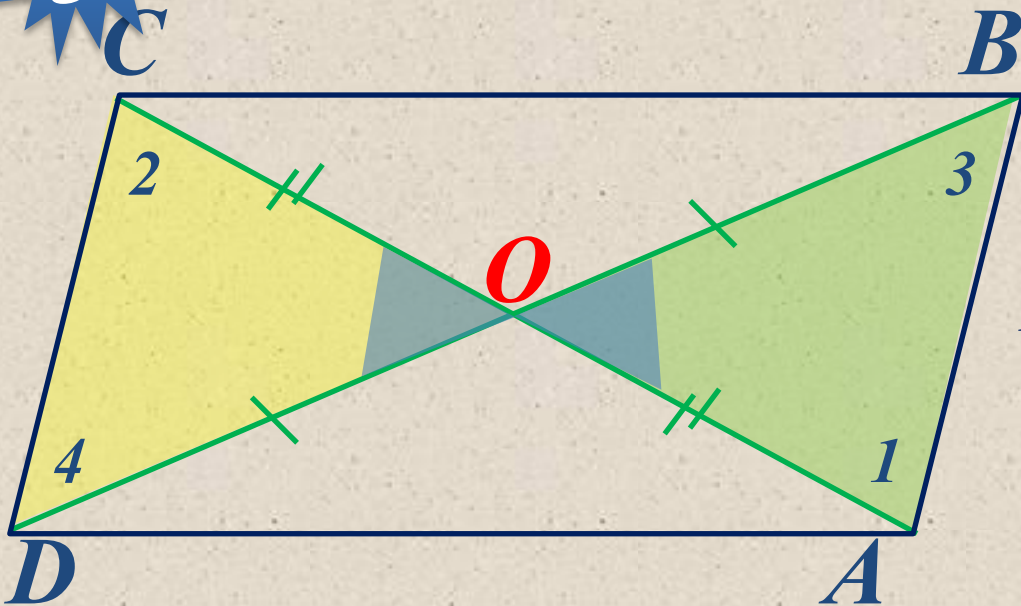
Доказать:

$ABCD$  – параллелограмм

*Доказательство*



# Доказательство



*ABCD – четырехугольник,  
 $BO = OD, AO = OC$ .*

*Проведем диагонали AC и BD.*

*Рассмотрим треугольники  
 $\triangle AOB$  и  $\triangle COD$ :*

*$\triangle AOB = \triangle COD$  – по первому признаку равенства треугольников  
 ( $BO = OD, AO = OC$  – по условию,  $\angle AOB = \angle COD$  – как*

*вертикаль.)  $AB = CD$  и  $\angle 1 =$  Из  $\angle 1 = \angle 2$  следует, что  $AB \parallel$*

*$\angle 2$ . Так как в четырехугольнике ABCD стороны  $AB = CD$  и  $AB \parallel$   
 $CD$ ,*

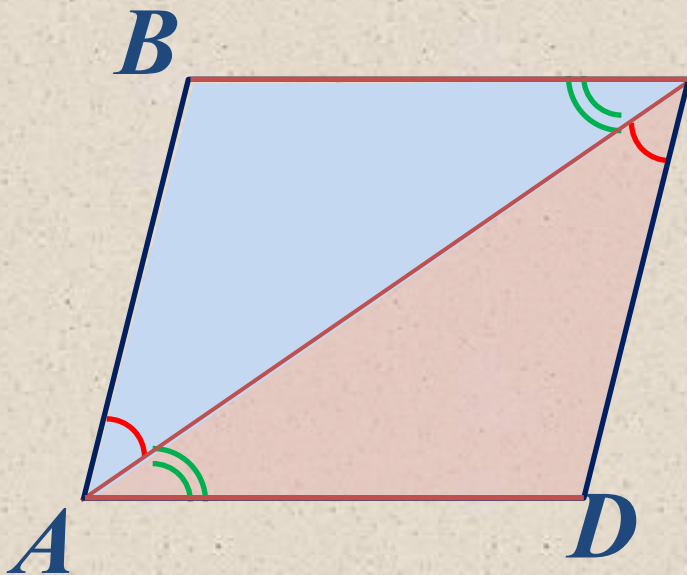
*то по 1 признаку четырехугольник ABCD – параллелограмм  
 (если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то  
 этот четырехугольник параллелограмм).*

**1****Задача****Дано:**

$ABCD$  – четырехугольник,  
 $\angle BAC = \angle ACD$ ,  $\angle CAD$   
 $= \angle BSA$

**Доказать:**

$ABCD$  – параллелограмм.

**Доказательство**

**С** Рассмотрим треугольники  $\Delta ABC$   
и  $\Delta ACD$ :

1.  $\angle BAC = \angle ACD$ ,  $\angle CAD = \angle BSA$  –  
по  
утверждению 1.  $\Delta ABC = \Delta ACD$  – по  
стороне и двум прилежащим углам;  
поэтому  $BC = AD$ .

2. Так как  $\angle BAC = \angle ACD$  – накрест лежащие углы при  
параллельных прямых  $BC$ ,  $AD$  и секущей -  $AC$ , то  $BC \parallel$   
 $AD$

3. Так как  $BC = AD$  и  $BC \parallel AD$ , то по 1-му признаку  
параллелограмма  $ABCD$  – параллелограмм, что и требовалось  
доказать.

# *Ответить на вопросы:*

*□Какая фигура называется **параллелограммом**?*

*□Докажите, что в параллелограмме противоположные стороны и углы равны.*

*□Докажите, что в параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.*

*□Сформулируйте и докажите признаки параллелограмма.*

*Спасибо за внимание!*